Έντυπο Υποβολής – Αξιολόγησης ΓΕ

Ο φοιτητής συμπληρώνει την ενότητα «Υποβολή Εργασίας» και αποστέλλει το έντυπο σε δύο μη συρραμμένα αντίγραφα (ή ηλεκτρονικά) στον Καθηγητή-Σύμβουλο. Ο Καθηγητής-Σύμβουλος συμπληρώνει την ενότητα «Αξιολόγηση Εργασίας» και στα δύο αντίγραφα και επιστρέφει το ένα στο φοιτητή μαζί με τα σχόλια επί της ΓΕ, ενώ κρατά το άλλο για το αρχείο του μαζί με το γραπτό σημείωμα του Συντονιστή, εάν έχει δοθεί παράταση.

*Σε περίπτωση ηλεκτρονικής υποβολής του παρόντος εντύπου, το όνομα του ηλεκτρονικού αρχείου θα πρέπει να γράφεται υποχρεωτικά με λατινικούς χαρακτήρες και να ακολουθεί την κωδικοποίηση του παραδείγματος: Π.χ., το όνομα του αρχείου για τη 2η ΓΕ του φοιτητή ΙΩΑΝΝΟΥ στη ΔΕΟ13 θα πρέπει να γραφεί: «**ioannou_ge2_deo13.doc**».*

ΥΠΟΒΟΛΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ονοματεπώνυμο φοιτητή	<Όνομα Φοιτητή> <Επώνυμο Φοιτητή>

Κωδικός ΘΕ	ΠΛΗ 20
Κωδικός Τμήματος	<ΤΜΗΜΑ>
Ακ. Έτος	2017-2018
α/α ΓΕ	**2η**

Ονοματεπώνυμο Καθηγητή -Σύμβουλου	<Όνομα ΣΕΠ> <Επώνυμο ΣΕΠ>
Καταληκτική ημερομηνία παραλαβής σύμφωνα με το ακ. ημερολόγιο (*ημέρα Τρίτη*)	***Τετάρτη, 20/12/2017***
Ημερομηνία αποστολής ΓΕ από το φοιτητή	
Επισυνάπτεται (*σε περίπτωση που έχει ζητηθεί*) η άδεια παράτασης από το Συντονιστή;	ΝΑΙ / ΟΧΙ

***Υπεύθυνη Δήλωση Φοιτητή**: Βεβαιώνω ότι είμαι συγγραφέας αυτής της εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης έχω αναφέρει τις όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε αυτές αναφέρονται ακριβώς είτε παραφρασμένες. Επίσης βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία προετοιμάστηκε από εμένα προσωπικά ειδικά για τη συγκεκριμένη Θεματική Ενότητα.*

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ημερομηνία παραλαβής ΓΕ από το φοιτητή	
Ημερομηνία αποστολής σχολίων στο φοιτητή	
Βαθμολογία *(αριθμητικά, ολογράφως)*	

Υπογραφή Φοιτητή	**Υπογραφή Καθηγητή-Συμβούλου**

Διακριτά Μαθηματικά και Μαθηματική Λογική – ΠΛΗ20

Ακ. Έτος 2017-2018

Ε ρ γ α σ ί α   2η

Προτασιακή Λογική

Σκοπός *της παρούσας εργασίας είναι η περαιτέρω* ***εξοικείωση με τις σημαντικότερες μεθόδους και ιδέες της Προτασιακής Λογικής.*** *Η εργασία πρέπει να γραφεί* ***ηλεκτρονικά*** *και να υποβληθεί μέσω του ηλεκτρονικού χώρου εκπαιδευτικής διαδικασίας* study.eap.gr *μέχρι την* ***Τετάρτη, 20/12/2017****.*

Οδηγίες προς τους φοιτητές:

1. *Προτού αποστείλετε την εργασία στο Σύμβουλο Καθηγητή σας, βεβαιωθείτε ότι έχετε συμπληρώσει το ειδικό έντυπο υποβολής στην πρώτη σελίδα. Για να συμπληρώστε π.χ. το όνομα κάντε διπλό κλικ στο σκιασμένο πεδίο <Όνομα Φοιτητή> και στη φόρμα που θα εμφανιστεί, στη θέση του προεπιλεγμένου κειμένου, συμπληρώστε το όνομά σας. Επαναλάβετε την ίδια διαδικασία για κάθε σκιασμένο πεδίο του πρώτου μέρους της σελίδας που αναφέρεται στην υποβολή της εργασίας.*

2. *Στο αρχείο αυτό πρέπει να* ***προσθέσετε*** *τις απαντήσεις σας στο χώρο κάτω από το εκάστοτε ερώτημα εκεί όπου περιέχεται η φράση:*

   <Χώρος Απάντησης *(Ελεύθερος για διαμόρφωση από το φοιτητή)*>

   την οποία μπορείτε να σβήσετε. Μπορείτε να διαμορφώσετε το χώρο όπως επιθυμείτε, και δεν υπάρχει περιορισμός στο πόσο χώρο θα καταλάβει η απάντησή σας.

3. *Η εργασία περιλαμβάνει* ***5*** *βαθμολογούμενα ερωτήματα (1-5), στα οποία πρέπει να απαντήσετε εγκαίρως και όπως περιγράφεται παραπάνω.*

4. ***Υπενθυμίζεται επιπλέον ότι η σωστή και αποτελεσματική μελέτη απαιτεί οπωσδήποτε και την επίλυση και άλλων ασκήσεων από το βοηθητικό υλικό αλλά και από παλαιότερες εξετάσεις****. Σε αυτό μπορούν να σας βοηθήσουν και οι ακόλουθες ασκήσεις από αυτό το υλικό:*

   Συνοδευτικές ασκήσεις: Από αυτή την εργασία και εφεξής, θα σας διανέμεται επίσης ένα αρχείο με ασκήσεις από παλιές εργασίες που μπορούν να σας βοηθήσουν στην απόκτηση εμπειρίας. Συνιστάται πάντως να μην περιοριστείτε σε αυτές αλλά να μελετήσετε και άλλες ασκήσεις από παλιές εργασίες όπως σημειώνονται παρακάτω.

   Προηγούμενες εργασίες: Η 2η εργασία των ακαδημαϊκών ετών 2005-2017, η 5η εργασία των ετών 2004-5, 2003-4, καθώς και η 1η εργασία του έτους 2002-3.

Προηγούμενα θέματα τελικών εξετάσεων: Ενδεικτικά αναφέρονται τα θέματα Προτασιακής Λογικής στις εξεταστικές περιόδους των ετών 2004-2017.*

Σημειώσεις και Υπερκείμενα για την Προτασιακή Λογική: Στην ηλεκτρονική διεύθυνση http://study.eap.gr/mod/folder/view.php?id=3501 *και ειδικότερα στο φάκελο «Σημειώσεις - Ασκήσεις - ΕΔΥ», διατίθενται οι σημειώσεις για την Προτασιακή Λογική του Χ. Νικολαΐδη καθώς και το υπερκείμενο για τη Λογική της Ε. Φουστούκου. Για την αποδεικτική μέθοδο της επαγωγής είναι πολύ χρήσιμη η μελέτη του παράλληλου υλικού του Δ. Φωτάκη, το οποίο διατίθεται μαζί με τον σχετικό οδηγό μελέτης, επίσης στην παραπάνω διεύθυνση.*

ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

Ερώτημα	**Μέγιστος βαθμός**	**Βαθμός**
1	14	
2	20	
3	20	
4	30	
5	16	
Συνολικός Βαθμός:	**100**	**0**

Γενικά Σχόλια:
<γενικά σχόλια για την εργασία από το Σύμβουλο-Καθηγητή>

Ερωτήματα

Ερώτημα 1.

Το ερώτημα 1.Α εξετάζει την ικανότητα συντακτικής ανάλυσης ενός προτασιακού τύπου. Το ερώτημα 1.Β αποβλέπει στο να δείξει ότι τα συντακτικά δένδρα είναι χρήσιμα και κατά (πολλούς) άλλους τρόπους.

Συνοδευτικές ασκήσεις παλαιοτέρων ετών: (Α: ΘΕΜΑ #1), (Β: ΘΕΜΑ #3) .

Α. Διαγνώστε ποιες από τις παρακάτω εκφράσεις είναι ορθά συντεταγμένοι προτασιακοί τύποι επί των μεταβλητών $\{p, q, r, s\}$ και των συνδέσμων $\{\neg, \rightarrow, \vee, \wedge\}$. Για όσες είναι ορθές, σχεδιάστε το δενδροδιάγραμμά τους. (Τηρείστε τις προτεραιότητες συνδέσμων που εξηγούνται στο βιβλίο σελ. 25-26 [(1)].)

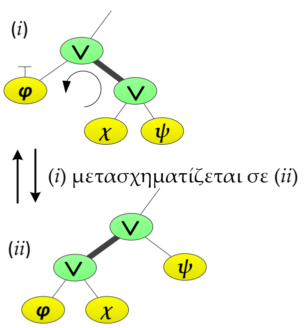
1) $((s \wedge p) \rightarrow \neg p) \rightarrow q)$

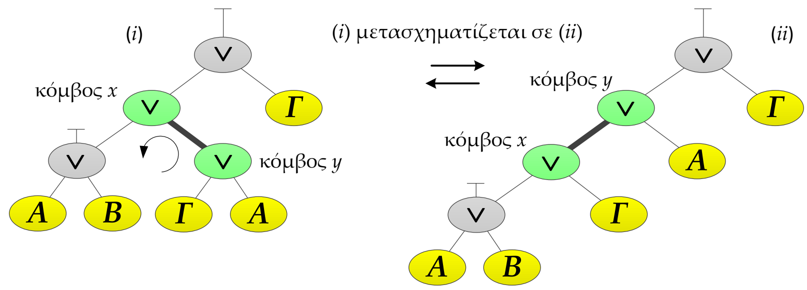
2) $(s \rightarrow (p \vee q \wedge r))$

3) $(((q \rightarrow p) \vee \neg\neg p) \rightarrow s)$

4) $(q \rightarrow (r \vee (\neg p \leftarrow s)))$

Β. Ο προσεταιριστικός νόμος της διάζευξης λέει ότι ο τύπος $(\varphi \vee (\chi \vee \psi))$ είναι αντικαταστήσιμος από τον τύπο $((\varphi \vee \chi) \vee \psi)$, βλ. σχήμα αριστερά. Στο σχήμα δεξιά εικονίζεται με δενδροδιαγράμματα, η εφαρμογή του προσεταιρισμού της διάζευξης σε τύπο με 5 εμφανίσεις μεταβλητών, και συγκεκριμένα επί των (υπο)-τύπων $\varphi = (A \vee B)$, $\chi = \Gamma$, $\psi = A$:





$(\underbrace{((A \vee B) \vee (\Gamma \vee A))} \vee \Gamma)$ $\qquad$ $(\underbrace{(((A \vee B) \vee \Gamma) \vee A)} \vee \Gamma)$

Έστω δύο διαζευκτικοί τύποι Φ και Φ' με n εμφανίσεις $X_1, X_2, \ldots, X_n$, κάποιων προτασιακών μεταβλητών. Δείξατε ότι αν οι μεταβλητές έχουν την ίδια σειρά εμφάνισης, τότε, ανεξαρτήτως της θέσης των παρενθέσεων είναι δυνατόν, με χρήση του κανόνα της προσεταιριστικότητας, να μετασχηματίσουμε το έναν τύπο ώστε να προκύψει ο άλλος.

Υπόδειξη: χρησιμοποιείστε, προαιρετικά, επαγωγή επί του πλήθους των αριστερών παρενθέσεων που εμφανίζονται από την αρχή ενός τύπου ως την πρώτη εμφάνιση μεταβλητής. Π.χ. στο σχήμα, δεξιά, από τρείς αρχικές παρενθέσεις στο (*i*), αποκτούμε τέσσερεις στο (*ii*).

[(1)] *Όλες οι παραπομπές είναι στο Τόμο Γ΄ περί* ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΛΟΓΙΚΗΣ.

<Χώρος Απάντησης *(Ελεύθερος για διαμόρφωση από το φοιτητή)*>

Αξιολόγηση Ερωτήματος	
Σχόλια Σύμβουλου Καθηγητή:	
<σχόλια>	
Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 14

Ερώτημα 2.

Το ερώτημα 2.Α εξετάζει την ικανότητα γραφής διαφόρων λογικών συνθηκών σε μια προτασιακή γλώσσα. Το ερώτημα 2.Β εξετάζει το συμμετρικό: την ικανότητα ανάγνωσης και χρήσης (του νοήματος) ενός προτασιακού τύπου.

Συνοδευτικές ασκήσεις παλαιοτέρων ετών: (Α1, Α2: ΘΕΜΑ #2, #4), (Β1: ΘΕΜΑ #2).

Α. Ως γνωστόν, στη γλώσσα των συνόλων γράφουμε ως $A \cup B$ το σύνολο που έχει ακριβώς όποια στοιχεία έχει το *Α* συν όποια έχει το *Β*· ως $A \cap B$ το σύνολο που έχει ακριβώς όποια στοιχεία ανήκουν και στο *Α* και στο *Β*· και ως *Α–Β* το σύνολο που έχει ακριβώς όποια στοιχεία έχει το *Α* αλλά δεν τα έχει το *Β*. Έστω α_σ, β_σ, γ_σ, τρείς προτασιακές μεταβλητές που ερμηνεύονται ως «*το στοιχείο σ ανήκει στο σύνολο Α*», (και: *«... σύνολο Β»,* και *«... σύνολο Γ»* αντιστοίχως).

1) Χρησιμοποιείστε τις α_σ, β_σ, γ_σ, και τους συνδέσμους $\{\neg, \vee, \wedge\}$ για να γράψετε δύο προτάσεις Φ_σ και Φ'_σ που να εκφράζουν ότι το στοιχείο *σ* ανήκει (αντιστοίχως) στα σύνολα $((A \cup B) - \Gamma)$ και $((A - \Gamma) \cup (B - \Gamma))$, και δείξτε με τους νόμους/ισοδυναμίες των σελ. 38-40, ότι είναι ταυτολογικά ισοδύναμες: $\Phi_\sigma \equiv \Phi'_\sigma$.
2) Γράψτε δύο προτάσεις Ψ_σ και Ψ'_σ που να εκφράζουν ότι το στοιχείο *σ* ανήκει (αντιστοίχως) στα σύνολα $((A \cup B) - (A \cap B))$ και $((A - B) \cup (B - A))$, και δείξτε παρομοίως ότι είναι ταυτολογικά ισοδύναμες.

Β. Μια ομάδα 8 επαγγελματιών $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3, \Gamma_1, \Gamma_2$ πρέπει να εκλέξει τουλάχιστον 3 εκπρόσωπους για το επαγγελματικό τους συνέδριο. Η συγκυρία στο κλάδο τους επιφέρει όμως κάποιες περιοριστικές συνθήκες που εκφράζονται ως εξής – (όπου η κάθε μεταβλητή ‘*X*’ ερμηνεύεται ως «*ο κος/κα X θα οριστεί εκπρόσωπος*»):

(*i*) $(A_1 \vee A_2 \vee A_3) \wedge (B_1 \vee B_2 \vee B_3) \wedge (\Gamma_1 \vee \Gamma_2)$.

(*ii*) $(A_1 \to B_1) \wedge (B_1 \to B_2) \wedge (B_2 \to \Gamma_1) \wedge (\Gamma_1 \to A_1)$.

(*iii*) $(B_1 \to \neg(B_2 \vee \Gamma_2)) \wedge (B_2 \to \neg(B_1 \vee \Gamma_2)) \wedge (\Gamma_2 \to \neg(B_1 \vee B_2))$.

(*iv*) $(A_2 \to \neg B_3)$.

1) Γράψτε την ερμηνεία των παραπάνω τύπων στη καθημερινή μας γλώσσα. (Εννοούμε εδώ μια *φυσική*, κατά το δυνατόν, απόδοση, και όχι την «απαγγελία» των τύπων: π.χ. για το $\neg(A \wedge B \wedge \Gamma)$ προτιμούμε την απόδοση «*είναι αδύνατον τα Α, Β, Γ να αληθεύουν από κοινού*», αντί της «*όχι και Α και Β και Γ*» .)
2) Υπό το φως των παραπάνω ερμηνειών διαπιστώστε, και εξηγείστε, αν είναι τελικά δυνατόν να βρεθούν τουλάχιστον 3 εκπρόσωποι, ώστε να τηρούνται οι παραπάνω περιορισμοί (*i*), (*ii*), (*iii*), (*iv*).

<Χώρος Απάντησης *(Ελεύθερος για διαμόρφωση από το φοιτητή)*>

Αξιολόγηση Ερωτήματος	
Σχόλια Σύμβουλου Καθηγητή:	
<σχόλια>	
Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 20

Ερώτημα 3.

Το ερώτημα 3.Α ελέγχει την ικανότητα της αποτύπωσης ενός ζητήματος σε μια γλώσσα με συνδέσμους τους $\{\neg, \rightarrow\}$. *Το ερώτημα 3.Β ελέγχει την ικανότητα σχεδίασης μιας τυπικής απόδειξης με χρήση των σχετικών θεωρημάτων.*

Συνοδευτικές ασκήσεις παλαιοτέρων ετών: (Α: θέμα #2), (Β: θέμα #10).

Μια παρέα πέντε προσώπων εξετάζει το ενδεχόμενο μιας εκδρομής τους. Οι περιστάσεις όμως μεταξύ τους προκαλούν τις εξής συνθήκες συμμετοχής σε αυτήν:

Ο Ανδρέας ίσως να συμμετάσχει, αλλά μόνον αν απουσιάσει είτε ο Γιάννης είτε η Δήμητρα· η Ευαγγελία ίσως να συμμετάσχει, αλλά μόνον αν έλθει ο Ανδρέας και δεν έλθει η Βασιλική· και, αν δεν συμμετάσχει ούτε η Βασιλική ούτε ο Γιάννης, τότε δεν θα πάει ούτε η Δήμητρα.

Α. Εξηγείστε γιατί οι παραπάνω συνθήκες εκφράζονται από το εξής σύνολο προτασιακών τύπων, όπου η κάθε μεταβλητή *'Χ'* ερμηνεύεται ως «*το πρόσωπο με αρχικό ονόματος το Χ συμμετείχε στην εκδρομή*»:

$$\mathrm{Y} = \{\, \Gamma \rightarrow (\Delta \rightarrow \neg A),\ \ E \rightarrow A,\ \ E \rightarrow \neg B,\ \ \neg\Gamma \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg\Delta) \,\}$$

Β. Μετά την εκδρομή ο Ζαχαρίας, *βλέποντας την Δήμητρα σε μια φωτογραφία από αυτήν*, σχολίασε:
«*απ' ότι βλέπω, η... Ευαγγελία δεν ήταν στην εκδρομή*». Περιγράψτε, (με χρήση του *modus ponens* και των θεωρημάτων 2.8, 2.9, 2.10 στις σελ. 58-62), μια τυπική απόδειξη που να δικαιολογεί τον συλλογισμό του Ζαχαρία.

Υπόδειξη: προσέξτε ότι για να προκύψουν συμπεράσματα από τις υποθετικές προτάσεις, θα πρέπει τα Γ, $\neg\Gamma$, Δ, E να βρεθούν σε κάποιες φάσεις της απόδειξης «αριστερά του $\vdash_{\Pi\Lambda}$ ».

<Χώρος Απάντησης *(Ελεύθερος για διαμόρφωση από το φοιτητή)*>

Αξιολόγηση Ερωτήματος	
Σχόλια Σύμβουλου Καθηγητή:	
<σχόλια>	
Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 20

Ερώτημα 4.

Το κεντρικό ζήτημα στην προτασιακή λογική είναι η διάγνωση της ικανοποιησιμότητας (ή επαληθευσιμότητας) ενός συνόλου τύπων. Αυτό μπορεί, ως γνωστόν, να γίνει αν καταστρώσουμε ένα πίνακα αληθείας, αλλά αυτός για n μεταβλητές θα περιέχει 2n γραμμές, πλήθος ανέφικτο για «μεγάλα» n, π.χ. n > 60. Στην έως τώρα ιστορία των μαθηματικών όμως, δεν έχει βρεθεί καλύτερος αλγόριθμος. Ίσως να μην υπάρχει... και ως εκ τούτου, η έρευνα εστιάζεται σε ειδικές περιπτώσεις. Στα 4.Α, 4.Β εκδιπλώνεται η λύση μιας τέτοιας ειδικής περίπτωσης, (με κωδική ονομασία 2sat). Η ουσία εδώ ευρίσκεται στην κατανόηση των όρων/εννοιών που δίδονται στην εισαγωγή του ερωτήματος.

Συνοδευτικές ασκήσεις παλαιοτέρων ετών: (Α, Β: ΘΕΜΑ #8).

Έστω n προτασιακές μεταβλητές $X_1, X_2, \ldots, X_n$. Για τους σκοπούς του ερωτήματος θα χρησιμοποιήσουμε την εξής (περιστασιακή) φρασεολογία, όπου τα T και T' είναι σύνολα τύπων:

Φράση:	*Ερμηνεία:*
μονόλεκτο L_k :	Ο τύπος X_k ή ο τύπος $\neg X_k$. (Στη 2η περίπτωση θεωρούμε ως $\neg L_k$ το X_k.)
δίλεκτο :	Τύπος με έναν λογικό σύνδεσμο, ($\to$ *ή* $\wedge$ *ή* $\vee$), που συνδέει 2 μονόλεκτα.
T είναι *αντιστρεπτό* :	Αν περιέχει το όποιο δίλεκτο $L_\alpha \to L_\beta$, τότε περιέχει και το $\neg L_\beta \to \neg L_\alpha$.
T είναι *μεταβατικό* :	Αν περιέχει τα όποια ($L_\alpha \to L_\beta$) και ($L_\beta \to L_\gamma$), τότε περιέχει και το ($L_\alpha \to L_\gamma$).
T' είναι *επέκταση* του T :	Ισχύει ότι ($T \subseteq T'$) και (T = ικανοποιήσιμο $\Rightarrow$ T' = ικανοποιήσιμο).
T *εκτιμά* την X_k :	Το T περιέχει είτε το ($\neg X_k \to X_k$), είτε το ($X_k \to \neg X_k$), είτε και τα δύο.
T είναι *πλήρες* :	Για κάθε X_k το T περιέχει *ένα τουλάχιστον* από τα ($\neg X_k \to X_k$), ($X_k \to \neg X_k$).
T είναι *έγκυρο* :	Για κάθε X_k το T περιέχει *ένα το πολύ* από τα ($\neg X_k \to X_k$), ($X_k \to \neg X_k$).

Α. Δείξατε τα εξής:

1) Έστω T ένα σύνολο από μονόλεκτα ή/και δίλεκτα. Υπάρχει πάντοτε κάποιο σύνολο S λογικά ισοδύναμο με το T, ώστε όλοι οι τύποι στο S να έχουν μορφή συνεπαγωγής ($L_\alpha \to L_\beta$).

Για ένα σύνολο S από δίλεκτα της μορφής ($L_\alpha \to L_\beta$) ορίζουμε την διαδικασία ΠΛΗΡΕΣ(S) ως εξής:

[1] Θέτουμε $S' = S$.

[2] Για κάθε τύπο $L_\alpha \to L_\beta$ του S' προσθέτουμε το αντιθετοαντίστροφο $\neg L_\beta \to \neg L_\alpha$ στο S'.

[3] Εάν στο S' υπάρχουν κάποια δίλεκτα $L_\alpha \to L_\beta$ και $L_\beta \to L_\gamma$ αλλά όχι το $L_\alpha \to L_\gamma$, τότε: (3.α) προσθέτουμε το $L_\alpha \to L_\gamma$ στο S', (3.β) επαναλαμβάνουμε τον έλεγχο [3].

2) Η παραπάνω διαδικασία τερματίζει πάντοτε.
3) Το παραγόμενο σύνολο $S' =$ ΠΛΗΡΕΣ(S) αποτελεί *επέκταση* του S και μάλιστα *αντιστρεπτή* & *μεταβατική*.

Β. Δείξατε ότι αν το S' είναι *πλήρες*, τότε το αφετηριακό σύνολο S είναι ικανοποιήσιμο εάν και μόνον εάν το S' είναι *έγκυρο*.

Υπόδειξη: για το **Β** αξιοποιείστε το **Α.3**: S' = αντιστρεπτή και μεταβατική επέκταση του S. (Χάριν του θέματος, αναφέρουμε ότι το S', ακόμα και όταν δεν είναι πλήρες, είναι δυνατόν να καταστεί σταδιακά πλήρες, και άρα να διαπιστωθεί τελικά εάν το S είναι ικανοποιήσιμο ή όχι.)

<Χώρος Απάντησης *(Ελεύθερος για διαμόρφωση από το φοιτητή)*>

Αξιολόγηση Ερωτήματος	
Σχόλια Σύμβουλου Καθηγητή:	
<σχόλια>	
Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 30

Ερώτημα 5.

Έχουμε εδώ μια εισαγωγή στην εξέταση με ερωτήματα πολλαπλών επιλογών – εδώ απλώς διλήμματα σωστό/λάθος. Τα ερωτήματα είναι αρκετά απλά ώστε να μπορούν να απαντηθούν γρήγορα, και, ίσως, χωρίς χαρτί και μολύβι. Είναι σημαντικό να προσπαθήσετε να τα απαντήσετε σε σύντομο χρόνο – π.χ. σε λίγα λεπτά ανά ερώτημα κατά μέσον όρο. ***Προσοχή****: μην παραλείψετε να δώσετε μια σύντομη εξήγηση σε κάθε απάντηση· υπάρχει πάντα μία των ολίγων γραμμών.*

Συνοδευτικές ασκήσεις παλαιοτέρων ετών: (Α: ΘΕΜΑ #11), (Β: ΘΕΜΑ #8)

Α. Απαντείστε με ΣΩΣΤΟ(Σ)/ΛΑΘΟΣ(Λ) αν οι παρακάτω ισχυρισμοί είναι αληθείς ή όχι, (όπου τα κεφαλαία σύμβολα δηλώνουν προτασιακούς τύπους):

1. **(Σ/Λ)** «Αν ο $\Phi \vee \Psi$ είναι ταυτολογία, τότε $\neg\Phi \vdash_{\text{ΠΛ}} \Psi$ ».
2. **(Σ/Λ)** «Αν $\Phi \models \Psi$ και όχι $\Phi \vdash_{\text{ΠΛ}} \Psi$, τότε ο Ψ είναι αντίφαση».
3. **(Σ/Λ)** «Αν $\{Y_1, Y_2, Y_3, A\} \models \Sigma$ και $\{Y_2, Y_3, Y_4, \neg A\} \models \Sigma$, τότε $\{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\} \vdash_{\text{ΠΛ}} \Sigma$ ».
4. **(Σ/Λ)** Θα αποκαλούμε μια υπόθεση Y_k *κρίσιμη* (ως προς Σ) εάν ($\neg Y_k \models \neg\Sigma$)· και θα αποκαλούμε την Y_k *ανεξάρτητη* (από τις υπόλοιπες $Y = \{ Y_1, ..., Y_k, ..., Y_n \}$) εάν *δεν* ισχύει ($Y - \{ Y_k \} \models Y_k$).

Ισχυρισμός: «*δεν μπορεί από το Υ να προκύψει μια τυπική απόδειξη του Σ, αν μείνει αχρησιμοποίητη έστω και μία κρίσιμη ανεξάρτητη υπόθεση* Y_k».

Β. Απαντείστε με ΣΩΣΤΟ(Σ)/ΛΑΘΟΣ(Λ) αν οι παρακάτω ισχυρισμοί είναι αληθείς ή όχι, (όπου τα $X_1,\ldots,X_n,B$ είναι προτασιακές μεταβλητές):

1. (Σ/Λ) Αν το $X_1 \vee X_2 \vee \ldots \vee X_n$, $n \geq 2$, είναι ικανοποιήσιμο, τότε για οποιοδήποτε $k \in \{1,\ldots,n-1\}$ είναι ικανοποιήσιμο και το $\{(X_1 \vee X_2 \vee \ldots X_k \vee B),\ (\neg B \vee X_{k+1} \vee X_{k+2} \vee \ldots X_n)\}$.

2. (Σ/Λ) Αν για κάποιο k, $1 \leq k \leq (n-1)$, το $\{(X_1 \vee X_2 \vee \ldots X_k \vee B),\ (\neg B \vee X_{k+1} \vee X_{k+2} \vee \ldots X_n)\}$ είναι ικανοποιήσιμο, τότε και ο τύπος $X_1 \vee X_2 \vee \ldots \vee X_n$ είναι ικανοποιήσιμος.

3. (Σ/Λ) Υπάρχουν τρία δίλεκτα Δ_1, Δ_2, Δ_3 επί των προτασιακών μεταβλητών X_1, X_2, X_3 [για τον ορισμό του '*δίλεκτου*' βλ. Ερώτημα 4], τέτοια ώστε $(X_1 \vee X_2 \vee X_3) \equiv \Delta_1 \wedge \Delta_2 \wedge \Delta_3$.

4. (Σ/Λ) Έστω ότι το σύνολο S περιέχει μόνον τύπους της μορφής $X_\alpha \wedge X_\beta \wedge X_\gamma \to L_\kappa$, όπου τα X_α, X_β, X_γ είναι κάποιες από τις μεταβλητές $X_1, X_2, \ldots, X_n$, $n \geq 1$, και ότι το L_κ είναι είτε το X_κ είτε το $\neg X_\kappa$, $\kappa \in \{1,\ldots,n\}$. Τότε, το S είναι πάντοτε ικανοποιήσιμο.

<Χώρος Απάντησης *(Ελεύθερος για διαμόρφωση από το φοιτητή)*>

Αξιολόγηση Ερωτήματος	
Σχόλια Σύμβουλου Καθηγητή:	
<σχόλια>	
Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 16