1. 设$|\boldsymbol{a}|=3,|\boldsymbol{b}|=1,(\widehat{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}})=\dfrac{\pi}{6}$,求向量$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$与$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$的夹角.

2.已知$\overrightarrow{OA}=\mathbf{i}+3\mathbf{k},\overrightarrow{OB}=\mathbf{j}+3\mathbf{k}$,求$OAB$的面积.

3.求直线$\begin{cases}5x-3y+3z-9=0,\\3x-2y+z-1=0\end{cases}$与直线$\begin{cases}2x+2y-z+23=0,\\3x+8y+z-18=0\end{cases}$的夹角的余弦.

4. 求极限$\lim\limits_{(x,y)\to(1,0)}\dfrac{\ln(x+\mathrm{e}^y)}{\sqrt{x^2+y^2}}$.

5. 求极限$\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{xy}{\sqrt{2-\mathrm{e}^{xy}}-1}$.

6.求曲线 $x=t, y=t^2, z=t^3$ 上的点，使在该点的切线平行于平面 $x+2y+z=4$.

7. 求曲面 $e^z - z + xy = 3$ 在点 $(2,1,0)$ 处的切平面及法线方程.

8. 设 $z = f(xy, \frac{x}{y}) + g(\frac{y}{x})$, 其中 f 具有二阶连续偏导数， g 具有二阶连续导数，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

9. 求函数 $f(x,y) = e^{2x}(x + y^2 + 2y)$ 的极值.

10. 抛物面 $z=x^2+y^2$ 被平面 $x+y+z=1$ 截成一椭圆，求这椭圆上的点到原点的距离的最大值和最小值.

11. 计算二重积分 $\iint\limits_D \mathrm{e}^{x+y}\mathrm{d}\sigma$.其中 $D=\{(x,y)\mid |x|+|y|\le 1\}$.

12. 计算二重积分 $\iint\limits_D \frac{1+xy}{1+x^2+y^2}\mathrm{d}\sigma$.其中 $D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\le 1, x\ge 0\}$.

13. 计算三重积分$\iiint\limits_{\Omega}(4x+2y+z)\mathrm{d}v$, 其中$\Omega$是由曲面$x^2+y^2-z^2=1$与平面$z=1$和$z=2$所围成的闭区域.

14. 计算曲线积分$\int_L y^2\mathrm{d}s$. 其中L为摆线的一拱$x=a(t-\sin t), y=a(1-\cos t)(0\le t\le 2\pi)$.

15. 计算曲线积分$\int_L (2xy^3-y^2\cos x)\mathrm{d}x+(1-2y\sin x+3x^2y^2)\mathrm{d}y$其中$L$为抛物线$2x=\pi y^2$上由点$(0,0)$到$(\frac{\pi}{2},1)$的一段弧.

16. 计 算 曲 线 积 分 $\int_L (\mathrm{e}^x \sin y - 2y)\mathrm{d}x + (\mathrm{e}^x \cos y - 2)\mathrm{d}y$. 其 中 L 为 上 半 圆 周 $(x-a)^2 + y^2 = a^2, y \geq 0,$ 沿逆时针方向.

17. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内具有一阶连续导数，L 是上半平面 $(y>0)$ 内的有向分段光滑曲线，其起点为 (a,b), 终点为 (c,d), 记

$$I = \int_L \frac{1}{y}[1 + y^2 f(xy)]\mathrm{d}x + \frac{x}{y^2}[y^2 f(xy) - 1]\mathrm{d}y,$$

（1）证明曲线积分 I 与路径无关;
（2）当 $ab = cd$ 时，求 I 的值.

18. 计算曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma} \frac{\mathrm{d}S}{x^2 + y^2 + z^2}$, 其中 Σ 是界于平面 $z=0$ 及 $z=H$ 之间的圆柱面 $x^2 + y^2 = R^2$.

19. 计算曲面积分$\iint\limits_{\Sigma}(y^2-z)\mathrm{d}y\mathrm{d}z+(z^2-x)\mathrm{d}z\mathrm{d}x+(x^2-y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y,$

其中Σ是锥面$z=\sqrt{x^2+y^2}\,(0\le z\le h)$的外侧.

20. 判别级数是否收敛，如果收敛，是绝对收敛还是条件收敛？

（1）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{3\cdot 2^n};$

（2）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2^{n^2}}{n!}.$

21. 设幂级数$\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_n x^n$ 的收敛半径为 3，求幂级数$\sum\limits_{n=0}^{\infty}na_n(x-1)^{n+1}$ 的收敛区间.

22. 已知幂级数$\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_n(x+2)^n$ 在 $x=0$ 处收敛，在 $x=-4$ 处发散，

求幂级数$\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_n(x-3)^n$ 的收敛域.

23. 将$\sin^2 x$展开成x的幂级数.

24. 将$f(x)=\dfrac{1}{x}$展开成$x-3$的幂级数.

25. 将$f(x)=x\ln(1+x^2)+\int_0^x \mathrm{e}^{-t^2}\mathrm{d}t$展开成$x$的幂级数,并指出展开式成立的范围.

26. 求级数$\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^n(n^2-n+1)}{2^n}$的和.

27. 求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}[1+\frac{1}{n(2n-1)}]x^{2n}$的收敛区间与和函数$f(x)$.

28. 将以2π为周期的函数$f(x)$展开成傅里叶级数，其中$f(x)$在$[-\pi,\pi)$上的表达式为$3x^2+1$.

29. 求微分方程$\left(x^3+y^3\right)\mathrm{d}x-3xy^2\mathrm{d}y=0$的通解.

30. 求过点$(\frac{1}{2},0)$且满足关系式$y'\arcsin x+\frac{y}{\sqrt{1-x^2}}=1$的曲线方程.