

CONTROLE PARTIEL DU MODULE : CMMM (Master 1 GM)

(Sujet A)

Nom et Prénom de l'étudiant :.....

Partie Cours : (4 pts)

Lire attentivement les propositions suivantes et cocher la ou (les) réponse(s) correcte(s).

1°) La réponse d'un matériau à une sollicitation mécanique peut être décrite par le calcul :

- A) des contraintes et des déformations B) de la vitesse de déformation et des contraintes
C) des déformations seulement D) de la température et de la vitesse des contraintes
E) de la température et de la vitesse des déformations

2°) L'élasticité linéaire est appliquée :

- A) seulement aux matériaux orthotropes B) dans l'hypothèse de petites perturbations
C) aux matériaux parfaitement élastiques D) seulement dans le cas d'une traction uni-axiale
E) dans l'hypothèse d'une torsion

3°) Dans le modèle de Maxwell, le ressort et l'amortisseur se comportent comme suit :

- A) ils subissent la même la contrainte B) ils subissent la même déformation
C) la déformation est plus faible dans le ressort D) l'amortisseur absorbe la totalité de la déformation
E) la contrainte est nulle pour l'amortisseur

4°) Dans le modèle de Voigt:

- A) la recouvrance élastique est immédiate B) la déformation dans le ressort est permanente
C) la déformation est plus faible dans le ressort D) la déformation dans le ressort est instantanée
E) le fluage est transitoire

5°) Le volume élémentaire représentatif :

- A) est défini seulement pour un matériau isotrope B) est défini pour tout type de matériau
C) doit être assez grand pour lisser les discontinuités du matériau D) est défini pour un milieu continu
E) doit être suffisamment petit comparé au volume total de la matière.

Exercice n°1 : (4 pts)

On souhaite diminuer de 5 mm la longueur d'un disque métallique de 20 mm de diamètre et de 4 cm de longueur. Calculer la force qu'il faut appliquer sur le disque pour obtenir ce résultat. Déduire le nouveau diamètre du disque sous chargement. On donne $E = 150 \text{ GPa}$ et $\nu = 0,21$.

Exercice n°2 : (5 pts)

La mesure de la déformation en compression uni-axiale sur un solide isotrope, de 160 mm de largeur et de 320 mm de longueur, a donné 15 %.

- 1°) Si la force de compression ~~plus tard~~ est égale à $734,21 \cdot 10^3$ KN, calculer le module d'élasticité E.
2°) Que devient cette déformation si l'essai est réalisé sous l'effet d'une élévation de température de 5°C .
On donne le coefficient de dilatation thermique $\alpha = 11 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{K}^{-1}$ et $\nu = 0,27$.

Exercice n°3 : (7 pts)

On soumet un bloc en acier dont les propriétés sont $E = 75$ GPa et $\nu = 0,29$ à une traction bi-axiale.

Dans l'hypothèse d'une élasticité isotrope,

- 1°) Donner les expressions des déformations que subit le bloc. Déduire le tenseur des souplesses.
2°) Calculer les déformations si les contraintes σ_{11} et σ_{22} sont égales respectivement à 53 GPa et 59 GPa
3°) Calculer, alors, l'énergie de déformation

BON COURAGE

CONTROLE PARTIEL DU MODULE : CMMM (Master 1 GM)

(Sujet B)

Nom et Prénom de l'étudiant :.....

Partie Cours : (4 pts)

Lire attentivement les propositions suivantes et cocher la ou (les) réponse(s) correcte(s).

1°) La réponse d'un matériau à une sollicitation mécanique peut être décrite par le calcul :

- | | |
|---|--|
| A) des déformations seulement | B) de la vitesse de déformation et des contraintes |
| C) des contraintes et des déformations | D) de la température et de la vitesse des déformations |
| E) de la température et de la vitesse des contraintes | |

2°) L'élasticité linéaire est appliquée :

- | | |
|--|--|
| A) aux matériaux parfaitement élastiques | B) seulement dans le cas d'une traction uni-axiale |
| C) seulement aux matériaux orthotropes | D) dans l'hypothèse de petites perturbations |
| E) dans l'hypothèse d'une torsion | |

3°) Dans le modèle de Maxwell, le ressort et l'amortisseur se comportent comme suit :

- | | |
|---|--|
| A) ils subissent la même la contrainte | B) ils subissent la même déformation |
| C) la contrainte est nulle pour l'amortisseur | D) l'amortisseur absorbe la totalité de la déformation |
| E) la déformation est plus faible dans le ressort | |

4°) Dans le modèle de Voigt :

- | | |
|---|--|
| A) la recouvrance élastique est immédiate | B) la déformation dans le ressort est permanente |
| C) la déformation est plus faible dans le ressort | D) le fluage est transitoire |
| E) la déformation dans le ressort est instantanée | |

5°) Le volume élémentaire représentatif :

- | | |
|---|--|
| A) est défini seulement pour un matériau isotrope | B) doit être assez grand pour lisser les |
| discontinuités du matériau | C) est défini pour tout type de matériau |
| D) est défini pour un milieu continu | E) est suffisamment petit comparé au volume total de la matière. |

Exercice n°1 : (4 pts)

On souhaite qu'un disque métallique de 20 mm de diamètre et de 4 cm de longueur s'allonge de 5 mm. Calculer la force qu'il faut appliquer sur le disque pour obtenir ce résultat. Déduire le nouveau diamètre du disque sous chargement.

On donne : $E = 200 \cdot 10^3$ Mpa et $\nu = 0,25$

Exercice n°2 : (5 pts)

La mesure de la déformation en compression uni-axiale sur un solide isotrope, de 160 mm de largeur et de 320 mm de longueur, a donné 20 %.

1°) Si la force de compression est égale à $734,21 \cdot 10^3$ KN, calculer le module d'élasticité E.

2°) Que devient cette déformation si l'essai est réalisé sous l'effet d'une élévation de température de 5°C. On donne le coefficient de dilatation thermique $\alpha = 11 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{K}^{-1}$ et $v = 0,27$.

Exercice n°3 : (7 pts)

On soumet un bloc en acier dont les propriétés sont $E = 100$ GPa et $v = 0,29$ à une traction bi-axiale.

Dans l'hypothèse d'une élasticité isotrope,

1°) Donner les expressions des déformations que subit le bloc. Déduire le tenseur des souplesses.

2°) Calculer les déformations si les contraintes σ_{11} et σ_{22} sont égales respectivement à 59 GPa et 53 GPa

3°) Calculer, alors, l'énergie de déformation

BON COURAGE

CORRIGE TYPE DU CONTROLE PARTIEL
MODULE: CMMM (Sujet A)

Partie Cours: 4 pts.

Question n°1: A, B et E

20 FEV. 2019

Question n°2: B, C et E

Question n°3: A, D

Question n°4: E

Question n°5: B, C, D et E

Exo 1:

1°/ Calcul de la force F:

$$0,5 \rightarrow \varepsilon_L = \frac{\Delta l}{l_0} \quad \text{et} \quad \varepsilon_L = \frac{\sigma}{E} \quad \Delta l = -5 \text{ mm} \quad \text{et} \quad l_0 = 40 \text{ mm}$$

$$\sigma = \frac{\Delta l}{l_0} \cdot E = \frac{150 \cdot 10^3 \cdot 5}{40} = 18,75 \cdot 10^3 \text{ MPa} \quad 0,25$$

$$0,5 \rightarrow F = \sigma \cdot S = \sigma \cdot \pi \frac{d^2}{4} = 18,75 \cdot 10^3 \pi \cdot \frac{(20)^2}{4} = 58,875 \cdot 10^5 \text{ N} \quad 0,5$$

2°/ Calcul du nouveau diamètre d:

$$0,25 \rightarrow \varepsilon_T = \frac{\Delta d}{d_0} \quad \text{et} \quad \varepsilon_T = -\nu \varepsilon_L \quad 0,5$$

$$0,25 \rightarrow \Delta d = d - d_0 = d_0 \varepsilon_T \Rightarrow d = d_0 (1 + \varepsilon_T)$$

$$0,5 \rightarrow d = d_0 (1 - \nu \varepsilon_L) = 20 (1 - (0,21)(0,125))$$

$$d = 19,475 \text{ mm} \quad 0,25$$

1^e Calcul du module d'élasticité E :

La traction est uni-axiale $\Rightarrow \sigma_{11} = E \epsilon_{11}$

$$(0,75) \rightarrow E = \frac{\sigma_{11}}{\epsilon_{11}} = \frac{F/S}{\epsilon_{11}} = \frac{F}{l \cdot L \cdot \epsilon_{11}} = \frac{734,21 \cdot 10^3}{(160)(320)(0,2)} = 71,7 \text{ MPa} \quad (0,5)$$

2^e Calcul de la nouvelle déformation ϵ'_{11} :

En tenant compte de l'effet thermique, l'équation constitutive

$$\text{s'écrit: } \sigma_{ij} = \lambda(\epsilon'_{kk} - 3\alpha\Delta T)\delta_{ij} + 2G_1(\epsilon'_{ij} - \alpha\Delta T\delta_{ij}) \quad (0,75)$$

Pour la même contrainte σ_{11} , les déformations sont: $\epsilon'_{11}, \epsilon'_{22}$ et ϵ'_{33}

$$\text{Dans le cas d'une compression uniaxiale: } \epsilon'_{22} = \epsilon'_{33} = -\gamma\epsilon'_{11} \quad (0,5)$$

$$\sigma_{11} = \lambda(\epsilon'_{11} + \epsilon'_{22} + \epsilon'_{33} - 3\alpha\Delta T) + 2G_1(\epsilon'_{11} - \alpha\Delta T)$$

$$\sigma_{11} = \lambda(\epsilon'_{11} - \nu\epsilon'_{11} + \nu\epsilon'_{11} - 3\alpha\Delta T) + 2G_1\epsilon'_{11} - 2G_1\alpha\Delta T$$

$$\sigma_{11} = \lambda(1-\nu)\epsilon'_{11} + 2G_1\epsilon'_{11} - \alpha\Delta T(3\lambda + 2G_1)$$

$$\sigma_{11} = [\lambda(1-\nu) + 2G_1]\epsilon'_{11} - \alpha\Delta T(3\lambda + 2G_1) \quad (1)$$

$$\lambda(1-\nu) + 2G_1 = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}(1-2\nu) + \frac{\lambda E}{\lambda(1+\nu)}$$

$$= \frac{\nu E + E}{1+\nu} = E$$

$$\text{et } 3\lambda + 2G_1 = \frac{3\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} + \frac{\lambda E}{\lambda(1+\nu)} = \frac{E}{(1+\nu)}\left(\frac{3\nu}{1-2\nu} + 1\right)$$

$$3\lambda + 2G_1 = \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{3\nu + 1-2\nu}{1-2\nu}\right) = \frac{E}{1-2\nu}$$

$$\Rightarrow \sigma_{11} = E \cdot \epsilon'_{11} - \frac{E}{1-2\nu} \cdot \alpha\Delta T \Rightarrow \frac{\sigma_{11}}{E} + \frac{\alpha\Delta T}{1-2\nu} = \epsilon'_{11} \quad (0,75)$$

$$\epsilon'_{11} = \epsilon_{11} + \frac{\alpha\Delta T}{1-2\nu} = 0,2 + \frac{(11 \cdot 10^{-6})(5+2+3)}{1-2(0,27)} = 20,66\% \quad (0,75)$$

Exo 3:

20 FEV. 2019

1° Expressions des déformations:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \delta_{ij} - \frac{\nu}{E} \delta_{\alpha\alpha} \delta_{ij} \quad \text{← 0,5}$$

$$\varepsilon_{11} = \frac{1+\nu}{E} \delta_{11} - \frac{\nu}{E} (\delta_{11} + \delta_{22} + \delta_{33}) = \frac{1}{E} \delta_{11} - \frac{\nu}{E} (\delta_{22} + \delta_{33}) \quad \text{← 0,25}$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{1}{E} \delta_{22} - \frac{\nu}{E} (\delta_{11} + \delta_{33}) \quad \text{← 0,25}$$

$$\varepsilon_{33} = \frac{1}{E} \delta_{33} - \frac{\nu}{E} (\delta_{11} + \delta_{22}) \quad \text{← 0,25}$$

$$0,75 \quad \varepsilon_{12} = \frac{1+\nu}{E} \delta_{12}, \quad \varepsilon_{13} = \frac{1+\nu}{E} \delta_{13} \quad \text{et} \quad \varepsilon_{23} = \frac{1+\nu}{E} \delta_{23}$$

Le tenseur des souplesses: $[\varepsilon] = [S][\delta]$

$$0,75 \quad \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1+\nu}{E} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1+\nu}{E} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1+\nu}{E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{11} \\ \delta_{22} \\ \delta_{33} \\ \delta_{13} \\ \delta_{23} \\ \delta_{12} \end{bmatrix}$$

$$0,75 \quad [S] = \frac{1}{75} \begin{bmatrix} 1 & -0,29 & -0,29 & 0 & 0 & 0 \\ -0,29 & 1 & -0,29 & 0 & 0 & 0 \\ -0,29 & -0,29 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,29 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1,29 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,29 \end{bmatrix} \text{ GPa}^{-1}$$

2°/ Calcul des déformations:

$$\varepsilon_{11} = \frac{1}{E} (\sigma_{11} - \nu \sigma_{22}) = \frac{1}{75} (53 - (0,29)(59)) = 47,85\% \quad \leftarrow 0,5$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{1}{E} (\sigma_{22} - \nu \sigma_{11}) = \frac{1}{75} (59 - (0,29)(53)) = 58,17\% \quad \leftarrow 0,5$$

$$\varepsilon_{33} = \frac{1}{E} (-\nu(\sigma_{11} + \sigma_{22})) = \frac{1}{75} (-0,29(59+53)) = -43,30\% \quad \leftarrow 0,5$$

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = 0 \quad \leftarrow 0,5$$

3°/ Calcul de l'énergie de déformation:

20 FEV. 2019

$$W = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{kl} \quad \leftarrow 0,75$$

$$W = \frac{1}{2} (\sigma_{11} \varepsilon_{11} + \sigma_{22} \varepsilon_{22}) = \frac{1}{2} ((59)(0,5817) + (53)(0,4785))$$

$$W = 29,84 \cdot 10^3 \text{ J} \quad \leftarrow 0,75$$

SUJET B

Partie Cours:

Réponse n°1: C, B et D

Réponse n°2: A, D et E

Réponse n°3: A et D

Réponse n°4: D

Réponse n°5: B, C, D et E

Exo1: 1°) $F = 78,54 \cdot 10^5 \text{ N}$, 2°) $d = 19,375 \text{ mm}$

Exo2: 1°) $E = 71,7 \text{ MPa}$, 2°) $\varepsilon'_{11} = 20,66\%$

Exo3:

2°) $\varepsilon_{11} = 43,63\%$, $\varepsilon_{22} = 35,89\%$ et $\varepsilon_{33} = -32,48\%$

3°) $W = 22,38 \cdot 10^3 \text{ J}$.