

1.1.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{(2)-2(1)} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 3 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{(2):(-2)} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & 0 \end{array} \right) -$$

$$\xrightarrow{(1)-(2)} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & 0 \end{array} \right) \quad \begin{aligned} x_1 &= -\frac{1}{2}x_3 \\ x_2 &= \frac{3}{2}x_3 \end{aligned}$$

$x_1 \quad x_2 \quad x_3$

Стандартная запись:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} \\ 1 \end{pmatrix} C_1 \quad \text{ФСР}$$

3.2.2

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ -x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 2 & 2 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & -2 & 2 & 0 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & -2 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -1 & 1 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{(2)+(1) \\ (3)-2(1)}} \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & -3 & 3 & 0 \\ 0 & -4 & 3 & -3 & 0 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{(3)-(2)} \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & -3 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{(2):4} \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{4} & \frac{3}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{(1)-3(2)} \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{4} & \frac{3}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4$

$$x_1 = -\frac{1}{4}x_3 + \frac{1}{4}x_4$$

$$x_2 = \frac{3}{4}x_3 - \frac{3}{4}x_4$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} & -\frac{3}{4} \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} c_1 + \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ -\frac{3}{4} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} c_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} c_1 + \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} c_2$$

QCP

Задача 2.5

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 2 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 2x_5 = 4 \\ 3x_1 - 4x_2 + 3x_3 - x_4 + 3x_5 = 6 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & | & 2 \\ 2 & -3 & 2 & 0 & 2 & | & 4 \\ 3 & -4 & 3 & -1 & 3 & | & 6 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{(2) - 2(1) \\ (3) - 3(1)}} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & | & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 2 & 0 & | & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 2 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{(2) \cdot (-1)} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & | & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 & | & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 2 & 0 & | & 0 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{(1) + (2)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -3 & 1 & | & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 & | & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 2 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} c_1 + \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} c_2}_{\text{Общее решение}}$$