

# Factorized Machine (FM)

王树森

<http://wangshusen.github.io/>



# 线性模型

- 有  $d$  个特征，记作  $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_d]$ 。
- 线性模型：

$$\underline{p} = \underline{b + \sum_{i=1}^d w_i x_i}.$$

- 模型有  $d + 1$  个参数： $\mathbf{w} = [w_1, \dots, w_d]$  和  $b$ 。
- 预测是特征的加权和。（只有加，没有乘。）

# 二阶交叉特征

- 有  $d$  个特征，记作  $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_d]$ 。
- 线性模型 + 二阶交叉特征：

$$p = \underline{b} + \sum_{i=1}^d w_i x_i + \sum_{i=1}^d \sum_{j=i+1}^d \underline{u_{ij}} x_i x_j.$$

- 模型有  $O(d^2)$  个参数。

# 二阶交叉特征

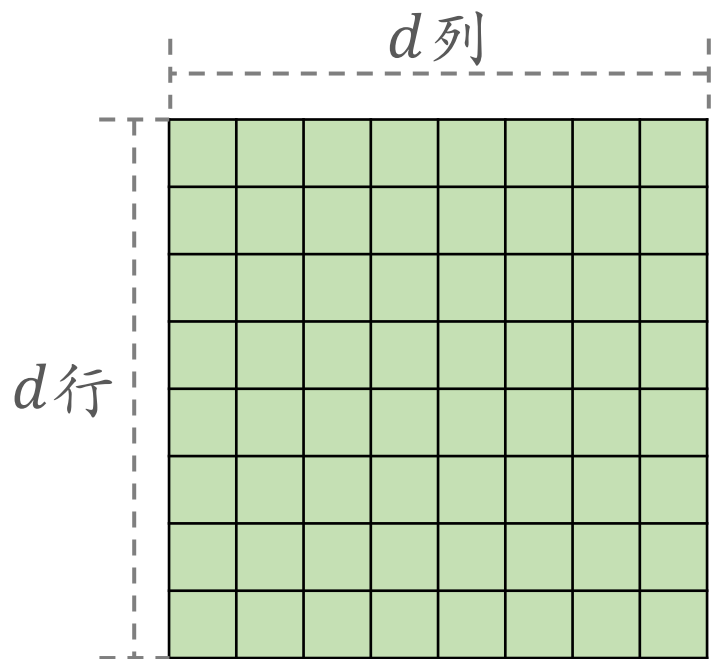
- 线性模型 + 二阶交叉特征：

$$p = b + \sum_{i=1}^d w_i x_i + \sum_{i=1}^d \sum_{j=i+1}^d u_{ij} x_i x_j.$$

# 二阶交叉特征

- 线性模型 + 二阶交叉特征：

$$p = b + \sum_{i=1}^d w_i x_i + \sum_{i=1}^d \sum_{j=i+1}^d \underline{u_{ij}} x_i x_j.$$

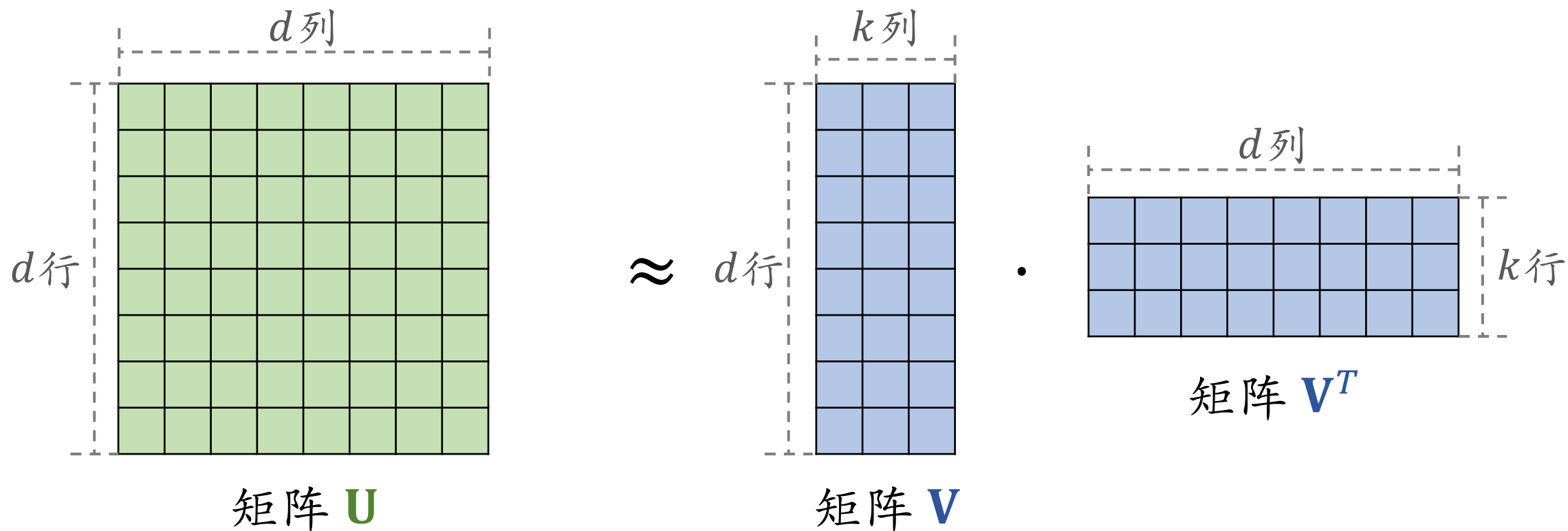


矩阵  $U$

# 二阶交叉特征

- 线性模型 + 二阶交叉特征：

$$p = b + \sum_{i=1}^d w_i x_i + \sum_{i=1}^d \sum_{j=i+1}^d \underline{u_{ij}} x_i x_j.$$

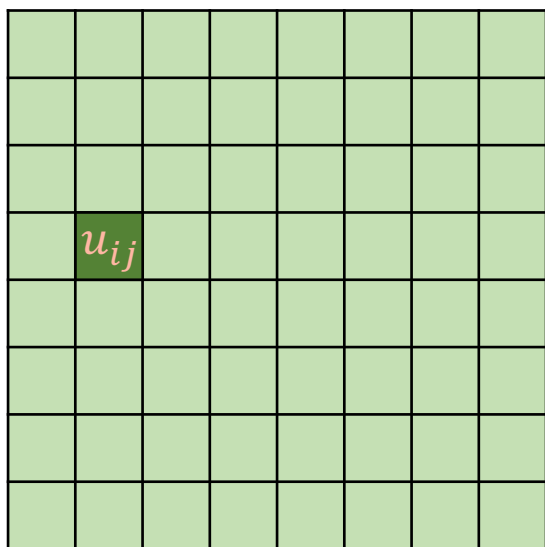


# 二阶交叉特征

- 线性模型 + 二阶交叉特征：

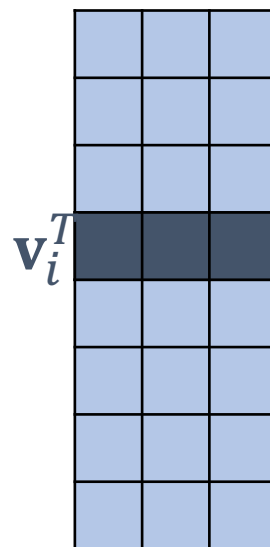
$$p = b + \sum_{i=1}^d w_i x_i + \sum_{i=1}^d \sum_{j=i+1}^d \mathbf{u}_{ij} x_i x_j.$$

$$\approx \mathbf{v}_i^T \mathbf{v}_j$$



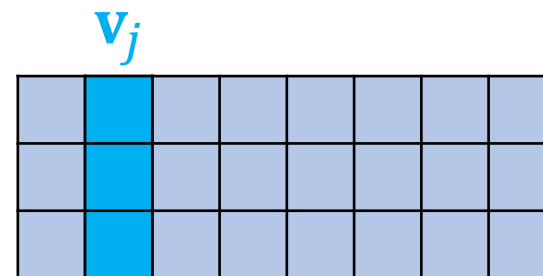
矩阵  $\mathbf{U}$

$\approx$



矩阵  $\mathbf{V}$

$\cdot$



矩阵  $\mathbf{V}^T$

# 二阶交叉特征

- 线性模型 + 二阶交叉特征：

$$p = b + \sum_{i=1}^d w_i x_i + \sum_{i=1}^d \sum_{j=i+1}^d \underline{u_{ij}} x_i x_j.$$

$\approx \mathbf{v}_i^T \mathbf{v}_j$

- Factorized Machine (FM)：

$$p = b + \sum_{i=1}^d w_i x_i + \sum_{i=1}^d \sum_{j=i+1}^d \underline{(\mathbf{v}_i^T \mathbf{v}_j)} x_i x_j.$$

- FM 模型有  $O(kd)$  个参数。 ( $k \ll d$ )



# Factorized Machine

- FM 是线性模型的替代品，能用线性回归、逻辑回归的场景，都可以用 FM。
- FM 使用二阶交叉特征，表达能力比线性模型更强。

# Factorized Machine

- FM 是线性模型的替代品，能用线性回归、逻辑回归的场景，都可以用 FM。
- FM 使用二阶交叉特征，表达能力比线性模型更强。
- 通过做近似  $u_{ij} \approx \mathbf{v}_i^T \mathbf{v}_j$ ，FM 把二阶交叉权重的数量从  $O(d^2)$  降低到  $O(kd)$ 。

参考文献：

- Steffen Rendle. [Factorization machines](#). In *ICDM*, 2010.

**Thank You!**

<http://wangshusen.github.io/>