Universidad Nacional de Río Negro - Profesorados de Física

Física Moderna A
Postulados de la Mecánica Cuántica

Asorey

2017

23. Δp:
Utilice el principio de incertidumbre para analizar la validez de la siguiente afirmación: "Un nuevo método de medición permite determinar la posición de un electrón con una resolución espacial de 0,05 nm y medir, en forma simultánea, la velocidad del mismo con una precisión de 10 m/s". Justifique.

24. ΔE:
Se dice que un estado excitado de un átomo es metaestable cuando el electrón puede permanecer en ese estado por tiempos largos comparados con los tiempos típicos de una transición atómica (ms para un estado metaestable frente a ns para un estado normal). Imagine un átomo con un estado normal de una duración de 1 ns y un estado metaestable de 1 ms de duración. ¿Cuál es la incertidumbre que puede obtenerse para la medición de la energía de esos dos estados? Justifique.

25. **Mesón eta**:
El mesón η es una partícula inestable con una masa $m = 549\,\mathrm{MeV/c^2}$ y una vida media de 7×10^{-19} s. ¿Cuál es la incertidumbre para la medición de la masa de la partícula?

26. **Microscopio electrónico, 1**:
Para un microscopio electrónico, calcule cual debe ser el voltaje de aceleración necesario para que la longitud de onda de los electrones acelerados sea de 0,04 nm suponiendo que inicialmente el electrón está en reposo. ¿Qué pasaría con el voltaje si se usaran protones?

27. **Microscopio electrónico, 2**:
Calcule la energía de un fotón con una longitud de onda de 1 nm, y compárela con la energía cinética de un electrón de la misma longitud de onda.

28. **Microscopio electrónico, 3**:
Calcule la energía cinética de un electrón cuya longitud de onda es igual a la de un fotón de 0,1 MeV.

29. **Velocidad de grupo y velocidad de fase**:
A partir de las relaciones de De Broglie para una partícula de masa m que se mueve a velocidad v, $E = hf$ y $p = h/\lambda$, calcule la velocidad de grupo $v_g = \omega/k$ y la velocidad de fase $v_p = \partial\omega/\partial k$ como función de la velocidad de la partícula v.

30. **Función de onda**:
Imagine que se propone una función de onda para una partícula confinada en una región unidimensional para $x \geq 0$ de la forma $\psi(x) = Ae^{\lambda x}$, con $A, \lambda \epsilon \mathbb{R}$. Diga para que

valores de λ ψ puede ser una buena función de onda, y luego obtenga una función para A. Indique las unidades de λ y A.

31. **Función de onda**:
Diga si las siguientes funciones pueden ser funciones de onda. Si lo son, proponga valores para normalizar las mismas, y si no lo son explique porque y proponga como pueden serlo:

   a) $\psi(x) = A|x|, \qquad -2 < x < 2;$
   b) $\psi(x) = A, \qquad A \epsilon \mathbb{C}, x \geq 0;$
   c) $\psi(x) = A \tan x, \qquad x \geq 0;$
   d) $\psi(x) = Ae^{ax}, \qquad a > 0, x \geq 0;$
   e) $\psi(x) = Ae^{ax}, \qquad a > 0, x \leq 0;$
   f) $\psi(x) = Ae^{ax^2}, \qquad a < 0, -\infty < x < \infty;$
   g) $\psi(x) = A\sqrt{ax}, \qquad a > 0, 0 < x < 3;$

32. **Probabilidades**:
Un sistema está descripto por la siguiente función de onda: $\psi(x) = Ae^{-(x/\alpha)^2}$, con A y α constantes positivas. Si $\alpha = a_0$ (el radio de Bohr), obtenga el valor de A que normalice la función y luego calcule cuál es la probabilidad de encontrar a la partícula en la región $-a_0/2 \leq x \leq a_0/2$. Luego, diga cual es la probabilidad de encontrar a la partícula en la región $100a_0 \leq x \leq 101a_0$.

33. **Fase temporal**:
La ecuación de Schrödinger,

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \hat{U}(x,t)\right)\Psi(x,t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(x,t)$$

se reduce a la llamada ecuación de Schrödinger independiente del tiempo o bien, ecuación de Schrödinger estacionaria, si el potencial no depende explícitamente del tiempo, es decir, $U(x,t) = U(x)$:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \hat{U}(x)\right)\Psi(x,t) = E\Psi(x,t).$$

Demuestre que si $\psi(x)$ es una solución de la ecuación estacionaria con energía E, entonces $\Psi(x,t) = \psi(x)\varphi(t)$, donde $\varphi(t) = e^{-i\omega t}$ es una solución de la ecuación de Schrödinger bajo una cierta relación entre ω y E. Encuentre dicha relación.

34. **Coseno cuadrado**:
La función de una onda de una partícula es $\psi(x) = A\cos^2(x), \quad -\pi/2 < x < \pi/2$. Calcule el valor de A y luego obtenga la probabilidad de encontrar a la partícula en el intervalo $[0, \pi/4]$.

35. **Superposición**:
Demuestre que si Ψ_1 y Ψ_2 son funciones de onda cuánticas, y por ende, son soluciones de la ecuación de Schrödinger, entonces la combinación lineal de ambas, $\Psi = a_1\Psi_1 + a_2\Psi_2$ también lo es.

36. **Paquete de onda**:
Resuelva el problema 39.68 de Física Universitaria Tomo 2 Ed. 12, pg. 1374.

37. **Electrón en una caja**:
    Imagine un electrón confinado en un potencial unidimensional con la siguiente forma: $V(x) = 0$si $0 < x < a_0$, con a_0 el radio de Bohr, e infinito en el resto del espacio. Encuentre los valores de cantidad de movimiento, energía y las funciones de onda para $n = 1,2,3,4$. Luego calcule en que lugares será más probable encontrar al electrón, y en que lugares nunca lo encontraremos. Justifique. Finalmente, calcule la incertidumbre esperada para una medición de la cantidad de movimiento del electrón si suponemos $\Delta x = a_0$. Compare este valor con el valor de p_1.

38. **Auto en una cochera**:
    Repita el ejercicio anterior, pero suponga ahora que tenemos un auto de masa $m = 1000\,\mathrm{kg}$ encerrado en una cochera de 8 metros de longitud. Justifique los resultados usando el principio de correspondencia.

39. **Deuterio**:
    El núcleo del átomo de deuterio, ^{2}H, tiene un electrón y un protón y un diámetro aproximado de 2 fm. Calcule los niveles de energía del neutrón confinado en el núcleo y las funciones de onda de los primeros tres niveles ($n = 1,2,3$). Suponga para ello que se comporta como una caja de paredes infinitas de longitud igual al diámetro nuclear.

40. **Ortonormalidad**:
    Una importante propiedad de los autoestados de un sistema ψ_n es que son ortonormales, es decir, que cumplen con la siguiente propiedad:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_i^* \psi_j \, dV = \delta_{ij},$$

    donde δ_{ij} es la llamada delta de Kronecker, $\delta_{ij} = 1$ si $i = j$ y $\delta_{ij} = 0$ si $i \neq j$. Verifique esta propiedad para las soluciones de la partícula en una caja de longitud L,

$$\psi_n(x) = \sqrt{\left(\frac{2}{L}\right)} \sin\left(\frac{\pi}{L} n x\right).$$