

ΠΛΗ 20, ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΛΟΓΙΚΗ

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΙΟΥΛΙΟΥ 2017, Α' ΜΕΡΟΣ

**ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΤΕ ΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΑΣ ΚΑΙ ΜΗΝ ΑΝΟΙΞΕΤΕ ΤΑ ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ ΑΝ ΔΕΝ
ΣΑΣ ΠΕΙ Ο ΕΠΙΤΗΡΗΤΗΣ**

ΕΠΩΝΥΜΟ.....ΟΝΟΜΑ.....

ΠΑΤΡΩΝΥΜΟ.....ΤΜΗΜΑ.....

ΑΡΙΘΜΟΣ ΜΗΤΡΩΟΥ.....ΥΠΟΓΡΑΦΗ.....

ΟΔΗΓΙΕΣ: Κυκλώστε το γράμμα «Σ» που είναι παραπλεύρως σε κάθε πρόταση αν θεωρείτε ότι η πρόταση είναι αληθής ή το γράμμα «Λ» αν θεωρείτε ότι είναι ψευδής. ΠΡΟΣΟΧΗ: Μια λάθος απάντηση αφαιρεί ένα τέταρτο της μονάδας από το ερώτημα. Σημειώστε μια απάντηση αν είστε αρκετά βέβαιοι για αυτήν. Αν χρειάζεστε, χρησιμοποιήστε για πρόχειρο τον χώρο μετά το τελευταίο ερώτημα.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

1. Στους παρακάτω τύπους τα φ, χ, ψ είναι προτασιακοί τύποι. Τότε ισχύει ότι:
 1. (Σ / Λ) Αν $\varphi \models (\chi \wedge \psi)$ τότε $\varphi \models \chi$ και $\varphi \models \psi$ (Σωστό)
 2. (Σ / Λ) Αν $\varphi \models (\chi \vee \psi)$ τότε $\varphi \models \chi$ ή $\varphi \models \psi$ (Λάθος)
 3. (Σ / Λ) Αν $\varphi \rightarrow \chi \models \varphi \rightarrow \psi$ τότε $\chi \equiv \psi$ (Λάθος)
 4. (Σ / Λ) Αν $\{\chi, \psi\} \models \varphi$ τότε $\chi \wedge \psi \models \varphi$ (Σωστό)
2. Θεωρούμε τον τύπο $\varphi = \forall x \forall y \forall z (P(x, y) \wedge P(y, z) \rightarrow P(x, z))$
 1. (Σ / Λ) Ο τύπος φ αληθεύει στο σύνολο των φυσικών αν το κατηγορήμα $P(x, y)$ δηλώνει «ο x διαιρεί τον y ». (Σωστό)
 2. (Σ / Λ) Ο τύπος φ αληθεύει σε απλά μη κατευθυνόμενα γραφήματα αν το κατηγορήμα $P(x, y)$ δηλώνει «η κορυφή x βρίσκεται σε διαφορετική συνεκτική συνιστώσα από την y ». (Λάθος)
 3. (Σ / Λ) Ο τύπος φ αληθεύει στο σύνολο των υποσυνόλων του συνόλου $A = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ αν το κατηγορήμα $P(x, y)$ δηλώνει «το σύνολο x είναι υποσύνολο του y ». (Σωστό)
 4. (Σ / Λ) Ο τύπος φ αληθεύει στο σύνολο των φυσικών αν το κατηγορήμα $P(x, y)$ δηλώνει « $x=y$ ». (Σωστό)
3. Οι παρακάτω ισχυρισμοί είναι αληθείς:
 1. (Σ / Λ) Αν ο πρωτοβάθμιος τύπος φ είναι σε κανονική ποσοδεικτική μορφή και αλλάζει η σειρά των ποσοδεικτών του, ο τύπος που προκύπτει είναι ισοδύναμος του φ . (Λάθος)
 2. (Σ / Λ) Αν φ και ψ πρωτοβάθμιοι τύποι, οι τύποι $\exists x \psi \rightarrow \varphi$ και $\forall x (\psi \rightarrow \varphi)$ είναι ισοδύναμοι. (Λάθος)
 3. (Σ / Λ) Αν φ και ψ πρωτοβάθμιοι τύποι και η x δεν εμφανίζεται ελεύθερη στον φ , οι τύποι $\varphi \rightarrow \exists x \psi$ και $\exists x (\varphi \rightarrow \psi)$ είναι ισοδύναμοι. (Σωστό)
 4. (Σ / Λ) Αν στο ΑΣ1 (Αξιωματικό Σχήμα 1) αντικαταστήσουμε τα φ και ψ με πρωτοβάθμιους τύπους, δεν προκύπτει αναγκαστικά ταυτολογία. (Λάθος)
4. Το πλήθος των υποσυνόλων με τουλάχιστον 2 στοιχεία ενός συνόλου με n στοιχεία είναι:
 1. (Σ / Λ) $\sum_{k=2}^n \binom{n}{k}$ (Σωστό)
 2. (Σ / Λ) Όσο ο συντελεστής του x^n στην παράσταση $(x^2 + x^3 + \dots + x^n)(1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{n-2})$ (Λάθος)
 3. (Σ / Λ) Έσο με το πλήθος των δυαδικών συμβολοσειρών μήκους n με λιγότερους από $n-1$ άσσους. (Σωστό)
 4. (Σ / Λ) $2^n - (n+1)$ (Σωστό)
5. Θέλουμε να φτιάξουμε μία επιτροπή με k μέλη επιλέγοντας από n άνδρες και m γυναίκες.
 1. (Σ / Λ) Αν τα άτομα που θα συμμετάσχουν έχουν σημασία αλλά οι ρόλοι όλων στην επιτροπή είναι ισότιμοι, οι δυνατές επιτροπές είναι όσες ο συντελεστής του x^k στην παράσταση $(1+x)^{n+m}$. (Σωστό)
 2. (Σ / Λ) Αν τα άτομα που θα συμμετάσχουν έχουν σημασία αλλά ο ρόλος κάθε ενός στην επιτροπή είναι διαφορετικός, οι δυνατές επιτροπές είναι $P(n+m, k)$. (Σωστό)
 3. (Σ / Λ) Αν $n < k \leq m$, τα άτομα που θα συμμετάσχουν δεν έχουν σημασία και αυτό που μετρά είναι πόσοι άνδρες και πόσες γυναίκες θα μετάσχουν, οι δυνατές επιτροπές είναι όσες ο συντελεστής του x^k στην παράσταση $(1+x+x^2+\dots+x^n)(1+x+x^2+\dots+x^k)$. (Σωστό)

4. (Σ / Λ) Αν $n < k \leq m$, τα άτομα που θα συμμετάσχουν δεν έχουν σημασία και αυτό που μετρά είναι πόσοι άνδρες και πόσες γυναίκες θα μετάσχουν, οι δυνατές επιτροπές είναι όσες ο συντελεστής του x^k στην παράσταση $(1+x+x^2+\dots+x^n)(1+x+x^2+\dots+x^m)$ (Σωστό)
6. Πόσοι τετραγωνικοί πίνακες διαστάσεων 10×10 με 0 και 1 σε κάθε θέση υπάρχουν;
1. (Σ / Λ) $\left(\frac{10!}{5!5!}\right)^{10}$ αν σε κάθε γραμμή υπάρχουν ακριβώς 5 άσσοι. (Σωστό)
2. (Σ / Λ) $2^{50} \cdot 2^{50}$ αν ο πίνακας έχει ίσο πλήθος 0 και 1. (Λάθος)
3. (Σ / Λ) Όσοι οι δυαδικές συμβολοσειρές μήκους 100. (Σωστό)
4. (Σ / Λ) Όσοι τα υποσύνολα ενός συνόλου με 100 στοιχεία. (Σωστό)
7. Θεωρούμε απλά μη κατευθυνόμενα γραφήματα. Οι παρακάτω προτάσεις είναι αληθείς:
1. (Σ / Λ) Το K_5 είναι το μη επίπεδο γράφημα με τις λιγότερες ακμές. (Λάθος)
2. (Σ / Λ) Το K_5 είναι υπογράφημα του $K_{5,5}$ (Λάθος)
3. (Σ / Λ) Σε ένα γράφημα που έχει και κύκλο Euler και κύκλο Hamilton, ο κύκλος Euler έχει τουλάχιστον τόσες ακμές όσες έχει ο κύκλος Hamilton. (Σωστό)
4. (Σ / Λ) Αν στο $K_{2,2}$ προστεθεί μία νέα κορυφή και ενωθεί με όλες τις υπάρχουσες, προκύπτει μη επίπεδο γράφημα. (Λάθος)
8. Συμβολίζουμε με \overline{G} το συμπληρωματικό γράφημα του γραφήματος G . Τότε ισχύουν τα ακόλουθα:
1. (Σ / Λ) Αν G και H ισόμορφα γραφήματα, τότε το \overline{G} είναι ισόμορφο με το \overline{H} . (Σωστό)
2. (Σ / Λ) Υπάρχει γράφημα G που τόσο το G όσο και το \overline{G} έχουν κύκλο Hamilton. (Σωστό)
3. (Σ / Λ) Αν το G έχει $k \geq 2$ συνεκτικές συνιστώσες, το \overline{G} περιλαμβάνει το K_k . (Σωστό)
4. (Σ / Λ) Αν το G είναι δένδρο, το \overline{G} είναι αναγκαστικά μη συνεκτικό. (Λάθος)
9. Οι παρακάτω προτάσεις είναι αληθείς:
1. (Σ / Λ) Αν το πλήθος των κορυφών ενός δένδρου είναι περιττό, τότε έχει χρωματικό αριθμό 3. (Λάθος)
2. (Σ / Λ) Κάθε απλό γράφημα με 10 κορυφές και 9 ακμές είναι δένδρο. (Λάθος)
3. (Σ / Λ) Αν T δένδρο και u και v κορυφές με μέγιστη απόσταση στο T , τότε οι u και v είναι φύλλα. (Σωστό)
4. (Σ / Λ) Ένα συνεκτικό γράφημα που κάθε ακμή του είναι γέφυρα, είναι δένδρο. (Σωστό)
10. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις αληθεύουν;
1. (Σ / Λ) Ο αλγόριθμος του Dijkstra υπολογίζει σωστά το συντομότερο μονοπάτι αν στο γράφημα υπάρχουν ακμές με αρνητικά βάρη, αλλά όχι αρνητικός κύκλος. (Λάθος)
2. (Σ / Λ) Αν στο συντομότερο μονοπάτι p μεταξύ των κορυφών s και t υπάρχουν οι κορυφές u και v , το τμήμα του p μεταξύ των u και v είναι συντομότερο $u-v$ μονοπάτι. (Σωστό)
3. (Σ / Λ) Στον αλγόριθμο του Dijkstra η τιμή μιας νέας ετικέτας που οριστικοποιήθηκε, δεν είναι μικρότερη από την τιμή της προηγούμενης ετικέτας που οριστικοποιήθηκε. (Σωστό)
4. (Σ / Λ) Μια ακμή με μέγιστο βάρος δεν μετέχει σε κανένα συντομότερο μονοπάτι. (Λάθος)

