

Домашнее задание 2

Асписов Дмитрий Алексеевич, БПИ226

7 октября 2024 г.

Задача 4

Построить вывод секвенции $\Rightarrow (p \rightarrow q) \rightarrow ((\neg p \rightarrow q) \rightarrow q)$

Решение:

1. Применяем правило импликации справа ($\rightarrow R$):

$$\Rightarrow (p \rightarrow q) \rightarrow ((\neg p \rightarrow q) \rightarrow q)$$

превращается в:

$$p \rightarrow q \Rightarrow (\neg p \rightarrow q) \rightarrow q$$

2. Применяем правило импликации справа ($\rightarrow R$) для второй части:

$$p \rightarrow q \Rightarrow \neg p \rightarrow q \Rightarrow q$$

3. Применяем правило импликации слева ($\rightarrow L$) к $p \rightarrow q$. Получаем два случая:

$$\{p \Rightarrow q, \neg p \rightarrow q\} \quad \text{и} \quad \{\neg p \Rightarrow q, \neg p \rightarrow q\}$$

4. В первой ветви, секвенция $p \Rightarrow q, \neg p \rightarrow q$ выводима по правилу аксиомы ($p \Rightarrow p$), так как $p \rightarrow q$ и p дают q .
5. Во второй ветви, секвенция $\neg p \Rightarrow q, \neg p \rightarrow q$ также выводима, так как $\neg p$ и $\neg p \rightarrow q$ дают q через импликацию.

Таким образом, вывод секвенции завершён.

Задача 5

Доказать, что секвенция $\Rightarrow (p \rightarrow q) \rightarrow \neg p$ невыводима

Решение:

1. Рассмотрим структуру секвенции. Необходимо показать, что из $p \rightarrow q$ следует $\neg p$.
2. Применим правило импликации справа ($\rightarrow R$):

$$p \rightarrow q \Rightarrow \neg p$$

3. Секвенция $p \rightarrow q \Rightarrow \neg p$ утверждает, что если $p \rightarrow q$, то p должно быть ложным. Однако, это невозможно вывести, так как:
 - $p \rightarrow q$ означает лишь, что если p истинно, то q истинно, но это не даёт информации о том, что p ложно.
 - Для вывода $\neg p$ нам нужно доказать ложность p , но $p \rightarrow q$ не подразумевает этого.
4. Следовательно, секвенция невыводима.

Таким образом, данная секвенция не может быть доказана.