

سلسلة 2: الإشتقاق و تطبيقاته

التمرين 1

لتكن f الدالة المعرفة بما يلي: $f(x) = x + 1 + \sqrt{x^2 + 4x}$ و ليكن (C) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
2. بين أن المستقيم ذي المعادلة $y = 2x + 3$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.
3. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في 0 وعلى اليسار في -4 ثم أعط تأويلا هندسيا.
4. أعط جدول تغيرات الدالة f ثم أنشئ المنحنى (C) .
5. حل مباني المتراجحة $f(x) > 0$.

التمرين 4

لتكن f الجالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي:
 $f(x) = -1 + \sqrt[3]{1-x}$
 و (C_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
2. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليسار في 1 ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة.
3. أدرس تغيرات الدالة f .
4. أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) .
5. حدد $f(0)$ و $f'(0)$ ثم أنشئ (C_f) .
6. بين أن f تقبل دالة عكسية معرفة على مجال I ينبغي تحديده.
7. حدد $f^{-1}(x)$ لكل x من I .
8. أنشئ $(C_{f^{-1}})$ في نفس المعلم السابق.

التمرين 2

نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x}}{1+x}; & x \geq 0 \\ f(x) = x\sqrt{x^2 - x}; & x < 0 \end{cases}$$

و ليكن (C) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. تحقق أن الدالة f متصلة في 0.
2. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين وعلى اليسار في 0 ثم أعط تأويلا هندسيا.
3. أدرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى (C) .
4. أحسب $f'(x)$ على كل من المجالين $]0; +\infty[$ و $]-\infty; 0[$.
5. أعط جدول تغيرات الدالة f .
6. أرسم المنحنى (C) .

التمرين 3

الجزء الأول: لتكن u و v الدالين المعرفتين على $[1; +\infty[$ بما يلي: $u(x) = \sqrt{\frac{x^2-1}{x}}$ و $v(x) = 1 + \frac{1}{x^2}$

التمرين 5

يعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي:

6. بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية على $[0; +\infty[$ ثم حدد دالتها العكسية.

التمرين 7

لتكن f الدالة المعرفة بما يلي: $f(x) = \frac{|2x^2 - x - 1|}{\sqrt{1 - x^2}}$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .
2. حدد $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.
3. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f في $-\frac{1}{2}$ ثم أول هندسيا النتيجة.
4. أحسب $f'(x)$ على كل من المجالين $]-1; -\frac{1}{2}[$ و $]-\frac{1}{2}; 1[$.
5. أعط جدول تغيرات الدالة f .
6. أنشئ منحنى الدالة f .

و (C_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. أدرس اتصال f في 1 ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
 2. بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = 2x$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.
 3. أدرس وضع المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (D) على المجال $[1; +\infty[$.
 4. أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f) .
 5. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f في 1 ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة.
 6. أحسب $f'(x)$ لكل x من المجال $] -\infty; 1[$.
 7. بين أن: $(\forall x \in]1; +\infty[) : f'(x) > 0$.
 8. أعط جدول تغيرات الدالة f ثم أنشئ المنحنى (C_f) .
 9. لتكن g قصور الدالة f على المجال $I = [1; +\infty[$.
- (أ) بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده.
- (ب) حدد تعبير $g^{-1}(x)$ لكل x من J .
- (ج) أنشئ $(C_{g^{-1}})$ في نفس المعلم السابق.

التمرين 6

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\frac{1}{2}; +\infty[$ بما يلي:

$$f(x) = \sqrt{2x+1} - \frac{x}{\sqrt{2x+1}}$$

و (C_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. حدد $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم أول هندسيا النتائج.
2. حدد $f'(x)$ لكل x من المجال $]-\frac{1}{2}; +\infty[$ و أعط جدول تغيرات f .
3. بين أن: $(\forall x \in]-\frac{1}{2}; +\infty[) : f''(x) = (2x+1)^{-\frac{5}{2}}(1-x)$.
4. بين أن النقطة A ذات الافصول 1 تمثل نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) .
5. أنشئ المنحنى (C_f) .