Έντυπο Υποβολής – Αξιολόγησης ΓΕ

Ο φοιτητής συμπληρώνει την ενότητα «Υποβολή Εργασίας» και αποστέλλει το έντυπο σε δύο μη συρραμμένα αντίγραφα (ή ηλεκτρονικά) στον Καθηγητή-Σύμβουλο. Ο Καθηγητής-Σύμβουλος συμπληρώνει την ενότητα «Αξιολόγηση Εργασίας» και στα δύο αντίγραφα και επιστρέφει το ένα στο φοιτητή μαζί με τα σχόλια επί της ΓΕ, ενώ κρατά το άλλο για το αρχείο του μαζί με το γραπτό σημείωμα του Συντονιστή, εάν έχει δοθεί παράταση.

*Σε περίπτωση ηλεκτρονικής υποβολής του παρόντος εντύπου, το όνομα του ηλεκτρονικού αρχείου θα πρέπει να γράφεται υποχρεωτικά με λατινικούς χαρακτήρες και να ακολουθεί την κωδικοποίηση του παραδείγματος: Π.χ., το όνομα του αρχείου για τη 2η ΓΕ του φοιτητή ΙΩΑΝΝΟΥ στη ΔΕΟ13 θα πρέπει να γραφεί: «**ioannou_ge2_deo13.doc**».*

ΥΠΟΒΟΛΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ονοματεπώνυμο φοιτητή	<Όνομα Φοιτητή> <Επώνυμο Φοιτητή>

ΚωδικόςΘΕ	ΠΛΗ 20
Κωδικός Τμήματος	<ΤΜΗΜΑ>
Ακ. Έτος	2016–2017
α/α ΓΕ	**3η**

Ονοματεπώνυμο Καθηγητή -Σύμβουλου	<Όνομα ΣΕΠ> <Επώνυμο ΣΕΠ>
Καταληκτική ημερομηνία παραλαβής σύμφωνα με το ακ. ημερολόγιο	***Τετάρτη 1/2/2017***
Ημερομηνία αποστολής ΓΕ από το φοιτητή	
Επισυνάπτεται (*σε περίπτωση που έχει ζητηθεί*) η άδεια παράτασης από το Συντονιστή;	ΝΑΙ / ΟΧΙ

Υπεύθυνη Δήλωση Φοιτητή*: Βεβαιώνω ότι είμαι συγγραφέας αυτής της εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης έχω αναφέρει τις όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε αυτές αναφέρονται ακριβώς είτε παραφρασμένες. Επίσης βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία προετοιμάστηκε από εμένα προσωπικά ειδικά για τη συγκεκριμένη Θεματική Ενότητα..*

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ημερομηνία παραλαβής ΓΕ από το φοιτητή	
Ημερομηνία αποστολής σχολίων στο φοιτητή	
Βαθμολογία *(αριθμητικά, ολογράφως)*	**0**

Υπογραφή Φοιτητή

Υπογραφή Καθηγητή-Συμβούλου

Διακριτά Μαθηματικά και Μαθηματική Λογική – ΠΛΗ20

Ακ. Έτος 2016-2017

Ε ρ γ α σ ί α 3η

Κατηγορηματική Λογική

Σκοπός *της παρούσας εργασίας είναι η περαιτέρω* ***εξοικείωση με τις σημαντικότερες μεθόδους και ιδέες της Κατηγορηματικής Λογικής.*** *Η εργασία πρέπει να γραφεί* ***ηλεκτρονικά*** *και να υποβληθεί μέσω του ηλεκτρονικού χώρου εκπαιδευτικής διαδικασίας study.eap.gr μέχρι την* ***Τετάρτη 1/2/2017****.*

Οδηγίες προς τους φοιτητές:

1. *Προτού αποστείλετε την εργασία στο Σύμβουλο Καθηγητή σας, βεβαιωθείτε ότι έχετε συμπληρώσει το ειδικό έντυπο υποβολής στην πρώτη σελίδα. Για να συμπληρώστε π.χ. το όνομα κάντε διπλό κλικ στο σκιασμένο πεδίο <Ονομα Φοιτητή> και στη φόρμα που θα εμφανιστεί, στη θέση του προεπιλεγμένου κειμένου, συμπληρώστε το όνομά σας. Επαναλάβετε την ίδια διαδικασία για κάθε σκιασμένο πεδίο του πρώτου μέρους της σελίδας που αναφέρεται στην υποβολή της εργασίας.*
2. *Στο αρχείο αυτό πρέπει να* ***προσθέσετε*** *τις απαντήσεις σας στο χώρο κάτω από το εκάστοτε ερώτημα εκεί όπου περιέχεται η φράση:*

   <Χώρος Απάντησης *(Ελεύθερος για διαμόρφωση από το φοιτητή)*>

   την οποία μπορείτε να σβήσετε. Μπορείτε να διαμορφώσετε το χώρο όπως επιθυμείτε, και δεν υπάρχει περιορισμός στο πόσο χώρο θα καταλάβει η απάντησή σας.
3. *Η εργασία περιλαμβάνει* ***5*** *βαθμολογούμενα ερωτήματα (1-5), στα οποία πρέπει να απαντήσετε εγκαίρως και όπως περιγράφεται παραπάνω.*
4. ***Υπενθυμίζεται επιπλέον ότι η σωστή και αποτελεσματική μελέτη απαιτεί οπωσδήποτε και την επίλυση και άλλων ασκήσεων από το βοηθητικό υλικό αλλά και από παλαιότερες εξετάσεις****. Σε αυτό μπορούν να σας βοηθήσουν και οι ακόλουθες ασκήσεις:*

   Προηγούμενες εργασίες: Η 3η εργασία των ακαδημαϊκών ετών 2005-2016, η 6η εργασία των ετών 2004-5, 2003-4, καθώς και η 2η εργασία του έτους 2002-3.

   Προηγούμενα θέματα τελικών εξετάσεων: Ενδεικτικά αναφέρονται τα θέματα Κατηγορηματικής Λογικής στις εξεταστικές περιόδους των ετών 2004-2016.

   Σημειώσεις και Υπερκείμενα για την Κατηγορηματική Λογική: Στην ηλεκτρονική διεύθυνση http://study.eap.gr/mod/folder/view.php?id=3501*, στο φάκελο «Σημειώσεις - Ασκήσεις - ΕΔΥ», διατίθεται το υπερκείμενο για τη Λογική της Ε. Φουστούκου. Για την αποδεικτική μέθοδο της επαγωγής είναι πολύ χρήσιμη η μελέτη του παράλληλου υλικού του Δ. Φωτάκη, το οποίο διατίθεται μαζί με τον σχετικό οδηγό μελέτης, επίσης στην παραπάνω διεύθυνση.*

ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

Ερώτημα	Μέγιστος βαθμός	Βαθμός
1	20	
2	20	
3	25	
4	25	
5	10	
Συνολικός Βαθμός:	**100**	**0**

Γενικά Σχόλια:
<γενικά σχόλια για την εργασία από το Σύμβουλο-Καθηγητή>

Ε ρ ω τ ή μ α τ α

Ερώτημα 1.

Το ζητούμενο στο ερώτημα αυτό είναι η εξοικείωση με τη χρήση της Κατηγορηματικής Λογικής για την περιγραφή προτάσεων της φυσικής γλώσσας που σχετίζονται με προτιμήσεις για κινηματογραφικές ταινίες. Στο πρώτο υποερώτημα δίνονται τρεις προτάσεις της φυσικής γλώσσας και ζητείται να μετατραπούν σε τύπους της Κατηγορηματικής Λογικής. Στο δεύτερο υποερώτημα ζητείται η ακριβώς αντίστροφη διαδικασία, δηλαδή η μετατροπή από την Κατηγορηματική Λογική στη φυσική γλώσσα.

ΣΥΝΟΔΕΥΤΙΚΕΣ ΣΥΝΑΦΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΑΛΑΙΟΤΕΡΩΝ ΕΤΩΝ: #1 και #2.

Η περιγραφή και επεξεργασία των ανθρώπινων προτιμήσεων (preferences) αποτελεί σήμερα μια σημαντική ερευνητική περιοχή στην Πληροφορική, και ιδιαίτερα στην Τεχνητή Νοημοσύνη και στις Βάσεις Δεδομένων. Αν γνωρίζουμε τις προτιμήσεις ενός ατόμου, μπορούμε να του προτείνουμε ποια ταινία να διαλέξει, ποιο ταξίδι να πραγματοποιήσει, ποιο βιβλίο να αγοράσει, κλπ. Στο ερώτημα αυτό θα χρησιμοποιήσουμε την Κατηγορηματική Λογική για να περιγράψουμε τις προτιμήσεις ενός ατόμου σχετικά με ταινίες.

Έστω τα κατηγορήματα $Movie(x)$, $Genre(x,y)$, $Director(x,y)$, $LeadingActor(x,y)$, και $Prefer(x,y)$, με ερμηνείες «το x είναι ταινία», «το είδος της ταινίας x είναι το y», «ο σκηνοθέτης της ταινίας x είναι ο y», «ο πρωταγωνιστής της ταινίας x είναι ο y», και «προτιμάω την ταινία x από την ταινία y». Για παράδειγμα, οι παρακάτω είναι αποδεκτοί ατομικοί τύποι: $Movie(godfather)$, $Genre(godfather, crime)$, $Director(godfather, coppola)$, $LeadingActor(godfather, marlon\_brando)$, και $Prefer(godfather, pulp\_fiction)$.

α) Δώστε τύπους του κατηγορηματικού λογισμού που να εκφράζουν τις ακόλουθες προτάσεις:

i. Απ'όλες τις ταινίες του Coppola, αυτή που προτιμάω είναι «Ο Νονός».

ii. Γενικά προτιμάω τις κωμωδίες από τις ταινίες δράσης. Εξαίρεση αποτελούν οι ταινίες δράσης με πρωταγωνιστή το De Niro, τις οποίες και προτιμάω απ'όλες τις κωμωδίες.

iii. Υπάρχουν δύο ταινίες που τις προτιμάω από όλες τις υπόλοιπες, αλλά που μεταξύ τους δεν μπορώ να τις συγκρίνω.

β) Εξηγήστε σε φυσική γλώσσα τι εκφράζουν οι παρακάτω τύποι. Θα πρέπει οι εκφράσεις που θα δώσετε να είναι όσο το δυνατόν πιο φυσικές και όχι απλώς να μεταφράζουν τους τύπους. Για παράδειγμα, αποφύγετε εκφράσεις της μορφής «Υπάρχει x έτσι ώστε για κάθε $y\ldots$» (δηλαδή εκφράσεις που περιέχουν μεταβλητές).

i. $\neg\exists x\exists y[Movie(x)\wedge Movie(y)\wedge Genre(x,romance)\wedge Genre(y,scifi)\wedge Prefer(x,y)]$

ii. $$\forall x \forall y[(Movie(x) \wedge Movie(y) \wedge Genre(x, thriller) \wedge Genre(y, thriller) \wedge Director(x, hitchcock) \wedge Prefer(y,x)) \rightarrow Director(y, kubrick)]$$

iii. $$\forall x \forall y \forall z[(Movie(x) \wedge LeadingActor(x, de\_niro) \wedge Genre(x, comedy) \wedge Movie(y) \wedge LeadingActor(y, de\_niro) \wedge Genre(y,z) \wedge \neg(z \approx comedy)) \rightarrow Prefer(x,y)]$$

<Χώρος Απάντησης *(Ελεύθερος για διαμόρφωση από το φοιτητή)*>

Αξιολόγηση Ερωτήματος	
Σχόλια Σύμβουλου Καθηγητή:	
<σχόλια>	
Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 20

Ερώτημα 2.

Σκοπός του ερωτήματος αυτού είναι επίσης η εξοικείωση με τη χρήση της Κατηγορηματικής Λογικής (ΚΛ). Πιο συγκεκριμένα, στο ερώτημα αυτό χρησιμοποιείται η ΚΛ για να εκφράσει κάποιους από τους κανόνες ενός γνωστού παιγνιδιού.

ΣΥΝΟΔΕΥΤΙΚΕΣ ΣΥΝΑΦΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΑΛΑΙΟΤΕΡΩΝ ΕΤΩΝ: #3 .

Η Monopoly είναι ένα γνωστό παιχνίδι την περιγραφή του οποίου μπορείτε να βρείτε στη σελίδα https://en.wikipedia.org/wiki/Monopoly_(game).

Σκοπός του ερωτήματος αυτού είναι να εκφράσουμε σε Κατηγορηματική Λογική μερικούς από τους κανόνες του παιχνιδιού, χρησιμοποιώντας τα παρακάτω κατηγορήματα:

- *plays(p,t)*: «ο παίκτης *p* παίζει τη χρονική στιγμή *t*»
- *dice(p,t,n_1,n_2)*: «ο παίκτης *p* ρίχνει τη χρονική στιγμή *t* τα ζάρια και φέρνει αποτέλεσμα n_1 στο ένα και n_2 στο άλλο»
- *position(p,t,s)*: «ο παίκτης *p* βρίσκεται τη χρονική στιγμή *t* στη θέση *s* του ταμπλώ του παιχνιδιού»
- *collects(p,t,m)*: «ο παίκτης *p* λαμβάνει τη χρονική στιγμή *t* το χρηματικό ποσό *m*»
- *pays(p,t,m)*: «ο παίκτης *p* πληρώνει τη χρονική στιγμή *t* το χρηματικό ποσό *m*»

Μπορείτε στους τύπους που θα δώσετε να χρησιμοποιήσετε ελεύθερα όρους όπως το *t+1* (χωρίς δηλαδή να εισάγετε ειδικό συναρτησιακό σύμβολο που να εκφράζει την επόμενη χρονική στιγμή). Οι θέσεις πάνω στο ταμπλώ της μονόπολης θα εκφράζονται από τους αριθμούς 1 έως 40, όπου το τετράγωνο 1 είναι αυτό της αφετηρίας και το τετράγωνο 40 είναι αυτό που βρίσκεται μόλις πριν την αφετηρία. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το συναρτησιακό σύμβολο *mod40(x)* το οποίο θεωρούμε ότι μας επιστρέφει το υπόλοιπο της διαίρεσης του *x* με το *40*. Το συναρτησιακό αυτό σύμβολο θα το χρειαστείτε διότι το ταμπλώ της μονόπολης είναι κυκλικό και η επόμενη θέση του παίχτη που ρίχνει τα ζάρια θα πρέπει να υπολογιστεί με βάση την τρέχουσα θέση του και το αποτέλεσμα της ρίψης των ζαριών *mod* 40.

Ας δούμε ορισμένους βασικούς κανόνες του παιχνιδιού, διατυπωμένους τόσο στη φυσική μας γλώσσα όσο και ως προτάσεις της Κατηγορηματικής Λογικής:

- Σε κάθε χρονική στιγμή, παίζει ακριβώς ένας παίκτης:
  $\forall t \exists p[plays(p,t) \wedge \forall q(plays(q,t) \rightarrow (q \approx p))]$.

- Ο παίκτης που παίζει κάποια στιγμή ρίχνει τα ζάρια εκείνη ακριβώς τη στιγμή:
  $\forall t \forall p[plays(p,t) \rightarrow \exists n_1 \exists n_2 dice(p,t,n_1,n_2)]$.

α) Εξηγήστε σε φυσική γλώσσα ποιους κανόνες του παιχνιδιού εκφράζουν οι παρακάτω τύποι. Θα πρέπει οι εκφράσεις σας να είναι όπως ζητείται και στο Ερώτημα 1β.

i. $$\forall p \forall t \forall s \forall n_1 \forall n_2[plays(p,t) \wedge position(p,t,s) \wedge dice(p,t,n_1,n_2) \rightarrow position(p,t+1,\mathrm{mod}\,40(s+n_1+n_2))]$$

ii. $\forall p \forall t \forall s \forall n_1 \forall n_2 [plays(p,t) \wedge position(p,t,s) \wedge dice(p,t,n_1,n_2) \wedge (s+n_1+n_2 > 40) \rightarrow collects(p,t+1,200)]$

iii. $\forall p \forall t \forall s \forall n [plays(p,t) \wedge position\ (p,t,s) \wedge dice(p,t,n,n) \rightarrow position\ (p,t+1, \text{mod}\, 40(s+n+n)) \wedge plays(p,t+1)]$

β) Δώστε τύπους της ΚΛ οι οποίοι εκφράζουν τους ακόλουθους κανόνες, εισάγοντας όπου κρίνετε σκόπιμο βοηθητικά κατηγορήματα.

i. Αν ένας παίχτης φέρει σε τρεις διαδοχικές χρονικές στιγμές διπλές, τότε την επόμενη χρονική στιγμή πηγαίνει στη φυλακή (δηλαδή στο τετράγωνο με αριθμό 21).
ii. Αν ένας παίχτης βρίσκεται σε μια δεδομένη χρονική στιγμή στο τετράγωνο «Φόρος Εισοδήματος» (τετράγωνο με αριθμό 5) ή στο τετράγωνο «ΕΝΦΙΑ» (τετράγωνο με αριθμό 39) τότε πληρώνει 200 Ευρώ και 100 Ευρώ αντίστοιχα.
iii. Αν ένα παίχτης βρίσκεται στη φυλακή και είναι η σειρά του να παίξει, θα πρέπει πρώτα είτε να πληρώσει 50 Ευρώ είτε να φέρει διπλές ώστε να μπορέσει να παίξει την επόμενη χρονική στιγμή.

<Χώρος Απάντησης *(Ελεύθερος για διαμόρφωση από το φοιτητή)*>

Αξιολόγηση Ερωτήματος	
Σχόλια Σύμβουλου Καθηγητή:	
<σχόλια>	
Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 20

Ερώτημα 3.

Στο παρόν ερώτημα επιχειρείται η εξοικείωση με την έννοια της «ερμηνείας», του «σύμπαντος μιας ερμηνείας» καθώς και της αλήθειας ενός τύπου σε σχέση με μια δεδομένη ερμηνεία.

ΣΥΝΟΔΕΥΤΙΚΕΣ ΣΥΝΑΦΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΑΛΑΙΟΤΕΡΩΝ ΕΤΩΝ: #4 και #5.

α) Έστω μια πρωτοβάθμια γλώσσα Γ_1 η οποία περιέχει ένα διμελές κατηγορηματικό σύμβολο *R,* και έστω *A* και *B* ερμηνείες της Γ_1, όπου $|A|$ είναι το σύνολο των φυσικών αριθμών και $|B|$ είναι το σύνολο των ρητών αριθμών. Έστω επίσης ότι, τόσο στην *A* όσο και στη *B*, το *R(x,y)* ερμηνεύεται ως «ο *x* είναι μικρότερος ή ίσος από τον *y*».

i. Δώστε τύπο της Γ_1 ο οποίος να είναι ψευδής στην *A* και αληθής στην *B*.

ii. Δώστε τύπο της Γ_1 ο οποίος να είναι αληθής στην *A* και ψευδής στη *B*. Ο τύπος που θα δώσετε γι'αυτό το υποερώτημα δεν θα πρέπει να είναι λογικά ισοδύναμος με την άρνηση του τύπου που θα δώσετε στο προηγούμενο υποερώτημα.

Σε κάθε περίπτωση, δικαιολογήστε τυπικά αλλά και διαισθητικά την απάντησή σας.

β) Δίνεται ο τύπος:

$$\forall z \forall u \exists x \forall y ((R(x,y) \wedge P(u)) \rightarrow (P(y) \rightarrow R(z,x)))$$

i. Δώστε, αν υπάρχει, ερμηνεία με σύμπαν το σύνολο των φυσικών αριθμών, στην οποία ο τύπος αληθεύει.

ii. Δώστε, αν υπάρχει, ερμηνεία με σύμπαν το σύνολο των φυσικών αριθμών, στην οποία ο τύπος είναι ψευδής.

Σε κάθε περίπτωση, δικαιολογήστε τυπικά αλλά και διαισθητικά την απάντησή σας (προσπαθήστε να απλοποιήσετε τον τύπο βάσει και της ταυτολογίας $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \leftrightarrow ((A \wedge B) \rightarrow C)$).

<Χώρος Απάντησης *(Ελεύθερος για διαμόρφωση από το φοιτητή)*>

Αξιολόγηση Ερωτήματος	
Σχόλια Σύμβουλου Καθηγητή:	
<σχόλια>	
Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 25

Ερώτημα 4.

Σκοπός του ερωτήματος αυτού είναι η περαιτέρω εξοικείωση με τη χρήση της Κατηγορηματικής Λογικής. Πιο συγκεκριμένα, θα χρησιμοποιήσουμε τύπους της Κατηγορηματικής Λογικής που περιέχουν μια ελεύθερη μεταβλητή για να ορίσουμε υποσύνολα των φυσικών αριθμών που διαθέτουν συγκεκριμένες ιδιότητες.

ΣΥΝΟΔΕΥΤΙΚΕΣ ΣΥΝΑΦΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΑΛΑΙΟΤΕΡΩΝ ΕΤΩΝ: #6.

Θεωρούμε μια πρωτοβάθμια γλώσσα Γ_1 η οποία περιέχει ένα διμελές κατηγορηματικό σύμβολο *R*, και έστω *A* ερμηνεία της Γ_1 με $|A| = \{n \in N : n \geq 2\}$ στην οποία το *R(x,y)* ερμηνεύεται ως «ο *x* διαιρεί τον *y*». Κάθε τύπος φ της Γ_1 ο οποίος περιέχει μια ελεύθερη μεταβλητή x, *ορίζει στην ερμηνεία* A ένα σύνολο μελών του $|A|$ για τα οποία ο τύπος αληθεύει. Τέτοιου είδους είναι οι παρακάτω τύποι:

i. $\forall y(R(y,x) \rightarrow (x \approx y))$

ii. $\forall y \forall z((R(y,x) \wedge R(z,x)) \rightarrow (R(y,z) \vee R(z,y)))$

iii. $\forall y \forall z(R(y,x) \rightarrow (R(z,y) \rightarrow R(x,z)))$

Εξηγήστε ποιο υποσύνολο του $|A|$ ορίζει καθένας από τους παραπάνω τύπους. Δικαιολογήστε προσεκτικά τις απαντήσεις σας.

<Χώρος Απάντησης *(Ελεύθερος για διαμόρφωση από το φοιτητή)*>

Αξιολόγηση Ερωτήματος	
Σχόλια Σύμβουλου Καθηγητή:	
<σχόλια>	
Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 25

Ερώτημα 5.

Το ερώτημα αυτό έχει σκοπό να σας εισάγει στην μορφή της εξέτασης με ερωτήματα πολλαπλών επιλογών. Περιέχει δύο ερωτήματα από την Κατηγορηματική Λογική με τέσσερις απαντήσεις το καθένα από τις οποίες κάθε απάντηση μπορεί να είναι σωστή ή λάθος. Είναι σημαντικό να προσπαθήσετε να δώσετε τις απαντήσεις σας σε λιγότερο από 15 λεπτά.

ΣΥΝΟΔΕΥΤΙΚΕΣ ΣΥΝΑΦΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΑΛΑΙΟΤΕΡΩΝ ΕΤΩΝ: #7 και #8.

Απαντήστε τις ακόλουθες ερωτήσεις και τα υποερωτήματά τους βρίσκοντας για κάθε ένα αν είναι *Σωστό* (Σ) ή *Λάθος* (Λ), **αιτιολογώντας συνοπτικά** σε κάθε περίπτωση την απάντησή σας.

α) Έστω μία γλώσσα L πρώτης τάξης με ένα μονομελές συναρτησιακό σύμβολο f και ένα διμελές συναρτησιακό σύμβολο g. Έστω ερμηνεία της L με σύμπαν το σύνολο $N-\{0\}$ στην οποία στο g ανατίθεται η γνωστή μας πρόσθεση φυσικών αριθμών ενώ στο f ανατίθεται η συνάρτηση που για κάθε φυσικό αριθμό n επιστρέφει 1 αν $n=1$, και αν το n είναι διάφορο του 1 επιστρέφει το μικρότερο πρώτο αριθμό που είναι διαιρέτης του n. Εξετάστε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος.

1. **(Σ/Λ)** Ο τύπος $\exists x \exists y (f(g(x,y)) \approx f(x))$ αληθεύει στην παραπάνω ερμηνεία.
2. **(Σ/Λ)** Ο τύπος $\forall x \forall y (f(g(x,y)) \approx f(x))$ αληθεύει στην παραπάνω ερμηνεία.
3. **(Σ/Λ)** Ο τύπος $\exists x \forall y (f(g(x,y)) \approx f(x))$ αληθεύει στην παραπάνω ερμηνεία.
4. **(Σ/Λ)** Ο τύπος $\forall x \exists y (f(g(x,y)) \approx f(x))$ αληθεύει στην παραπάνω ερμηνεία.

β) Έστω μία γλώσσα L πρώτης τάξης με μιά σταθερά **c**, ένα διμελές συναρτησιακό σύμβολο $\oplus$, και ένα διμελές συναρτησιακό σύμβολο $\otimes$. Εξετάστε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος.

1. **(Σ/Λ)** Ο τύπος $F_1 \equiv \forall u \forall v \exists x (\neg(v \approx c) \to (u \oplus (v \otimes x) \approx c))$ αληθεύει στην ερμηνεία με σύμπαν τους πραγματικούς αριθμούς στην οποία στο ***c*** αντιστοιχίζεται το 0, στο $\oplus$ αντιστοιχίζεται η πρόσθεση και στο $\otimes$ ο πολλαπλασιασμός.
2. **(Σ/Λ)** Ο τύπος $\neg F_1$ αληθεύει στην ερμηνεία με σύμπαν τους ακέραιους αριθμούς στην οποία στο ***c*** αντιστοιχίζεται το 0, στο $\oplus$ αντιστοιχίζεται η πρόσθεση και στο $\otimes$ ο πολλαπλασιασμός.
3. **(Σ/Λ)** Ο τύπος $F_2 \equiv \forall u \forall v \forall w \exists x (\neg(w \approx c) \to (u \oplus (v \otimes x) \oplus (w \otimes (x \otimes x)) \approx c))$ αληθεύει στην ερμηνεία με σύμπαν τους μιγαδικούς αριθμούς στην οποία στο ***c*** αντιστοιχίζεται το 0, στο $\oplus$ αντιστοιχίζεται η πρόσθεση και στο $\otimes$ ο πολλαπλασιασμός.
4. **(Σ/Λ)** Ο τύπος $\neg F_2$ αληθεύει στην ερμηνεία με σύμπαν τους πραγματικούς αριθμούς στην οποία στο ***c*** αντιστοιχίζεται το 0, στο $\oplus$ αντιστοιχίζεται η πρόσθεση και στο $\otimes$ ο πολλαπλασιασμός.

<Χώρος Απάντησης *(Ελεύθερος για διαμόρφωση από το φοιτητή)*>

Αξιολόγηση Ερωτήματος	
Σχόλια Σύμβουλου Καθηγητή:	
<σχόλια>	
Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 10