

# 苏州大学 文科数学 期末试卷 共 6 页

考试形式：闭卷

院系\_\_\_\_\_ 年级\_\_\_\_\_ 专业\_\_\_\_\_

学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 成绩\_\_\_\_\_

特别提醒：请将答案写在答题纸对应题号上，若写在试卷纸上无效。

答题纸左上角请填写本次考试座号。

## 一、选择题：（每小题 3 分，共 18 分）

1. 设  $f(x) = \frac{1}{x}$ , 则  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = ( \quad )$

- A.  $\frac{1}{x^2}$       B.  $-\frac{1}{x^2}$       C.  $-\frac{1}{h^2}$       D.  $\frac{1}{h^2}$

2. 函数  $f(x) = \ln x + x \cos 2x + e^2$  的导数为  $( \quad )$

- A.  $\frac{1}{x} + 2 \sin 2x + e^2$       B.  $\frac{1}{x} + 2x \sin 2x$   
 B.  $\frac{1}{x} + \cos 2x - 2x \sin 2x + 2e^2$       D.  $\frac{1}{x} + \cos 2x - 2x \sin 2x$

3. 设函数  $f(x) = x \ln x$ , 则  $f'(x)$   $( \quad )$

- A. 在  $\left(0, \frac{1}{e}\right)$  内单调递增      B. 在  $\left(\frac{1}{e}, +\infty\right)$  内单调递减  
 C. 有极大值  $-e^{-1}$       D. 有极小值  $-e^{-1}$

4. 若  $f(x)$  为连续函数, 且  $\int f(x)dx = F(x) + C$ , 则下列各式中正确的是  $( \quad )$

- A.  $\int f(ax+b)dx = F(ax+b) + C$       B.  $\int xf(x^2)dx = F(x^2) + C$   
 C.  $\int \frac{f(\ln x)}{x} dx = F(\ln x) + C$       D.  $\int e^{-x} f(e^{-x})dx = F(e^{-x}) + C$

5. 下列广义积分中收敛的是  $( \quad )$

- A.  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x^3}} dx$       B.  $\int_0^{+\infty} \sin x dx$   
 C.  $\int_0^{+\infty} e^x dx$       D.  $\int_2^{+\infty} \ln x dx$

6. 已知随机变量  $X, Y$ , 其中  $X \sim U[1, 3]$ ,  $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 且  $E(X) = E(Y)$ . 若

$P(|Y| < 2) = 0.3$ , 则  $P(Y > 6) = ( \quad )$

- A. 0.2      B. 0.3      C. 0.4      D. 0.5

二、填空题：(每小题 3 分，共 18 分)

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + 4n^2 + 5}{n^3 + 2n - 1} = \underline{\hspace{2cm}}$

2. 函数  $f(x) = \begin{cases} \sin x, & x < 0, \\ x, & x = 0, \\ x^2 + a, & x \geq 0 \end{cases}$  在点  $x = 0$  连续，则实数  $a$  的值为  $\underline{\hspace{2cm}}$

3. 函数  $f(x) = \sin(\sin x) + \frac{x-1}{e^x}$  在点  $x = 0$  处的微分为  $\underline{\hspace{2cm}}$

4. 若曲线  $y = ax^2$  与  $y = \ln x$  相切，则公切线的方程为  $\underline{\hspace{2cm}}$

5. 定积分  $\int_{-1}^1 (1 + x \cos x) dx$  的值为  $\underline{\hspace{2cm}}$

6. 已知随机变量  $X$  只能取  $-1, 0, 1, 2$  四个值，相应的概率依次为  $\frac{1}{2c}, \frac{3}{4c}, \frac{5}{8c}, \frac{7}{16c}$ ，则

$P(X < 1) = \underline{\hspace{2cm}}$

三、计算下列各题 (每小题 5 分，共 30 分)

1. 已知矩阵  $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ ，求  $AB$  及  $AA^T + 2B$ .

2. 计算行列式  $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \end{vmatrix}$ .

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{-x^3}$ ;

4.  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{3}{1-x^3} - \frac{1}{1-x} \right)$ .

5.  $\int x^2 \sin x dx$

6.  $\int_0^1 x(x-1)^{2023} dx$

注：背面有试题！

四、（本小题 12 分）

设平面图形  $S$  由曲线  $y = x^2 + 1, y = x, x = 0, x = 1$  所围成.

(1) 求平面图形  $S$  的面积;

(2) 求平面图形  $S$  分别绕  $x$  轴、 $y$  轴旋转一周所得立体的体积  $V_x$  及  $V_y$ .

五、（本小题 10 分）

设  $A, B$  为两随机事件, 且有  $P(B) = 0.3, P(B|A) = 0.9, P(B|\bar{A}) = 0.2$ .

求事件  $A$  发生的概率  $P(A)$ .

六、（本小题 12 分）

已知随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ Ax^2, & 0 < x < 1, \\ 1, & x \geq 1. \end{cases}$  求:

(1) 常数  $A$ ;

(2)  $X$  取值落在  $(0.25, 0.75)$  内的概率;

(3)  $X$  的概率密度函数;

(4)  $X$  的数学期望  $E(X)$ .