

第四章复习题

一. 选择题

1. 下列等式中正确的是 ()

(A) $\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x)$; (B) $\int df(x) = f(x)$;

(C) $\int f'(x) dx = f(x)$; (D) $d \int f(x) dx = f(x)$.

2. 若 $\int df(x) = \int dg(x)$, 则下列结论错误的是 ()

(A) $f'(x) = g'(x)$; (B) $df(x) = dg(x)$;

(C) $f(x) = g(x)$; (D) $d \int f'(x) dx = d \int g'(x) dx$.

3. $f'(e^x) = 1+x$ 则 $f(x) =$ ()

(A) $xe^x + C$; (B) $x + \frac{x^2}{2} + C$; (C) $x \ln x + C$; (D) $x + x \ln x + C$.

4. 若 $\int \frac{f(x)}{\sin^2 x} dx = g(x)f(x) + \int \cot^2 x dx$, 则满足此等式的是 ()

(A) $f(x) = \ln(\cos x), g(x) = \tan x$; (B) $f(x) = \ln(\cos x), g(x) = -\cot x$;

(C) $f(x) = \ln(\sin x), g(x) = \tan x$; (D) $f(x) = \ln(\sin x), g(x) = -\cot x$

5. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2(x-1), & x < 1 \\ \ln x, & x \geq 1 \end{cases}$, 则 $f(x)$ 的一个原函数是 ()

(A) $F(x) = \begin{cases} (x-1)^2, & x < 1 \\ x(\ln x - 1), & x \geq 1 \end{cases}$; (B) $F(x) = \begin{cases} (x-1)^2, & x < 1 \\ x(\ln x + 1) - 1, & x \geq 1 \end{cases}$;

(C) $F(x) = \begin{cases} (x-1)^2, & x < 1 \\ x(\ln x + 1) + 1, & x \geq 1 \end{cases}$; (D) $F(x) = \begin{cases} (x-1)^2, & x < 1 \\ x(\ln x - 1) + 1, & x \geq 1 \end{cases}$.

二. 填空题

6. $\int \frac{2-x^4}{1+x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

7. $\int \frac{dx}{\sqrt{3x^2-2}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

8. $\int \frac{\ln x}{(x+1)^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

9. $\int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{x(1-x)}} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

10. 设 $\int f(x) dx = e^{2x} + C$, 则 $\int xf'(1-x^2) dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

三. 简答题

11. 计算不定积分 $\int \frac{\ln^3 x \sqrt{1+\ln^2 x}}{x} dx.$

12. 已知 $\int \frac{f'(\ln x)}{x} dx = x^2 + C$, 求 $f(x).$

13. 设 $\frac{\ln x}{x}$ 为 $f(x)$ 的一个原函数, 求 $\int xf'(x) dx.$

14. 设 $\frac{4}{1-x^2} f(x) = \frac{d}{dx} [f(x)]^2$ 且 $f(0) = 0$, 求 $f(x).$

15. 在曲线族 $\int \sec^6 x dx$ 中, 求过 (0,1) 点的积分曲线方程.

四. 综合题

16. 如果 $f(x)$ 的一个原函数为 $\frac{\sin x}{x}$, 试求: $\int x^3 f'(x) dx.$

17. 设 $F'(x) = f(x)$, $x \geq 0$ 时有 $f(x)F(x) = \sin^2 x$, 且 $F(x) \geq 0$, $F(0) = 1$, 求 $f(x).$

18. 设函数 $f(x)$ 同时满足下列条件, 试求 $f(x).$

(1) $f(0) = -2$, $f(-2) = 0$; (2) $f(x)$ 在 $x = -1$ 和 $x = 5$ 处有极值; (3) $f(x)$ 的导

函数是 x 的二次函数.

19. (1) 设 $y = y(x)$ 由参数方程 $x = a \cos t$, $y = b \sin t$ ($0 \leq t \leq 2\pi$), 求 $\int y dx$.

(2) 设 $y = y(x)$ 是由方程 $y^2(x - y) = x^2$ 所确定的隐函数, 试求 $\int \frac{dx}{y^2}$.