一． 选择题：

1．方程$x^2-\frac{y^2}{4}+z^2=1$表示（　　）.

A. 旋转双曲面　　B. 双叶双曲面　　C.双曲柱面　　D. 锥面

2. 极限$\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\frac{xy}{e^{x^2+y^2}-1}=$（　　）.

A. 0　　B. $\frac{1}{2}$　　C. 1　　D. 不存在

3. 设函数$f(x,y)$在点$(0,0)$附近有定义，且$f_x(0,0)=2$，$f_y(0,0)=2$，则曲线$\begin{cases} z=f(x,y) \\ x=0 \end{cases}$在点$(0,0,f(0,0))$处的切向量为（　　）.

A. $(1,0,2)$　　B. $(0,2,1)$　　C. $(2,0,1)$　　D. $(0,1,2)$

4. 两平行平面$\pi_1:19x-4y+8z+21=0$与$\pi_2:19x-4y+8z+42=0$之间的距离为（　　）.

A. 21　　B. 2　　C. 1　　D. $\frac{1}{2}$

5. 设$\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1 xf(x)dx$，$D=\{(x,y)\,|\,x+y\le 1,\ \ x\ge 0,\ \ y\ge 0\}$，则二重积分$\iint\limits_D f(x)dxdy=$（　　）.

A. 0.5　　B. 0　　C. 1　　D. 2

二． 填空题：

1. 设$(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=2$，则$[(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})]\cdot(\boldsymbol{c}+\boldsymbol{a})=$__________.

2. 曲线$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=1 \\ z=\frac{1}{2} \end{cases}$在$yOz$面上的投影为______________.

3. 设二元函数$f(x,y)=e^{-\left(\frac{y}{x}-\frac{x}{y}\right)}$，则$df\big|_{(1,-1)}=$ _______________.

4. 函数$u=2xy-z^2$在点$P(2,-1,1)$处的方向导数的最大值为____________.

5. 交换积分次序$\int_{-1}^0 \mathrm{d}y\int_{-2\arcsin y}^{\pi} f(x,y)\mathrm{d}x+\int_0^1 \mathrm{d}y\int_{\arcsin y}^{\pi-\arcsin y} f(x,y)\mathrm{d}x=$______________.

三．解答题：

1．设函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2y}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\neq 0,\\ 0, & x^2+y^2=0.\end{cases}$

（1）判断 $f(x,y)$ 在点（0, 0）处是否连续、可微；（2）求 $f_x(x,y)$ 及 $f_y(x,y)$.

2．求 $\iint\limits_D (|x^2-y|+\dfrac{1}{3})\mathrm{d}\sigma$，其中 $D=\{(x,y)\,|\,-1\le x\le 1, 0\le y\le 1\}$.

3. 求曲线Γ:$\begin{cases} x = \mathrm{e}^t \cos t \\ y = 2\sin t + 3\cos t \\ z = \mathrm{e}^t \sin t \end{cases}$ 在 $t=0$ 处的切线和法平面方程,并分别求出坐标原点到该切线和法平面的距离.

4. 求过直线L:$\begin{cases} 3x - 2y - z = 5 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$ 且与曲面 $2x^2 - 2y^2 + 2z = \frac{5}{8}$ 相切的切平面方程.

5. 设 $f(x,y)$ 存在一、二阶连续偏导数，且 $f_{xx}(x,y) = f_{yy}(x,y)$，$f(x,2x) = x^2$，$f_x(x,2x) = x$，求 $f_{xx}(x,2x)$ 及 $f_{xy}(x,2x)$.

6. 求由方程 $2x^2+2y^2+z^2+8xz-z+8=0$ 所确定的函数 $z=z(x,y)$ 的极值.

7. 在曲面 $\Sigma: x^2+y^2+z^2=5R^2 \quad (x>0, y>0, z>0)$ 上求一点 P，使得函数 $f(x,y,z)=\ln x+\ln y+3\ln z$ 在点 P 处取得它在 Σ 上的最大值.