期末复习知识点

第一章　1. 矩阵的运算：加、减、乘

2. 行列式的计算（3 阶、4 阶）

第二章　1. 函数的极限、连续、导数、微分运算

2. 导数的应用：计算曲线在一点的切线方程

求单调区间、极值、最值

应用洛必达法则计算极限

第三章　1. 不定积分、定积分常规计算：换元法、分部积分法。

会利用几何意义计算定积分，会应用奇偶性简化计算

2. 广义积分：会用定义判别收敛、发散

3. 定积分的应用：求平面图形的面积，旋转体的体积（绕 x 轴或 y 轴旋转）

第四章　1. 事件、概率、古典概型

2． 理解互不相容、对立、独立的概念

3. 条件概率、乘法公式、独立事件、全概率公式

4． 随机变量：离散型、连续型

分布律、分布函数、概率密度函数

会计算数学期望、方差

均匀分布、正态分布

一、选择题

$\frac{1}{n} \to 0$

1．极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sin\frac{1}{n}=$（ A ）

A．0　　　　B．1

C．∞　　　　D．不存在(非∞)

(3, -2, 0)

2．过点 $(1,-5,4)$ 且与直线 $\frac{x-2}{3}=\frac{y-5}{-2}=\frac{z-1}{0}$ 垂直的平面方程为（ B ）

法向量

A．$2x+3y+13=0$　　　　B．$3x-2y-13=0$

C．$2x+5y+z+19=0$　　　　D．$5x-2y-z-11=0$

$2x\cdot\cos x^2$

3. $f(x)=\sin x^2$ 的导数为是（ C ）

A. $\cos x^2$

B. $-\cos x^2$

C. $2x\cos x^2$

D. $-2x\cos x^2$

4. 设 A,B 为互不相容事件，且 $P(A)>0,P(B)>0$，则（ C ）

A. $P(\overline{AB})=1$

~~B.~~ $P(A)=1-P(B)$

C. $P(AB)=P(A)P(B)$

~~D.~~ $P(A\cup B)=1$

36　　　2·6 / 3·5 / 4·4

5.任意抛掷一个质地均匀的骰子两次，这两次出现的点数之和为8的概率为（ A ）

A. $\frac{3}{36}$

B. $\frac{4}{36}$

C. $\frac{5}{36}$

D. $\frac{2}{36}$

6. 下列等式**正确**的是（C）

A. $\int f'(x)\mathrm{d}x = f(x) + C$

B. $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\int f(x)\mathrm{d}x = f(x) + C$

C. $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = f(x)$

D. $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = 0$

7. 行列式 $\begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & -3 \\ 1 & 3 & 0 \end{vmatrix}$ 的值为（ C ）

A. -6　　B. 6　　C. 0　　D. 3

$-(3)-(-3)$

$$A^T=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&2\\0&2&1\end{pmatrix}$$

8. 已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&1&2\\0&2&1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1&0&2\\0&2&1\\1&2&3\end{pmatrix}$，则 $A^TB=$（A）

A. $\begin{pmatrix}1&2&3\\2&6&7\\1&6&5\end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix}1&0&2\\3&6&9\\1&6&5\end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix}1&5&2\\0&4&5\\1&9&7\end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix}1&4&2\\2&4&5\\3&8&7\end{pmatrix}$

9. 已知极限 $\lim_{x\to1} f(x)$ 存在，且 $f(x)=x^2+\frac{x^2+1}{x+1}-2\lim_{x\to1} f(x)$, 则 $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=$ (C)

A. $\frac{3}{2}$

B. $\frac{11}{6}$

C. $-\frac{3}{2}+2\ln 2$

D. $-\frac{11}{6}+2\ln 2$

$3\lim_{x\to1} f(x)=2$

$f(x)=x^2+\frac{x^2+1}{x+1}-\frac{4}{3}$

二、填空题

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+x-1}{x^3-2x^2+2}=$ $\underline{\quad 2 \quad}$

2. $d\left(\dfrac{e^x+1}{x^2}\right)=$ $\underline{\dfrac{x^2e^x-(e^x+1)2x}{x^4}}$ dx

3. $\int_{2}^{+\infty} \frac{\mathrm{d}x}{x^3} =$ $\frac{1}{8}$

$\int_{2}^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx$

4. $\int_{-\pi}^{\pi} (\sin^3 x - \sqrt{\pi^2 - x^2}) \mathrm{d}x =$ 0

$\int_{2}^{b} \lim_{b \to +\infty} \frac{1}{x^3} dx$

$\int_{-\pi}^{\pi} \sqrt{\pi^2 - x^2}$

$\downarrow$

$\frac{1}{2}$圆的面积

$\frac{1}{2} \pi \pi^2$

$= -\frac{x^{-2}}{2} \Big|_{2}^{b}$

$= -\frac{1}{2b^2} + \frac{1}{4 \cdot 2}$

5. 已知离散型随机变量 X 的分布列为

X	0	1	2
P	0.3	a	0.2

x

$$F(x)=\begin{cases} 0.3 & 0\le x<1 \\ 0.8 & 1\le x<2 \\ 1 & x\ge 2 \end{cases}$$

其分布函数为 $F(X)$，则 $a=$ 0.5 $F(1.5)=$ 0.8

6. 设总体 $X \sim N(2,3^2)$，则 D(X)= 2 ,$EX^2=$ ___

② $E(X)=0\times0.3+1\times0.5+2\times0.2$

$=0.9$

$0\times0.3+1\times0.5+4\times0.2$

$=0.5+0.8$

$=1.3$

③ $D(X)=(E(X))^2+E(X^2)$

$=0.81+1.3 = 2.11$

三、解下列各题

1. 求极限 $\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{\ln(1+x)}\right]$.

无穷小的等价

积商可以使用

和差慎用

$= \lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)-x}{x\ln(1+x)}$

$= \lim_{x\to 0}\frac{x-x}{x\ln(1+x)}$ $= \lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)-x}{x^2}$

$= \lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{1+x}-1}{2x}$ $\frac{-x}{2}$ $= -\frac{1}{2}$

$= 0$

洛比达法则

2. 求函数 $y=2^{\sin x}+\ln(1+x)$ 的微分.

$2^{\sin x}+\ln(1+x)\,dx$

$=\left(\cos x\cdot\ln 2\cdot 2^{\sin x}+\frac{1}{1+x}\right)dx$

3. 求函数 $f(x)=\ln 2x-\dfrac{x}{e}+2\sqrt{3}$ 的单调区间，极值.

$f'(x)=\dfrac{2}{2x}-\dfrac{1}{e}=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{e}$

$x=e$ 时 $f'(x)=0$

$(0,e)$ $f'(x)>0$ $f(x)\uparrow$

$(e,+\infty)$ $f'(x)<0$ $f(x)\downarrow$

e

$\ln 2e-1+2\sqrt{3}$

$=$

4. 求积分 $\int x\sqrt{1-x^2}\,dx$

$$\frac{1}{2x}\cdot x\sqrt{1-x^2}\,dx^2$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{1-x^2}\,dx^2$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{1-t}\,dt$$

$$\frac{1}{2}(1-t)^{\frac{1}{2}}\,dt$$

$$-\frac{1}{2}m^{\frac{1}{2}}\,dm$$

$$\underline{-\frac{2}{6}m^{\frac{3}{2}}+C}$$

$$-\frac{1}{3}(1-x^2)^{\frac{3}{2}}+C$$

5. 求积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \sin x dx$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} -x^2 \, d\cos x$$

$$= -(x^2\cos x - \int \cos x \, dx^2)$$

$$= -(x^2\cos x - \int 2x\cos x \, dx)$$

$$= -(x^2\cos x - \int 2x \, d\sin x)$$

$$= -(x^2\cos x - 2x\sin x + \int \sin x \, d2x)$$

$$= -(x^2\cos x - 2x\sin x + \int 2\sin x \, dx)$$

$$= -(x^2\cos x - 2x\sin x - 2\cos x)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$-\left(\frac{\pi^2}{4}\times 0 - \pi + 2\right)$$

$$= \pi - 2$$

6. 某种灯泡能用到 2000 小时的概率为 $\frac{4}{5}$，用到 2500 小时的概率为 $\frac{2}{3}$. 现有一只这种灯泡已经用了 2000 小时，求它能用到 2500 小时的概率为多少？

$$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{5}}=\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{4}=\frac{5}{6}$$

四、解下列各题

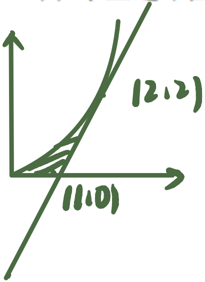
1. 已知曲线 $x=\sqrt{2y}$. $y=\frac{x^2}{2}$ $y'=x$

(1) 求曲线在点 $(2,2)$ 处的切线方程; $y-2=2(x-2)$ $y=2x-2$

(2) 求此切线与曲线 $x=\sqrt{2y}$ 及直线 $x=0$ 所围成的平面图形 D 的面积;

$x=\frac{y+2}{2}$

(3) 求上述平面图形 D 绕 y 轴旋转一周所得旋转体的体积.



$\pi\int_0^2(\sqrt{2y}-(\frac{y+2}{2})^2)dy$

$=\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{2y}}-\frac{y^2}{4}+y$

$=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}-1+2$

$=2$

$\int_{-\infty}^{-\frac{\pi}{2}} p(x) + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{x} p(x)\,dx$

2.已知随机变量X的概率密度函数为 $p(x)=\begin{cases} A\cos x, & -\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2} \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ $\frac{1}{2}\cos x$

$=\frac{1}{2}\left(x\sin x - \int \sin x\,dx\right)$

$\int_{-\infty}^{x} p(x)\,dx$ $\quad \frac{1}{2}\sin x \quad \frac{1}{2}-0$

$=\frac{1}{2}(x\sin x+\cos x)\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}$

求：（1）常数 A；(2) 分布函数 $F(x)$；(3) 数学期望 E(X).

$=\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\right)$

$\int_{-\infty}^{+\infty} p(x)\,dx=1$

$=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} A\cos x\,dx$

$A\sin x$

$2A=1 \quad \frac{1}{2}$

(2) $F(x)=\begin{cases} 0 & x<-\frac{\pi}{2} \\ \frac{1}{2}\sin x+\frac{1}{2} & x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right] \\ 1 & x>\frac{\pi}{2} \end{cases}$

$=\frac{\pi}{8}$

(3)

$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} x\,p(x)\,dx$

$=\int_{-\infty}^{-\frac{\pi}{2}} x\,p(x)\,dx+\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x\cdot\frac{1}{2}\cos x\,dx$

$+\int_{\frac{\pi}{2}}^{+\infty} x\,p(x)\,dx=\frac{1}{2}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x\,d\sin x$