

## 1. Crónicas mercuriales

Considere un satélite de masa  $m_s$  girando en una órbita circular alrededor del planeta Mercurio (masa  $M_M = 3,3 \times 10^{23}$  kg; radio  $R_M = 2440$  km). El satélite se encuentra a una altura tal que se verifica:

$$E_c + E_p = -\left(\frac{m_s}{2}\right) (6,48 \times 10^6) \text{ J kg}^{-1}$$

- Calcule la altura del satélite sobre la superficie de Mercurio, su velocidad orbital  $v_o$ , y el tiempo requerido para completar una órbita.
- Si el satélite es una esfera de radio  $r = 10$  m con una densidad media  $\rho = 3,9 \text{ g cm}^{-3}$ , calcule su energía cinética y potencial.
- Calcule la velocidad de escape para un cuerpo que se halle sobre la superficie de Mercurio.

Datos útiles:

Constante de gravitación universal  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

- Sabemos que  $E_c = 1/2 m_s v_o^2$ . Si la órbita es circular, entonces además se verifica:

$$v_o^2 = \frac{GM}{r}.$$

Luego,

$$E_c = \frac{1}{2} \frac{GMm_s}{r} = -\frac{1}{2} E_p.$$

Entonces,

$$E_c + E_p = \frac{1}{2} E_p = -\frac{GMm_s}{2r} = -6,48 \times 10^6 \frac{m_s}{2} \text{ J kg}^{-1}.$$

Cancelando  $m_s$  y despejando  $r$  se obtiene:

$$r = \frac{GM}{6,48 \times 10^6} \text{ metros} = 3,44 \times 10^6 \text{ metros} = 3440 \text{ km}.$$

Luego, la altura sobre la superficie es  $h = 1000$  km. Con esto, la velocidad orbital queda:

$$v_o = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \frac{GM}{3440 \text{ km}} = 2530 \text{ m s}^{-1}.$$

Para un órbita circular,  $v_o = 2\pi r/T$ , luego,

$$T = \frac{2\pi r}{v_o} = 8542 \text{ s} \simeq 142 \text{ minutos}$$

- El volumen del satélite es:  $V = 4/3 \pi r_s^3$ . Luego, su masa será:

$$m_s = \frac{4}{3} \rho \pi r_s^3 = 4189 \rho \text{ m}^3 = 1,63 \times 10^7 \text{ kg}.$$

Luego, las correspondientes energías serán:

$$E_c = \frac{1}{2} m_s v_o^2 = 5,228 \times 10^{13} \text{ J}.$$

$$E_p = -\frac{GMm_s}{r} = -1,046 \times 10^{14} \text{ J} = -2E_c.$$

c) La velocidad de escape de Mercurio es:

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{1,28 \times 10^7 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}} = 3578 \text{ m s}^{-1}$$