DEVOIR LIBRE 4

Exercice 1

1. Simplifier les expressions suivantes:
   $A=\cos\left(x+\frac{17\pi}{2}\right)+\sin(x-23\pi)+2\cos\left(\frac{21\pi}{2}-x\right)$ $\quad B=\dfrac{\cos^3(x)+\cos(x)\sin^2(x)+\sin(x)}{\sin(x)+\cos(x)}$
   $C=\cos(x)\tan(x+\pi)+\sin(x)\tan(\frac{\pi}{2}+x)$ $\quad D=\cos^2\frac{\pi}{10}+\cos^2\frac{4\pi}{10}+\cos^2\frac{6\pi}{10}+\cos^2\frac{9\pi}{10}$
2. Sachant que $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$, calculer $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

Exercice 2

On pose $A(x)=4\sin^2(x)+2\cos^2(x)-5\sin(x)$.

1. Calculer $A(0);A\left(\frac{\pi}{2}\right);A\left(\frac{\pi}{4}\right)$ et $A\left(\frac{\pi}{6}\right)$.
2. Vérifier que $A(\pi-x)=A(x)$.
3. Calculer $A\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ et $A\left(\frac{5\pi}{6}\right)$.
4. Montrer que $A(x)=(2\sin(x)-1)(\sin(x)-2)$.
5. Résoudre dans $]-\pi;\pi]$ l'équation: $A(x)=0$.
6. Résoudre dans $]-\pi;\pi]$ l'inéquation: $A(x)<0$.

Exercice 3

1. (a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations:
   i. $(E_1): 2x^2+x-1=0$ ii. $(E_2): -4x^2+4\sqrt{3}x-3=0$ iii. $(E_3): -3x^2-x=0$
   (b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations:
   i. $(E_4): 2x^4+x^2-1=0$ ii. $(E_5): -4x+4\sqrt{3x}-3=0$ iii. $(E_6): -\frac{3}{x^2}-\frac{1}{x}=0$
   (c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations:
   i. $(I_1): (2x^2+x-1)(-4x^2+4\sqrt{3}x-3)>0$ ii. $(I_2): \frac{2x^2+x-1}{-3x^2-x}\leq 0$
2. (a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations:
   i. $(E_7): |4x^2-1|=1+|x|$ ii. $(E_8): (4x^2-1)^2=1+x^2$ iii. $(E_9): \sqrt{4x^2-1}=1+2x$
   (b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations:
   i. $(I_3): |4x^2-1|>1$ ii. $(I_4): (4x^2-1)^2\leq 1$ iii. $(I_4): \sqrt{4x^2-1}\geq 1$
3. Résoudre graphiquement le système: $\begin{cases} 5x-2y-4<0 \\ -3x+4y\leq 6 \end{cases}$