

## 教材三份模拟练习卷更新题

### 一. 选择和填空题

1. 设直线与三坐标平面  $xOy, yOz, zOx$  的夹角分别为  $\xi, \eta, \zeta$ , 则

$$\cos^2 \xi + \cos^2 \eta + \cos^2 \zeta = ( \quad ) .$$

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

2. 二元函数  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{x^6 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$  在点  $(0, 0)$  处 ( ) .

(A) 连续, 偏导数存在

(B) 连续, 偏导数不存在

(C) 不连续, 偏导数存在

(D) 不连续, 偏导数不存在

4. 设曲面  $\Sigma: |x| + |y| + |z| = 1$ , 则  $\oiint_{\Sigma} (x + |y|) dS = \underline{\hspace{2cm}}$ .

6. 函数  $z = f(x, y)$  由方程  $z\varphi(x+y) + x\psi(y+z) = 0$  确定, 其中  $\varphi, \psi$  有连续偏导数, 则

$$dz = \underline{\hspace{2cm}}.$$

6. 化  $\int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{3}x} f\left(\arctan \frac{y}{x}\right) dy$  为极坐标形式的二次积分  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

### 二. 简答题

7. 求点  $A(3, 2, 6)$  到直线  $\frac{x}{1} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-3}{-1}$  的距离.

9. 求函数  $u = ax^2 + by^2 + cz^2$  在点  $P(1, 1, 1)$  处沿向量  $\overrightarrow{OP}$  方向的方向导数, 并说明它是否为该函数在该点处的方向导数的最大值.

8. 若函数  $z = f(x, y)$  满足  $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 2$  且  $f(x, 1) = x + 2, f_y(x, 1) = x + 1$ , 求  $f(x, y)$ .

9. 设  $\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ , 计算  $\iiint_{\Omega} \left( \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \right) dx dy dz$ .

10. 已知  $L: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = a^2, \\ x + y + z = 0, \end{cases}$  求  $\int_L (x^2 + y - z) ds$ .

11. 设  $L$  是圆  $x^2 + y^2 = 9$  逆时针方向一周, 求  $\oint_L x dy$  和  $\oint_L x ds$ .

### 三. 综合题

15. 计算二重积分  $I = \iint_D (x^2 + xye^{x^2+y^2}) dx dy$  , 其中:

(1)  $D$  为圆域  $x^2 + y^2 \leq 1$ ; (2)  $D$  由直线  $y = x, y = -1, x = 1$  围成 .

18. 设  $\Sigma$  为球面  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2 (a > 0)$  , 利用高斯公式计算曲面积分

$$I = \oiint_{\Sigma} (x^4 + y^4 + z^4) dS .$$

## 参考答案

一、

$$C; C; \quad \frac{4\sqrt{3}}{3}; \quad -\frac{z\varphi'(x+y)+\psi(y+z)}{\varphi(x+y)+x\psi'(y+z)}dx - \frac{z\varphi'(x+y)+x\psi'(y+z)}{\varphi(x+y)+x\psi'(y+z)}dy;$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} d\theta \int_0^{\frac{2}{\cos\theta}} f(\theta) \rho d\rho$$

二、

$$7. \int_0^{\frac{\pi}{3}} d\theta \int_0^{\frac{2}{\cos\theta}} f(\theta) \rho d\rho;$$

$$9. \frac{2(a+b+c)}{\sqrt{3}}, \text{最大值 } 2\sqrt{a^2+b^2+c^2}.$$

$$8. f(x, y) = y^2 + (x-1)y + 2.$$

$$9. \frac{4\pi}{15} \left( \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right).$$

$$10. \frac{2\pi a^3}{3}.$$

$$11. 9\pi, \quad 0.$$

三、

$$15. \quad (1) \quad \frac{\pi}{4}; \quad (2) \quad \frac{2}{3}.$$

$$18. \frac{12}{5} \pi a^6.$$