

Física I A

Guía 04 - Universo en expansión

Asorey - Cutsaimanis

2016

21. Tiempo y distancia de Hubble

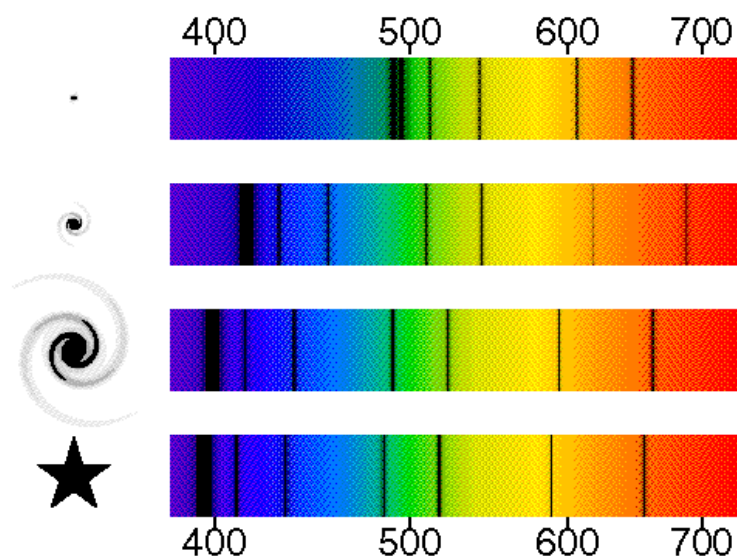
- a) Determine el tiempo de Hubble, $t_0 = 1/H_0$, en años ($H_0 = 71 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$)
- b) Determine la distancia de Hubble, $r_0 = c \times t_0 = c/H_0$, en Mpc.

22. Corrimiento al rojo

La línea alfa de emisión del hidrógeno, H_α , tiene una longitud de onda $\lambda_e = 656,28 \text{ nm}$ y es de color rojo. Una galaxia lejana se aleja de nosotros a velocidad desconocida, pero se observa que la línea H_α tiene una longitud de onda de $\lambda_o = 825,9 \text{ nm}$.

- a) Determine el corrimiento al rojo $z = (\lambda_o/\lambda_e) - 1$ de la galaxia.
- b) Recordando que $z = v_f/c$, calcule la velocidad v_f de alejamiento de la galaxia.
- c) Calcule la distancia de la galaxia a la Tierra en Mpc y en metros.
- d) Suponga ahora que en lugar de alejarse, la fuente se acerca y la línea H_α se ve de color azul ($\lambda_o = 475 \text{ nm}$). Calcule la velocidad de acercamiento de la fuente.

23. Más corrimientos



En la figura pueden verse cuatro espectros de objetos astronómicos, los cuales están ordenados desde el más lejano (arriba) al más cercano (abajo). La estrella se encuentra en reposo respecto a la Tierra, y será nuestra referencia para las líneas espectrales, que son, de izquierda a derecha (azul a rojo): 393, 397, 410, 434, 486, 518, 589 y 656 nm.

- a) Utilizando las líneas espectrales mostradas, determine el corrimiento al rojo para cada una de las líneas de los tres objetos distantes.
- b) Calcule el corrimiento al rojo de cada objeto como el promedio de los corrimientos de cada línea de ese objeto.
- c) Determine la velocidad de alejamiento de cada objeto, usando la expresión aproximada

$$z \simeq \frac{v}{c}.$$

Compare esos valores con los obtenidos a partir de la expresión exacta (debe despejar v de esta ecuación):

$$z = \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}} - 1$$

- d) Usando la ley de Hubble calcule la distancia a la que se encuentran esos tres objetos.

24. Densidad crítica (opcional)

Hemos visto que el Universo se encuentra en expansión, y lo hace con una velocidad que depende de la distancia d , relación conocida como la ley de Hubble:

$$v = H_0 d.$$

De esta manera, si tenemos una esfera de radio R que se expande, la velocidad a la cual la superficie de la esfera se aleja del centro de la misma es $v = H_0 R$. Con esto, y recordando la ecuación de la velocidad de escape

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

calcularemos la densidad crítica del Universo, es decir, la densidad para la cual la fuerza de gravedad de la masa contenida sería capaz de detener la expansión. Para ello,

- a) obtenga la expresión para la masa M de una esfera de radio R y volumen V en función de la densidad ρ (ayuda, recuerde $\rho = M/V$);
- b) reemplace esta expresión para M en la ecuación para la velocidad de escape y despeje ρ ;
- c) si ρ representa a la densidad crítica, la superficie de la esfera se aleja del centro con la velocidad de escape. Puesto que a su vez se verifica la ley de Hubble, tenemos que $v_e = H_0 R$. Reemplace este valor para la velocidad de escape en la expresión para ρ obtenida en el punto anterior;
- d) verifique que el resultado obtenido,

$$\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G},$$

no depende del radio R ;

- e) finalmente, calcule el valor de ρ_c en kg m^{-3} , tomando $H_0 = 71 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$.
- f) Expresar la densidad crítica en número de átomos de Hidrógeno por metro cúbico, y en masas solares por parsec cúbico.
- g) Si la densidad total del Universo fuera $\rho = 2\rho_c$, ¿cuál sería el posible destino del Universo? ¿Cuál sería la velocidad final de expansión en este caso?