

## Задание №6

### Приближённое вычисление интегралов при помощи квадратурных формул Наивысшей Алгебраической Степени Точности (КФ НАСТ)

Теоретический блок:

1. знать, что такое Алгебраическая Степень Точности КФ, двустороннюю оценку для АСТ ИКФ в случае знакопостоянного веса;
2. знать, чему равна наивысшая АСТ КФ с  $N$  узлами;
3. знать формулировку теоремы о КФ гауссова типа (или КФ НАСТ);
4. знать алгоритм построения КФ НАСТ с весом;
5. знать теорему о погрешности КФ НАСТ;
6. из теории ортогональных многочленов знать определение и свойства ортогональных многочленов.

Практический блок:

Параметры задачи: пределы интегрирования –  $a$ ,  $b$  (запрашивать у пользователя; вводятся с клавиатуры), функции  $\rho(x)$  и  $f(x)$  (описать в коде программы).

1. Написать программу, позволяющую вычислить приближенно  $\int_a^b \rho(x)f(x) dx$  при помощи составной КФ Гаусса с  $N$  узлами с числом промежутков деления  $[a, b]$  равным  $m$  ( $N$  и  $m$  — параметры задачи, запрашивать у пользователя; вводятся с клавиатуры).

**Выводить на печать** исходные параметры  $N$  и  $m$ ; узлы и коэффициенты исходной КФ Гаусса в количестве  $N$  штук. Полученное значение интеграла (не менее 12 знаков после запятой).

2. Реализовать приближенное вычисление  $\int_a^b \rho(x)f(x) dx$  при помощи КФ типа Гаусса (КФ НАСТ) с 2-мя узлами.

**Выводить на печать** все промежуточные вычисления: моменты весовой функции, ортогональный многочлен, узлы и коэффициенты построенной КФ НАСТ.

**Сделать проверку** на коэффициенты и точность КФ на одночлене  $x^3$ .

**Вывести полученное значение интеграла (не менее 12 знаков после запятой). Сравнить** полученное значение со значением по составной КФ Гаусса с  $N$  узлами.

### Варианты тестовых задач

*Вариант 1*

$$[a, b] = [0, 1], \quad f(x) = \sin(x), \quad \rho(x) = \sqrt{x}.$$

*Вариант 2*

$$[a, b] = [0, 1], \quad f(x) = \sin(x), \quad \rho(x) = x^{1/4}.$$

*Вариант 3*

$$[a, b] = [0, 1], \quad f(x) = \sin(x), \quad \rho(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

*Вариант 4*

$$[a, b] = [0, 1], \quad f(x) = \sin(x), \quad \rho(x) = x^{-1/4}.$$

*Вариант 5*

$$[a, b] = [0, 1], \quad f(x) = \sin(x), \quad \rho(x) = -\ln(x).$$

*Вариант 6*

$$[a, b] = [0, 1], \quad f(x) = \sin(x), \quad \rho(x) = -x \ln(x).$$

*Вариант 7*

$$[a, b] = [0, 1], \quad f(x) = \sin(x), \quad \rho(x) = |x - 0.5|.$$

*Вариант 8*

$$[a, b] = [0, 1], \quad f(x) = \sin(x), \quad \rho(x) = e^x.$$

*Вариант 9*

$$[a, b] = [0, 1], \quad f(x) = \sin(x), \quad \rho(x) = \frac{1}{x+0.1}.$$

*Вариант 10*

$$[a, b] = [0, 1], \quad f(x) = \sin(x), \quad \rho(x) = \sqrt{1-x}.$$

*Вариант 11*

$$[a, b] = [0, 1], \quad f(x) = \sin(x), \quad \rho(x) = \cos(x).$$

*Вариант 12*

$$[a, b] = [0, 1], \quad f(x) = \sin(x), \quad \rho(x) = \sin(2x).$$

*Вариант 13*

$$[a, b] = [0, 1], \quad f(x) = \sin(x), \quad \rho(x) = e^{-x}.$$

*Вариант 14*

$$[a, b] = [0, 1], \quad f(x) = \sin(x), \quad \rho(x) = \cos^2(x).$$

*Вариант 15*

$$[a, b] = [0, 1], \quad f(x) = \sin(x), \quad \rho(x) = \sqrt{\frac{x}{1-x}}.$$