1.а $27x^6+(a-x)^3+3x^2=x-a$

$3x^2=t$

$x-a=p$

$t^3+t=p+p^3$

$F(t)=F(p)$ тогда и только тогда, когда $t=p$

$\Rightarrow$ $x-a=3x^2$

$a=x-3x^2$

$x-3x^2=0$

$D=b^2-4ac$

$a=-3,\ b=1,\ c=0$

$D=1$

$x_1=\frac{-1-\sqrt{1}}{-6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$; $x_2=\frac{-1+\sqrt{1}}{-6}=\frac{0}{-6}=0$

При $a=0$ уравнение имеет два корня $x_1=\frac{1}{3}; x_2=0$

Работа над ошибками!

$3x^2-x+a=0$

$D=1-4\cdot3\cdot a=1-12a$

Когда $D>0$, уравнение имеет два корня $\Rightarrow$

$1-12a>0$

$12a<1$

$a<\frac{1}{12}$

Ответ: $a\in(-\infty;0)\cup(0;\frac{1}{12})$

3.а Дополнение к основному решению

$f(x)=x^2-2x+3$

$f'(x)=2x-2$

$f''(x)=2>0$

Следовательно, по второму достаточному условию экстремума, $x=1$ - точка минимума. Функция принимает минимальное значение равное 2

3.б $f(x)=\frac{x^5}{5}-\frac{x^3}{3}$

$f'(x)=x^4-x^2$

$f''(x)=4x^3-2x$

$f''(-1)=-4+2=-2<0$

$f''(0)=0$

$f''(1)=4-2=2>0$

3.в $f(x)=x^3-3x+1$

$f'(x)=3x^2-3$

$f''(x)=6x$

$f''(1)=6>0$

$f''(-1)=-6<0$

32

$f(x) = 2x + 3\sqrt[3]{x^2}$

$f'(x) = 2 + \frac{2}{\sqrt[3]{x}}$

$f''(x) = \left(2 + \frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)' = \frac{2'(\sqrt[3]{x}) - 2(\sqrt[3]{x})'}{\sqrt[3]{x^2}} =$

$= -\frac{2 \cdot \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}}}{\sqrt[3]{x^2}} = -\frac{2}{3} \frac{1}{x^{2/3} \cdot x^{2/3}} = -\frac{2}{3} \frac{1}{x^{4/3}} = -\frac{2}{3} \frac{1}{\sqrt[3]{x^4}}$

$f''(x)$ существует во всех x, что $x \neq 0$

$f''(-1) = -\frac{2}{3} \frac{1}{\sqrt[3]{1}} = -\frac{2}{3} < 0$

$f'(-1) = 2 + \frac{2}{\sqrt[3]{-1}} = 0$