**Norbert Małecki, grupa lab. 5**

**Metoda Elementów Skończonych**

**Wyznaczanie nieustalonego rozkładu temperatury we wsadzie o przekroju kołowym**

1. Wstęp teoretyczny

Równanie Fourier ’a dla procesu niestacjonarnego ma postać:

ponieważ:

możemy równanie Fourier ‘a zapisać różniczkowo w postaci:

gdzie:

kx(t), ky(t), kz(t) – anizotropowe współczynniki przewodzenia ciepła zależne od temperatury t

Q – prędkość generowania ciepła

1. Przedstawienie rozpatrywanego problemu

Naszym zadaniem było rozpatrzenie nieustalonego przewodnictwa ciepła we wsadzie o przekroju kołowym czyli wyznaczenie temperatur w odpowiednich węzłach rozpatrywanego obiektu w czasie. Założono, że wymiana ciepła odbywa się w sposób osiowo-symetryczny. Na powierzchni zachodzi wymiana ciepła przez konwekcję.

W przypadku jedno wymiarowym funkcjonał dla rozpatrywanego przypadku można zapisać następująco:

Temperatura wewnątrz elementów:

Pochodna temperatury względem r

Parametry całkowania dla całek objętościowych:

Obliczamy pierwszą całkę z funkcjonału:

Transformacja układu współrzędnych 0r do układu 0ξ wyznaczona jest wzorem:

Wyznacznik macierzy Jacobiego:

Nasza całka ma teraz postać:

Przechodzimy do obliczania drugiej całki objętościowej. Za pomocą funkcji Q możemy uwzględnić niestacjonarność procesu zmiany temperatury

Całka po polu kontaktu metalu ze środowiskiem może być zapisana w sposób następujący:

Po podstawieniu powyższych wzorów do funkcjonału, otrzymujemy:

Aby zminimalizować funkcjonał, wykorzystujemy warunek minimalizacji ekstremum

Po zróżniczkowaniu równania względem temperatury w węzłach, otrzymamy:

Analogicznie dla

1. Metody rozwiązania problemu
   1. Standardowy algorytm MES

Drugą poznana metodą było zastosowanie standardowego algorytmu MES we własnym programie, która polega na rozwiązywaniu układów równań różniczkowych, opierająca się na podziale dziedziny na skończone elementy, dla których rozwiązanie jest przybliżane przez konkretne funkcje i przeprowadzeniu faktycznych obliczeń tylko dla węzłów tego podziału.

Przyjęto również następujące dane wejściowe:

Zacznijmy od równania zapisanego w postaci macierzowej:

Dla dowolnego elementu skończonego wzory można zapisać następująco:

Poszczególne komórki macierzy lokalnych można obliczyć następująco:

Przykład:

Przystępując do budowy macierzy sztywności dla całego ośrodka należy w pierwszej kolejności zmienić indeksy zgodnie z numeracją o numerach stopni swobody całego ośrodka. W tym celu konieczna jest informacja o numerach punktów węzłowych, przylegających do każdego z elementów.

Analogicznie buduje się wektor.

**Załączniki:**

1. Wyniki z programu:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Czas | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 50 | 100,413 | 100,478 | 100,650 | 100,998 | 101,649 | 102,846 | 105,044 | 109,097 | 116,610 |
| 100 | 101,667 | 101,859 | 102,345 | 103,257 | 104,788 | 107,240 | 111,031 | 116,671 | 124,576 |
| 150 | 103,864 | 104,194 | 105,004 | 106,443 | 108,689 | 108,689 | 111,971 | 116,542 | 130,255 |
| 200 | 106,838 | 107,279 | 108,340 | 110,158 | 112,862 | 116,592 | 121,474 | 127,577 | 134,860 |
| 250 | 110,334 | 110,848 | 112,069 | 114,114 | 117,061 | 120,985 | 125,932 | 131,903 | 138,822 |
| 300 | 114,120 | 114,674 | 115,978 | 118,131 | 121,174 | 125,135 | 130,016 | 135,782 | 142,349 |
| 350 | 118,023 | 118,592 | 119,925 | 122,104 | 125,147 | 129,053 | 133,797 | 139,327 | 145,556 |
| 400 | 121,926 | 122,494 | 123,819 | 125,974 | 128,958 | 132,755 | 137,324 | 142,606 | 148,513 |
| 450 | 125,755 | 126,312 | 127,607 | 129,706 | 132,598 | 136,256 | 140,633 | 145,665 | 151,266 |
| 500 | 129,467 | 130,006 | 131,259 | 133,284 | 136,065 | 139,570 | 143,748 | 148,533 | 153,844 |
| 550 | 133,038 | 133,556 | 134,760 | 136,701 | 139,363 | 142,708 | 146,687 | 151,233 | 156,269 |
| 600 | 136,455 | 136,951 | 138,102 | 139,956 | 142,495 | 145,682 | 149,465 | 153,781 | 158,556 |
| 650 | 139,716 | 140,189 | 141,286 | 143,053 | 145,470 | 148,500 | 152,093 | 156,190 | 160,717 |
| 700 | 142,820 | 143,270 | 144,314 | 145,994 | 148,292 | 151,171 | 154,582 | 158,468 | 162,761 |
| 750 | 145,770 | 146,198 | 147,191 | 148,787 | 150,970 | 153,702 | 156,940 | 160,626 | 164,696 |
| 800 | 148,573 | 148,980 | 149,922 | 151,438 | 153,509 | 156,103 | 159,174 | 162,670 | 166,529 |
| 850 | 151,234 | 151,619 | 152,514 | 153,953 | 155,918 | 158,378 | 161,291 | 164,607 | 168,266 |
| 900 | 153,758 | 154,124 | 154,973 | 156,338 | 158,202 | 160,536 | 163,299 | 166,442 | 169,912 |
| 950 | 156,153 | 156,500 | 157,305 | 158,600 | 160,368 | 162,582 | 165,201 | 168,182 | 171,473 |
| 1000 | 158,424 | 158,754 | 159,517 | 160,745 | 162,422 | 164,521 | 167,005 | 169,832 | 172,952 |

**Numery oznaczają numer węzła**