Série les vecteurs

Exercice N :01

Soient A et B deux points dans l'espace tels que : A(2,3,-3) ; B(5,7,-3), calculer :

1/- Les produits scalaires : $\vec{OA} \bullet \vec{OB}, \vec{OA} \bullet \vec{OA},$

2/- Les produits vectoriels : $\vec{OA} \wedge \vec{OB}, \vec{OA} \wedge \vec{OA}$. En déduire la surface du triangle OAB.

3/- Le produit mixte : $\vec{OB} \bullet (\vec{AB} \wedge \vec{AC})$. Que représente ce produit (C(1,2,3))

Exercice N :02

On donne les composantes des vecteurs : $\vec{V}_1 = 3\vec{i} + \vec{k}$, $\vec{V}_2 = 5\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, $\vec{V}_3 = 3\vec{i} + 2y\vec{j} - 2\vec{k}$ et $\vec{V}_4 = x\vec{i} + 2\vec{j} + 10\vec{k}$

- Déterminer les composantes du vecteur unitaire $\mathbf{V_1}$.

- Déterminer y et z pour que les vecteurs $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$ soient colinéaires.

- Déterminer x pour que les vecteurs $\vec{V}_3$ et $\vec{V}_4$ soient perpendiculaire

Exercice N :03

Déterminer le module et la direction de la résultante des deux forces $\vec{A}$ et $\vec{B}$ de modules 100N et 50N respectivement, sachant que $(\vec{A}, \vec{B}) = 60^0$ (Fig.1).

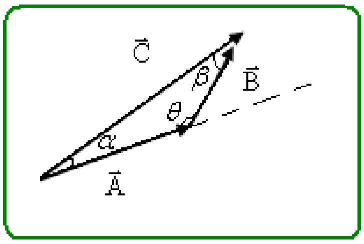


Figure 1

Exercice sup

-Demontrer que le produit scalaire $\vec{\boldsymbol{A}}.\vec{\boldsymbol{B}}$ est commutatif (تبديلي).

On donne les trois vecteur suivants : $\vec{A} = 2\vec{\imath} + \vec{\jmath} - \vec{k}$, $\vec{B} = \vec{\imath} - 4\vec{k}$, $\vec{C} = 4\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} - 2\vec{k}$

1- Calculer le produit scalaire $\vec{A}.\vec{B}$

2- Calculer le produit vectoriel $\vec{A} \wedge \vec{C}$

3- Les vecteurs $\vec{A}$ et $\vec{C}$ sont-ils lineairement independants ?

Corrigé série TD N:1

Exercice 1

A(2,3,-3) ; B(5,7,-3); C(1,2,3)

1- Les produits scalaires

$\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}2\\3\\-3\end{pmatrix};\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}5\\7\\-3\end{pmatrix};\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$ =2x5+3X7+(-3)x(-3)=40

$\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OA}=\|\overrightarrow{OA}\|^2=\left(\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)^2=4+9+9=22$

2- Les produits vectoriels

$$\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}=\begin{vmatrix}i & j & k\\2 & 3 & -3\\5 & 7 & -3\end{vmatrix}=12\vec{\imath}-9\vec{\jmath}-\vec{k}=\overrightarrow{W}$$

- Surface du triangle OAB:

S=1/2$\|\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}\|=1/2(\sqrt{226})$

$\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OA}=\vec{0}\,;(\overrightarrow{OA}\,parallele\ \grave{a}\ \overrightarrow{OA})$

3- Produit mixte

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\4\\0\end{pmatrix};\ \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-1\\-1\\6\end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{OA}.\left(\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right)=\begin{vmatrix}2 & 3 & -3\\3 & 4 & 0\\-1 & -1 & 6\end{vmatrix}=-9$$

$\left|\overrightarrow{OA}.\left(\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right)\right|$ *represente le volume de la forme OABC*

Exercice 2:

$\overrightarrow{V_1}\begin{pmatrix}3\\0\\1\end{pmatrix};\ \overrightarrow{V_2}\begin{pmatrix}5\\Y\\Z\end{pmatrix};\ \overrightarrow{V_3}\begin{pmatrix}3\\2Y\\-2\end{pmatrix};\ \overrightarrow{V_4}\begin{pmatrix}X\\2\\10\end{pmatrix}$

1- le vecteur unitaire

$$\vec{\mu}_{V_1}=\frac{\overrightarrow{V_1}}{\|\overrightarrow{V_1}\|}=\frac{1}{\sqrt{10}}\begin{pmatrix}3\\0\\1\end{pmatrix}$$

2-

$$\overrightarrow{V_1}\ et\ \overrightarrow{V_2}\ sont\ colin\acute{e}aires\ \Rightarrow ils\ sont\ parall\grave{e}les\ et\ appartiennent\ au\ meme\ plan$$

a- même plan: $\overrightarrow{V_1}\in(XOZ)\ car\ y_1=0\ donc\ y_2=0\Rightarrow y=0$

b- $\overrightarrow{V_1}\ \parallel\ \overrightarrow{V_2}\Rightarrow\overrightarrow{V_1}\times\overrightarrow{V_2}=\vec{0}$ ou $\overrightarrow{V_1}=\alpha\,\overrightarrow{V_2}$

$$\overrightarrow{V_1}\times\overrightarrow{V_2}=\begin{vmatrix}i & j & k\\3 & 0 & 1\\5 & y & Z\end{vmatrix}=\vec{\imath}(y)-\vec{\jmath}(3Z-5)+\vec{k}(3Y)=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}\ DONC$$

y=0, 3z-5=0, et 3Y=0 ; d'où Z=5/3

3- $\overrightarrow{V_3}\ et\ \overrightarrow{V_4}\ sont\ perpendiculaires\ donc\ \overrightarrow{V_3}.\overrightarrow{V_4} = 0;$

$\overrightarrow{V_3}.\overrightarrow{V_4} = 3x + 4y - 20 = 0; sachant\ que\ y = 0, x = \frac{20}{3}$

donc : x=20/3; y=0; Z=5/3.

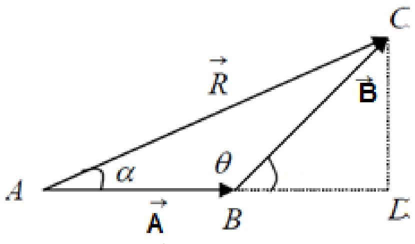
<u>Exercice 3:</u>

l'angle entre $\vec{A}\ et\ \vec{B}\ est\ \theta' = 60, donc\ \theta = 180 - 60 =$ 120

- le module de la résultante C en appliquant la loi des cosinus

$$R = C = \sqrt{A^2 + B^2 - 2A.B.cos120} = 132{,}2N$$

- La direction de la résultante (α,β) en appliquant la loi des sinus



$$\frac{sinus\alpha}{B} = \frac{sinus\ \theta}{C} \Rightarrow sinus\alpha = sinus\theta\frac{B}{C} = 0{,}32 \Rightarrow \alpha = 18°, 66$$

β=180-18,66-120=41°,34

<u>Exercice supplémentaire</u>

$\vec{A}.\vec{B} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = x_2x_1 + y_2y_1 + z_2z_1\ (puisque\ la\ multiplication\ est\ commutative)$

$$donc\ \vec{A}.\vec{B} = \vec{B}.\vec{A}\ (le\ produit\ scalaire\ est\ commutatif)$$

- $\vec{A}\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}; \vec{B}\begin{pmatrix}1\\0\\-4\end{pmatrix}; \vec{C}\begin{pmatrix}4\\2\\-2\end{pmatrix}$

1 - $\vec{A}.\vec{B} = 2 + 4 = 6$

2- $\vec{A} \times \vec{C} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & -2 \end{vmatrix} = i(0) - j(0) + k(0) = \vec{0}$

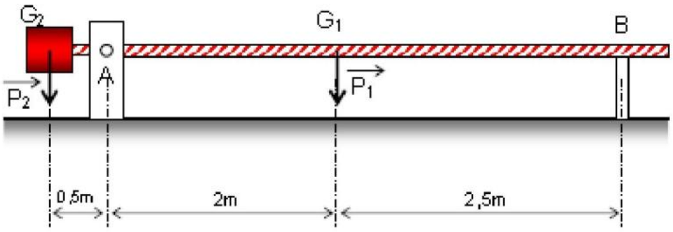
3- les vecteurs A et C sont linéairement **<u>dépendant</u>** car leur produit vectoriel est nul.

Série Statique

Exercice 1

Déterminer la réaction dans l'articulation A et l'appui B.

Le poids de la barre P_1=10daN, Le contre poids P_2=20 daN.

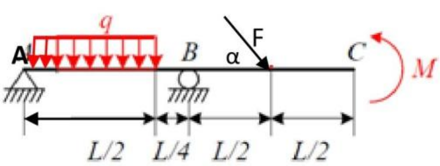


Exercice N :02

Soit la poutre AC supportant une charge repartie q, une force F et un moment M. La poutre est en équilibre statique.

- Déterminez les réaction en A et B.

q= 5KN/m, F=3KN, M=12KN.m, α=30°, L=4m.



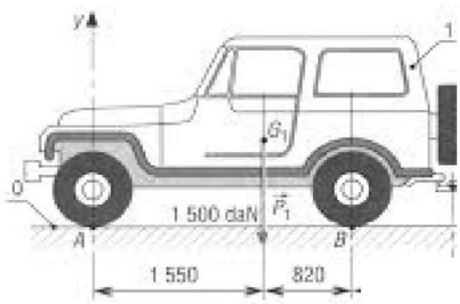
Exercice N :03

Considérons le système constitué d'une voiture d'un poids P1.

1- Déterminer les actions du sol sur les roues de la voiture (si la voiture est au repos).

2- Si le coefficient de frottement de la route f=0.5,

- quelle est la force minimale horizontale doit-on appliquer pour que la voiture commence à rouler vers l'arrière.



Corrigé Série Statique

Exercice 1

- les actions agissantes sur le système

$\vec{P}_2\begin{pmatrix}\mathbf{0}\\ -\boldsymbol{P_2}\end{pmatrix}, \overrightarrow{R_A}\begin{pmatrix}\boldsymbol{R_{Ax}}\\ \boldsymbol{R_{AY}}\end{pmatrix}$ $\boldsymbol{(Articulation)}, \overrightarrow{P_1}\begin{pmatrix}\mathbf{0}\\ -\boldsymbol{P_1}\end{pmatrix}, \overrightarrow{R_B}\begin{pmatrix}\mathbf{0}\\ \boldsymbol{R_B}\end{pmatrix}\boldsymbol{(appui\ plan\ ou\ simple)},$

-détermination des réactions aux appuis

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P}_2\begin{pmatrix}\mathbf{0}\\ -\boldsymbol{P_2}\end{pmatrix} + \overrightarrow{R_A}\begin{pmatrix}\boldsymbol{R_{Ax}}\\ \boldsymbol{R_{Ay}}\end{pmatrix} + \vec{P}_1\begin{pmatrix}\mathbf{0}\\ -\boldsymbol{P_1}\end{pmatrix} + \overrightarrow{R_B}\begin{pmatrix}\mathbf{0}\\ \boldsymbol{R_B}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\mathbf{0}\\ \mathbf{0}\end{pmatrix}$$

$R_{Ax} = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$

$-P_2 - P_1 + R_{Ay} + R_B = 0 \ldots\ldots(2)$

$\sum \overrightarrow{M}_{/A} = \vec{0} \Rightarrow \underbrace{\overrightarrow{M}_{RA/A}}_{=0} + \overrightarrow{M}_{RB/A} + \overrightarrow{M}_{P1/A} + \overrightarrow{M}_{P2/A} = \vec{0}$

$\begin{pmatrix}AB\\ 0\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}0\\ R_B\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}AG1\\ 0\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}0\\ -P_1\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-AG2\\ 0\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}0\\ -P_2\end{pmatrix} = 0$

$AB.R_B - AG1.P_1 + AG2.P_2 = 0 \ldots\ldots(3)$

de (3) $R_B = \frac{AG1.P_1 - AG2.P_2}{AB} = \frac{2.5-20.0,5}{4,5} = 0daN$

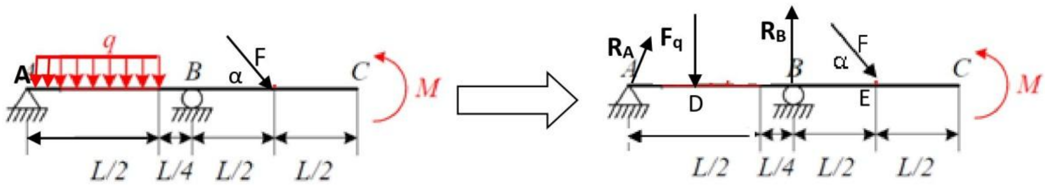
en remplaçant dans (2):

$R_{Ay} = P_1 + P_2 - R_B = 25daN$

$$\overrightarrow{R_B}\begin{pmatrix}\mathbf{0}\\ \mathbf{0}\end{pmatrix}, \overrightarrow{R_A}\begin{pmatrix}\mathbf{0}\\ \mathbf{25}\end{pmatrix}$$

Exercice 2

- les actions externes: F, charge repartie q, moment M, un appui simple en B, un appui double en A.
- la charge répartie q est réduite en une force concentrée F_q au milieu de (L/2) : F_q=q.L/2
-la réaction en B est perpendiculaire sur l'appui
- la réaction en A a deux composantes inconnues.



- la projection des action:

$$\overrightarrow{R_A}\begin{pmatrix}\boldsymbol{R_{Ax}}\\ \boldsymbol{R_{Ay}}\end{pmatrix}, \overrightarrow{R_B}\begin{pmatrix}\mathbf{0}\\ \boldsymbol{R_B}\end{pmatrix}, \vec{F}_q\begin{pmatrix}\mathbf{0}\\ \boldsymbol{F_q}\end{pmatrix}, \vec{F}\ \begin{pmatrix}\boldsymbol{Fcos\ \alpha}\\ -\boldsymbol{Fsin\alpha}\end{pmatrix}$$

- détermination des réactions en A et B

principe fondamental de la statique: (M=**12KN**.m)

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{R}_A \begin{pmatrix} R_{Ax} \\ R_{Ay} \end{pmatrix} + \vec{R}_B \begin{pmatrix} 0 \\ R_B \end{pmatrix} + \vec{F_q} \begin{pmatrix} 0 \\ -q.L/2 \end{pmatrix} + \vec{F} \begin{pmatrix} Fcos\alpha \\ -Fsin\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\sum \vec{M}_{/A} = \vec{0} \Rightarrow \underbrace{\cancel{\vec{M}_{RA/A}}}_{0} + \vec{M}_{RB/A} + \vec{M}_{Fq/A} + \vec{M}_{F/A} = \vec{0}$$

On aura 3 équations avec trois inconnus (R_{ax}, R_{Ay}, R_B)?

Sur l'axe OX: R_{Ax}+F.cosα=0.......(1) R_{Ax}=- F.cosα

Sur l'axe OY: R_{Ay}+R_B-q.L/2-F.sinα=0.......(2)

$$\begin{pmatrix} AD \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ -F_q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} AB \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ R_B \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} AE \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} F.cos\alpha \\ -F.sin\alpha \end{pmatrix} + M$$

$$= -AD.F_q + AB.R_B - AE.F.sin\alpha + M = 0 \ldots\ldots\ldots (3)$$

de (3) : $R_B = \frac{AD.F_q + AE.F.sin\alpha - M}{AB} = \frac{\frac{\left(\frac{L}{4}.\frac{L}{2}.5 + \frac{5L}{4}.3.sin30°\right) - M}{3L}}{4} = \frac{10 + 15.\frac{\sqrt{3}}{2} - 12}{3}$ =1,83KN

R_{Ax}=-2,59KN; R_{Ay}=9,68KN

$$\vec{R}_A \begin{pmatrix} -2,59 \\ 9,68 \end{pmatrix} ; \vec{R}_B \begin{pmatrix} 0 \\ 1,83 \end{pmatrix}$$

Exercice 3

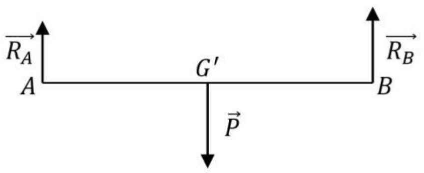
La voiture a un poids qui se réparti sur les roues , par raison de symétrie on va considérer deux roues et les réactions déterminées seront devisées sur les quatre roues.

1- Détermination des actions du sol sur les roues: (**sol lisse**)

En considérant que le sol est lisse , l'action du sol sur la roue est considérée comme un appui simple (donc perpendiculaire sur le plan de contact).

Simplification du système sous forme d'une ligne (glisser les forces vers les roues):

$$\vec{R}_A \begin{pmatrix} 0 \\ R_A \end{pmatrix}, \vec{P} \begin{pmatrix} 0 \\ -P \end{pmatrix}, \vec{R}_B \begin{pmatrix} 0 \\ R_B \end{pmatrix}$$



nous avons deux inconnus à déterminer R_A *et* R_B; on aura besoin à deux équations (au minimum)

Application du principe fondamentale de la statique: (PFS)

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}; \sum \vec{M}_{/A} = \vec{0};$$

(toute les forces sont parallèles donc pour simplifier on va faire la projection sur un axe parallèle a ces forces : dans ce cas l'axe OY)

l'axe 0Y: $R_A + R_B - P = 0 \ldots\ldots\ldots.(1)$

$\sum \vec{M}_{/A} = \vec{0} \Rightarrow \cancelto{0}{\vec{M}_{RA/A}} + \vec{M}_{RB/A} + \vec{M}_{P/A} = \vec{0}$; $\ \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{R_B} + \overrightarrow{AG'} \times \vec{P} = \vec{0}$

$\binom{AB}{0} \times \binom{0}{R_B} + \binom{AG'}{0} \times \binom{0}{-P} = AB.R_B - AG'.P = 0 \ldots\ldots\ldots..(2)$

(système avec deux equations avec deux inconnus)

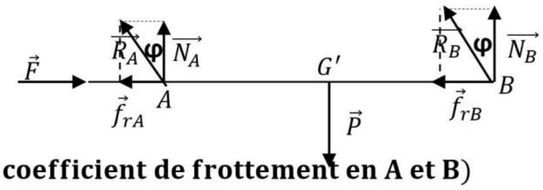
de (2): $R_B = \ AG'.\frac{P}{AB} = 1550.\frac{1500}{1550+820} = 981daN = 9810N$

En remplaçant dans (1): $R_A=P-R_B=519daN=5190N$.

2- Force minimale pour basculer la voiture vers l'arrière (**sol avec frottement**)

- dans ce cas l'action du sol n'est pas perpendiculaire sur le plan de contact avec la roue (incliné avec **un angle φ**)

$\vec{R}_A \binom{f_{rA}}{N_A}$; $\vec{R}_B \binom{f_{rB}}{N_B}$; $\vec{F} \binom{-F?}{0}$



$f = tan\boldsymbol{\varphi} = \frac{\mathbf{f_{rA}}}{\mathbf{N_A}} = \frac{\mathbf{f_{rB}}}{\mathbf{N_B}}$ **(le sol a le meme coefficient de frottement en A et B)**

$\boldsymbol{f_{rA} = f.N_A;\ f_{rB} = f.N_B}$

juste avant de bouger vers l'arrière; la voiture est en état statique limite donc:

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{R}_A \binom{f_{rA}}{N_A} + \vec{R}_B \binom{f_{rB}}{N_B} + \vec{F} \binom{-F}{0} + \vec{P} \binom{0}{-P} = \binom{0}{0}$$

$\boldsymbol{f.N_A + f.N_B = F \ldots\ldots\ldots\ldots..(1)}$

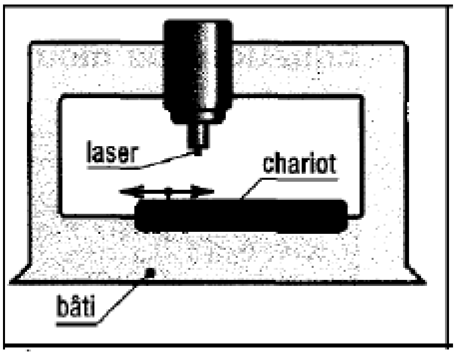
$\boldsymbol{N_A + N_B = P \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)}$

$\sum \vec{M}_{/A} = \vec{0} \Rightarrow \cancelto{0}{\vec{M}_{RA/A}} + \vec{M}_{RB/A} + \vec{M}_{P/A} + \cancelto{0}{\vec{M}_{F/A}} = \vec{0}$

de (1) et (2): $F = f.P$=0.5X1500=750daN (force minimale pour faire bouger la voiture vers l'arrière).

Série Cinématique

Exercice 1: Chariot de machine outil

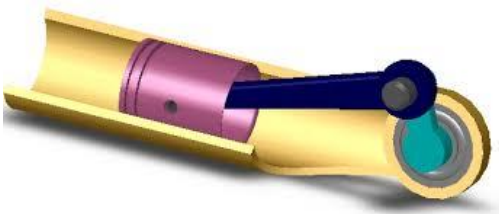


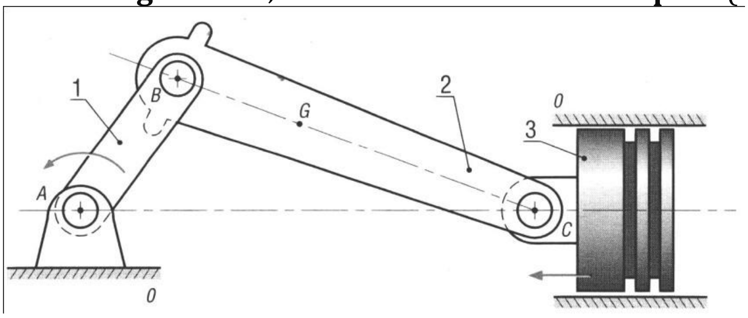
Le chariot d'une machine pour découpage laser atteint la vitesse de 10 cm/s en 2 secondes. Le chariot évolue à vitesse constante pendant 8 secondes puis s'arrête en l'espace de 12,5 cm. Les accélérations et décélérations sont supposées constantes.

1) Déterminer les équations de mouvement pour chacune des trois phases.
2) Tracer les graphes des accélérations, des vitesses et des positions.

Exercice 2 : Système bielle -manivelle

L'ensemble proposé ci-contre représente schématiquement le système bielle **2**, manivelle **1** et piston **3** d'un moteur à essence. Les liaisons en **A** $_{1/0}$, **B**$_{2/1}$ et **C**$_{3/2}$ sont des **liaisons pivots** et la liaison du **Piston** $_{3/0}$ sera considérée comme une **liaison glissière** , car l '**étude se fait dans le plan** (x,y).



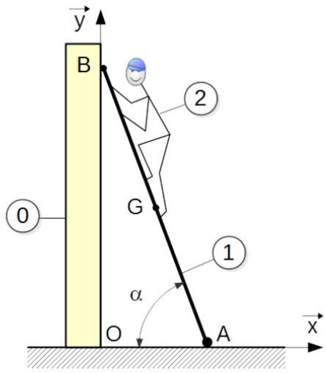


- Déterminez la nature des mouvements suivants :Mvt$_{1/0}$, Mvt$_{3/0}$, Mvt$_{2/0}$.
- En déduire la nature des trajectoires : TB$_{1/0}$,TC$_{2/0}$.

- Connaissant la vitesse en rotation du vilebrequin, ω=constante ,
- Ecrire les équations du mouvement du piston 3.

Déterminer la vitesse linéaire du piston (3) (dans la position indiquée par trois méthodes)

- Analytique
- Graphique
  - a- équiprojectivité des vitesses.
  - b- centre instantané des rotations CIR.



Exercice 3: Echelle glissante

L'échelle AB commence à glisser sur le mur (0) et sur le sol.

- représenter la direction et le sens des vitesses en A et B. déduire la nature du mouvement de l'échelle.

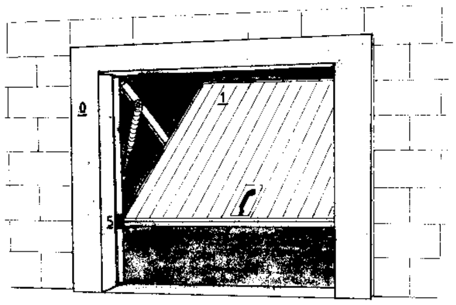
Si VB=0,5m/S

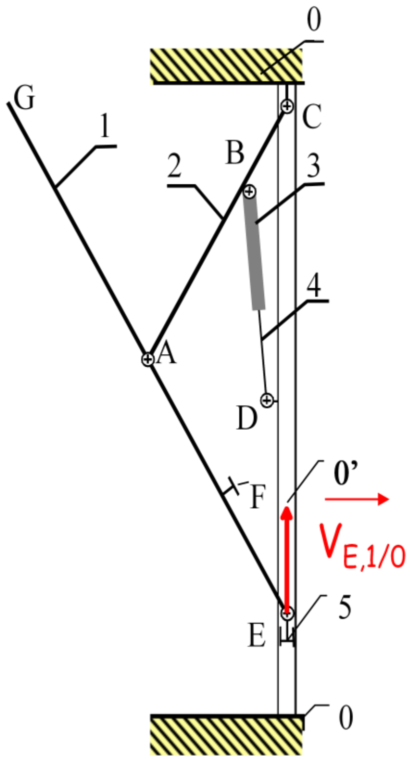
- déterminer la vitesse en A par deux méthodes à définir?

déduire la direction de la vitesse de G (centre de gravité situé au milieu de l'échelle.

- déduire la vitesse angulaire de l'échelle.
- pour quelle valeur de α, VA=VB ;
- Si α=0 que peut on dire du mouvement de l'échelle

<u>Exercice 4:</u> Porte garage





- déterminer, pour la position donnée ci-dessous, la vitesse des points E, A et G de la porte si l'utilisateur agit en F à la vitesse de 40cm/s

Solutions

<u>Exercice 1:</u>

Phase 1 : accélération a, ;
conditions initiales : x,(l) = 0 et $v_0(1) = 0$

Forme générale : $v_1 = a_1 t$ e t $x_1 = \frac{a_1 t^2}{2}$

pour $t = 2$: $v_1 = 10$ cm.s^{-1} $= a_1 \times 2 \Rightarrow$ a, = 5

a, = 5 cm.s^{-2}	$v_1 = 5\,t$	$x_1 = 2{,}5\,t^2$

Remarque : pour $t = 2$; $x_1 = 2{,}5 \times 2^2 = 10$ cm.

Phase 2 : translation uniforme à la vitesse
$v_2 = 10$ cm.s^{-1} ; $x_2 = 10\,t + x_2(0)$
à $t = 2$; $x_2 = 10 = 10 \times 2 +$ x,(O) $\Rightarrow x_2(0) = -10$

$a_2 = 0$	$v_2 = 10$ cm.s^{-1}	$x_2 = 10\,t - 10$

Remarque : pour $t = 2 + 8 = 10$;
$x_2 = 10 \times 10 - 10 = 90$ cm

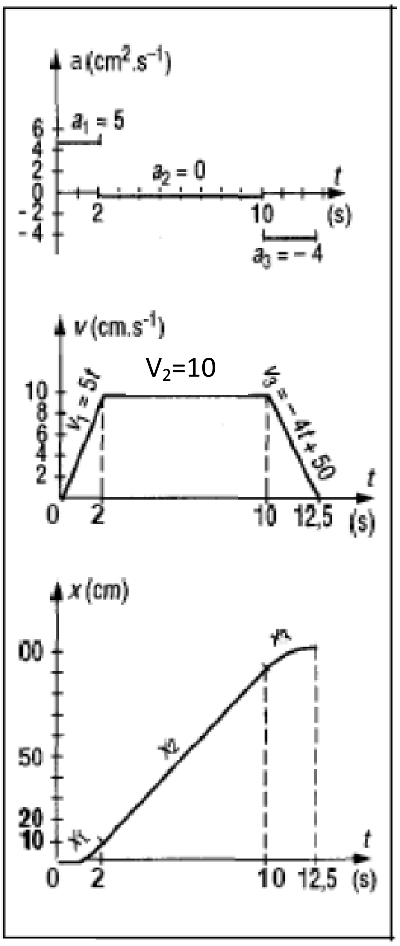
Phase 3 : mouvement décéléré, la vitesse passe de 10 cm.s^{-1} à 0 sur 12,5 cm.

$\boxed{\begin{aligned} v_0 &= 10 \\ v_{3f} &= 0 \\ x_3 - x_0 &= 12{,}5 \end{aligned}}$

$v_{3f}^2 = v_0^2 + 2a_3\,(x_3 - x_0)$
$0 = 10^2 + 2a_3\,(12{,}5)$
et $[a_3 = -4$ cm.s$^{-2}]$
$v_3 = a_3 t +$ u,(3) $= -4\,t + v_0(3)$
Pour $t = 10$; $v = 10 = -4 \times 10 + v_0(3)$ et $v_0(3) = 50$
$x_3 = -2t^2 + 50\,t +$ x,(3)
Pour $t = 10$; x = 90 = $-2 \times 10^2 + 50 \times 10 + x_0(3)$
x,(3) = -210

$a_3 = -4$ cm.s^{-2}	$v_3 = -4t + 50$	$x_3 = -2t^2 + 50t - 210$

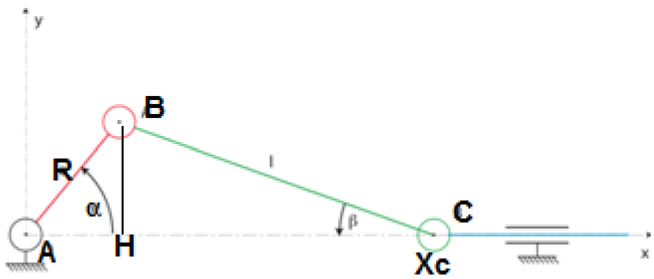
$t = 12{,}5$ s lorsque $v = 0$.



Exercice 2

1-

- mouvement (1) rotation : trajectoire circulaire
- mouvement (3) translation : trajectoire rectiligne
- mouvement (2) plan (translation +rotation) trajectoire quelconque.



2- loi de mouvement du piston:

a- méthode analytique

- puisque le piston a un mouvement de translation donc tous ses points ont la même vitesse et accélération

- on choisi le point C appartenant à (2) et (3)

$$x_C = AH + HC$$

$$AH = Rcos\alpha; HC = Lcos\beta?$$

$$Sin\alpha = \frac{BH}{R}; Sin\beta = \frac{BH}{L} \Leftrightarrow RSin\alpha = LSin\beta \Leftrightarrow Sin\beta = RSin\alpha/L$$

$$Sin^2\beta + Cos^2\beta = 1 \Leftrightarrow \mathrm{Cos}\beta = \sqrt{1 - Sin^2\beta} = \sqrt{1 - (RSin\alpha/L)^2}$$

donc: $x_c = RCos\alpha + L\sqrt{1 - \left(\frac{RSin\alpha}{L}\right)^2} = RCos\omega t + L\sqrt{1 - \left(\frac{RSin\alpha\omega t}{L}\right)^2}$

$$= RCos\omega t + \sqrt{\mathrm{L}^2 - RSin\alpha\omega t^2}$$

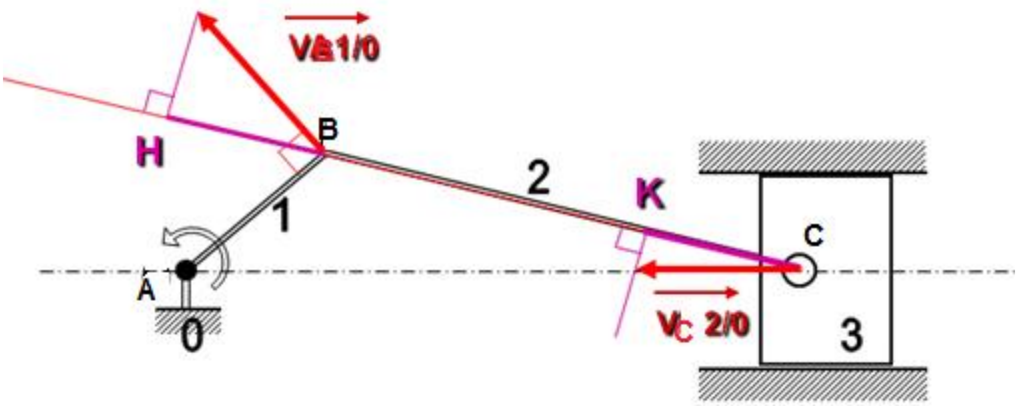
$$V_c = \frac{dx_C}{dt} = -R\omega Sin\omega t + \frac{1}{2}\frac{*(-2 * R^2\omega Cos\omega t * Sin\omega t)/L^2}{L\sqrt{1 - (RSin\omega t/L)^2}} = -R\omega * \left[Sin\omega t + \frac{RSin2\omega t}{2\sqrt{\mathrm{L}^2 - RSin\alpha\omega t^2}}\right]$$

a- méthode graphique

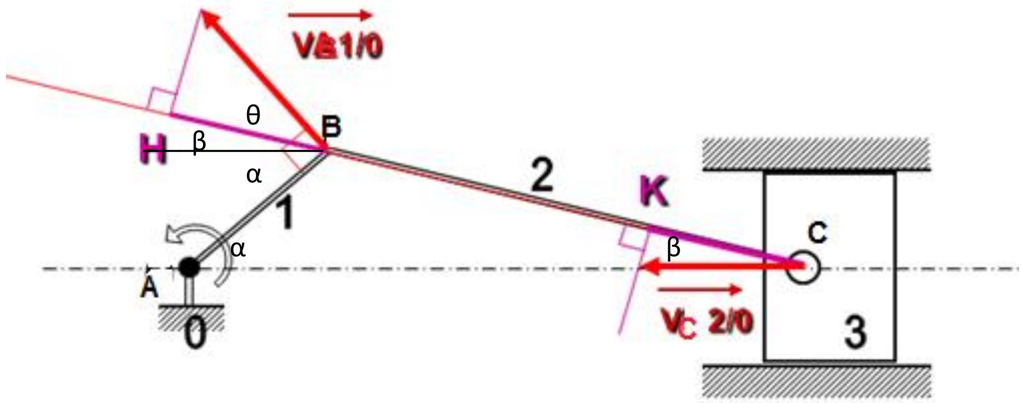
1- Equiprojectivité des vitesses

$$\overrightarrow{Pr}_{\frac{VB}{\overline{BC}}} = \overrightarrow{Pr}_{\frac{Vc}{\overline{BC}}}$$

- **Etapes de réalisation**
  - faire la projection de $\vec{V}B$ sur la direction de BC (soit $\overrightarrow{BH}$)
  - reporter le même vecteur $\overrightarrow{BH}$ à partir de C (le nommer $\overrightarrow{CK}$)
  $$\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{CK}$$
  - tracer la perpendiculaire à partie de K sur CB
  - l'intersection entre cette perpendiculaire avec la direction de VC nous donne la valeur de VC.



- **Géométriquement**



$$CK = BH \Leftrightarrow VBcos\theta = Vccos\beta$$

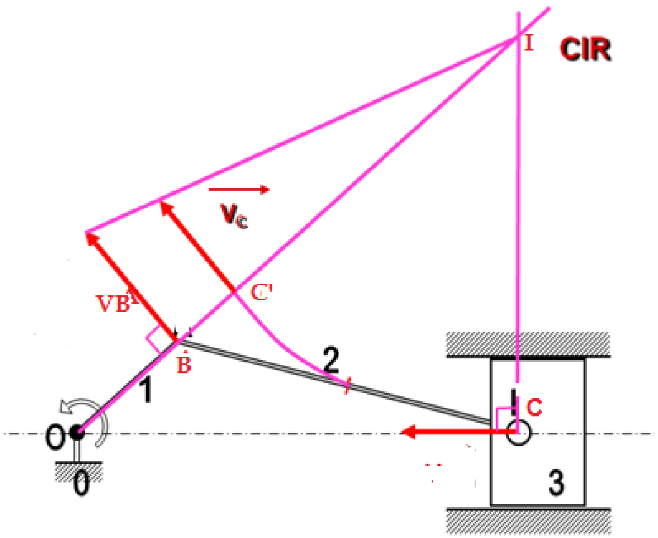
$$Vc = VBcos\theta/cos\beta$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} - (\alpha + \beta) \Leftrightarrow cos\theta = sin(\alpha + \beta) = cos\alpha sin\beta + sin\alpha cos\beta$$

2- Centre instantané des rotation (CIR)

- **Etapes de réalisation**

- tracer des perpendiculaires sur les directions de VB et Vc
- le point d'intersection (I) est le centre instantané de rotation dans cette position
- tracer une droite liant (I) avec la fin du vecteur VB (le triangle formé et le triangle des vitesse)
- reporter la distance IC sur la droite IA (soit IC')



$$\frac{VC}{IC} = \frac{VB}{IB} = \omega_{BC} \Leftrightarrow VC = VB.\frac{IC}{IB}$$

Exercice 3

Remarque

- dans les figures ci dessous on a changer la notation de A et B

- pour une application numérique nous avons choisi le temps où α=60°

1- Nature du mouvement de l'échelle

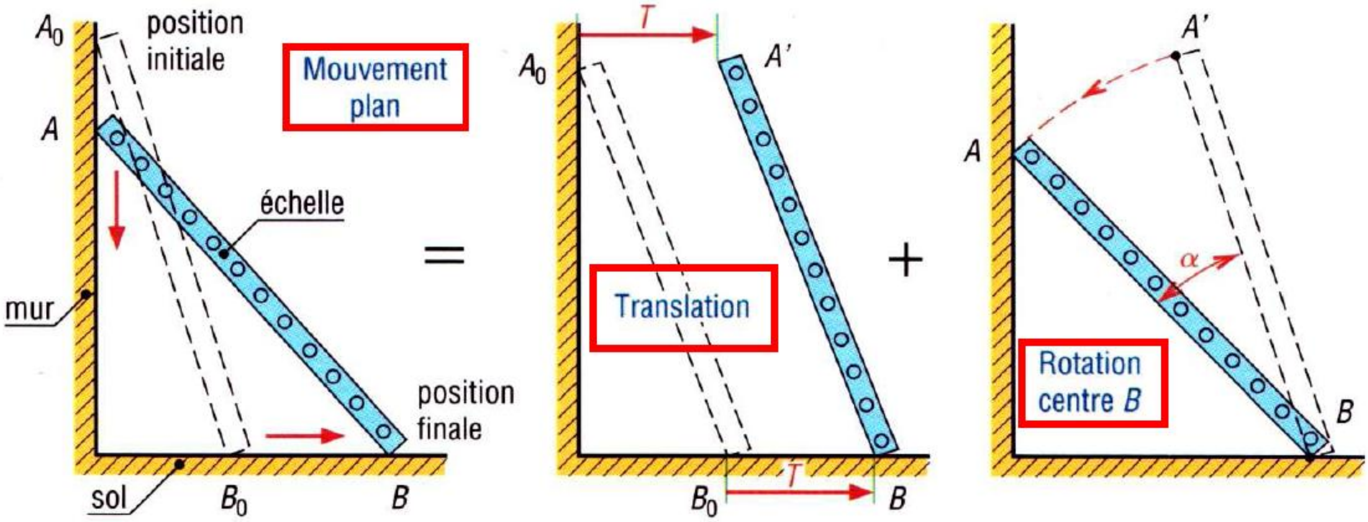
d'après la figure réponse 2, nous avons:

- VA n'est pas parallèle à VB

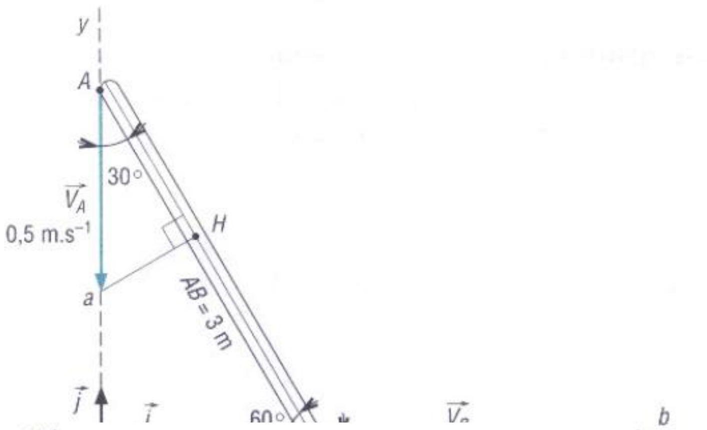
- XA et YB varient dans le temps (translation de A et B)

- α et β varie dans le temps (rotation)

D'où nous avons un mouvement plan (translation +rotation)



a- équiprojectivité



VA . cos 30 = VB . cos 60

0.5 cos 30 = VB . 0.5

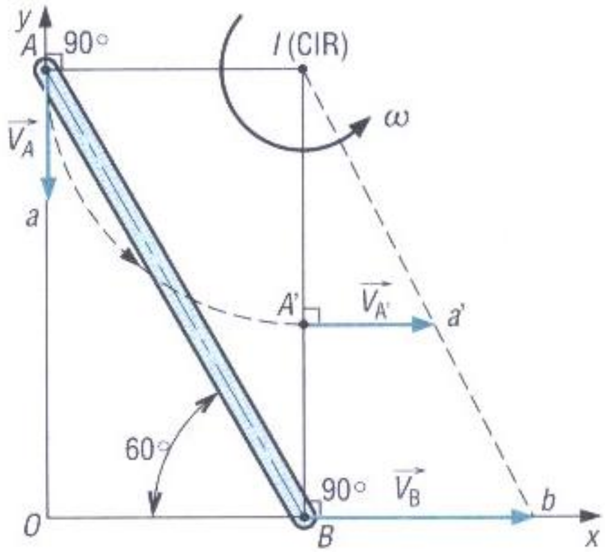
VB = cos 30 = 0.866

d'une manière générale

VA . cos β = VB . cos α

VB=VA.cosβ/cosα; β=π/2-α

donc cos β=sinα; VB=VA.Tanα



b- Méthode CIR

VB/IB = VA/IA = VA'/IA' = ω_{AB}

Avec IA = IA' = AB.cos 60 = 1,5 m

IB = AB.sin60 = 2,6 m

w = VA/IA = 0,5/1,5 = 0,33 rd/s

VB = 0,33 × 2,6 = 0,866 m/s

VB = cos 30 = 0.866

d'une manière générale

IB=AB.sinα et IA=AB.cosα

VA/IA= VB/IB; VB=VA.IB/IA=VA.tanα

3- La vitesse du centre de gravité G

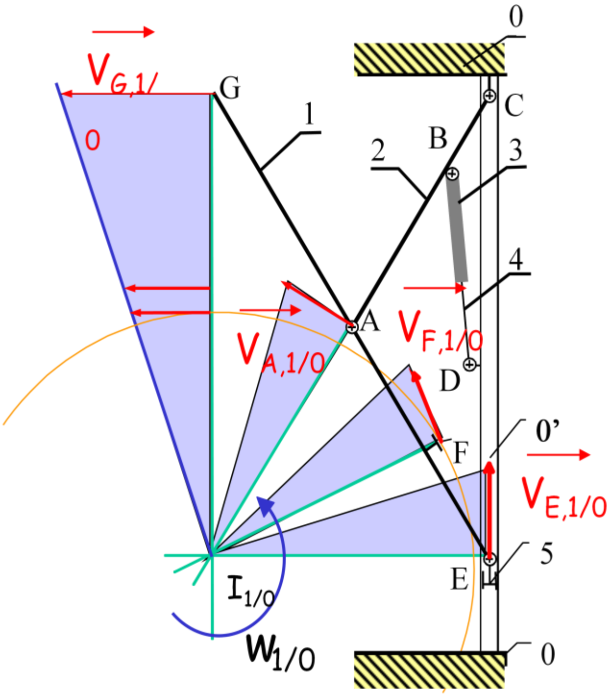
$$\overrightarrow{VG} = \overrightarrow{VA} + \vec{\omega} \times \overrightarrow{AG} = -VA\vec{j} + \omega\vec{k} \times \left(\frac{l}{2}\vec{i} - \frac{l}{2}\vec{j}\right)$$

$$\overrightarrow{VG} = -VA\vec{j} + \omega\frac{l}{2}(\vec{j} + \vec{\imath})$$

4- Si α=0 Alors VB=0 (donc à ce moment on a une rotation instantanée autour de B)

Exercice 4

Cet exercice s'intéresse à la pratique graphique du CIR



Analytiquement : d'après Thalès

$$\frac{V_{F,1/0}}{IF} = \frac{V_{A,1/0}}{IA} = \frac{V_{E,1/0}}{IE} = \frac{V_{G,1/0}}{IG}$$

$$V_{A,1/0} = \frac{V_{F,1/0}}{IF} \times IA = \frac{40}{42} \times 45 = 42{,}9 cm/s$$

$$V_{G,1/0} = \frac{V_{F,1/0}}{IF} \times IG = \frac{40}{42} \times 77 = 73{,}3 cm/s$$

$$V_{E,1/0} = \frac{V_{F,1/0}}{IF} \times IE = \frac{40}{42} \times 45 = 42{,}9 cm/s$$

Echelle : 1 / 20

Echelle des vitesses : 20 cm/s ⇔ 1 cm

Série géométrie de masse

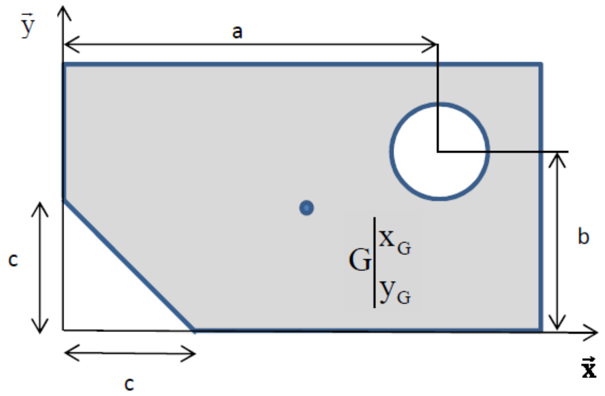
Exercice N :01

Le centre de masse d'une plaque chanfreinée et percée d'un trou Appelons S_1 la plaque rectangulaire de dimensions L x l , S_2 le cercle de rayon R dont le centre a pour coordonnées (a,b) et S_3 le triangle de coté c

-Déterminer les coordonnées du centre de gravité G de la plaque.

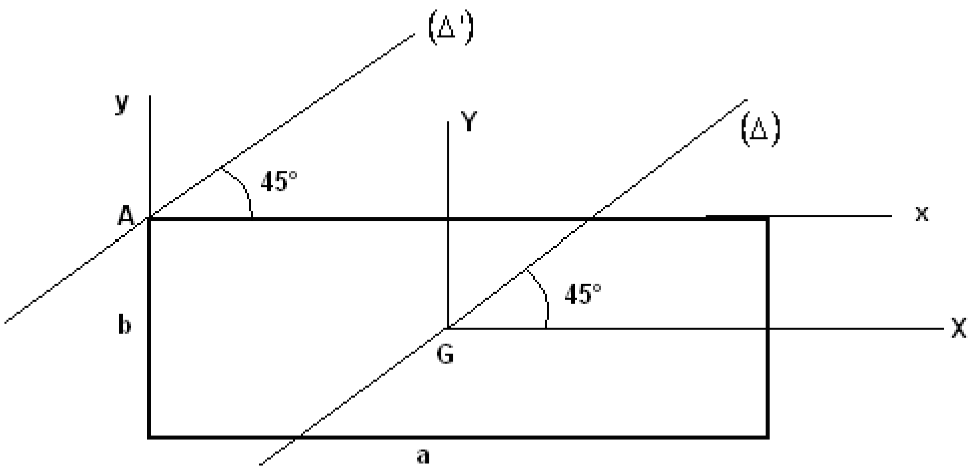
On applique les définitions suivantes :

On donne : L = 150, l = 90 a = 120, b = 60, c = 30, R = 15



Exercice N :02

1/- Calculer les tenseurs d'inertie suivant les repères GXYZ et Axyz d'une plaque rectangulaire de masse M, de longueur a et de largeur b.



2/- Calculer le moment d'inertie de la plaque par rapport à un axe (Δ) passant par G et faisant un angle de 45° avec GX .

3/- Calculer le moment d'inertie de la plaque par rapport à un axe (Δ') passant par A et faisant un angle de 45° avec Ax

SOLUTION

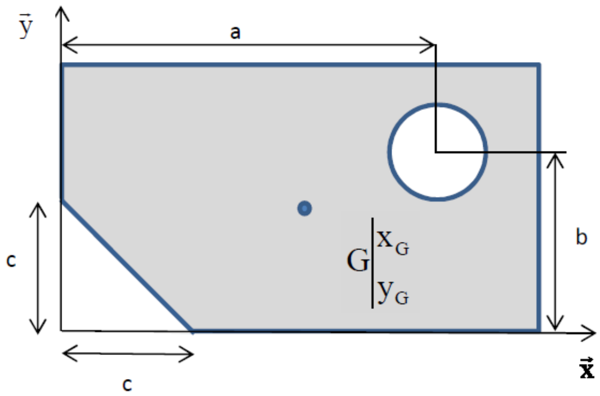
Exercice 1

Rappel

$$\boldsymbol{centre\ de\ masse\ G(x_G, y_G);}$$

$$x_G = \frac{\sum x_{Gi}.m_i}{\sum m_i};\ y_G = \frac{\sum y_{Gi}.m_i}{\sum m_i};$$

$$x_G = \frac{\int xdm}{m};\ y_G = \frac{\int ydm}{m} \textit{(formes complexes)}$$



On peut deviser la plaque en trois formes simples (rectangle, disque et triangle)

1 - rectangle: S1=L.l, M1=σ.S1; G1(L/2;l/2)

2- disque: S2=π.R², M2=σ.S2; G2(a;b)

3- Triangle: S3=1/2C.C, M3=σ.S3; G3(C/3;C/3)

- ***G (x_G;y_G) de la plaque***

$$x_G = \frac{x1.M1 - x2.M2 - x3M3}{M1 - M2 - M3} = \frac{\sigma(x1.S1 - x2.S2 - x3.S3)}{\sigma(S1 - S2 - S3)}$$

$$x_G = \frac{\frac{L}{2}.L.l - a.\pi R^2 - \frac{C}{3}.1/2C^2}{L.l - \pi R^2 - 1/2C^2} = \frac{150.90.75 - 120.\pi.15^2 - 10.450}{150.90 - \pi.15^2 - 450}$$

$$y_G = \frac{\frac{l}{2}.L.l - b.\pi R^2 - \frac{C}{3}.1/2C^2}{L.l - \pi R^2 - 1/2C^2} = \frac{150.90.45 - 60.\pi.15^2 - 10.450}{150.90 - \pi.15^2 - 450}$$

Exercice2

1- Tenseurs d'inertie

$$\begin{bmatrix} I_{XX} & -I_{XY} & -I_{Xz} \\ I_{XY} & I_{YY} & -I_{YZ} \\ -I_{XZ} & -I_{YZ} & I_{ZZ} \end{bmatrix}$$

$$,I_{xx} = \int (y^2 + z^2)dm;\ I_{yy} = \int (x^2 + z^2)dm;\ I_{zz} = \int (y^2 + x^2)dm;$$

$$I_{xy} = \int (xy)dm;\ I_{yz} = \int (yz)dm;\ I_{xz} = \int (xz)dm;$$

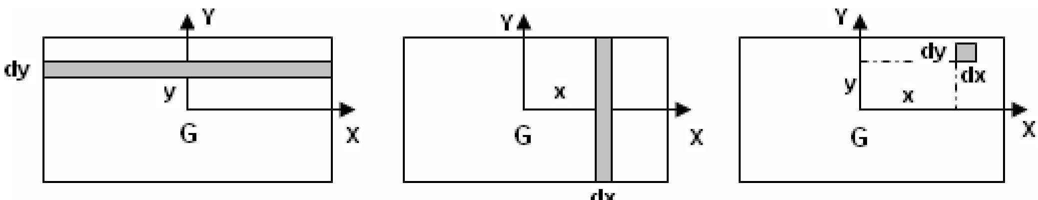


Figure 1 *Figure 2* *Figure 3*

Le solide est une plaque de dimension a x b. Sa surface est $S = ab$*, sa Masse :* $M = \sigma S$ *d'où* $\sigma = \frac{M}{S} = \frac{M}{ab}$.

Pour calculer J_{XX}*, on découpe le domaine en plaques rectangulaires horizontales infiniment petites (figure 1) de telle sorte que la distance entre cette plaque et l'axe (GX) soit constante. Cette plaque a pour surface* $dS = ady$ *et pour masse :*

$$dm = \sigma dS = \frac{M}{ab} ady = \frac{M}{b} dy$$

$$J_{XX} = \int_S y^2 dm = \int_{-b/2}^{b/2} y^2 \frac{M}{a} dy = \frac{M}{b}\left[\frac{y^3}{3}\right]_{-b/2}^{b/2} = \frac{M}{3b}\left(\left(\frac{b}{2}\right)^3 - \left(-\frac{b}{2}\right)^3\right) = \frac{M\,b^2}{12}$$

En découpant le solide en plaques rectangulaires verticales (figure 2) ($dm = \sigma dS = \frac{M}{a} dx$ *)*

On obtient : $J_{YY} = \int_S x^2 dm = \int_{-a/2}^{a/2} x^2 \frac{M}{a} dx = \frac{M}{a}\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-a/2}^{a/2} = \frac{M}{3a}\left(\left(\frac{a}{2}\right)^3 - \left(-\frac{a}{2}\right)^3\right) = \frac{M\,a^2}{12}$

$$J_{ZZ} = \int_S \left(x^2 + y^2\right) dm = \int_S \left(x^2\right) dm + \int_S \left(y^2\right) dm = J_{XX} + J_{YY} = \frac{M}{12}\left(a^2 + b^2\right)$$

Pour calculer $J_{XY} = \int_S xydm$ *, on découpe le domaine (figure 3) en plaques rectangulaires de surface* $dS = dxdy$ *et de masse* $dm = \sigma dS = \frac{M}{ab} dxdy = \frac{M}{ab} dxdy$ *.*

$$J_{XY} = \int_S xydm = \frac{M}{ab}\int_{-a/2}^{a/2} xdx \int_{-b/2}^{b/2} ydy = \frac{M}{ab}\left(\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(-\frac{a}{2}\right)^2\right)\left(\left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(-\frac{b}{2}\right)^2\right) = 0.$$

$J_{XZ} = J_{YZ} = 0$ *car z=0*

Ce résultat était attendu, car les axes (GX), (GY) et (GZ) sont des axes de symétrie, donc des axes principaux et par conséquent les produits d'inertie sont nuls.

Remarque : On pouvait utiliser le découpage de la figure 3, pour calculer J_{XX}

$$J_{XX} = \int_S y^2\,dm = \int_S y^2 \frac{M}{ab} dxdy = \frac{M}{ab}\int_{-a/2}^{a/2} dx \int_{-b/2}^{b/2} y^2\,dy = \frac{M}{ab}\left(a - (-a)\right)\frac{1}{3}\left(\left(\frac{b}{2}\right)^3 - \left(-\frac{b}{2}\right)^3\right) = \frac{M}{12} b^2.$$

$$\left[J_G\right]_{XYZ} = \frac{M}{12}\begin{bmatrix} b^2 & 0 & 0 \\ 0 & a^2 & 0 \\ 0 & 0 & b^2 + a^2 \end{bmatrix}$$

Pour calculer le tenseur d'inertie par rapport au repère Axyz, il suffit de changer les bornes de l'intégrale, 0 à a pour x, et 0 à b pour y, ou appliquer le théorème de Huygens pour les moments d'inertie.

<u>Théorème de Huygens:</u>

$$I_{/\Delta} = I_{/D} + m\,d^2 = I_G + m\,d^2$$

$$\left[J_A\right]_{xyz} = \left[J_G\right]_{XYZ} + \begin{bmatrix} M + \left(\frac{b}{2}\right)^2 & -M\frac{b}{2}\frac{a}{2} & 0 \\ -M\frac{b}{2}\frac{a}{2} & M + \left(\frac{a}{2}\right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & M\left(\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2\right) \end{bmatrix} = M\begin{bmatrix} \frac{b^2}{3} & \frac{-ab}{4} & 0 \\ \frac{-ab}{4} & \frac{a^2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{b^2 + a^2}{3} \end{bmatrix}$$

$$J_{\Delta} = \langle u \rangle [J\,G]_{XYZ} \{u\} = \frac{M}{24}\left(a^2 + b^2\right) \qquad J_{\Delta'} = \langle u \rangle [J\,A]_{xyz} \{u\} = \frac{M}{12}\left(2\,a^2 + 2\,b^2 - 3ab\right)$$

$$\text{avec } \langle u \rangle = \langle \cos 45°, \sin 45°, 0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \langle 1,1,0 \rangle$$

Université Batna 2
Faculté de technologie
Dept. GM

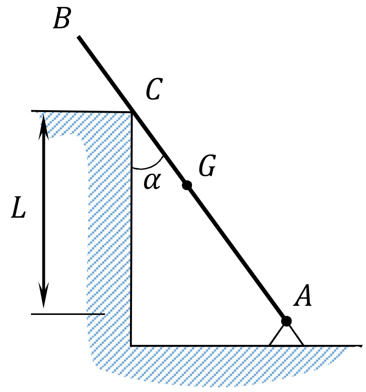
Devoir à Domicile

Module : Mécanique Rationnelle GM (L2+Aero2+Ing2)

Exercice 1 :

Une barre AB de poids P et de longueur $2a$, repose en A sur un appui double et en C sur un coin.

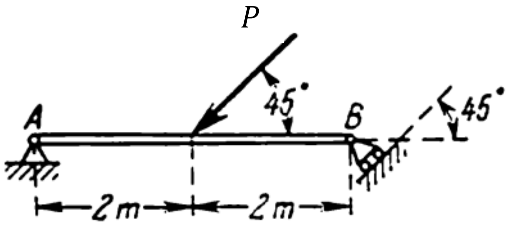
Déterminer les réactions en A et C.



Exercice 2 :

La poutre AB de poids négligeable, de 4m de longueur, repose en A sur un appui double et en B sur un appui simple. Une force P agit en son milieu et forme avec son axe un angle de 45°.

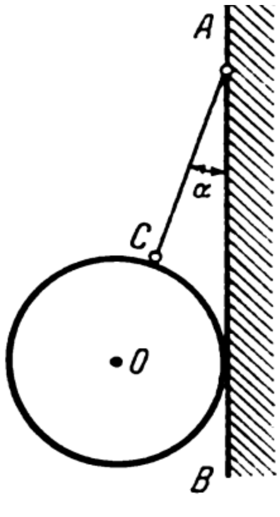
Déterminer les réactions aux appuis.



Exercice 3 :

Une boule O de poids P est fixée à un mur vertical AB par un fil CA. Le fil forme un angle α avec le mur.

Déterminer la tension dans le fil et la réaction du mur sur la boule.

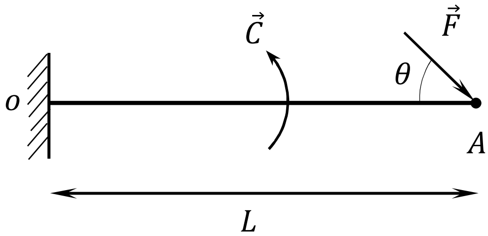


Exercice 4 :

Une poutre OA de poids négligeable est encastrée en O dans un mur vertical. La poutre est soumise à une force $\vec{F}$ et à un couple $\vec{C}$.

1- Déterminer les réactions en O

2- Quelle relation entre F et C pour que le moment à l'encastrement soit nul ?



Conditions :

1 — les exercices du devoir doivent être résolus sur un papier blanc A4 ;

2 — le devoir peut être fait par binômes ;

3 — chaque groupe doit rendre son devoir dans sa séance de TD après les vacances (*aucun devoir n'est accepté après*) ;

4 — le devoir sera noté sur 05 points.

Bon courage

université de Relizane
Faculté des Sciences et Technologies
Département de Génie Mécaniques
Relizane le : 26/01/2022

جامعـــة غليـــزان
كليـــة العلـــوم والتكنولوجيـــا
قســم الهندســة الميكانيكيـــة

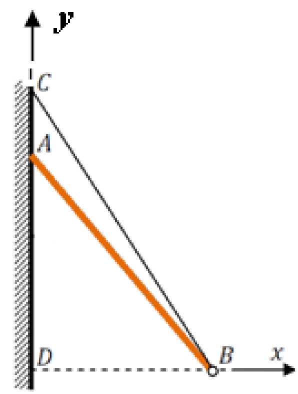
Examen final de Mécanique Rationnelle (L2- S3)
Durée : 1 h 30 min (document non autorisés)

Exercice 1

La ligne d'une force $\vec{R}$ de 500N, passe par les points A (3, 0, 4) et B (0, 3, 4) dans un repère orthonormé. Déterminer les composantes de cette force.

Exercice 2

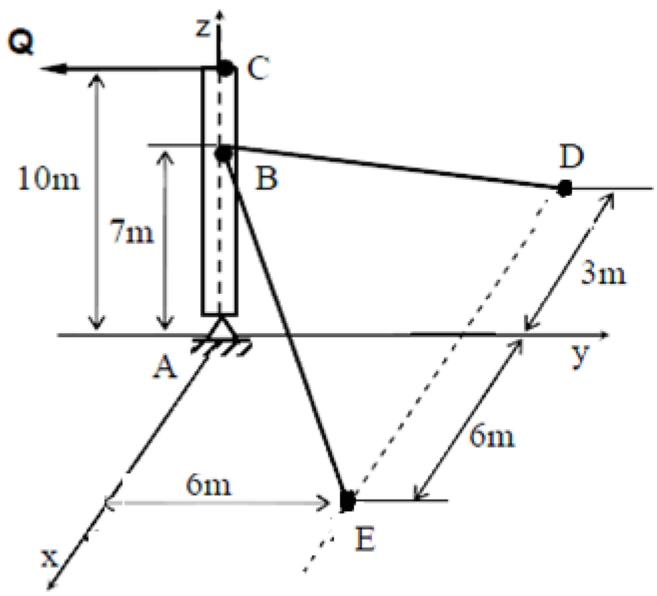
L'extrémité supérieure **A** d'une barre homogène **AB** pesant **50N** de longueur **2m** s'appuie sur un mur vertical lisse. Une corde BC est attachée à son extrémité inferieur B.
Déterminer la tension dans la corde BC ainsi que la grandeur de la réaction en *A* ?
Données : D$(\mathbf{0},\mathbf{0})$, A$(\mathbf{0},\sqrt{\mathbf{2}})$ B$(\sqrt{\mathbf{2}},\mathbf{0})$ C$(\mathbf{0},\mathbf{2}\sqrt{\mathbf{2}})$



<u>Exercice 3</u> (09pts)

Une barre AC de masse négligeable articulé à sa base (articulation sphérique au point A) et maintenu par deux câbles **BD** et **BE**. La barre AC est soumis à une force horizontale **Q = 950N**

1) Isoler la barre et représenter les forces qui s'exercent.
2) Déterminer les points A, B, C, D et E.
3) Exprimer les forces en fonction de i, j, k.
4) Etablir les équations d'équilibre sous forme vectorielle.
5) Déduire les équations d'équilibre projetées.
6) Déterminer la réaction R_A et les tensions T_{BD} et T_{BE}.



ليس الجمال بأثواب تزيننا
إن الجمال جمال العلم والأدب مع الله

Correction :

Exercice 01 : (04pts)

$R = 500\,N$

$A(3,0,4)$; $B(0,3,4)$.

$\vec{R} = R_x\vec{i} + R_y\vec{j} + R_z\vec{k}$?

$\vec{R} = R.\vec{U}_{AB}$ (0,5)

$\vec{U}_{AB} = \frac{\vec{AB}}{AB}$ (0,5)

$\vec{AB} = -3\vec{i} + 3\vec{j} + 0\vec{k}$. (0,5)

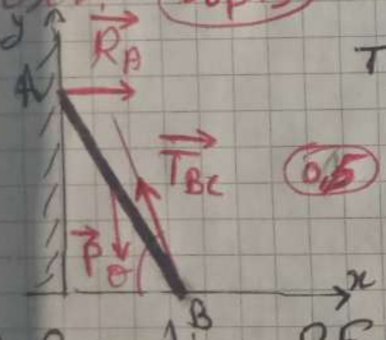
$|\vec{AB}| = \sqrt{3^2+3^2} = 3\sqrt{2}$. (0,5)

$\vec{U}_{AB} = \frac{-3\vec{i}+3\vec{j}+0\vec{k}}{3\sqrt{2}} \Rightarrow$

$\vec{U}_{AB} = -0,707\vec{i} + 0,707\vec{j}$. (01)

$\boxed{\vec{R} = 353,5\vec{i} + 353,5\vec{j}}$ (01)

Ex 2. (06pts)



$T_{BC} = ?$; $R_A = ?$

(0,5)

On applique P.F.S :

1 : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R}_A + \vec{T}_{BC} = \vec{0}$. (0,5)

Il existe deux méthodes : (0,5) (0,5)

$\vec{P} = -P\vec{j}$; $\vec{R}_A = R_A\vec{i}$; $\vec{T}_{BC} = ?$

$\vec{T}_{BC} = T_{BC}\vec{U}_{BC}$ tq $\vec{U}_{BC} = \frac{\vec{BC}}{BC}$.

$\vec{BC} = -\sqrt{2}\,\vec{i} + 2\sqrt{2}\,\vec{j}$ (0,5)

(0,5) $BC = 3,162$; $\vec{U}_{BC} = -0,447\vec{i} + 0,894\vec{j}$. (0,5)

$\vec{T}_{BC} = T_{BC}(-0,447\vec{i} + 0,894\vec{j})$ (0,5)

La projection selon $(Ox ; Oy)$:

$$\begin{cases} x: R_A - 0,447\,T_{BC} = 0 \quad (1) \quad 0,5 \\ y: -P + 0,894\,T_{BC} = 0 \quad (2) \quad 0,5 \end{cases}$$

$\therefore (2) \Rightarrow T_{BC} = \frac{P}{0,894} \Rightarrow T_{BC} = 55,928\,N$ (0,5)

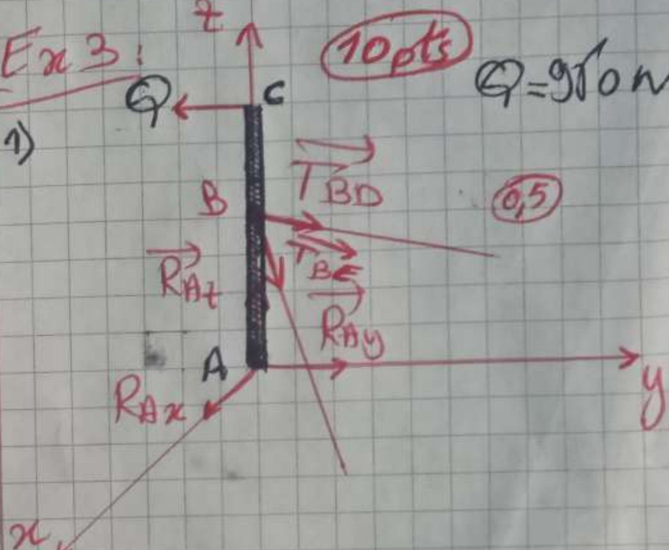
$R_A = 0,447.\frac{P}{0,894} \Rightarrow R_A = \frac{P}{2} = 25\,N$. (0,5)

2 méthode : $tg\,\theta = \frac{2\sqrt{2}}{2} = 2 \Rightarrow \theta = 63,43$

Ex 3 : (10pts)

$Q = 950\,N$

1)



(0,5)

2) $F = f(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Les points A ; B ; C ; D ; E

$A\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$; $B\begin{pmatrix}0\\0\\7\end{pmatrix}$; $C\begin{pmatrix}0\\0\\10\end{pmatrix}$; $D\begin{pmatrix}-3\\6\\0\end{pmatrix}$

$E\begin{pmatrix}6\\6\\0\end{pmatrix}$. (01)

$\vec{Q} = -Q\vec{j}$ (0,5)

$\vec{R}_A = R_{Ax}\vec{i} + R_{Ay}\vec{j} + R_{Az}\vec{k}$ (0,5)

$\vec{T}_{BD} = T_{BD}.\vec{U}_{BD}$.

$\vec{U}_{BD} = \frac{\vec{BD}}{BD} = \frac{-3\vec{i}+6\vec{j}-7\vec{k}}{\sqrt{94}}$ (0,5)

$\vec{U}_{BD} = -0,309\vec{i} + 0,619\vec{j} - 0,722\vec{k}$

$\vec{T}_{BD} = T_{BD}(-0,309\vec{i} + 0,619\vec{j} - 0,722\vec{k})$.

(0,5)

$T_{BE} = T_{BE} \cdot \overrightarrow{U_{BE}}$

$\overrightarrow{U_{BE}} = \dfrac{\overrightarrow{BE}}{BE} = \dfrac{6\vec{i}+6\vec{j}-7\vec{k}}{\sqrt{121}} = 0,545\,\vec{i}+0,545\,\vec{j}-0,636\,\vec{k}$ 0,5

$\overrightarrow{T_{BE}} = T_{BE}\left(0,545\,\vec{i}+0,545\,\vec{j}-0,636\,\vec{k}\right)$. 0,5

• les Eqts d'équilibre:

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{R_A} + \vec{Q} + \overrightarrow{T_{BE}} + \overrightarrow{T_{BD}} = \vec{0}$ ———— (I) 0,5

$\sum \overrightarrow{\mathcal{M}_A}(\overrightarrow{F_{ext}}) = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{\mathcal{M}_A}(\vec{Q}) + \overrightarrow{\mathcal{M}_A}(\overrightarrow{T_{BE}}) + \overrightarrow{\mathcal{M}_A}(\overrightarrow{T_{BD}}) = \vec{0}$ —— (II) 0,5

• En déduire:

$$\text{(I)} \Rightarrow \begin{array}{l} x \\ y \\ z \end{array}\begin{cases} R_{Ax} - 0,309\,T_{BD} + 0,545\,T_{BE} = 0 & \text{—— (1)} \quad 0,5 \\ R_{Ay} - Q + 0,619\,T_{BD} + 0,545\,T_{BE} = 0 & \text{—— (2)} \quad 0,5 \\ R_{Az} - 0,722\,T_{BD} - 0,636\,T_{BE} = 0 & \text{—— (3)} \quad 0,5 \end{cases}$$

$\text{(II)} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{T_{BD}} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{T_{BE}} + \overrightarrow{AC} \wedge \vec{Q} = \vec{0}$ 0,5

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -0,309\,T_{BD} \\ 0,619\,T_{BD} \\ -0,722\,T_{BD} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0,545\,T_{BE} \\ 0,545\,T_{BE} \\ -0,636\,T_{BE} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -Q \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{cases} -4,333\,T_{BD} - 3,815\,T_{BE} + 10\,Q = 0 & \text{—— (4)} \quad 0,5 \\ 2,163\,T_{BD} - 3,815\,T_{BE} = 0 & \text{—— (5)} \quad 0,5 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

Donc, on trouve:

$T_{BD} = 1462,438\ N$; $T_{BE} = 829,162\ N$
0,25 0,25

$R_{Ax} = 0$; $R_{Ay} = -407,142\ N$; $R_{Az} = 1583,227\ N$; $R_A = 1634,739\ N$
0,25 0,25 0,25 0,25

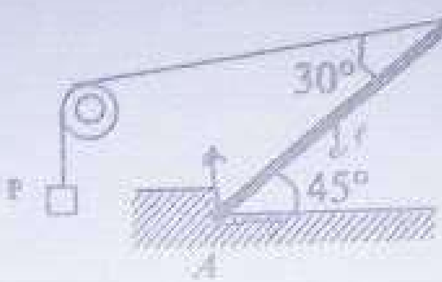
...e la Technologie
...rtement Sciences & Techniques
...année LMD/S&T.
...le: Mécanique Rationnelle (physique 4).

Mécanique rationnelle

EXAMEN DU TROISIEME SEMESTRE

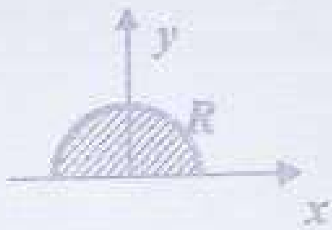
...rcice 01: (cet exercice sera introduit encore à la note du TD).

...maintient une poutre en équilibre statique à l'aide d'une charge P suspendue à un câble ...nsible de masse négligeable, passant par une polie. La poutre a une longueur de 8m et ...masse de 50kg et fait un angle de 45° avec l'horizontale et 30° avec le câble. ...erminer les réactions dans ce système. (n'introduit pas le poids de la charge P dans les ...ls).



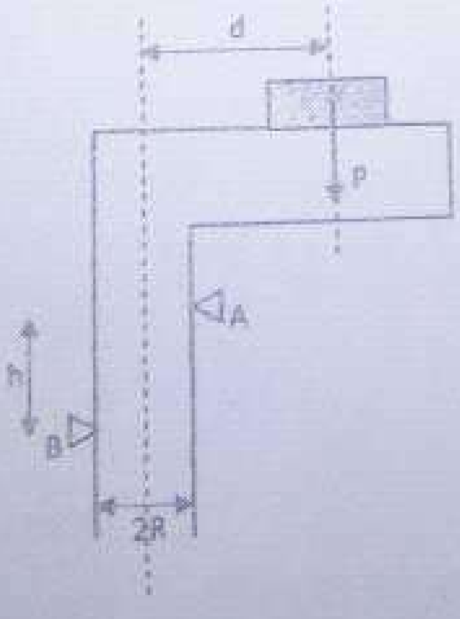
...ercice 02:

...terminer le centre de gravité du corps solide homogène sous la forme d'un demi disque de ...n R et de densité surfacique λ.



...ercice 03:

...ne console mobile est installé de la façon indiqué sur la figure. En supposant que le ...fficient du frottement entre la console et les saillies est *f*. Déterminer l'intensité de la force ...frottement aux saillies et la distance d.



Bon courage.

Université Djillali Liabes de Sidi Bel-Abbes
Faculté de Technologie
Département des Enseignements de Base en Sciences & Technologies.

05 Janvier 2017
Durée: 1h30min

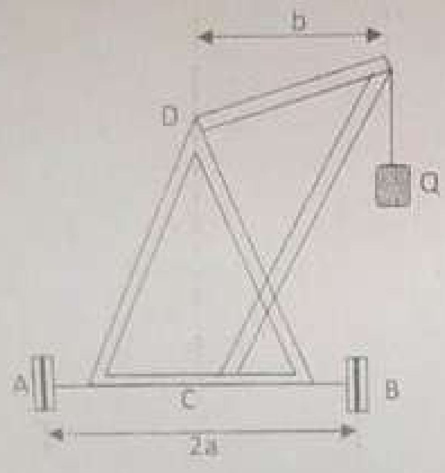
Module: Mécanique Rationnelle (physique 4).

EXAMEN DU SEMESTRE 3

Exercice 01: (Cet exercice sera noté à la note de TD pour les groupes qui n'ont pas fait leurs examens de TD).

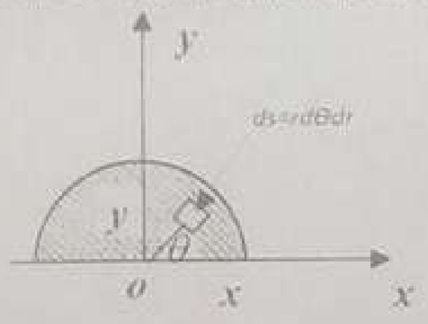
Une grue de poids P=4 tonne force, son centre de gravité se trouve sur la ligne CD soulève un poids Q=1 tonne force. La porté de la grue est b=3.5 m et la distance qui sépare les appuis sur rouleaux A et B est AB=2a=2.5 m.

Déterminer les réactions aux niveaux des appuis des roues A et B.



Exercice 02 :

Déterminer le centre d'inertie d'un demi-disque de rayon R et de densité surfacique σ, analytiquement et géométriquement (utiliser le théorème de Guldin). Sachant que le volume d'une sphère est $4\pi R^3/3$.



Exercice 03 :

Un moteur électrique, après sa mise hors circuit à fait 675 tours et s'est arrêté au bout de 30 secondes, le mouvement est uniformément retardé.

Déterminer la vitesse angulaire initiale et l'accélération angulaire ainsi que la loi de rotation du moteur.

Bon courage