

## سلسلة 9: الاشتقاق

## التمرين 1

أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  في  $a$  في كل من الحالات التالية:

- (أ)  $a = 1$  و  $f(x) = \frac{2x-1}{x+3}$   
 (ب)  $a = 4$  و  $f(x) = \sqrt{2x+1}$   
 (ج)  $a = 2$  و  $f(x) = |x-2| - 3x$   
 (د)  $a = -2$  و  $f(x) = 2x^2 + 3x - 2$   
 (هـ)  $a = -3^+$  و  $f(x) = |x^2 + 3x|$   
 (و)  $a = 0$  و  $f(x) = \frac{|x|}{|x+1|}$

## التمرين 2

لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بما يلي:  $\begin{cases} f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 5 & x \leq 2 \\ f(x) = \frac{x+1}{x-1} & x > 2 \end{cases}$

1. (أ) بين أن الدالة  $f$  قابلة للاشتقاق في 1 و حدد  $f'(1)$ .  
 (ب) حدد  $\varphi$  الدالة التآلفية المماسية للدالة  $f$  في 1.  
 (ج) استنتج قيمة مقربة لكل من العددين  $f(0,9999)$  و  $f(1,0002)$ .  
 2. (أ) أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  على اليمين و على اليسار في 2.  
 (ب) استنتج أن  $f$  قابلة للاشتقاق في 2 ثم أول مبيانها النتيجة.  
 (ج) أعط معادلة ديكرتية للمماس  $(T)$  لمنحنى الدالة  $f$  في النقطة ذات الأفضول 2.

## التمرين 3

أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  في  $a$  في كل من الحالات التالية:

- (أ)  $a = 1$  و  $\begin{cases} f(x) = 3x^2 - 4x & x < 1 \\ f(x) = -5x^3 + 2x^2 & x \geq 1 \end{cases}$   
 (ب)  $a = 0$  و  $\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 \sin(x)}{1 - \cos(x)} & x \in ]-\pi; \pi[ \setminus \{0\} \\ f(0) = 0 \end{cases}$   
 (ج)  $a = 0$  و  $\begin{cases} f(x) = x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

## التمرين 4

1. لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بما يلي:  $\begin{cases} f(x) = x^2 + 1 & x \geq 1 \\ f(x) = \frac{2}{x} & x < 1 \end{cases}$

- (أ) أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  على اليمين في 1 ثم أول مبيانها النتيجة.  
 (ب) أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  على اليسار في 1 ثم أول مبيانها النتيجة.

(ج) هل  $f$  قابلة للاشتقاق في 1 ؟2. لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة بما يلي:  $g(x) = \frac{1-|1-x^2|}{x}$ أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $g$  في 1 وفي -1 ثم أول مبيانيا النتائج.3. لتكن  $h$  الدالة العددية المعرفة بما يلي:  $\begin{cases} h(x) = x^3 & |x| \leq 1 \\ h(0) = x + \sqrt{x^2 - 1} & |x| > 1 \end{cases}$ أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $h$  في 1 وفي -1 ثم أول مبيانيا النتائج.4. لتكن  $k$  الدالة العددية المعرفة بما يلي:  $\begin{cases} k(x) = \frac{\cos(x) - \cos(2x)}{x} & x \neq 0 \\ k(0) = 0 \end{cases}$ أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $k$  في 0 ثم أول مبيانيا النتيجة.

## التمرين 5

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بما يلي:  $\begin{cases} f(x) = 2x - 1 - \frac{2}{\sqrt{x}} & x \geq 1 \\ f(x) = ax^2 + bx & x < 1 \end{cases}$  حيث  $a$  و  $b$  عددين حقيقيين.1. أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  على اليمن في 1.2. حدد قيمة العددين  $a$  و  $b$  لكي تكون  $f$  قابلة للاشتقاق في 1.

## التمرين 6

حدد الدالة المشتقة للدالة  $f$  في الحالات التالية:

(ب)  $f(x) = \frac{-3x+1}{2x+1}$

(د)  $f(x) = (x+1)^3(2x-1)^2$

(و)  $f(x) = (x^2 + x - 1)(2x - 1)$

(ح)  $f(x) = \frac{x}{1+x^4}$

(ي)  $f(x) = \sqrt{2-9x}$

(يب)  $f(x) = \sin(x) \cos(2x)$

(يد)  $f(x) = x \tan^2(2x)$

(يو)  $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{3}}$

(ا)  $f(x) = x + (x-1)^3$

(ج)  $f(x) = 3x^4 - 5x^2 - 2x - 3$

(هـ)  $f(x) = \frac{x^2+x-1}{x^2+1}$

(ز)  $f(x) = \left(\frac{1-x}{2x-3}\right)^4$

(ط)  $f(x) = (x^3 - 2x)^9$

(يا)  $f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$

(يج)  $f(x) = \sin(3x) + 3 \cos(x)$

(يه)  $f(x) = 3x + \tan(x) - \sqrt{2}$

## التمرين 7

1. نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بما يلي:  $f(x) = \frac{x}{x-2\sqrt{x}+2}$ (ا) حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$ .(ب) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (ج) أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  على اليمن في 0 ثم أول مبيانيا النتيجة.(د) حدد الدالة المشتقة للدالة  $f$  على  $D_f \setminus \{0\}$ (هـ) استنتج جدول تغيرات الدالة  $f$ .

2. لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة بما يلي:  $g(x) = \frac{x+1}{\sqrt{2x^2+2}}$

(أ) حدد  $D_g$  مجموعة تعريف الدالة  $g$ .

(ب) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

(ج) بين أن الدالة  $g$  قابلة للإشتقاق على  $D_g$ .

(د) بين أن  $\forall x \in D_g : g'(x) = \frac{1-x}{\sqrt{2(1+x^2)^3}}$

(هـ) استنتج جدول تغيرات الدالة  $g$ .

### التمرين 8

1. لتكن  $f$  الدالة المعرفة بما يلي:  $f(x) = \frac{x+1}{x^2+x+1}$

(أ) حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$ .

(ب) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(ج) أحسب الدالة المشتقة للدالة  $f$ .

(د) استنتج جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(هـ) حدد معادلة ديكرتية للهماس لمنحنى الدالة  $f$  في النقطة ذات الأفصول 1.

2. لتكن  $g$  الدالة المعرفة بما يلي:  $g(x) = \frac{x+1}{x^2+2x+2}$

(أ) حدد  $D_g$  مجموعة تعريف الدالة  $g$ .

(ب) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

(ج) أحسب الدالة المشتقة للدالة  $g$ .

(د) استنتج جدول تغيرات الدالة  $g$ .

(هـ) حدد معادلة ديكرتية للهماس لمنحنى الدالة  $g$  في النقطة ذات الأفصول -1.

(و) بين أن  $\forall x \in D_g : g''(x) = \frac{2(x+1)(x^2+2x-2)}{(x^2+2x+2)^3}$