

ΠΛΗ 20, ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΛΟΓΙΚΗ

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΙΟΥΛΙΟΥ 2018, Α' ΜΕΡΟΣ

**ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΤΕ ΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΑΣ ΚΑΙ ΜΗΝ ΑΝΟΙΞΕΤΕ ΤΑ ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ ΑΝ ΔΕΝ
ΣΑΣ ΠΕΙ Ο ΕΠΙΤΗΡΗΤΗΣ**

ΕΠΩΝΥΜΟ.....ΟΝΟΜΑ.....

ΠΑΤΡΩΝΥΜΟ.....ΤΜΗΜΑ.....

ΑΡΙΘΜΟΣ ΜΗΤΡΩΟΥ.....ΥΠΟΓΡΑΦΗ.....

ΟΔΗΓΙΕΣ: Κυκλώστε το γράμμα «Σ» που είναι παραπλεύρως σε κάθε πρόταση αν θεωρείτε ότι η πρόταση είναι αληθής ή το γράμμα «Λ» αν θεωρείτε ότι είναι ψευδής. ΠΡΟΣΟΧΗ: Μια λάθος απάντηση αφαιρεί ένα τέταρτο της μονάδας από το ερώτημα. Σημειώστε μια απάντηση αν είστε αρκετά βέβαιοι για αυτήν. Αν χρειάζεστε, χρησιμοποιήστε για πρόχειρο τον χώρο μετά το τελευταίο ερώτημα.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

1. Στους παρακάτω τύπους τα p_1 και p_2 είναι προτασιακές μεταβλητές. Ισχύει ότι:
 1. $(\Sigma / \Lambda) \quad \neg p_1 \rightarrow (p_1 \rightarrow p_2) \equiv (\neg p_1 \wedge p_1) \rightarrow p_2$ **(Σωστό)**
 2. $(\Sigma / \Lambda) \quad$ Ο τύπος $(p_1 \rightarrow p_2) \vee (p_2 \rightarrow p_1)$ είναι ταυτολογία. **(Σωστό)**
 3. $(\Sigma / \Lambda) \quad$ Ο τύπος $(p_1 \wedge p_2) \rightarrow (p_1 \vee p_2)$ είναι ταυτολογία. **(Σωστό)**
 4. $(\Sigma / \Lambda) \quad \{p_1 \vee \neg p_2, p_1 \wedge p_2\} \models p_1 \rightarrow \neg p_2$ **(Λάθος)**

2. Στις παρακάτω προτάσεις το T είναι σύνολο προτασιακών τύπων ενώ το φ είναι τύπος. Ποιες από τις προτάσεις αληθεύουν;
 1. $(\Sigma / \Lambda) \quad$ Αν $T \vdash \varphi$ τότε το σύνολο $T \cup \{\neg\varphi\}$ δεν είναι ικανοποιήσιμο. **(Σωστό)**
 2. $(\Sigma / \Lambda) \quad$ Το T είναι συνεπές αν και μόνο αν υπάρχει τύπος φ που δεν αποδεικνύεται τυπικά από το T . **(Σωστό)**
 3. $(\Sigma / \Lambda) \quad$ Αν κάθε τύπος στο T είναι ικανοποιήσιμος, τότε το T είναι συνεπές. **(Λάθος)**
 4. $(\Sigma / \Lambda) \quad$ Αν το T είναι συνεπές και ο φ ικανοποιήσιμος, τότε το $T \cup \{\varphi\}$ είναι ικανοποιήσιμο. **(Λάθος)**

3. Θεωρούμε την πρωτοβάθμια γλώσσα που ορίζεται στο σύνολο των υποσυνόλων $P(S_n)$ του συνόλου $S_n = \{1, 2, \dots, n\}$. Η γλώσσα μας έχει ένα διμελές κατηγορηματικό σύμβολο Q που ερμηνεύουμε στο $P(S_n)$ ως εξής: $Q(x, y)$ αν και μόνο αν $x \subseteq y$.
 1. $(\Sigma / \Lambda) \quad$ Ο τύπος $\exists x \forall y Q(x, y)$ αληθεύει στη παραπάνω δομή. **(Σωστό)**
 2. $(\Sigma / \Lambda) \quad$ Ο τύπος $\forall x \forall y (x \neq y \rightarrow Q(x, y) \vee Q(y, x))$ αληθεύει στη παραπάνω δομή. **(Λάθος)**
 3. $(\Sigma / \Lambda) \quad$ Ο τύπος $\varphi(x) = \exists y Q(x, y)$ αληθεύει για 2^n στοιχεία x του $P(S_n)$. **(Σωστό)**
 4. $(\Sigma / \Lambda) \quad$ Ο τύπος $\forall x \forall y (Q(x, y) \wedge Q(y, x) \rightarrow x = y)$ αληθεύει στη παραπάνω δομή. **(Λάθος)**

4. Έστω ότι διαθέτουμε τα 26 γράμματα του λατινικού αλφαβήτου (από ένα αντίγραφο από κάθε γράμμα) και τα τοποθετούμε στην ευθεία.:
 1. $(\Sigma / \Lambda) \quad$ Οι τοποθετήσεις στις οποίες δεν εμφανίζεται η λέξη «FISH» είναι $26! - 23!$ **(Σωστό)**
 2. $(\Sigma / \Lambda) \quad$ Οι τοποθετήσεις στις οποίες δεν εμφανίζεται η λέξη «FINISH» είναι $26! - 21!$ **(Λάθος)**
 3. $(\Sigma / \Lambda) \quad$ Οι τοποθετήσεις στις οποίες εμφανίζονται οι λέξεις «FISH» και «RAT» είναι $23! + 24!$ **(Λάθος)**
 4. $(\Sigma / \Lambda) \quad$ Οι τοποθετήσεις στις οποίες εμφανίζεται ακριβώς μια από τις λέξεις «FISH» και «RAT» είναι $23! + 24! - 2 \cdot 21!$ **(Σωστό)**

5. Έστω ότι προγραμματίζουμε την εξέταση 10 διαφορετικών μαθημάτων σε μια εξεταστική περίοδο 20 ημερών. Το πλήθος των προγραμμάτων που μπορούμε να καταρτίσουμε, όταν ενδιαφέρει η σειρά εξέτασης των μαθημάτων την ίδια ημέρα, είναι:
 1. $(\Sigma / \Lambda) \quad$ Ο συντελεστής του x^{10} στο $(1+x)^{20}$, αν επιτρέπεται η εξέταση μέχρι ενός μαθήματος ανά μέρα. **(Λάθος)**
 2. $(\Sigma / \Lambda) \quad$ Ο συντελεστής του x^{20} στο $(1+x)^{10}$, αν επιτρέπεται η εξέταση μέχρι ενός μαθήματος ανά μέρα. **(Λάθος)**
 3. $(\Sigma / \Lambda) \quad$ Ο συντελεστής του $\frac{x^{10}}{10!}$ στο $\left(1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}\right)^{20}$, αν επιτρέπεται η εξέταση μέχρι τριών μαθημάτων ανά μέρα. **(Λάθος)**
 4. $(\Sigma / \Lambda) \quad$ Ο συντελεστής του $\frac{x^{10}}{10!}$ στο $(1+x+x^2+x^3)^{20}$, αν επιτρέπεται η εξέταση μέχρι τριών μαθημάτων ανά μέρα. **(Σωστό)**

6. Έχουμε 6 λευκούς βόλους, 7 κόκκινους βόλους και 11 πράσινους βόλους. Το πλήθος των τρόπων με τους οποίους μπορούν να μοιραστούν όλοι οι βόλοι σε δύο παιδιά, έτσι ώστε κάθε παιδί να πάρει ακριβώς από 12 βόλους χωρίς να ενδιαφέρει η σειρά και έχοντας τουλάχιστον δύο βόλους από κάθε χρώμα:
1. (Σ / Λ) δίνεται από τον συντελεστή του x^{12} στη γεννήτρια συνάρτηση $(x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6) \cdot (x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6 + x^7) \cdot (x^2 + x^3 + \dots + x^{11})$. (Λάθος)
 2. (Σ / Λ) δίνεται από τον συντελεστή του x^{12} στη γεννήτρια συνάρτηση $(x^2 + x^3 + x^4) \cdot (x^2 + x^3 + x^4 + x^5) \cdot (x^2 + x^3 + \dots + x^9)$. (Σωστό)
 3. (Σ / Λ) δίνεται από τον συντελεστή του x^{24} στη γεννήτρια συνάρτηση $(x^2 + x^3 + x^4)^2 \cdot (x^2 + x^3 + x^4 + x^5)^2 \cdot (x^2 + x^3 + \dots + x^9)^2$. (Λάθος)
 4. (Σ / Λ) δίνεται από τον συντελεστή του x^6 στη γεννήτρια συνάρτηση $(1 + x + x^2) \cdot (1 + x + x^2 + x^3) \cdot (1 + x + x^2 + \dots + x^7)$. (Σωστό)
7. Θεωρούμε απλά μη κατευθυνόμενα γραφήματα. Είναι οι παρακάτω προτάσεις αληθείς;
1. (Σ / Λ) Αν προσθέσουμε οποιαδήποτε ακμή στο $K_{3,4}$ τότε αυξάνουμε τον χρωματικό αριθμό. (Σωστό)
 2. (Σ / Λ) Μπορούμε να προσθέσουμε δύο ακμές στο $K_{3,4}$ και να προκύψει γράφημα με κύκλο Euler. (Σωστό)
 3. (Σ / Λ) Το συμπλήρωμα ενός συνεκτικού γραφήματος είναι πάντα μη-συνεκτικό γράφημα. (Λάθος)
 4. (Σ / Λ) Όσες ακμές και αν προσθέσουμε σε ένα γράφημα με κύκλο Hamilton τότε διατηρείται ο κύκλος Hamilton. (Σωστό)
8. Είναι οι παρακάτω προτάσεις αληθείς;
1. (Σ / Λ) Υπάρχει επίπεδο γράφημα με 6 κορυφές και 12 ακμές. (Σωστό)
 2. (Σ / Λ) Ο μέγιστος βαθμός σε ένα γράφημα που δεν είναι επίπεδο είναι τουλάχιστον τρία. (Σωστό)
 3. (Σ / Λ) Ένα επίπεδο συνεκτικό γράφημα που είναι πλήρες διμερές με 7 κορυφές έχει ακολουθία βαθμών είτε (5,5,2,2,2,2,2) είτε (6,1,1,1,1,1,1). (Σωστό)
 4. (Σ / Λ) Αν το n είναι πολλαπλάσιο του 6, τότε οι ακμές του K_n διαμερίζονται σε $n/6$ επίπεδα γραφήματα. (Λάθος)
9. Θεωρούμε απλά μη κατευθυνόμενα γραφήματα. Οι παρακάτω προτάσεις είναι αληθείς:
1. (Σ / Λ) Υπάρχει συνεκτικό γράφημα χωρίς κύκλους που περιέχει κύκλο Euler. (Λάθος)
 2. (Σ / Λ) Κάθε κορυφή άρτιου βαθμού σε ένα δέντρο είναι αρθρική. (Σωστό)
 3. (Σ / Λ) Κάθε γράφημα χωρίς κύκλους περιέχει κορυφή περιττού βαθμού. (Λάθος)
 4. (Σ / Λ) Το ελάχιστο και το μέγιστο συνδετικό δέντρο ενός γραφήματος έχουν το ίδιο βάρος αν και μόνο αν όλες οι ακμές του γραφήματος έχουν ίσο βάρος. (Λάθος)
10. Έστω G απλό, μη κατευθυνόμενο, συνεκτικό γράφημα όπου κάθε ακμή έχει θετικό βάρος, και έστω s μια αφετηριακή κορυφή του G . Οι παρακάτω προτάσεις είναι αληθείς:
1. (Σ / Λ) Αν όλες οι ακμές του G έχουν το ίδιο βάρος τότε η διάσχιση κατά πλάτος (BFS) με ρίζα την s υπολογίζει τις συντομότερες διαδρομές από την αφετηριακή κορυφή s . (Σωστό)
 2. (Σ / Λ) Αν όλες οι ακμές του G έχουν το ίδιο βάρος τότε η διάσχιση κατά βάθος (DFS) με ρίζα την s υπολογίζει τις συντομότερες διαδρομές από την αφετηριακή κορυφή s . (Λάθος)
 3. (Σ / Λ) Αν το G είναι δένδρο, τότε μπορούμε να υπολογίσουμε τις συντομότερες διαδρομές από την αφετηριακή κορυφή s με διάσχιση κατά πλάτος (BFS). (Σωστό)
 4. (Σ / Λ) Αν το G είναι δένδρο, τότε μπορούμε να υπολογίσουμε τις συντομότερες διαδρομές από την αφετηριακή κορυφή s με διάσχιση κατά βάθος (DFS). (Σωστό)