

# Física Moderna A

## El átomo de hidrógeno

Asorey

2017

**48. Cuantización de  $L$ :**

Compare el valor del momento angular para un electrón en el nivel fundamental ( $n = 1$ ) y en el nivel ( $n = 2, l = 1$ ) predichos por la teoría de Bohr, comparado con el resultado cuántico correcto,  $L = \sqrt{l(l+1)}\hbar$ . Luego, verifique para el caso  $l = n - 1$ , a partir de que valor de  $n$  ambas predicciones difieren en menos de un 5 %.

**49. Cuantización de la energía:**

Verifique los cálculos realizados en clase y muestre que la energía de un estado con número cuántico principal  $n$  es  $E_n = E_1/n^2$ , donde

$$E_1 = -\frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{me^4}{2\hbar^2},$$

y que  $E_1 = -13,6$  eV. Luego, siga los lineamientos de la clase para encontrar que el valor de  $a_0$  corresponde con el radio de Bohr.

**50. Números cuánticos:**

Para un electrón en el nivel  $n = 5$ , escriba todos los posibles valores de los números cuánticos  $l$  y  $m$ , el nombre del orbital, y el número total de estados diferentes que el nivel  $n = 5$  puede tener (recuerde que la multiplicidad es  $(2l + 1)$  para cada valor de  $l$ ). Luego, para el caso  $l = 4$ , calcule los posibles valores de  $L$  y  $L_z$ , y los posibles ángulos que forma el vector  $\vec{L}$  con el eje  $z$ .

**51. Soluciones:**

Muestre que  $T_2^0(\theta) = \frac{\sqrt{10}}{4}(3\cos^2\theta - 1)$  es solución de la ecuación cenital, y escriba la solución a la ecuación radial correspondiente (sáquela de la tabla de soluciones encontrando el valor de  $n$  correspondiente). Luego, verifique que  $R_1^0(\theta) = \frac{2}{a_0^{3/2}} e^{-r/a_0}$  es una solución de la ecuación radial.

**52. Solución radial:**

Utilizando la regla de normalización de la solución radial y la expresión para calcular los polinomios de Laguerre vista en clase, verifique que la solución correspondiente al nivel  $R_3^1$  es  $R_3^1 = \frac{4}{81\sqrt{6}a_0^{3/2}} \left(\frac{r}{a_0}\right) \left(6 - \frac{r}{a_0}\right) \exp\left(-\frac{r}{3a_0}\right)$ . Luego, a partir de las expresiones para los armónicos esféricos, encuentre la función de onda del estado  $\psi_{3,1,+1}(r, \theta, \varphi)$ . Compárela con la expresión vista en clase (Tabla 11/29 U05C03).

**53. Probabilidades:**

Para un electrón en un átomo de hidrógeno, la probabilidad de encontrarlo en un cascarón esférico de radio interior  $r$  y radio exterior  $r + dr$  (espesor  $dr$ ) es  $P(r) = r^2 |R_n^l|^2 dr$ .

Encuentre el valor de  $r$  para el cual la probabilidad de encontrar al electrón en el estado  $1s$  es máxima, y compare este valor con la predicción del modelo de Bohr para el nivel fundamental.

**54. Punto de viraje clásico:**

Calcule para que valor de  $r$ , la energía total del nivel fundamental del átomo de hidrógeno ( $n = 1$ ) es igual al valor de la energía potencial  $U(r) = e^2/(4\pi\epsilon_0 r)$ . A este valor,  $r_c$  se lo conoce como punto de viraje clásico, ya que en el análisis clásico el electrón siempre estará confinado a  $r \leq r_c$ , cosa que no ocurre para el análisis cuántico. Luego, calcule el valor  $P(r_2) = r_c^2 |R_1^0(r_c)|^2$  de encontrar al electrón en un entorno de  $r_c$ , verificando que es mayor que cero, y que por lo tanto hay una probabilidad no nula de encontrar al electrón en  $r > r_c$ .

**55. Cercanos y lejanos:**

Para un electrón en el nivel  $1s$ , calcule el valor de  $\psi(r, \theta, \varphi)$  para  $r = a_0$  y  $r = a_0/2$ . Luego, calcule la probabilidad de que un electrón en ese estado se encuentre entre  $a_0/2$  y  $a_0$ , entre  $a_0$  y  $2a_0$ , y luego entre  $5a_0$  y  $6a_0$ .

**56. Reglas de selección:**

A partir de las reglas de selección para las transiciones entre dos estados del átomo de hidrógeno,  $\psi_{n'l'm'_l} \rightarrow \psi_{nlm_l}$ :  $\Delta l \equiv l' - l = \pm 1$  y  $\Delta m_l \equiv m'_l - m_l = 0, \pm 1$ , encuentre cuales transiciones son permitidas y cuales son prohibidas para una transición  $4f \rightarrow 3d$ , para una transición  $3d \rightarrow 2p$  y finalmente para la transición  $4f \rightarrow 2p$ . Verifique si es más conveniente para el electrón (es decir, si hay más transiciones permitidas) para la transición directa o para aquellas que pasan por el nivel  $3d$ .