

Отчет по лабораторной работе №5

Модель хищник-жертва

Кроз Елена Константиновна НФИбд-02-18

Содержание

Цель работы

Изучить простейшую модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры

Задание

1. Построить график зависимости x от y и графики функций $x(t)$, $y(t)$
2. Найти стационарное состояние системы

Выполнение лабораторной работы

Теоретические сведения

В данной лабораторной работе рассматривается математическая модель системы «Хищник-жертва».

Рассмотрим базисные компоненты системы. Пусть система имеет X хищников и Y жертв. И пусть для этой системы выполняются следующие предположения: (Модель Лотки-Вольтерра) 1. Численность популяции жертв и хищников зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории) 2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает 3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными 4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается 5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (-ax(t) + by(t)x(t)) \\ \frac{dy}{dt} = (cy(t) - dy(t)x(t)) \end{cases}$$

Параметр a определяет коэффициент смертности хищников, b – коэффициент естественного прироста хищников, c – коэффициент прироста жертв и d – коэффициент смертности жертв

В зависимости от этих параметрах система и будет изменяться. Однако следует выделить одно важное состояние системы, при котором не происходит никаких изменений как со стороны хищников, так и со стороны жертв. Это, так называемое, стационарное состояние системы. При нем, как уже было отмечено, изменение численности популяции равно нулю. Следовательно, при отсутствии изменений в системе $\frac{dx}{dt} = 0, \frac{dy}{dt} = 0$

Пусть по условию есть хотя бы один хищник и хотя бы одна жертва: $x > 0, y > 0$ Тогда стационарное состояние системы определяется следующим образом:

$$x_0 = \frac{a}{b}, y_0 = \frac{c}{d}$$

Задача (Вариант 70)

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (-0.47x(t) + 0.021y(t)x(t)) \\ \frac{dy}{dt} = (0.57y(t) - 0.044y(t)x(t)) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 12, y_0 = 37$ Найдите стационарное состояние системы

```
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
import math

a = 0.47
b = 0.021
c = 0.57
d = 0.044

y0 = [37, 12]

def syst2(y, t):
    y1, y2 = y
    return [-a*y1 + b*y1*y2, c*y2 - d*y1*y2 ]

t = np.arange( 0, 100, 0.1)
y = odeint(syst2, y0, t)
y11 = y[:,0]
y21 = y[:,1]

fig = plt.figure(facecolor='white')
```

```

plt.plot(t, y21, linewidth=2)
plt.ylabel("y")
plt.xlabel("t")
plt.grid(True)
plt.show()
fig.savefig('1.png', dpi = 600)

fig2 = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(t, y11, linewidth=2)
plt.ylabel("x")
plt.xlabel("t")
plt.grid(True)
plt.show()
fig2.savefig('2.png', dpi = 600)

fig3 = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(y11, y21, linewidth=2)
plt.ylabel("y")
plt.xlabel("x")
plt.grid(True)
plt.show()
fig3.savefig('3.png', dpi = 600)

print("X =", a/b)
print("Y =", c/d)

```

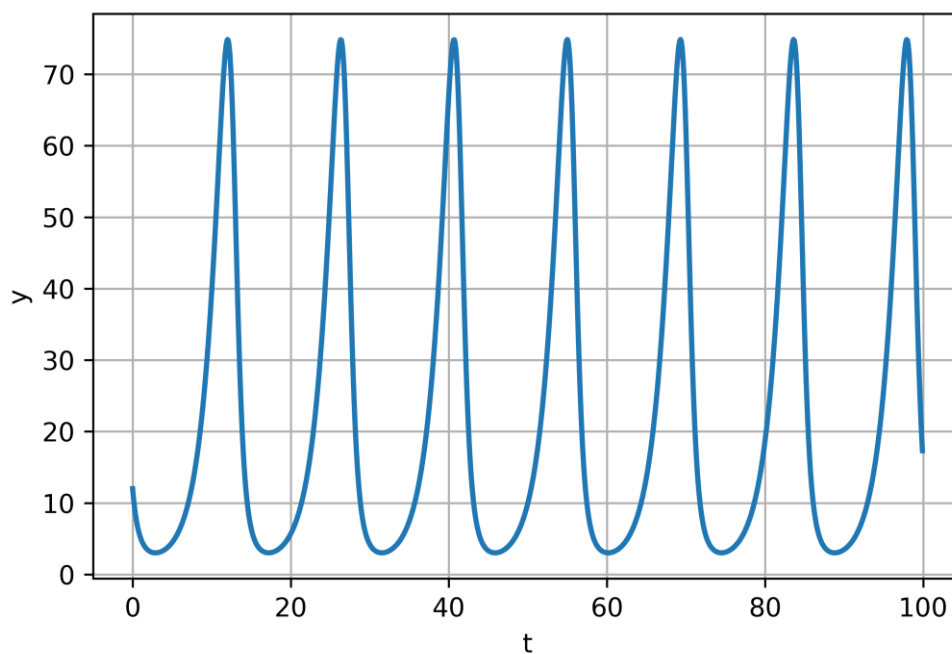


График численности хищников от времени

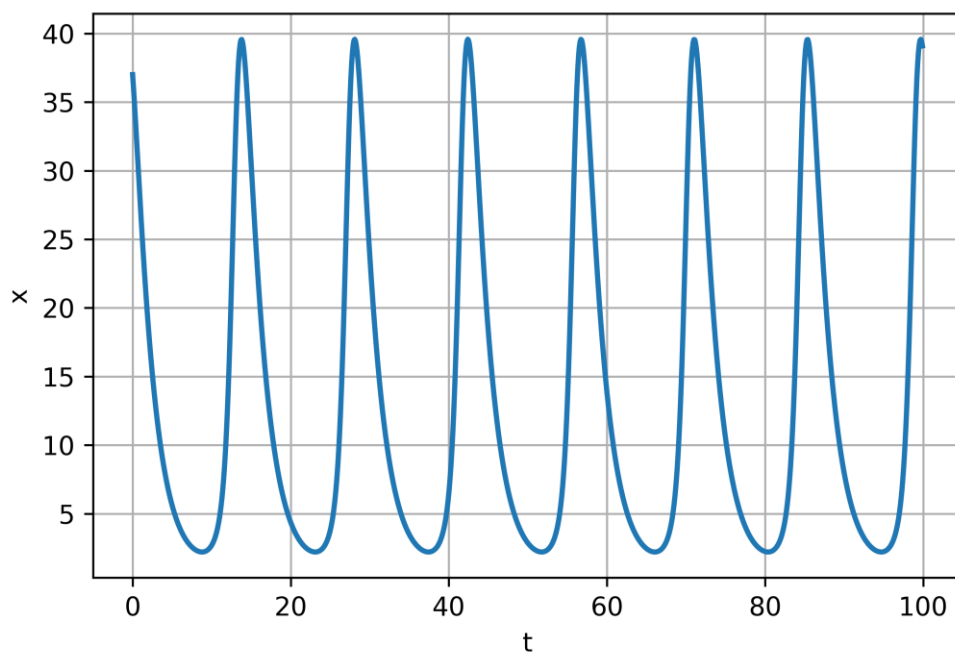


График численности жертв от времени

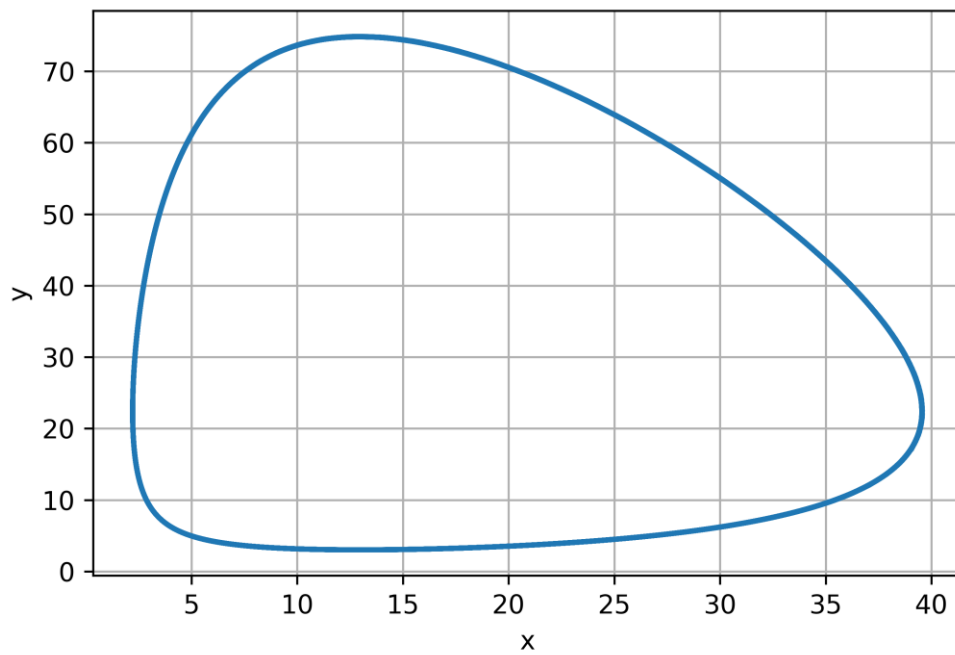


График численности хищников от численности жертв

Стационарное состояние $x_0 = 22.38, y_0 = 12.954$

Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель хищник-жертва и построены графики.