

1. a $27x^6 + (a-x)^3 + 3x^2 = x-a$

$$3x^2 = t$$

$$x-a = p$$

$$t^3 + t = p + p^3$$

$$F(t) = F(p) \quad \text{тогда и наоборот тогда, когда} \quad t=p$$

$$\Rightarrow x-a = 3x^2$$

$$a = x - 3x^2$$

$$x - 3x^2 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$a = -3, b = 1, c = 0$$

$$D = 1$$

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{1}}{-6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}; \quad x_2 = \frac{-1 + \sqrt{1}}{-6} = \frac{0}{-6} = 0$$

Если $a=0$ уравнение имеет два корня $x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = 0$

Работа на отработку!

$$3x^2 - x + a = 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot 3 \cdot a = 1 - 12a$$

Когда $D > 0$, уравнение имеет два корня \Rightarrow

$$1 - 12a > 0$$

$$12a < 1$$

$$a < \frac{1}{12}$$

Ответ: $a \in (-\infty, 0) \cup (0, \frac{1}{12})$

3.9 Дополните к основному решению

$$f(x) = x^2 - 2x + 3$$

$$f'(x) = 2x - 2$$

$$f''(x) = 2 > 0$$

Следовательно, по второму основному условию
экстремума, $x=1$ — точка минимума. Проверим
при этом минимальное значение функции x

$$\text{З.8 } f(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{x^2}{3}$$

$$f'(x) = x^4 - x^2$$

$$f''(x) = 4x^3 - 2x$$

$$f''(-1) = -4 + 2 = -2 < 0$$

$$f''(0) = 0$$

$$f''(1) = 4 - 2 = 2 > 0$$

$$\text{З.6 } f(x) = x^3 - 3x + 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

$$f''(x) = 6x$$

$$f''(1) = 6 > 0$$

$$f''(-1) = -6 < 0$$

32

$$f(x) = 2x + 3\sqrt[3]{x^2}$$

$$f'(x) = 2 + \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$$

$$f''(x) = \left(2 + \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}\right)' = \frac{2'(\sqrt[3]{x}) - 2(\sqrt[3]{x})'}{3\sqrt[3]{x^2}} =$$

$$= -\frac{2 \cdot \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}}}{3\sqrt[3]{x^2}} = -\frac{\frac{2}{3} x^{-\frac{2}{3}}}{3\sqrt[3]{x^2}} = -\frac{\frac{2}{3}}{x^{\frac{2}{3}} \cdot 3} = -\frac{\frac{2}{3}}{3\sqrt[3]{x^2}} = -\frac{2}{9\sqrt[3]{x^2}}$$

$f''(x)$ - экстремумов не має, $x, 2$ мо ~~не~~ 0

$$f''(-1) = -\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3\sqrt[3]{-1}} = -\frac{2}{3} < 0$$

$$f''(1) = 2 + \frac{2}{3\sqrt[3]{1}} = 0$$