

## Έντυπο Υποβολής – Αξιολόγησης ΓΕ

Ο φοιτητής συμπληρώνει την ενότητα «Υποβολή Εργασίας» και αποστέλλει το έντυπο σε δύο μη συρραμμένα αντίγραφα (ή ηλεκτρονικά) στον Καθηγητή-Σύμβουλο. Ο Καθηγητής-Σύμβουλος συμπληρώνει την ενότητα «Αξιολόγηση Εργασίας» και στα δύο αντίγραφα και επιστρέφει το ένα στο φοιτητή μαζί με τα σχόλια επί της ΓΕ, ενώ κρατά το άλλο για το αρχείο του μαζί με το γραπτό σημείωμα του Συντονιστή, εάν έχει δοθεί παράταση.

Σε περίπτωση ηλεκτρονικής υποβολής του παρόντος εντύπου, το όνομα του ηλεκτρονικού αρχείου θα πρέπει να γράφεται υποχρεωτικά με λατινικούς χαρακτήρες και να ακολουθεί την κωδικοποίηση του παραδείγματος: Π.χ., το όνομα του αρχείου για τη 2η ΓΕ του φοιτητή ΙΩΑΝΝΟΥ στη ΔΕΟ13 θα πρέπει να γραφεί: «*ioannou\_ge2\_deo13.doc*».

### ΥΠΟΒΟΛΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Όνοματεπώνυμο φοιτητή	<Όνομα Φοιτητή> <Επώνυμο Φοιτητή>
-----------------------	-----------------------------------

Κωδικός ΘΕ	ΠΛΗ 20	Όνοματεπώνυμο Καθηγητή -Σύμβουλου	<Όνομα ΣΕΠ> <Επώνυμο ΣΕΠ>
Κωδικός Τμήματος	<ΤΜΗΜΑ>	Καταληκτική ημερομηνία παραλαβής σύμφωνα με το ακ. ημερολόγιο (ημέρα Τρίτη)	<b>Τετάρτη, 16/11/2016</b>
Ακ. Έτος	2016-2017	Ημερομηνία αποστολής ΓΕ από το φοιτητή	
α/α ΓΕ	<b>1η</b>	Επισυνάπτεται (σε περίπτωση που έχει ζητηθεί) η άδεια παράτασης από το Συντονιστή;	ΝΑΙ / ΟΧΙ

**Υπεύθυνη Δήλωση Φοιτητή:** Βεβαιώνω ότι είμαι συγγραφέας αυτής της εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης έχω αναφέρει τις όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε αυτές αναφέρονται ακριβώς είτε παραφρασμένες. Επίσης βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία προετοιμάστηκε από εμένα προσωπικά ειδικά για τη συγκεκριμένη Θεματική Ενότητα.

### ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ημερομηνία παραλαβής ΓΕ από το φοιτητή	
Ημερομηνία αποστολής σχολίων στο φοιτητή	
<b>Βαθμολογία (αριθμητικά, ολογράφως)</b>	<b>0</b>

Υπογραφή  
Φοιτητή

Υπογραφή  
Καθηγητή-Συμβούλου

## Διακριτά Μαθηματικά και Μαθηματική Λογική – ΠΛΗ20

Ακ. Έτος 2016-2017

### Εργασία 1η

#### Συνδυαστική

*Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η περαιτέρω εξοικείωση με τις σημαντικότερες μεθόδους και ιδέες της Συνδυαστικής. Η εργασία πρέπει να γραφεί ηλεκτρονικά και να υποβληθεί μέσω του ηλεκτρονικού χώρου εκπαιδευτικής διαδικασίας [study.eap.gr](http://study.eap.gr) μέχρι την **Τετάρτη 16/11/2016**.*

#### Οδηγίες προς τους φοιτητές:

1. Προτού αποστείλετε την εργασία στο Σύμβουλο Καθηγητή σας, βεβαιωθείτε ότι έχετε συμπληρώσει το ειδικό έντυπο υποβολής στην πρώτη σελίδα. Για να συμπληρώσετε π.χ. το όνομα κάντε διπλό κλικ στο σκιασμένο πεδίο <Όνομα Φοιτητή> και στη φόρμα που θα εμφανιστεί, στη θέση του προεπιλεγμένου κειμένου, συμπληρώστε το όνομά σας. Επαναλάβετε την ίδια διαδικασία για κάθε σκιασμένο πεδίο του πρώτου μέρους της σελίδας που αναφέρεται στην υποβολή της εργασίας.
2. Στο αρχείο αυτό πρέπει να **προσθέσετε** τις απαντήσεις σας στο χώρο κάτω από το εκάστοτε ερώτημα εκεί όπου περιέχεται η φράση:  
<Χώρος Απάντησης (Ελεύθερος για διαμόρφωση από το φοιτητή)>  
την οποία μπορείτε να σβήσετε. Μπορείτε να διαμορφώσετε το χώρο όπως επιθυμείτε, και δεν υπάρχει περιορισμός στο πόσο χώρο θα καταλάβει η απάντησή σας.
3. Η εργασία περιλαμβάνει **5** βαθμολογούμενα ερωτήματα (1-5), στα οποία πρέπει να απαντήσετε εγκαίρως και όπως περιγράφεται παραπάνω.
4. **Υπενθυμίζεται επιπλέον ότι η σωστή και αποτελεσματική μελέτη απαιτεί οπωσδήποτε και την επίλυση και άλλων ασκήσεων από το βοηθητικό υλικό αλλά και από παλαιότερες εξετάσεις.** Σε αυτό μπορούν να σας βοηθήσουν και οι ακόλουθες ασκήσεις από αυτό το υλικό:

Προηγούμενες εργασίες: Εργασία 1 των ακαδημαϊκών ετών 2004-2016.

Προηγούμενα θέματα τελικών εξετάσεων: Ας προηγηθούν στη μελέτη σας οι εξετάσεις των τελευταίων ετών 2010-2016.

Ασκήσεις Συνδυαστικής: Πρόκειται για μια εκτενή σειρά ασκήσεων διαβαθμισμένης δυσκολίας, από τις οποίες ενδεικτικά προτείνονται οι 1-9, 19-22, 24-26. Θα τις βρείτε στη διεύθυνση:

<http://study.eap.gr/mod/folder/view.php?id=3501>

ακολουθώντας το *menu* Συμπληρωματικό Υλικό > Σημειώσεις – Ασκήσεις - ΕΔΥ

Για την αποδεικτική μέθοδο της επαγωγής είναι πολύ χρήσιμη η μελέτη του παράλληλου υλικού που έχει επιμεληθεί ο κ. Δημήτρης Φωτάκης, το οποίο βρίσκεται επίσης στην παραπάνω διεύθυνση.

## ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

Ερώτημα	Μέγιστος βαθμός	Βαθμός
1	25	
2	20	
3	20	
4	25	
5	10	
<b>Συνολικός Βαθμός:</b>	<b>100</b>	<b>0</b>

**Γενικά Σχόλια:**

&lt;γενικά σχόλια για την εργασία από το Σύμβουλο-Καθηγητή&gt;

## Ε ρ ω τ ή μ α τ α

### Ερώτημα 1.

Στο ερώτημα αυτό έχει σημασία να προσδιορίσετε το είδος του κάθε προβλήματος (άθροισμα, γινόμενο, επιλογές μη διατεταγμένων ή διατεταγμένων πλειάδων, διατάξεις, μεταθέσεις ομάδων όμοιων αντικειμένων, ρίψη σφαιριδίων σε κουτιά, κ.λ.π.) και στη συνέχεια να εφαρμόσετε τους κατάλληλους συνδυαστικούς τύπους.

(1α) Από ένα σύνολο των 25 καθηγητών (10 άνδρες και 15 γυναίκες) ενός σχολείου, να υπολογιστεί το πλήθος των διαφορετικών εξαμελών επιτροπών όταν όλα τα μέλη είναι:

(1α1) Ισότιμα, δηλαδή οι ρόλοι που τους ανατίθενται είναι ταυτόσημοι.

(1α2) Ισότιμα, και οι γυναίκες-μέλη είναι περισσότερες από τους άνδρες-μέλη.

Εξηγήστε σε κάθε υποερώτημα την επιλογή του τύπου που χρησιμοποιείτε.

(1β) Να υπολογιστεί το πλήθος των διαφορετικών τρόπων να μοιραστούν σε 4 διαφορετικά παιδιά 6 μήλα και 7 πορτοκάλια, στις περιπτώσεις όπου κάθε παιδί πρέπει να πάρει από:

(1β1) Τουλάχιστον 1 μήλο.

(1β2) Το πολύ 2 πορτοκάλια.

(1β3) Τουλάχιστον ένα μήλο και το πολύ 2 πορτοκάλια.

(1β4) Τουλάχιστον ένα μήλο, ή το πολύ 2 πορτοκάλια, ή και τα δύο.

Υπόδειξη: Αν συμβολίσουμε με X την απάντηση στο (1β1), με Y την απάντηση στο (1β2), και με Z την απάντηση στο (1β3), μπορείτε να εκφράσετε την απάντηση του (1β4) ως συνάρτηση των X, Y και Z.

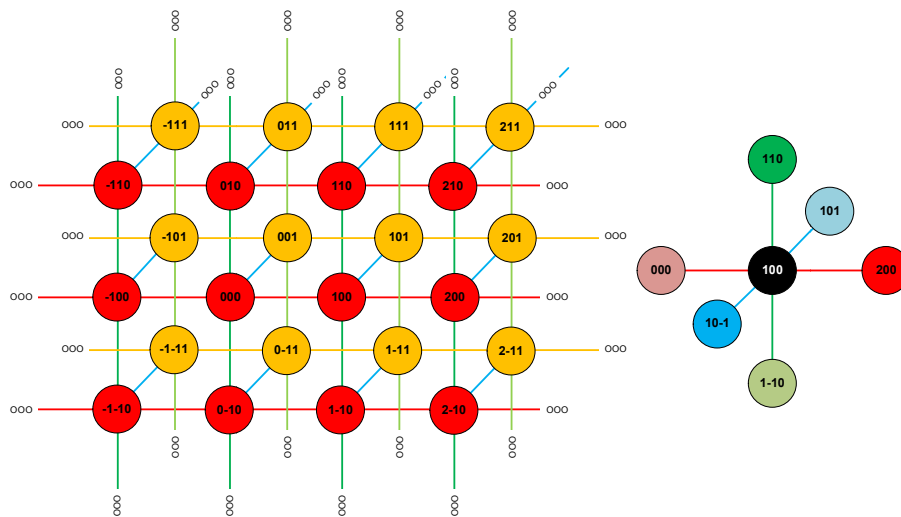
<Χώρος Απάντησης (Ελεύθερος για διαμόρφωση από το φοιτητή)>

Αξιολόγηση Ερωτήματος	
Σχόλια Σύμβουλου Καθηγητή:	
<σχόλια>	
Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 25

## Ερώτημα 2.

Το ερώτημα αυτό θα σας δώσει την ευκαιρία να εξασκηθείτε περισσότερο στην επιλογή των κατάλληλων τύπων σε προβλήματα συνδυαστικής. Θα χρειαστεί να μελετήσετε την παράγραφο 1.7 «Μέτρηση και διακριτή πιθανότητα» του τόμου Δ.

Θεωρούμε ένα τριδιάστατο πλέγμα, όπου κάθε σημείο του είναι μια διατεταγμένη τριάδα ακεραίων αριθμών, π.χ.,  $(0,0,0)$ ,  $(-1,0,4)$ , κ.λπ. Στο πλέγμα αυτό τοποθετούμε ρομπότ σε διάφορα σημεία και κάθε ρομπότ έχει τη δυνατότητα να κινηθεί ακριβώς κατά μια θέση κάθε φορά, ως προς έναν από τους τρεις άξονες του πλέγματος. Π.χ., από το σημείο  $(1,0,0)$  ένα ρομπότ μπορεί να βρεθεί, με μια κίνηση, αποκλειστικά και μόνο σε ένα από τα σημεία  $(0,0,0)$ ,  $(2,0,0)$ ,  $(1,-1,0)$ ,  $(1,1,0)$ ,  $(1,0,-1)$ , ή  $(1,0,1)$  (βλ. ακόλουθο σχήμα).



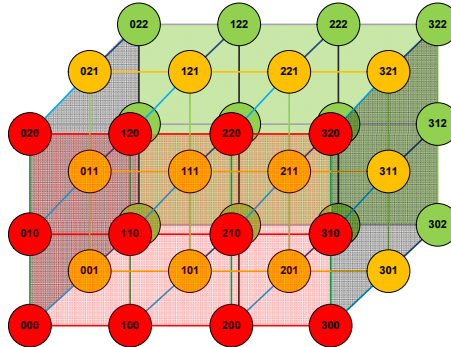
**(2α)** Να υπολογιστεί το πλήθος των διαφορετικών διαδρομών που μπορεί να ακολουθήσει ένα ρομπότ, ώστε να καταφέρει να μεταβεί από το σημείο  $(0,0,0)$  στο σημείο  $(4,3,5)$ , κάνοντας ακριβώς 12 κινήσεις.

Υπόδειξη: Σκεφτείτε πώς κάθε διαδρομή του ρομπότ αποτυπώνεται ως μια αλληλουχία κινήσεων «αριστερά», «δεξιά», «πάνω», «κάτω», «εμπρός», ή «πίσω».

**(2β)** Έστω ότι δυο διαφορετικά ρομπότ τοποθετούνται στο πλέγμα με τυχαίο και ανεξάρτητο τρόπο το ένα από το άλλο. Το πρώτο τοποθετείται σε κάποιο σημείο από το σύνολο  $\{ (0,0,0), (0,0,1), (0,0,2), (0,0,3), (0,0,4), (0,0,5), (0,0,6) \}$ , και το δεύτερο σε κάποιο σημείο από το  $\{ (1,0,0), (1,0,1), (1,0,2), (1,0,3), (1,0,4), (1,0,5), (1,0,6) \}$ . Να υπολογιστεί η πιθανότητα τα δυο ρομπότ να βρίσκονται σε απόσταση ακριβώς μιας κίνησης το ένα από το άλλο.

**(2γ)** Να υπολογιστεί η πιθανότητα μία τυχαία επιλεγμένη διαδρομή 12 βημάτων, η οποία ξεκινά από το σημείο  $(0,0,0)$  και σε κάθε βήμα επιλέγει ισοπίθανα μια από τις έξι διαθέσιμες κινήσεις της, να καταλήξει πράγματι στο σημείο  $(4,3,5)$ .

(2δ) Έστω ότι 5 διαφορετικά ρομπότ τοποθετούνται τυχαία σε σημεία του υποπλέγματος με «εμπρός-κάτω-αριστερό» σημείο το  $(0,0,0)$  και «πίσω-πάνω-δεξιό» σημείο το  $(3,2,2)$ , βλ. ακόλουθο σχήμα. Να υπολογιστεί η πιθανότητα να υπάρχουν τουλάχιστον δύο ρομπότ που τοποθετήθηκαν στο ίδιο σημείο του υποπλέγματος.



<Χώρος Απάντησης (Ελεύθερος για διαμόρφωση από το φοιτητή)>

Αξιολόγηση Ερωτήματος	
Σχόλια Σύμβουλου Καθηγητή:	
<σχόλια>	
Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 20

### Ερώτημα 3.

Το ερώτημα θα σας δώσει την ευκαιρία να εξασκηθείτε στην ανάπτυξη γεννητριών συναρτήσεων. Θα πρέπει να εξετάσετε αν αναφέρεται σε πρόβλημα συνδυασμών ή διατάξεων αντικειμένων και ανάλογα να κάνετε χρήση απλής ή εκθετικής γεννήτριας συνάρτησης. Μπορείτε να συμβουλευτείτε το ερώτημα 3 της 1<sup>ης</sup> εργασίας 2013-2016.

Έστω ότι θέλουμε να κολλήσουμε σε φακέλους γραμματόσημα αξίας  $R$  λεπτών του ευρώ, χρησιμοποιώντας γραμματόσημα των 5 λεπτών, 10 λεπτών, 20 λεπτών και 50 λεπτών. Τα γραμματόσημα της ίδιας αξίας είναι μεταξύ τους πανομοιότυπα. Να δοθεί η γεννήτρια συνάρτηση, καθώς και ο όρος της ο συντελεστής του οποίου δίνει την απάντηση, στις εξής περιπτώσεις:

(3α) Δεν έχει καμιά σημασία ο τρόπος τοποθέτησης των επιλεγμένων γραμματοσήμων επάνω στον φάκελο.

(3β) Δεν έχει καμιά σημασία ο τρόπος τοποθέτησης των επιλεγμένων γραμματοσήμων επάνω στον φάκελο, και επιλέγονται άρτιο πλήθος 5-λεπτων και 50-λεπτων γραμματοσήμων, τουλάχιστον ένα 10-λεπτο γραμματόσημο, και πολλαπλάσιος του πέντε αριθμός από 20-λεπτα γραμματόσημα.

(3γ) Για την τοποθέτηση των γραμματοσήμων υπάρχει προκαθορισμένος χώρος στον φάκελο, που απαρτίζεται από ακριβώς  $N$  θέσεις στην ευθεία και κάθε θέση πρέπει να πάρει ακριβώς ένα γραμματόσημο (θεωρούμε ότι  $R \geq 5N$ ). Η σειρά εμφάνισης των γραμματοσήμων στην ευθεία έχει σημασία.

(3δ) Διαθέτουμε αποκλειστικά και μόνο 14 γραμματόσημα των 50 λεπτών, που είναι αφιερωμένα στο ελληνικό αλφάβητο. Τρία από αυτά αφορούν το γράμμα Α, δύο το Β, δύο το Γ, δύο το Δ, ένα το Ε, ένα το Ζ, δύο το Η, και ένα το Θ. Όλα τα γραμματόσημα που αφορούν το ίδιο γράμμα είναι μεταξύ τους πανομοιότυπα. Θέλουμε να τοποθετήσουμε 5 από αυτά στην ευθεία επάνω σε έναν φάκελο, και έχει σημασία η σειρά εμφάνισής τους.

<Χώρος Απάντησης (Ελεύθερος για διαμόρφωση από το φοιτητή)>

Αξιολόγηση Ερωτήματος	
Σχόλια Σύμβουλου Καθηγητή:	
<σχόλια>	
Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 20

#### Ερώτημα 4.

Στο πρώτο υποερώτημα θα εφαρμόσετε την πολύ χρήσιμη επαγωγική αποδεικτική μέθοδο, την οποία θα χρησιμοποιήσετε σε όλη τη διάρκεια της θεματικής ενότητας. Όπως αναφέρεται στις οδηγίες θα φανεί χρήσιμη η μελέτη των σημειώσεων στη «Μαθηματική Επαγωγή». Μπορείτε να ανατρέξετε σε ερωτήματα προηγούμενων ετών όπως τα ερωτήματα 4Α 1<sup>ης</sup> εργασίας 2010-2016.

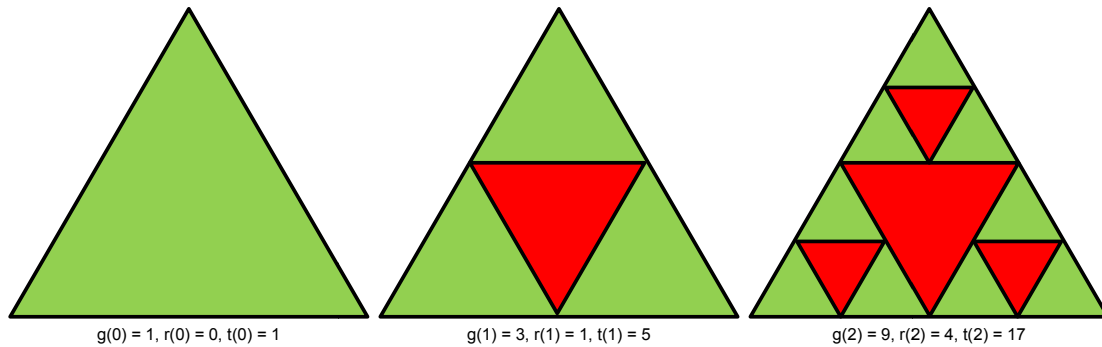
Το δεύτερο υποερώτημα εξετάζει τις σχέσεις αναδρομής. Μπορείτε και εδώ να συμβουλευτείτε ερωτήματα προηγούμενων εργασιών όπως το ερώτημα 4Β της 1<sup>ης</sup> εργασίας 2011-2016.

(4α) Να αποδείξετε, με χρήση μαθηματικής επαγωγής, ότι για κάθε φυσικό αριθμό  $n$ , ο αριθμός  $3^{2^n} - 1$  είναι πολλαπλάσιο του 8.

Υπόδειξη: Για κάθε φυσικό αριθμό  $k$ , υπάρχουν φυσικοί αριθμοί  $\pi(k)$ ,  $\nu(k)$  τέτοιοι ώστε να ισχύει ότι  $k = 8 \cdot \pi(k) + \nu(k)$  και  $\nu(k) \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ . Αν ο  $k$  είναι πολλαπλάσιο του 8, τότε θα πρέπει να ισχύει ότι  $\nu(k) = 0$ .

(4β) Έστω ότι εφαρμόζουμε την εξής διαδικασία  $n$  φορές, για κάποιον φυσικό αριθμό  $n$ : Ξεκινώντας από ένα πράσινο ισόπλευρο τρίγωνο, με τη βάση προς τα κάτω, σε κάθε βήμα τοποθετούμε σε κάθε πράσινο τρίγωνο ένα (μικρότερο) κόκκινο τρίγωνο με τη βάση προς τα επάνω, ενώνοντας τα μέσα των τριών πλευρών του πράσινου τριγώνου. Για παράδειγμα, τα δυο πρώτα βήματα της συγκεκριμένης διαδικασίας φαίνονται στο ακόλουθο σχήμα.





Να βρείτε αναδρομική σχέση για το πλήθος  $g(n)$  των πράσινων τριγώνων μετά από  $n$  βήματα. Στη συνέχεια να βρείτε έναν κλειστό τύπο (δηλαδή, κάποια έκφραση που είναι συνάρτηση του  $n$  και δεν εμπλέκει άλλους όρους της  $\mathbf{g}$ , βλ. ΤΟΜΟ Δ, σελ. 79-80) για τον όρο  $g(n)$  της ακολουθίας  $\mathbf{g}$ . Να ελέγξετε την ορθότητα του προτεινόμενου κλειστού τύπου που προτείνετε, δίνοντας τις τιμές της  $\mathbf{g}$  για  $n = 2$  και  $n = 3$ .

**(4γ)** Να βρείτε αναδρομική σχέση για το πλήθος  $r(n)$  των κόκκινων τριγώνων μετά από  $n$  βήματα, στη διαδικασία που περιγράφεται στο (4β), ως συνάρτηση των πράσινων και των κόκκινων τριγώνων από προηγούμενα βήματα. Να βρείτε έναν κλειστό τύπο για την ακολουθία  $r(n)$ , αξιοποιώντας τον κλειστό τύπο που βρήκατε στο (4β) για την ακολουθία  $g(n)$ . Να ελέγξετε την ορθότητα του προτεινόμενου κλειστού τύπου που προτείνετε, δίνοντας τις τιμές της  $\mathbf{g}$  για  $n = 2$  και  $n = 3$ .

Υπόδειξη: Για την εύρεση κλειστού τύπου για το  $r(n)$ , αντικαταστήστε τους όρους της  $\mathbf{g}$  με τους αντίστοιχους κλειστούς τύπους που βρήκατε στο (4β), και τους προηγούμενους όρους της  $\mathbf{r}$  με τη δική τους αναδρομική σχέση.

**(4δ)** Στη διαδικασία που περιγράφεται στο (4β), μας ενδιαφέρει να υπολογίσουμε το πλήθος  $t(n)$  όλων των τριγώνων που υπάρχουν στο σχήμα, συμπεριλαμβανομένων και των πολύχρωμων τριγώνων. Π.χ., μετά το πρώτο βήμα υπάρχουν συνολικά  $t(1) = 5$  τρίγωνα (κι όχι 4), αφού συμπεριλαμβάνεται και το μεγάλο (πολύχρωμο) τρίγωνο. Παρατηρούμε για το συνολικό πλήθος  $t(n)$  των τριγώνων μετά από  $n$  βήματα της διαδικασίας, ότι ισχύει η εξής αναδρομική σχέση (που όμως εμπλέκει όρους της ακολουθίας  $\mathbf{g}$ ):

$$\forall n \geq 1, t(n) = t(n-1) + 4 \cdot g(n-1)$$

Στόχος είναι να βρούμε μια όσο το δυνατόν πιο απλή αναδρομική σχέση για το  $t(n)$ , που να περιλαμβάνει μόνο προηγούμενους όρους της ακολουθίας  $\mathbf{t}$ . Να αποδείξετε ότι  $\forall n \geq 2, t(n) = 4 \cdot t(n-1) - 3 \cdot t(n-2)$ . Στη συνέχεια, και με δεδομένο αυτό, να αποδείξετε με μαθηματική επαγωγή ότι  $\forall n \geq 1, t(n) = 3 \cdot t(n-1) + 2$ .

<Χώρος Απάντησης (Ελεύθερος για διαμόρφωση από το φοιτητή)>

Αξιολόγηση Ερωτήματος	
Σχόλια Σύμβουλου Καθηγητή:	
<σχόλια>	
Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 25

### Ερώτημα 5.

Το ερώτημα αυτό έχει σκοπό στο να σας εισάγει στην μορφή της εξέτασης με ερωτήματα πολλαπλών επιλογών. Περιέχει δύο ερωτήματα με τέσσερις απαντήσεις το καθένα από τις οποίες κάθε απάντηση μπορεί να είναι σωστή ή λάθος. Είναι σημαντικό να προσπαθήσετε να δώσετε τις απαντήσεις σας (σωστό ή λάθος) σε λιγότερο από 15 λεπτά. Στη συνέχεια όμως θα πρέπει να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας, όπως απαιτεί η εκφώνηση του ερωτήματος.

Απαντήσετε τις ακόλουθες ερωτήσεις και τα υποερωτήματά τους βρίσκοντας για κάθε ένα αν είναι *Σωστό (Σ)* ή *Λάθος (Λ)* και **αιτιολογώντας συνοπτικά** σε κάθε περίπτωση την απάντησή σας.

- A)** Ο αριθμός των διαφορετικών τρόπων να προγραμματιστούν 6 διαφορετικές επιστημονικές διαλέξεις σε μια χρονική περίοδο 30 ημερών, ώστε να μην υπάρχουν δύο ή περισσότερες διαλέξεις την ίδια ημέρα είναι ίσος με:
1. (Σ / Λ) Το πλήθος των διαφορετικών δυαδικών συμβολοσειρών μήκους 30 που περιέχουν 6 άσσους.
  2. (Σ / Λ) Τον συντελεστή του  $x^6/6!$  στην παράσταση  $(1+x)^{30}$ .
  3. (Σ / Λ)  $30^6$
  4. (Σ / Λ)  $30!/24!$
- B)** Θεωρούμε τον αριθμό των διαφορετικών τρόπων να εκφραστεί ένας φυσικός αριθμός  $n \geq 2$  ως άθροισμα από (κατάλληλο πλήθος) 2 και 3, όταν δεν παίζει ρόλο η σειρά εμφάνισης των όρων 2 και 3 στο άθροισμα. Π.χ. για το 5 υπάρχει ένας μόνο τρόπος,  $5 = 3+2$ , ενώ για το 8 υπάρχουν 2 τρόποι,  $8 = 2+2+2+2$  και  $8 = 3+3+2$ . Για κάποιον φυσικό  $n \geq 2$ , ο αριθμός αυτών των τρόπων είναι ίσος με:
1. (Σ / Λ) Το πλήθος των μη-αρνητικών ακεραίων λύσεων της εξίσωσης  $2z_1 + 3z_2 = n$ .
  2. (Σ / Λ) Το πλήθος των διανομών  $n$  μη διακεκριμένων αντικειμένων σε 2 διακεκριμένες υποδοχές.
  3. (Σ / Λ) Τον συντελεστή του  $x^n$  στην παράσταση  $(1+x^2+x^4+x^6+\dots)(1+x^3+x^6+x^9+\dots)$ .
  4. (Σ / Λ) Τον συντελεστή του  $x^n/n!$  στην παράσταση  $\left(1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \dots\right) \left(1 + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^6}{6!} + \frac{x^9}{9!} + \dots\right)$ .

<Χώρος Απάντησης (Ελεύθερος για διαμόρφωση από το φοιτητή)>

Αξιολόγηση Ερωτήματος	
Σχόλια Σύμβουλου Καθηγητή:	
<σχόλια>	
Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 10