EXERCICE 1

Soit l'assemblage de ressorts représenté sur la *figure 1*, les nœuds d'extrémité *1* et *2* sont fixes (*encastrement*), une charge horizontale *P* est appliquée au nœud *4* :

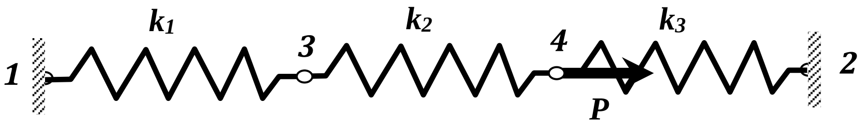


Figure 1

- Déterminer :

1. La matrice de rigidité globale.
2. Les déplacements des nœuds *3* et *4*
3. Les réactions aux nœuds *1* et *2*
4. L'effort dans chaque ressort

➢ *On donne :* $k_1=k$, $k_2=2k$, $k_3=3k$

EXERCICE 2

Soit l'assemblage de ressorts représenté sur la *figure 2*, le nœud d'extrémité *1* est fixe alors qu'un déplacement connu δ est imposé au nœud *5* :

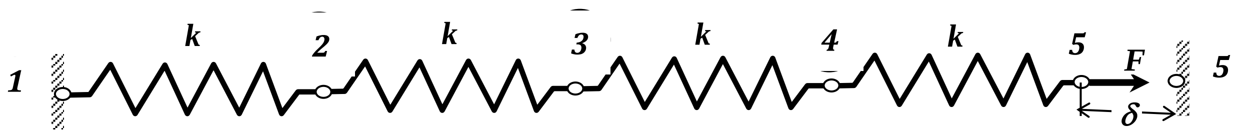


Figure 2

- Déterminer :

1. La matrice de rigidité globale.
2. Les déplacements des nœuds 2 et 4.
3. Les forces nodales globales.
4. Les forces élémentaires locales.

<u>A.N</u> : *$k=200$ kN/m et $\delta=20$ mm*

EXERCICE 1

Considérons l'assemblage de trois (03) barres de la *figure 1*.

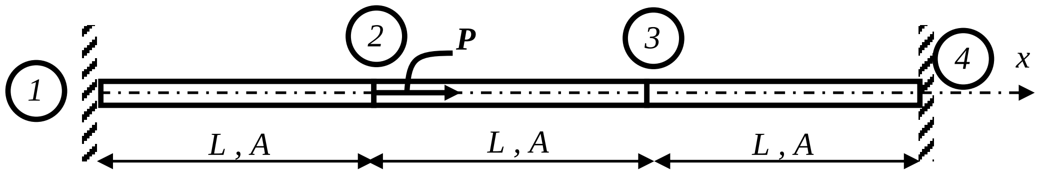


Figure 1

- Déterminer :
  1. La matrice globale de rigidité.
  2. Les déplacements des nœuds 2 et 3.
  3. Les réactions aux nœuds 1 et 4.

EXERCICE 2

Considérons la barre composée d'éléments de sections variables représentée sur la *figure 2*.

Soient *E* le module d'élasticité du matériau de la barre, les aires des sections droites sont : *A* entre les nœuds *1* et *2*, *2A* entre les nœuds *2* et *3* et *3A* entre les nœuds *3* et *4*.

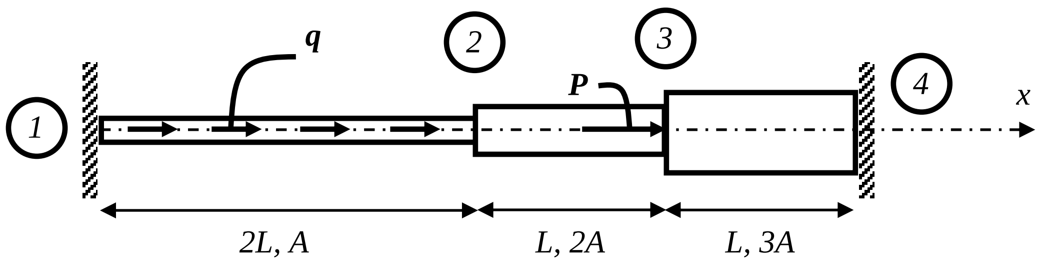


Figure 2

La barre est encastrée à ses deux extrémités (nœuds *1* et *4*) et sollicitée sur l'élément *1-2* par une charge *q* uniformément répartie.

Au nœud *3*, on applique une force concentrée d'intensité *P=2qL*.

- Déterminer les déplacements nodaux ainsi que les réactions d'appuis.

EXERCICE 3

Considérons la structure représentée sur la *figure 3*.

Soient E_1 et E_2 les modules d'élasticité des matériaux constituants les barres tels que $E_1=3E_2$.

Les sections droites sont de diamètres d_1 et d_2 avec $d_1=2d_2$ et les longueurs sont toutes égales $L_1=L_2=L$.

La structure est encastrée à l'extrémité gauche tandis qu'à l'autre elle est reliée à un ressort linéaire de rigidité $k=E_1A_1/L_1$. Au nœud *2* s'applique une charge d'intensité *P*.

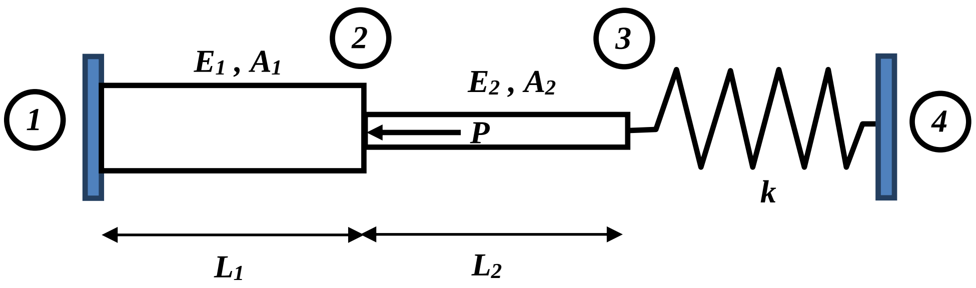


Figure 3

- Déterminer les efforts internes dans chaque élément.

EXERCICE 4

Soit à analyser la structure de la *figure 4,* composée d'une barre et d'un ressort.

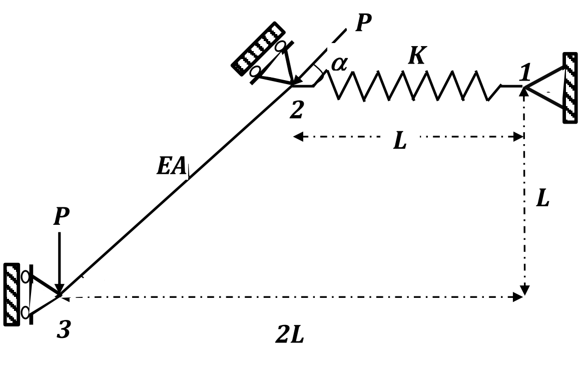


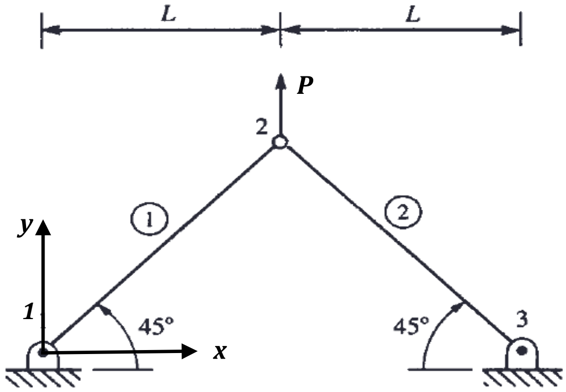
Figure 4

➢ Déterminer les forces locales dans les deux éléments. *On donne :* $K=\frac{EA}{2\sqrt{2}\,L}$

EXERCICE 1

Soit la structure en treillis plan ci-contre :

- Déterminer :
  1. La matrice de rigidité globale.
  2. Les déplacements du *nœud 2*.
  3. Les contraintes à l'intérieur de l'*élément 1*.

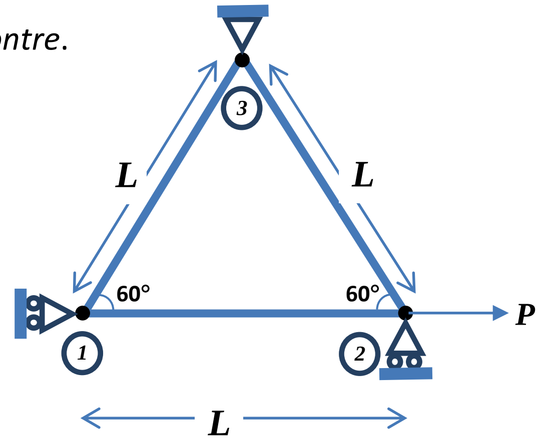


EXERCICE 2

Soit le système composé de trois (03) barres de la *figure ci-contre*.

Toutes les barres possèdent la même longueur *L* et la même rigidité *EA*.

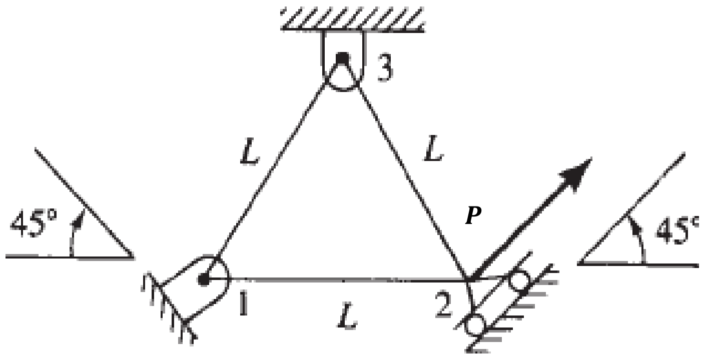
1. Déterminer la matrice de rigidité du système.
2. Calculer les déplacements nodaux.
3. Calculer les efforts normaux dans les barres.



EXERCICE 3

Soit à analyser la structure en treillis ci-contre composée de trois (03) barres semblables de rigidité extensionnelle *EA*.

- Déterminer :
  1. Les déplacements du nœud *2*.
  2. L'effort interne dans l'élément *2-3*.
  3. La contrainte dans l'élément *2-3*.

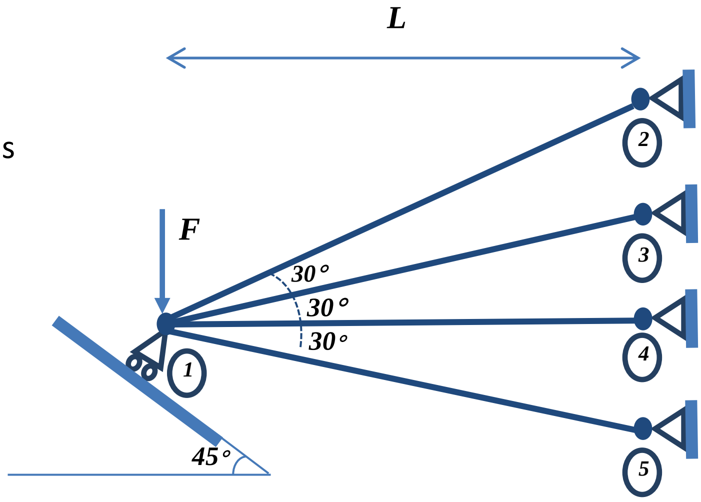


EXERCICE 4

Soit la structure composée de quatre (*04)* barres et de *05* nœuds représentée ci-contre.

Le chargement se résume à la force verticale *F* appliquée au nœud *1*.

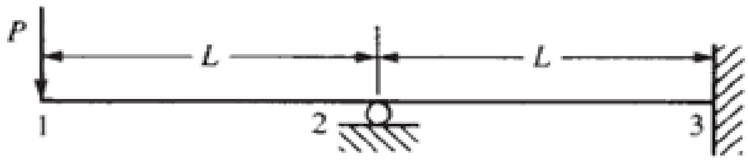
Toutes les barres présentent la même rigidité axiale *EA*.



- Déterminer :
  1. La matrice de rigidité globale du système.
  2. La réaction normale à la pente en *1* ainsi que les déplacements au nœud *1.*
  3. Les efforts dans les barres.

EXERCICE 1

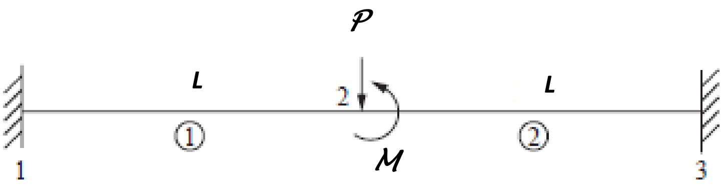
Considérons la poutre de rigidité flexionnelle constante EI suivante :



- Déterminer :
  1. La matrice de rigidité globale.
  2. Les déplacements nodaux.
  3. Les forces nodales globales.
  4. Les forces nodales locales associées à chaque élément.
  5. Les diagrammes *N, T, M*.

EXERCICE 2

Soit la poutre console de rigidité de flexion EI constante représentée sur la figure ci-dessous *:*

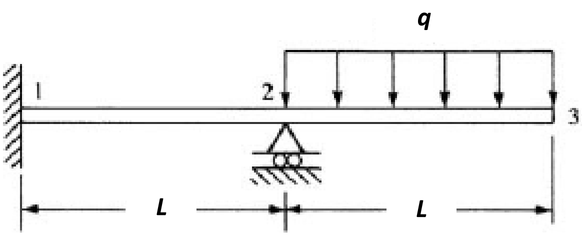


- Déterminer :
  1. Le déplacement et la rotation du nœud 2.
  2. Les forces nodales locales associées à chaque élément.
  3. Les diagrammes *N, T, M*.

A.N : $E = 200\ GPa$, $I = 4 \cdot 10^{-4}\ m^4$, $P = 10\ KN$, $M = 20\ KN.m$, $L = 3\ m$

EXERCICE 3

Soit la poutre console de rigidité flexionnelle EI constante chargée telle que représentée sur la figure ci-contre :



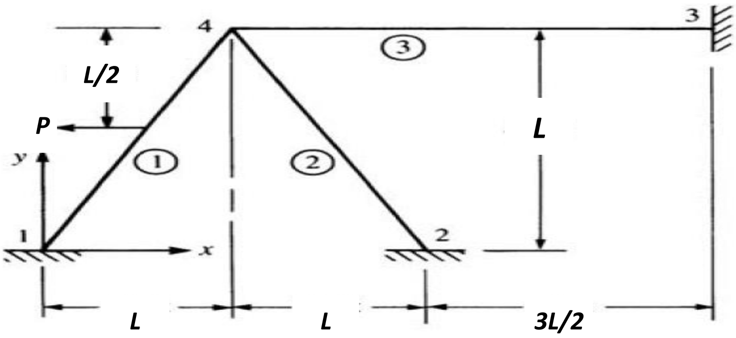
- Déterminer :
  1. Les déplacements nodaux.
  2. Les forces nodales locales et globales.

A.N : $q = 8\ KN/ml$, $L = 4\ m$
$E = 70\ GPa$, $I = 3 \cdot 10^{-4}\ m^4$

EXERCICE 04

Le portique composé de trois *(03)* éléments poutres représenté ci-contre est soumis à une charge horizontale *P* appliquée au centre de l'*élément 1*.

Les nœuds *1*, *2* et *3* sont fixes.

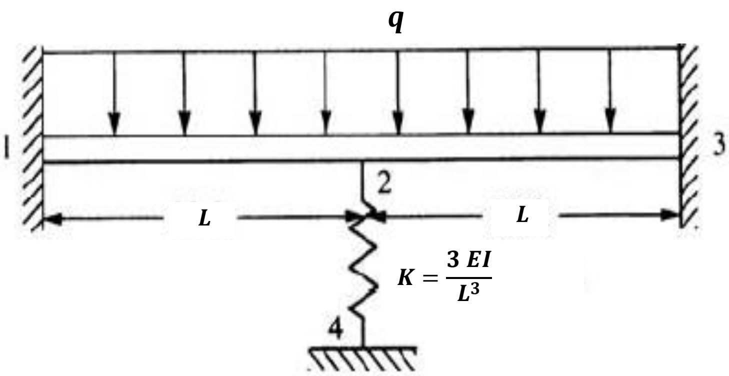


- Déterminer les déplacements du *nœud 4*.

A.N : E = 210 GPa , I = 33·10^{-5} m^{4} , A = 2·10^{-3} m^{2} , P = 60 KN , L= 2 m

EXERCICE 5

Soit la structure en éléments finis, illustrée sur la *figure ci-contre,* constituée de deux éléments poutres de même rigidité flexionnelle EI et d'un élément ressort de rigidité K.

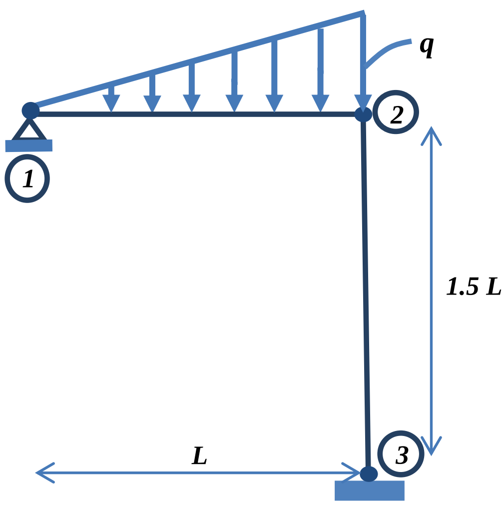


- Déterminer :

1. Les déplacements du nœud *2*.
2. Les efforts élémentaires pour chaque nœud.

EXERCICE 6

Soit le portique, représenté ci-contre, composé de deux éléments poutres de même section A et de mêmes modules d'élasticité E et G constants sur toute la longueur. Le nœud *1* repose sur un appui double tandis que le nœud *3* est encastré.



1. Déterminer la matrice de rigidité du système.
2. Calculer les déplacements nodaux.
3. Donner les réactions d'appuis.

EXERCICE 1

Soit l'élément représenté illustré à la *figure 1* :

- Coordonnées *(m)* : *1 (0, -1), 2(2,0), 3(0,1)*
- $E = 200\ GPa$, $\upsilon = 0.25$
- Epaisseur : $e = 2.5\ cm$

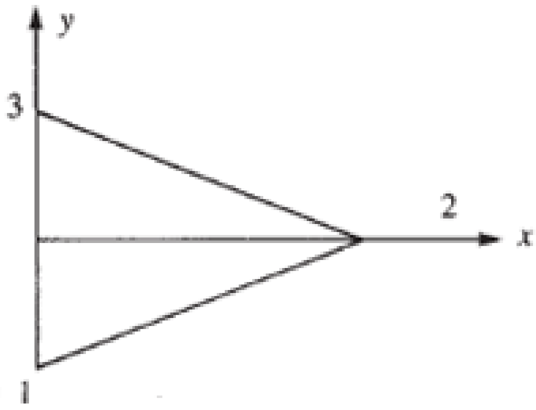


Figure 1

- Evaluer la matrice de rigidité pour l'élément.
- Déterminer les contraintes dans l'élément.

A.N : $u_1 = 0$, $v_1 = 0.63\ mm$, $u_2 = 0.3\ mm$, $v_2 = 0$, $u_3 = 0$ et $v_3 = 0.63\ mm$

EXERCICE 2

Pour la plaque mince soumise à la traction surfacique représentée dans la *figure 2* :

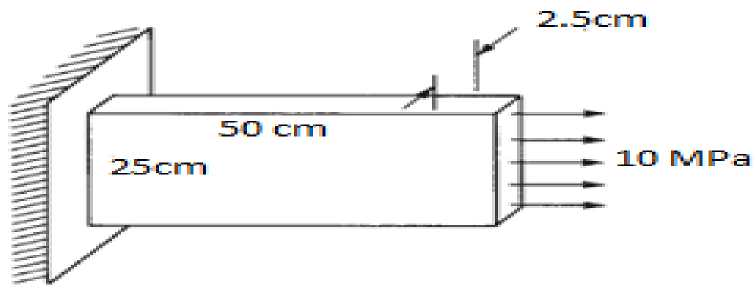


Figure 2

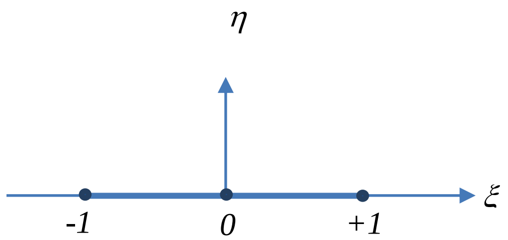
- Déterminer les déplacements nodaux et les contraintes dans l'élément.

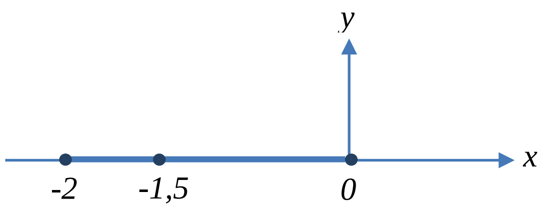
A.N : $E = 200\ GPa$, $\upsilon = 0.25$

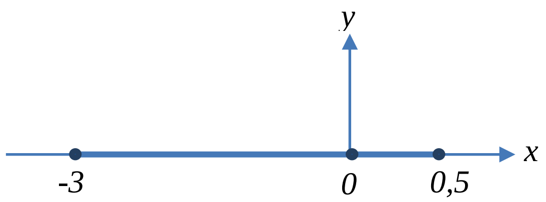
EXERCICE 1

Donner les fonctions de formes ainsi que la relation géométrique entre les coordonnées *(x , y) et* (ξ , η) permettant le passage de l'élément de référence aux éléments physiques.

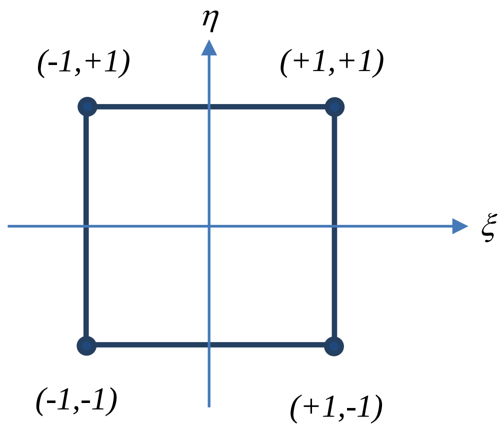
1.

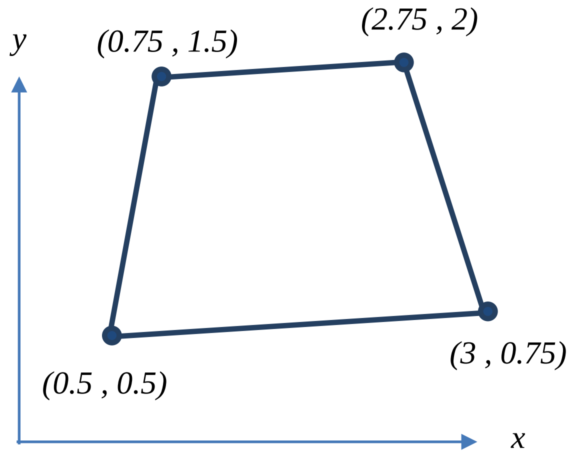




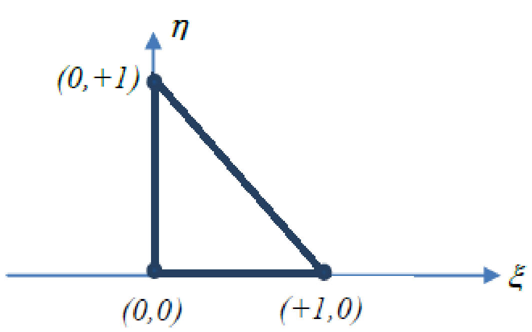


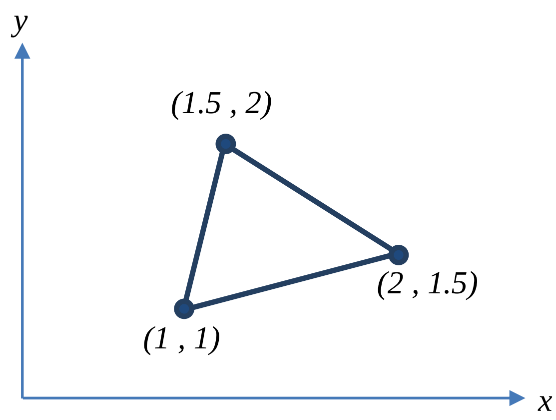
2.





3.

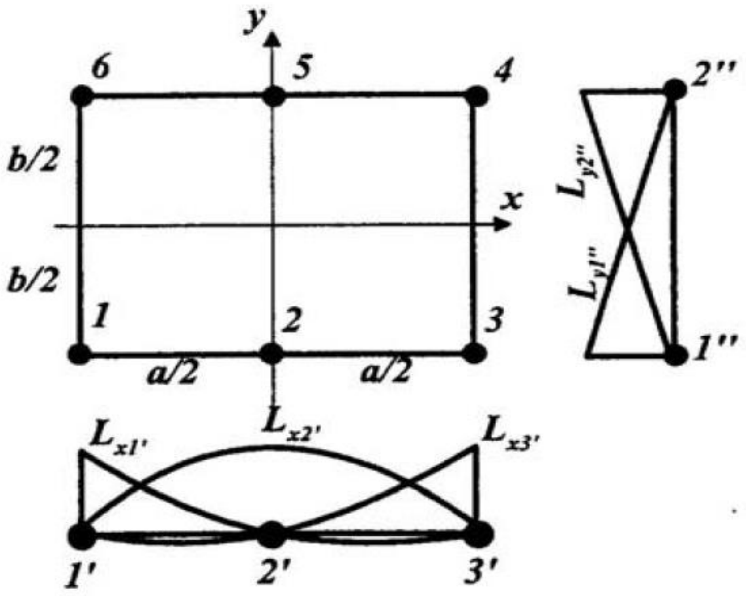




EXERCICE 2

Donner les fonctions de forme d'un élément quadrangulaire de dimension *a x b* à 06 nœuds placés selon le schéma indiqué ci-dessous.

- Utiliser la méthode des polynômes de Lagrange.



2ème ANNÉE - CYCLE INGÉNIEUR

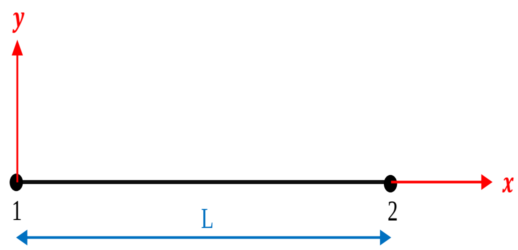
MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS

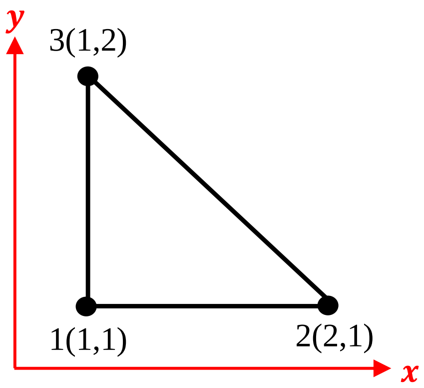
SÉRIE N°7

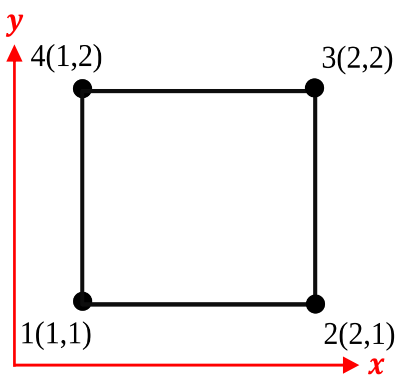
FORMULATION ISOPARAMÉTRIQUE

EXERCICE 1

Soit les éléments représentés ci-dessous :







- ***Pour chaque élément :***

1. Ecrire les fonctions de formes relatives aux déplacements de l'élément de référence en fonction des coordonnées intrinsèques(ξ, η).
2. Déduire la transformation géométrique.
3. Écrire les relations déformations-déplacements et contraintes-déformations.
4. Déterminer et calculer par intégration numérique la matrice de rigidité.

➢ ***N.B :***

Pour les éléments 2D, considérer un état de déformation plane :

$$E = 20\,GPa \quad , \quad v = 0.2 \quad , \quad e = 1\,m$$

EXERCICE 2

La formulation isoparamétrique est utilisée pour la modélisation du barrage illustré sur *la figure 2*.

Le barrage présentant une hauteur de *6 m* est soumis à une pression hydraulique de forme triangulaire.

Le maillage choisi correspond à quatre (*04*) éléments à trois (*03*) nœuds de *3 m* de côté.

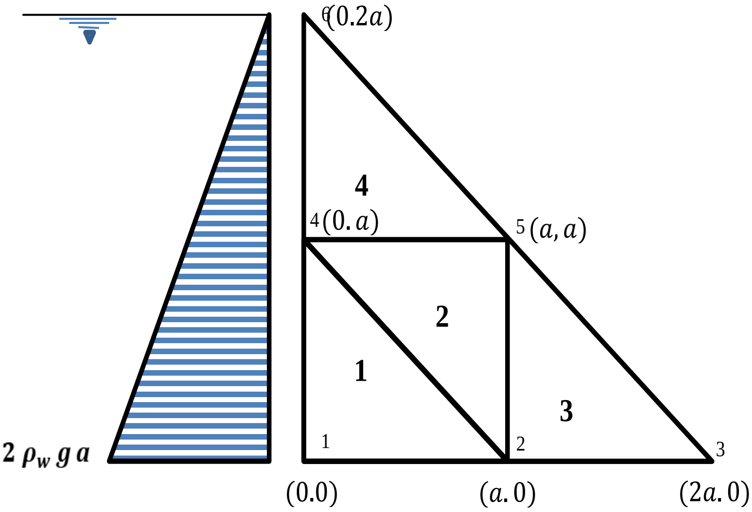


Figure 2

1- Quel est le type d'élément utilisé dans cette modélisation ?

2- Sélectionner la fonction du déplacement et déterminer les fonctions de forme relatives aux déplacements de l'élément parent en fonction des coordonnées intrinsèques (ξ, η).

En déduire la fonction de transformation géométrique de l'élément 4.

3- Écrire les relations déformations-déplacements et contraintes-déformations de l'élément 4.

4- Pour un état de déformation plane et un matériau isotrope de *module de Young E* et de *coefficient de Poisson* ν, déterminer et calculer par intégration numérique la matrice de rigidité de l'élément 4.

5- Calculer les différents vecteurs des forces nodales équivalentes de l'élément 4.

6- Considérons que l'assemblage des éléments est fait pour obtenir la matrice de la structure en intégrant les conditions aux limites, les déplacements sont donnés comme suit :

$$\begin{Bmatrix} u_4 \\ v_4 \\ u_5 \\ v_5 \\ u_6 \\ v_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 6.02 \\ -5.87 \\ 4.84 \\ -4.78 \\ 7.33 \\ -7.83 \end{Bmatrix} mm$$

- Déterminer les déformations et les contraintes relatives à l'élément 4.

On donne : $e = 1\,m$, $a = 3\,m$, $E = 30\,GPa$, $\nu = 0.2$,

$$\rho_w = 1\,t/m^3 \quad , \quad \rho_{BA} = 2.5\ \ t/m^3 \quad , \quad g = 10\,m/s^2$$