|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Название величины | Численное значение | Единицы измерения |
| - гравитационная постоянная |  |  |
| - масса Земли |  | кг |
| - радиус Земли | 6378,1 | км |
| - скорость истечения продуктов горения(ориентировочное значение) | 3000 | м/с |
| - давление на уровне моря | 101 325 | Па |
| R – универсальная газовая постоянная | 8,31 | Дж/(кг·К) |

**Формула Циолковского** на основе [1]

Предположим, что ракета летит в свободном пространстве, т.е. она не испытывает ни силы гравитации, ни сопротивления атмосферы и что скорость истечения продуктов сгорания относительно ракеты постоянна. Чтобы ракета получила наибольшую скорость, необходимо, чтобы отбрасывание продуктов происходило в одном направлении относительно звезд, то есть ракета не должна иметь вращающего момента, а это достигается прохождением равнодействующей сил взрывчатых масс через центр масс ракеты. Для замкнутой системы «ракета + газы» на основании закона сохранения импульса можно записать проекцию сил на ось, идущую вдоль перемещения ракеты (учтем, что начальная скорость при отрыве от Земли равна 0):

- конечная скорость ракеты после выброса топлива

- масса выброшенного топлива

- относительная скорость, с которой из ракеты будет выброшена некоторая порция газа

- масса ракеты без продуктов горения

Эта формула применима к ситуации единовременного выброса масс газа из сопла ракеты. Опишем модель движения с постепенным выбрасыванием продуктов горения. Рассмотрим момент времени - малый промежуток времени:

* По з-ну сложения скоростей в векторном виде:

- скорость топлива относительно Земли

- скорость ракеты относительно Земли

- скорость после ее прироста из-за выброса топлива

- скорость истечение газов (const) относительно ракеты

* Изменение массы системы

Получим , т.е. масса ракеты уменьшаетя и изменение ее массы равно по модулю изменению массы выброшенных газов

– новая массы ракеты

- масса выброшенных газов

* Применим закон сохранения импульса в ИСО, связанной с Землей:

Подставим вместо из п.2

Раскроем скобки и получим соотношение (при изменении массы тела меняется его скорость):

Разделим всё на время и получим:

Справа получаем расход топлива, умноженный на скорость истечения газов. Это произведение называется реактивной силой. Проинтегрируем это отношение для времени от 0 до некого - времени выброса всех продуктов горения. Запишем для маленького промежутка времени , проецируя на ось из первого ЗСИ:

Для большого промежутка времени от 0 до :

- начальная масса

- начальная скорость ракеты (для первой ступени 0, для последующих

- масса ракеты в данный момент времени.

* – сила тяги, расчет далее
* - секундный массовый расход топлива
* u - удельный импульс

для более глобального расчета массы:

Здесь описана - сухая масса ракеты, масса – масса j-ой ступени с топливом, – массовый расход за время работы i-ой ступени.

**Вывод формулы удельного импульса** (он же скорость истечения газов) [2]

Будем рассматривать стационарный поток, у которого через любое сечение канала в единицу времени проходит одно и то же количество газа m=const, кг/c, т.е. m1=m2=m3=const, кроме того, параметры газа в любой точке потока с течением времени не изменяются. Выведем формулу располагаемой работы газа.

Уравнение первого закона термодинамики в общем виде для течения газа или пара

Изменением внешней потенциальной энергии газа будем пренебрегать: = 0. Рассмотрим случай, когда сам канал с газом неподвижен и, следовательно, газ никакой внешней технической работы не совершает, т.е. = 0.

Наряду с внутренней энергией в термодинамике при рассмотрении многих процессов удобно использовать такую функцию, как энтальпия. Определительное выражение для энтальпии имеет вид:

— внутренняя энергия; — давление ; — объем системы

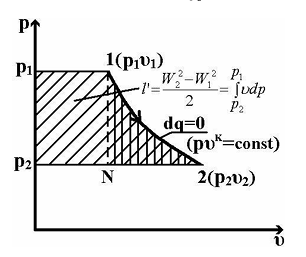
Для нашего случая получаем

Тогда уравнение первого закона термодинамики примет вид:

Процесс течение газов адиабатный, т.к. нет подвода теплоты извне. Стало быть,

Для потока без трения уравнение имеет вид (из-за прописанных ранее условий изменение внутренней энергии пример равным нулю) (оно же уравнение Бернулли):

**Формула для располагаемой работы** для сжимаемой жидкости (газов и паров)**:**



и – скорость потока газа по сечению в начале и конце канала соответственно

– давление газа на входе канала, - давление газа на выходе из канала

Для адиабатного процесса имеем: ; Отсюда:

Работа , пошедшая на увеличение кинетической энергии потока газа при его адиабатном течении:

Пусть в продолжении всего процесса истечения начальные параметры рабочего тела остаются неизменными ( =const).

Применяя это уравнение для случая истечения газов и паров, будем полагать, что начальная скорость течения W1=0 (газ в резервуаре неподвижен). Здесь р1 - давление в резервуаре; р2 – давление газа на срезе выходного отверстия.

Полученное значение u – значение скорости истечения газов/удельный импульс.

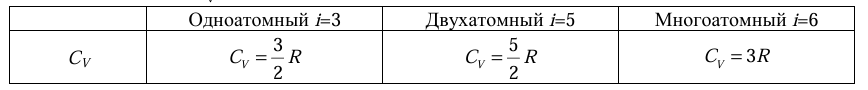
Чтобы посчитать его, необходимо с помощью вычислений из области химии вывести коэффициент адиабаты [4]

Теплоемкостью тела называется коэффициент пропорциональности между изменением его температуры и количеством подведённой теплоты:

Мольной (молярной) теплоемкостью называется теплоемкость одного моля вещества

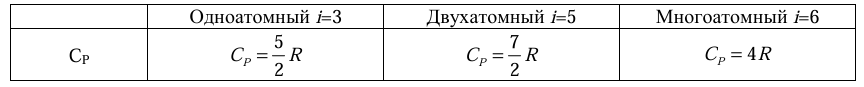
Коэффициент:

для изохорной молярной теплоемкости:



соотношением Майера:

для молярной изобарной теплоемкости:

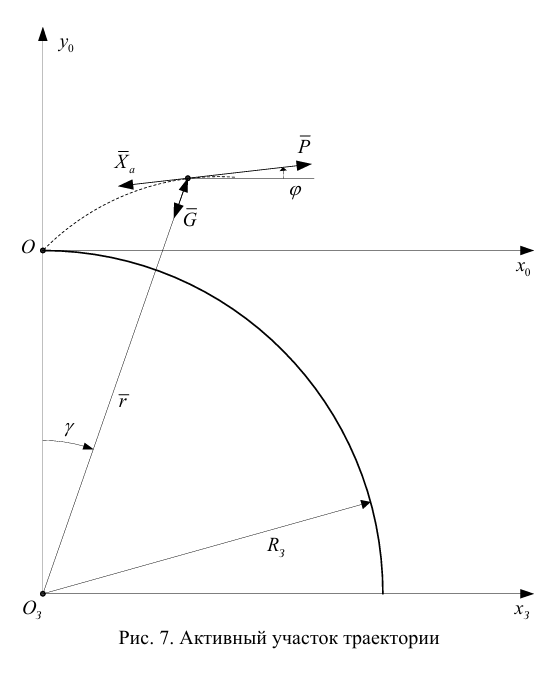


**Расчет траектории движения** (на основе [4] и [5])

Траектория (условная линия в пространстве, по которой движется тело) движения ракеты под действием силы тяжести и силы атмосферного сопротивления называется баллистической траекторией.

Допущения: Рассмотрим продольное движение без учета вращения Земли. Примем углы атаки равными нулю. Пренебрежем величиной подъемной аэродинамической силы.

Рассмотрим более подробно расстановку сил:



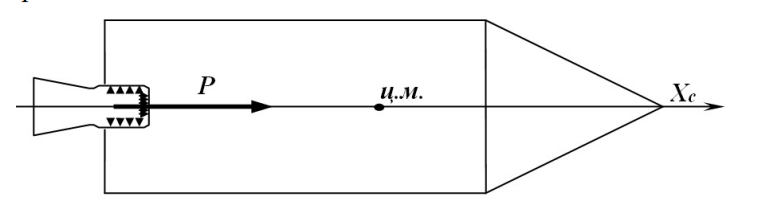
* XOY - система координат, связанная с Землёй
* XOY с коэффициентом з - система координат, связанная с центром Земли
* O - точка старта ракеты
* P - сила тяги реактивного двигателя
* G - сила тяжести
* Угол тангажа ϕ – это угол между продольной осью ракеты и горизонтальной плоскостью.
* Угол крена γ – это угол между местной вертикальной плоскостью, проходящую через продольную ось ракеты, и плоскостью стабилизатора.
* r – радиус вектор, соединяющий положение тела в пространстве с началом отсчета системы координат XOY с коэффициентом з

Дальность полета до момента выхода на орбиту Земли:

Рассмотрим силы по-отдельности:

Сила тяги

Сила равнодействующей поверхностных сил давления продуктов сгорания топлива на внутреннюю стенку камеры сгорания двигателя (см. рис. 2.6). Необходима для придания ракете поступательного ускоренного движения в пространстве, без вращательной составляющей, поэтому вектор этой силы должен быть направлен вдоль оси и проходить через центр масс ракеты.



Величина силы тяги возрастает с увеличением высоты полета согласно выражению:

* - тяга на уровне моря или стендовое значение тяги
* - площадь выходного сечения сопла
* - атмосферное давление на уровне моря
* - атмосферное давление на произвольной высоте

Лобовое сопротивление

Вследствие выгорания топлива, разделения ступеней и изменения ускорения земного притяжения с высотой полета величина ее непрерывно изменяется. Кроме того, изменяется точка приложения силы тяжести (центр масс). Так как сила тяги P должна проходить через центр масс ракеты, то при изменении массы ракеты (уменьшения массы окислителя и горючего) центр масс должен двигаться вдоль продольной оси .

Согласно уравнению Бернулли(сумма статического, динамического и гидростатического давления остается величиной постоянной в любом сечении несжимаемой жидкости). Будем приближенно считать газ несжимаемым, а его температура постоянна. Изменение потенциальной энергии пример равным нулю.

– давление

– плотность воздуха

V – скорость набегания воздушного потока на пластинку

Для двух сечений потока воздуха (2 – состояние вблизи пластинки, где скорость потока воздуха равна 0):

c – коэффициент, учитывающий отклонение экспериментальной аэродинамической силы от теоретической.

Запишем уравнение сил:

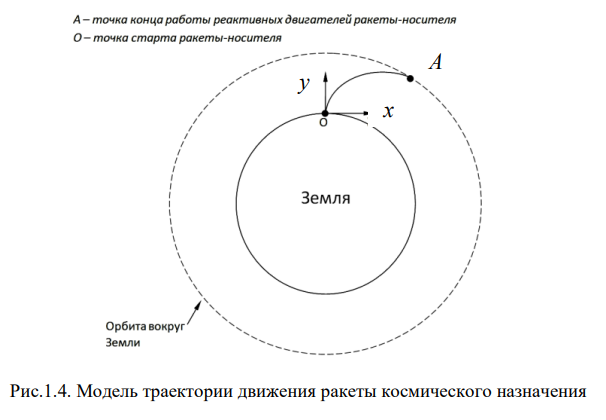
В проекции на оси системы XOY

Из кинематики:

Из геометрических соображений:

С помощью 4 ступени ракетоноситель преодолел земную орбиту, развив вторую космическую скорость.

Первые три ступени использовались для выхода на орбиту Земли и развитие соответствующей первой космической скорости. Через эти же формулы найдем высоту подьема для скорости



По [Физические основы механики](https://online.mephi.ru/courses/physics/osnovi_mehaniki/)

Примем орбиту за окружность. Тогда применимы формулы для частного случая криволинейного поступательного движения, когда вектор скорости тела не изменяется по модулю:

Первые три ступени использовались для выхода на орбиту Земли и развитие соответствующей первой космической скорости:

* - нормальное ускорение
* - первая скорость тела на земной орбите (искомая космическая скорость)
* - радиус Земли

Согласно II закону Ньютона для инерциальной системы отсчета, связанной с Землей, получим:

* - сила тяжести
* - масса тела
* - масса Земли
* - гравитационная постоянная

Выразим скорость:

На любых перемещениях приращение кинетической энергии материальной точки равно сумме работ всех сил



Для того чтобы тело (при отсутствии сопротивления среды) могло преодолеть земное притяжение и уйти в космическое пространство, необходимо, чтобы [кинетическая энергия](https://online.mephi.ru/courses/physics/osnovi_mehaniki/data/glossary/descriptions/10_5.html) тела на поверхности планеты была равна (или превосходила) работу, совершаемую против сил земного притяжения. Тогда закон имеет вид:

* - работа силы гравитационного притяжения
* - скорость тела при выходе с орбиты (вторая космическая)

Наша ракета приобретет касательное и тангенциальное ускорение, следовательно, к моменту окончания вращения по орбите у нее будет полное ускорение и своя скорость. Но мы рассматриваем орбиту в виде окружности, поэтому скорость реальна может отличаться от полученной.

Через соотношение радиусов и знание высоты орбиты Земли находим длину окружности орбиты, но т.к. движение по окружности – частный случай криволинейного движения, скорость постоянна во время всего перемещения на наши 270 градусов.

Источники:

[1] - Введение в проектирование, конструирование и производство ракет: учеб. пособие / В. В. Волоцуев, И.С. Ткаченко. – Самара: Изд во Самарского ун-та, 2017. – 88 с.

[2] - материалы 204 кафедры МАИ В.К. Кошкин, Т.В. Михайлова. “Техническая термодинамика. Программированное учебное пособие для студентов авиационных вузов” [РАЗДЕЛ V](https://k204.ru/books/michaylova/5.pdf): [Термодинамическая теория истечения газов и паров. Процесс дросселирования](https://k204.ru/books/michaylova/5.pdf).

[3] - Физическая химия: теория и практика выполнения расчет ных работ : в 2 ч. ч. 1 : Экстенсивные свойства гомогенных си стем / [е. и. степановских и др.] ; М-во образования и науки рос. Федерации, урал. федер. ун-т. — екатеринбург : изд-во урал. ун та, 2016. — 14 с.

[4] - лекция МГТУ Баумана, [2й\_семестр\_Лекция\_12](http://fn.bmstu.ru/files/FN4/lec_2sem/2sem_lec_12.pdf?ysclid=m3aqk5arnq223838142) (<http://fn.bmstu.ru/files/FN4/lec_2sem/2sem_lec_12.pdf?ysclid=m3aqk5arnq223838142>)

[5] - Основы теории полета : метод. указания к выполнению лаборатор ных работ для студентов, обучающихся по специальности 24.05.01 «Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно космических комплексов» очной формы обучения / сост. А. В. Быков ; СибГУ им. М. Ф. Решетнева. – Красноярск, 2023. – 52 с.

[6] – Физические основы механики, I курс НЯУ МИФИ https://online.mephi.ru/courses/physics/osnovi\_mehaniki/data/lecture/5/p6.html?ysclid=m3c17cmu30941472268