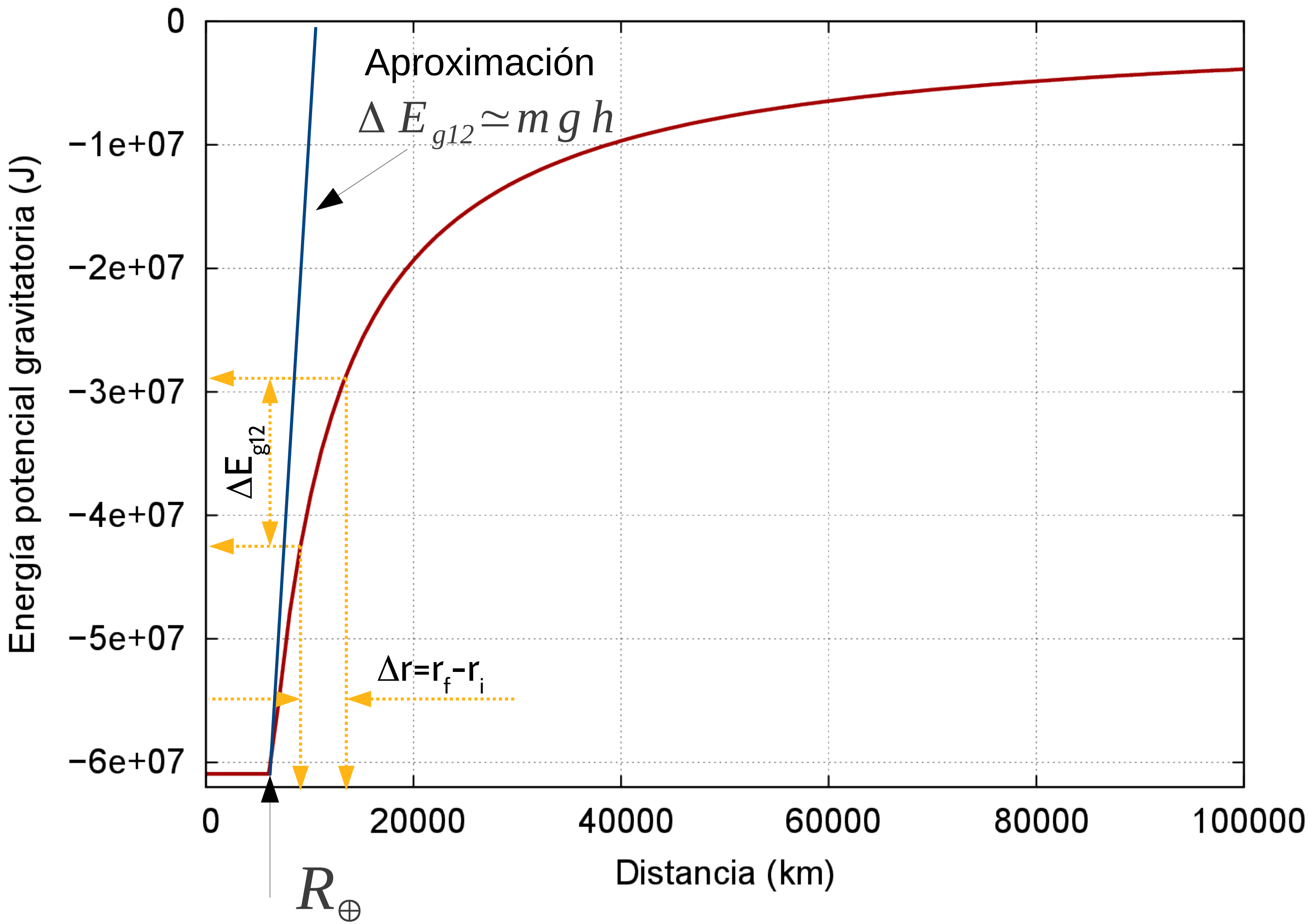
Universidad Nacional de Río Negro
Física 1 A - 2016

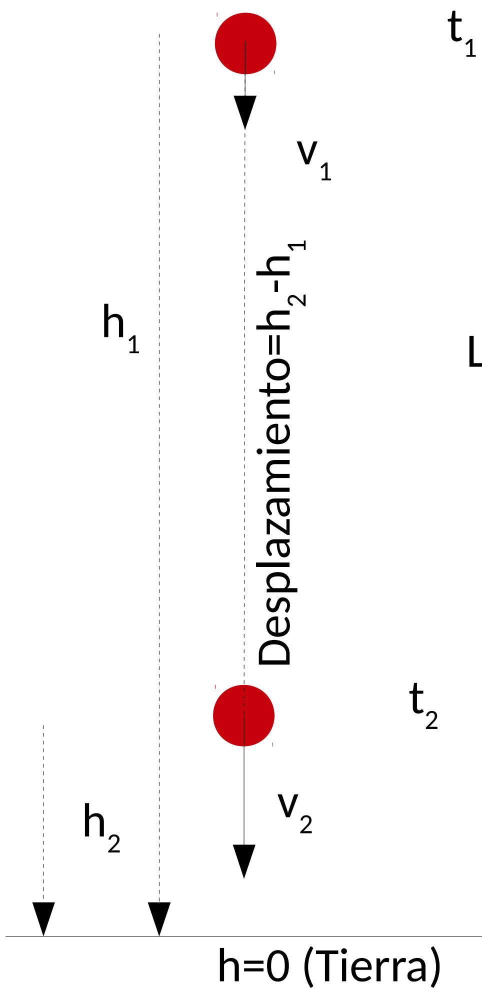
- **Unidad** 01 – Energía
- **Clase** 0107
- **Fecha** 28 Mar 2016
- **Cont** Escape y (al) Trabajo - II
- **Cátedra** Asorey – Cutsaimanis
- **Web** http://fisicareconocida.wordpress.com
- **Archivo** a-2016-U01-C07-0329-escape-trabajo-2

La gráfica



Aproximación
$\Delta E_{g12} \simeq m g h$
ΔE_{g12}
$\Delta r = r_f - r_i$
$R_\oplus$
Energía potencial gravitatoria (J)
Distancia (km)
0
−1e+07
−2e+07
−3e+07
−4e+07
−5e+07
−6e+07
0
20000
40000
60000
80000
100000

Expresión para la energía cinética



$$\Delta E_g = -\Delta E_k \rightarrow mg(h_2 - h_1) = -\Delta E_k$$

Ahora: g es la aceleración de la gravedad: $g = \frac{(v_2 - v_1)}{(t_2 - t_1)}$

La velocidad promedio es: $\langle v \rangle = \frac{(v_2 + v_1)}{2}$ y además: $\langle v \rangle = \frac{|(h_2 - h_1)|}{(t_2 - t_1)}$

Reemplazando $mg(h_2 - h_1) = m\left(\frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}\right)\left(-\langle v \rangle (t_2 - t_1)\right)$

Uso la definición de módulo para $(h_2-h_1)<0$: $|(h_2-h_1)| = -(h_2-h_1)$

$$mg(h_2 - h_1) = -m(v_2 - v_1)\left(\frac{v_1 + v_2}{2}\right)$$

$$mg(h_2 - h_1) = -\frac{1}{2}m(v_2 - v_1)(v_2 + v_1)$$

$$-\Delta E_k = -\frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \rightarrow \Delta E_k = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

Energía cinética

- La energía cinética de un cuerpo a velocidad v_i es

$$E_k = \frac{1}{2} m v_i^2$$

- Si debido a algún cambio de energía, su nueva velocidad es v_f, la variación es:

$$\Delta E_k = E_{kf} - E_{ki} = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta E_k = \frac{1}{2} m \left(v_f^2 - v_i^2\right) = -m g \left(h_f - h_i\right)}$$

¡Recordar ese signo y de donde viene!

Lo mismo podría hacerse con la general

$$\boxed{\Delta E_{g12} = -G M m_2 \left(\frac{1}{(R+h)} - \frac{1}{R} \right) = -\frac{1}{2} m_2 \left(v_2^2 - v_1^2 \right) = -\Delta E_{k12}}$$

- Imaginemos lo siguiente: $v_2 = 0$ y $h \to \infty$
- Luego, si $h \to \infty$, $1/(R+h) \to 0$. Entonces:

$$-G M m_2 \left(-\frac{1}{R} \right) = -\frac{1}{2} m_2 \left(-v_1^2 \right)$$

$$\frac{G M}{R} = \frac{1}{2} v_1^2$$

$$v_1^2 = \frac{2 G M}{R}$$

$$\boxed{v_1 = \sqrt{\frac{2 G M}{R}} \equiv v_e}$$

v_e es la **velocidad de escape**: hay que darle esa velocidad a un cuerpo para que sea capaz de liberarse de la atracción gravitatoria de un planeta y **llegar al infinito con velocidad 0**.

$$v_{e\oplus} = \sqrt{\frac{2 G M_\oplus}{R_\oplus}}$$

Calcular v_e para la Tierra

Energía potencial y Fuerza

- ¿Cuál es la tasa de cambio de la energía potencial gravitatoria ante un cambio en la posición relativa?

$$\frac{\Delta E_g}{\Delta r} = \frac{E_{g2} - E_{g1}}{r_2 - r_1}$$

- Y ahora, dos posibles caminos:
  - a) Hacemos la cuenta
  - b) Ponemos unos números

Ok. Pongamos unos números

- Usamos:

$$\frac{\Delta E_g}{\Delta r} = \frac{-G M_\oplus m}{h} \left(\frac{1}{(R_\oplus + h)} - \frac{1}{R_\oplus} \right)$$

- G = 6.67x10-11 $m^3/(kg\ s^2)$ R ~ 6 x10^6 m m=1 kg
- h=10000m
- h= 1000m
- h= 100m
- Ahora calculen el peso del cuerpo m=1 kg (recordar g=9.8 m/s^2)
- ¿Qué pasó?

Y ahora hagamos la cuenta

- Empecemos

$$\frac{\Delta E_g}{\Delta r}=\frac{-G M_{\oplus} m}{(R_{\oplus}+h)-R_{\oplus}}\left(\frac{1}{(R_{\oplus}+h)}-\frac{1}{R_{\oplus}}\right)$$

- Y entonces:

$$\frac{\Delta E_g}{\Delta r}=\frac{G M_{\oplus} m}{R_{\oplus}}\left(\frac{1}{R_{\oplus}+h}\right)$$

- Y si hacemos h→0:

$$h\rightarrow 0\Rightarrow\frac{\Delta E_g}{\Delta r}\rightarrow m\left(\frac{G M_{\oplus}}{R_{\oplus}^2}\right)=m g$$

Esta es la interacción (**fuerza**) asociada a la energía potencial gravitatoria: el **peso**

¡Que trabajo fue llegar hasta aquí!

- Alto. Si $h \to 0$ entonces vale $\Delta E_g = mgh$, ¿no?
- ¿Qué es (mg)? ¿Qué es h?
- Entonces:

$\Delta E_g = (mg)\, h = \boxed{\text{Fuerza x Distancia}}$ **TRABAJO**

- Finalmente:
- **La variación de la energía potencial gravitatoria es igual al trabajo de (o contra de) la fuerza de gravedad**

En general...

La **variación neta de la energía total** de un sistema es igual al **trabajo realizado** por un agente externo para lograr dicho cambio

En general, el trabajo es un producto escalar

- Definición general (pánico):

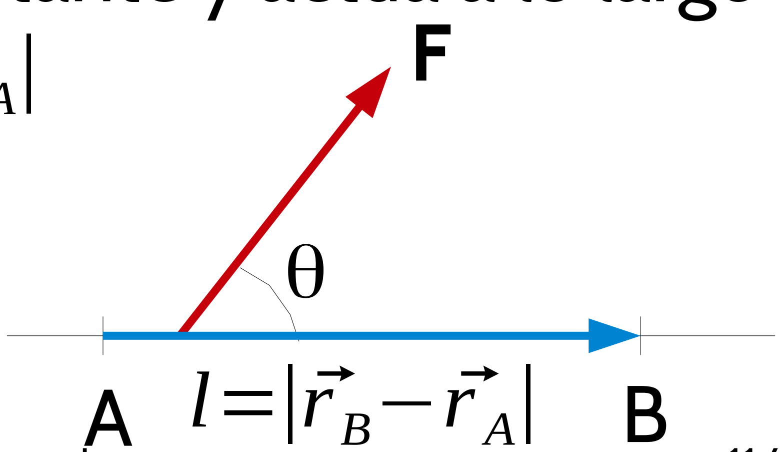
$$W=\int_A^B \vec{F}\cdot d\,\vec{r}$$

- Luego, por definición de producto escalar:

$$W=\int_A^B F\cos(\theta)\,dr$$

- Finalmente, si la fuerza es constante y actúa a lo largo de una línea de longitud $l=|\vec{r}_B-\vec{r}_A|$

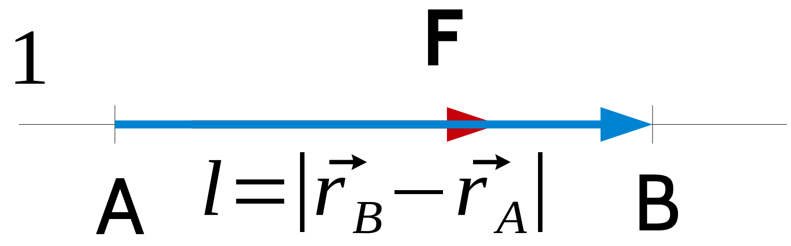
$$W=F\,l\cos(\theta)$$



Algunos casos extremos

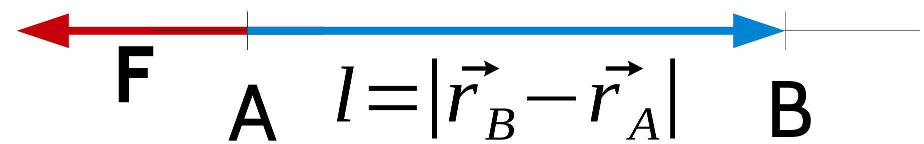
- F y l son paralelos: $\theta=0 \rightarrow \cos(0)=1$

$$W=F\,l$$



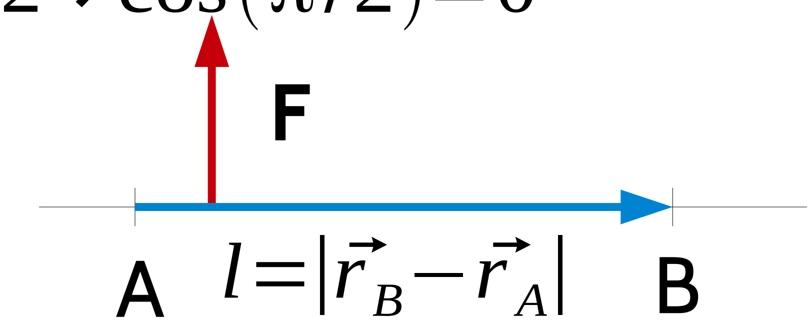
- F y l son antiparalelos: $\theta=\pi \rightarrow \cos(\pi)=-1$

$$W=-F\,l$$



- F y l son perpendiculares: $\theta=\pi/2 \rightarrow \cos(\pi/2)=0$

$$W=0$$



Recordarlo la próxima vez que vengan del super cargando una bolsa...

Insisto...

La **variación neta de la energía total** de un sistema es igual al **trabajo realizado** por un agente externo para lograr dicho cambio