Examen Final

Durée : 1h15

Exercice 1

On considère les cinq points suivants :

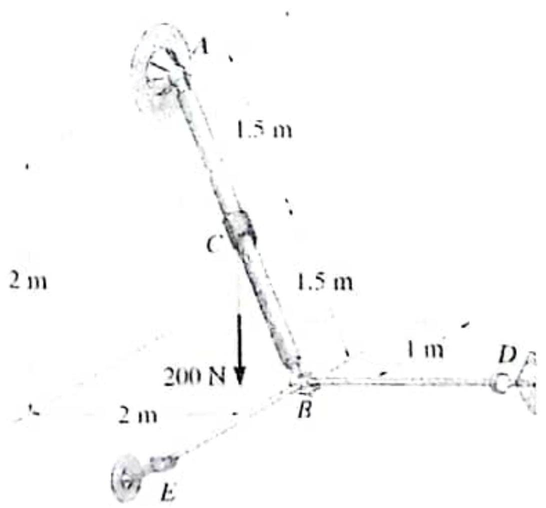
$A(1,0,0)$; $B(0,1,1)$; $C(1,1,0)$; $D(1,1,1)$ et $E(1,0,1)$.

Soient les trois vecteurs : $p\overrightarrow{OA}, q\overrightarrow{BD}$ et $r\overrightarrow{CE}$, où p, q et r appartiennent à $\mathbb{R}$, définis dans un repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ et liés respectivement aux points O, B et C.

1. Déterminer les éléments de réduction au point O du torseur $[T]$ associé au système de vecteurs $p\overrightarrow{OA}, q\overrightarrow{BD}$ et $r\overrightarrow{CE}$.
2. Trouver une condition nécessaire et suffisante pour que $[T]_0$ soit nul.
3. Calculer l'invariant scalaire de $[T]_0$.
4. Si $p + q = 0$ et $r \neq 0$, trouver l'axe central de $[T]_0$.
5. Trouver une condition nécessaire et suffisante pour que $[T]_0$ soit un glisseur.
6. Trouver une condition nécessaire et suffisante pour que $[T]_0$ soit un couple.

Exercice 2

La tige AB, représentée à la figure ci-dessous, est soumise à une force de 200 N. Déterminer la réaction au niveau de l'articulation sphérique (rotule) en A ainsi que la tension dans les câbles T_{BD} et T_{BE}. (Le collier en C est solidaire (fixé) de la tige).



Questions de cours

Durée: 15 minutes

QCM

1) Deux torseurs sont équivalents si :

A) Ils ont la même résultante

B) Ils ont la même résultante et le même moment en un point

C) Ils sont appliqués au même point

2) Le moment d'un torseur au point **B** s'écrit :

A) $\overrightarrow{M_B} = \overrightarrow{M_A} + \overrightarrow{AB} \times \vec{R}$

B) $\overrightarrow{M_B} = \overrightarrow{M_A} - \overrightarrow{AB} \times \vec{R}$

C) $\overrightarrow{M_B} = \vec{R} \times \overrightarrow{AB}$

3) Un système de forces est dit **concourant** lorsque :

A) Les forces sont parallèles

B) Les lignes d'action se coupent en un même point

C) La résultante est nulle

Mini exercice

Un point matériel **M** est en **équilibre** sous l'action de **trois forces concourantes et coplanaires**

, $F_1 = 400N$, dirigée horizontalement vers la droite#

$F_2 = 300N$, faisant un angle de 60° avec l'horizontale vers le haut

F_3, de direction inconnue

Représenter les forces à l'échelle (1 cm → 100 N)

Déterminer **graphiquement** , la **direction**, le **sens** et l'**intensité** de la force $\overrightarrow{F_3}$

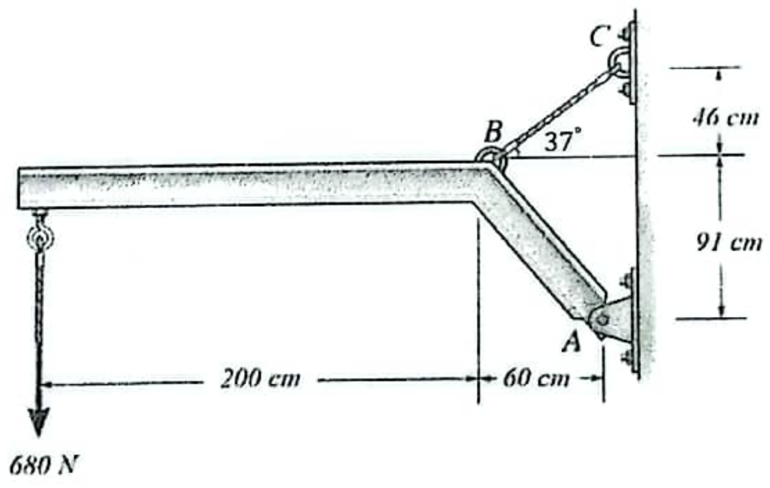
Continuous Assessment

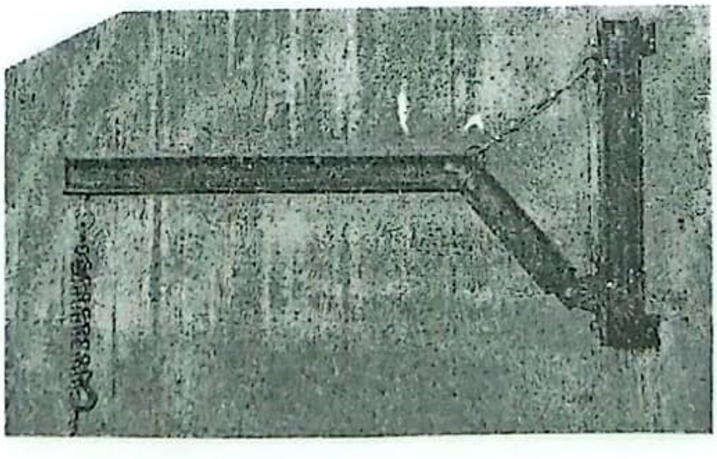
Duration : 30 minutes

As a public works engineer, the inspection office requests you to prepare a calculation note to validate the stability and safety of the structure (see Figure).

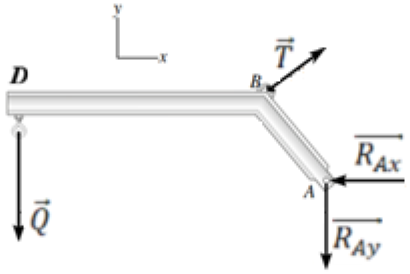
Required Work:

1. Isolate the structure and model the external mechanical actions (Draw the Free Body Diagram).
2. Calculate the tension $\vec{T}$ in the cable BC.
3. Determine the reaction at the support A (Pin), specifying:
    - Its components.
    - Its resultant magnitude.
    - Its direction (the angle with respect to the horizontal).





CC Correction – MR1

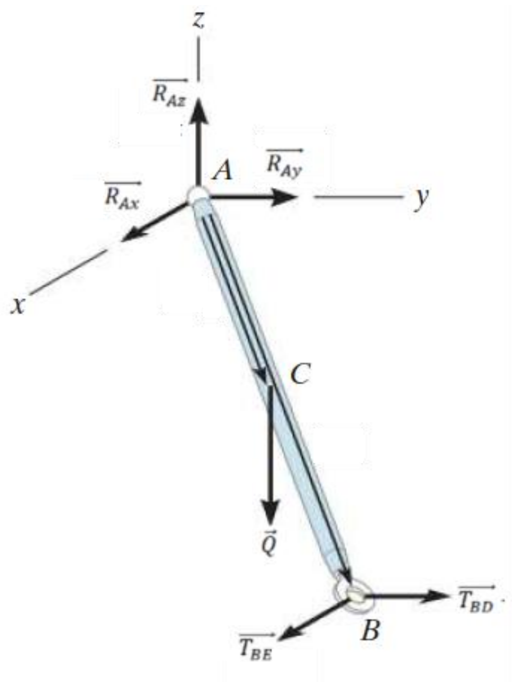
	0,25 x 4
$\begin{cases} \sum \vec{F} = \vec{0} \\ \sum \overrightarrow{\mathcal{M}_A}(\vec{F}) = \vec{0} \end{cases}$	0,25 0,25
$\begin{cases} \vec{Q} + \vec{T} + \overrightarrow{R_A} = \vec{0} \\ \overrightarrow{\mathcal{M}_A}(\vec{Q}) + \overrightarrow{\mathcal{M}_A}(\vec{T}) + \overrightarrow{\mathcal{M}_A}(\overrightarrow{R_A}) = \vec{0} \end{cases}$	0, 5 0,5
$\overrightarrow{\mathcal{M}_A}(\overrightarrow{R_A}) = \vec{0}$	0,5
$\overrightarrow{\mathcal{M}_A}(\vec{Q}) = \overrightarrow{AD} \times \vec{Q} = \begin{pmatrix} -260 \\ 91 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ -Q \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 260Q \end{pmatrix}$	01
$\overrightarrow{\mathcal{M}_A}(\vec{T}) = \overrightarrow{AB} \times \vec{T} = \begin{pmatrix} -60 \\ 91 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} Tcos37 \\ Tsin37 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -60Tsin37 - 91Tcos37 \end{pmatrix}$	01
$\begin{cases} Tcos37 - R_{Ax} = 0 \\ Tsin37 - R_{Ay} - Q = 0 \\ -T(60sin37 + 91cos37) + 260Q = 0 \end{cases}$	0,5 x 3
$R_{Ax} = 1297{,}9N$ $R_{Ay} = 298{,}1N$ $T = 1625{,}2N$	0,5 x 3
$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2}$ $R_A = 1330{,}8N$	0,5 x 2
$\theta = tan^{-1}\left(\frac{298{,}1}{1297{,}9}\right) = 12.9^{\circ}$ counterclockwise from the negative x-axis	0,5 x 2

EF1 Correction- MR1

Exercise 1

Q	Answer	Pt
1	$\overrightarrow{F_1} = p\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}p\\0\\0\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{F_2} = q\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}q\\0\\0\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{F_3} = r\begin{pmatrix}0\\-1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\-r\\r\end{pmatrix}$	0,5 x 3
	$\vec{R} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = \begin{pmatrix}p\\0\\0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}q\\0\\0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\-r\\r\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}p+q\\-r\\r\end{pmatrix}$	0, 5
	$\overrightarrow{M_1} = \overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{F_1} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{M_2} = \overrightarrow{OB} \times \overrightarrow{F_2} = \begin{pmatrix}0\\q\\-q\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{M_3} = \overrightarrow{OC} \times \overrightarrow{F_3} = \begin{pmatrix}r\\-r\\-r\end{pmatrix}$	0,5 x 3
	$\overrightarrow{M_0} = \overrightarrow{M_1} + \overrightarrow{M_2} + \overrightarrow{M_3} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\q\\-q\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}r\\-r\\-r\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}r\\q-r\\-q-r\end{pmatrix}$	0,5
	$[T]_0 = \begin{cases}(p+q)\vec{\imath} - r\vec{\jmath} + r\vec{k}\\ r\vec{\imath} + (q-r)\vec{\jmath} - (q+r)\vec{k}\end{cases}$	0,5
2	A **torsor** is zero if and only if both the resultant force vector and the resultant moment vector are zero vectors. From $\vec{R} = \vec{0}$ and $\overrightarrow{M_0} = \vec{0}$ we have :The necessary and sufficient condition for $[T]_0 = 0$ is that $r = p = q = 0$	01
3	$I = \vec{R} \cdot \overrightarrow{M_0} = r(p-q)$	0,5
4	$\vec{M} = \overrightarrow{M_0} - \overrightarrow{OP} \times \vec{R}$ The central axis is the set of points where $\vec{M}$ is parallel to $\vec{R}$, $\vec{M} = \lambda\vec{R}$ Given $p+q=0$ and $r \neq 0$, we have: $\vec{M} = \begin{pmatrix}r - r(y+z)\\q - r + xr\\-q - r + xr\end{pmatrix}$ For the central axis, $\vec{M} = \lambda\vec{R}$: $\begin{pmatrix}r(1-(y+z))\\q-r+xr\\-q-r+xr\end{pmatrix} = \lambda\begin{pmatrix}p+q\\-r\\r\end{pmatrix} = \lambda\begin{pmatrix}0\\-r\\r\end{pmatrix}$ $1 - (y+z) = 0 \Longrightarrow y + z = +1$ and $-2r + 2xr = 0 \Rightarrow x = +1$ The equations of the central axis are: $x = +1$ and $y + z = 1$	02
5	A torsor is a sliding vector if the scalar invariant is zero, $I = \vec{R} \cdot \overrightarrow{M_0} = 0$ and resultant force vector is not zero, $\vec{R} \neq \vec{0}$ $I = r(p-q) = 0 \Longrightarrow r = 0$ or $p = q$ $\vec{R} \neq \vec{0} \Longrightarrow (r = 0 \; and \; p+q \neq 0) \; or \; (p = q \; and \; r \neq 0)$	01
6	A torsor is a couple if $\vec{R} = \vec{0}$ and $\overrightarrow{M_0} \neq \vec{0}$ $\vec{R} = \vec{0} \Longrightarrow p = -q \; and \; r = 0$ $\overrightarrow{M_0} = \begin{pmatrix}r\\q-r\\-q-r\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\q\\-q\end{pmatrix} \neq \vec{0} \Longrightarrow q \neq 0$ The necessary and sufficient condition for $[T]_0$to be a couple is that: $r = 0 \; and \; q \neq 0$	01

Exercise 2

<table>
<tr><td>
</td><td>0,25 x 6</td></tr>
<tr><td>$\begin{cases}\sum \vec{F} = \vec{0} \\ \sum \overrightarrow{M_A}(\vec{F}) = \vec{0}\end{cases}$ $\begin{cases}\vec{Q} + \overrightarrow{T_{BE}} + \overrightarrow{T_{BD}} + \overrightarrow{R_A} = \vec{0} \\ \overrightarrow{M_A}(\vec{Q}) + \overrightarrow{M_A}(\overrightarrow{T_{BE}}) + \overrightarrow{M_A}(\overrightarrow{T_{BD}}) + \overrightarrow{M_A}(\overrightarrow{R_A}) = \vec{0}\end{cases}$</td><td>0,25
0,25</td></tr>
<tr><td>$\begin{cases}R_{Ax} + T_{BE} = 0 \\ R_{Ay} + T_{BD} = 0 \\ R_{Az} - Q = 0\end{cases}$
And
$\begin{cases}2T_{BD} - 200 = 0 \\ -2T_{BE} + 100 = 0 \\ T_{BD} - 2T_{BE} = 0\end{cases}$</td><td>01 x 6</td></tr>
<tr><td>$T_{BD} = 100N$
$T_{BE} = 50N$
$R_{Ax} = -50N$
$R_{Ay} = -100N$
$R_{Az} = 200N$
Note : the negative sign indicates that R_{Ax} and R_{Ay}, have a sense which is opposite to that shown on the free-body diagram.</td><td>0,5 x 5</td></tr>
</table>