Exercise 1 : Tracer une fonction

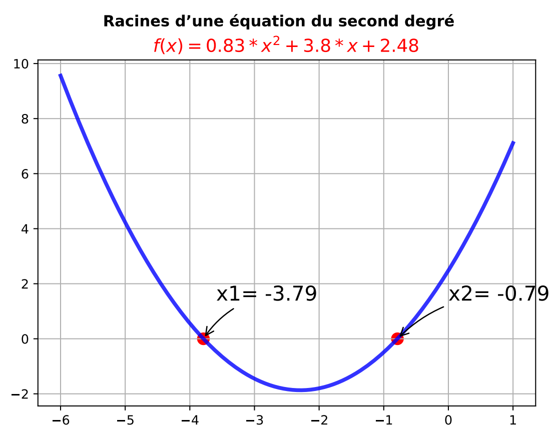
Ecrivez un programme qui trace la fonction $g(y) = e^{-y} sin(4y)$ pour $y \in [0, 4]$ en utilisant une ligne continue rouge. Utilisez 500 intervalles pour évaluer les points dans [0,4]. Stockez toutes les coordonnées et les valeurs dans des tableaux. Placez le texte des graduations sur les axes et utilisez le titre "Onde sinusoïdale atténuée".

Exercise 2 : Tracer deux fonctions

Comme Exercice 1, mais ajouter une courbe en pointillé noir pour la fonction $h(y) = e^{-\frac{3}{2}y} sin(4y)$. Inclure une légende pour chaque courbe (avec les noms g et h).

Exercise 3 : Racines d'une équation du second degré

Dans l'"application de l'exercice 4 dans le TP3, nous avons montré la représentation graphique d'une équation du second degré $f(x) = 0.83x^2 + 3.8x + 2.48$ ainsi que ses racines réelles :



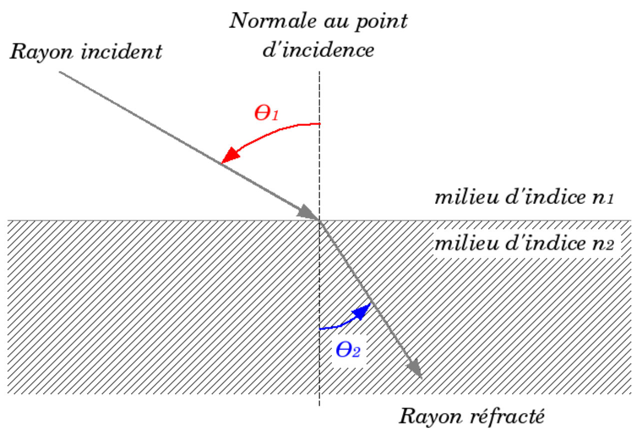
Reproduire ce graphique en utilisant la fonction `EqSecondDegree(a,b,c)` du script Python `racines.py` pour déterminer les valeurs des racines x1 et x2 de l'équation $f(x)$.

Exercise 4 : Loi de Snell-Descartes pour la réfraction

La loi de Snell-Descartes stipule que le rapport sinus de l'angle d'incidence sur le sinus de l'angle de réfraction est équivalent au rapport de la vitesse de phase dans le premier milieu à la vitesse de phase dans le deuxième milieu, ou équivalent à l'inverse du rapport des indices de réfraction.

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Où θ_1 est l'angle d'incidence dans le premier milieu, θ_2 est l'angle de réfraction dans le deuxième milieu, tous les angles mesurés à partir de la normale de la frontière (dioptre), v_1 et v_2 sont respectivement les vitesses dans les deux milieux, et n_1 et n_2 sont les indices de réfraction du premier et du deuxième milieux, respectivement.



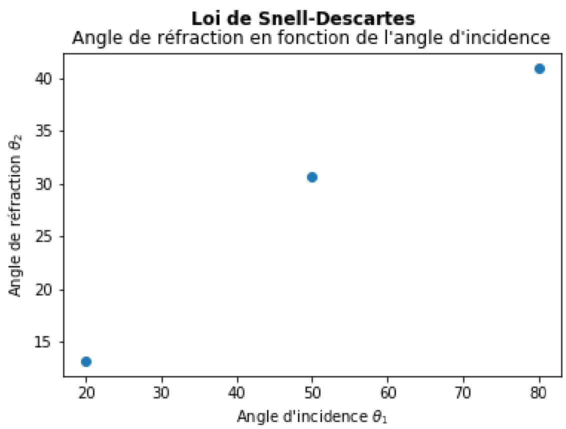
Objectif :

Ecrire un programme Python pour tracer angle de réfraction en fonction de l'angle d'incidence.

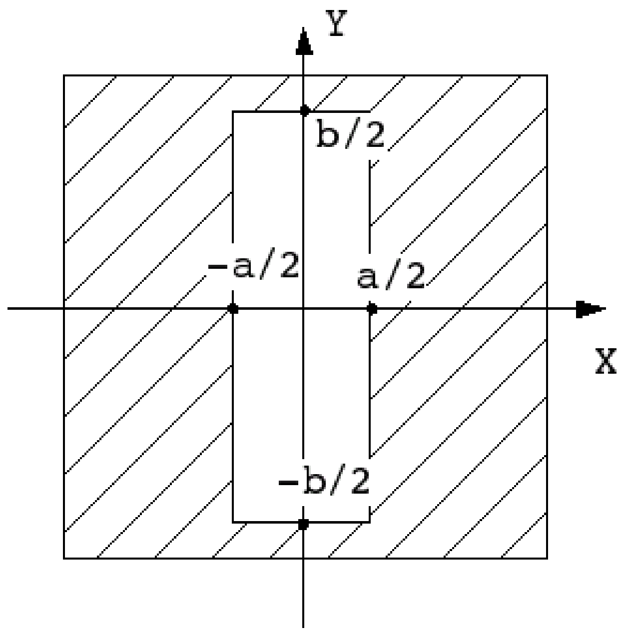
Algorithme :

— Afficher : `"Loi de Snell-Descartes pour la réfraction."`
— Demender un nombre réel n1 : `"Entrez l'indice de réfraction du premier milieu: "`
— Demender un nombre réel n2 : `"Entrez l'indice de réfraction du deuxième milieu: "`
— choix = 'o' et compteur k = 0
— Tant que choix == 'o' :
  — Stoker dans une liste theta1 un nombre réel `theta1[k]` : `"Entrez l'angle d'incidence en degrés: "`
  — Condition : `si (n1*sin(theta1[k]))/n2 < -1 ou n1 * (n1*sin(theta1[k]))/n2 > 1` :
    — Afficher : `"Il y aura une réflexion totale pour l'angle d'incidence donné. Essayez d'autres valeurs."`
    — Stoker dans une liste theta1 un nombre réel `theta1[k]` : `"Entrez l'angle d'incidence en degrés: "`
  — Stoker dans la liste la valeur `theta2[k]` : `arcsin(n1*sin(theta1[k])/n2`

  - Afficher : `"L'angle d'incidence est de theta1[k] degrés et l'angle de réfraction de theta2[k] degrés."`
  - Entrer une nouvelle valeur de choix : `"Voulez-vous entrer plus de valeurs (o / n)?: "`
  - k+=1
- si choix == 'n' :
  - Tracer le graphique de theta2 en fonction de theta1 (exemple pour 3 valeurs de theta1) :



Exercise 5 : Diffraction par une ouverture rectangulaire

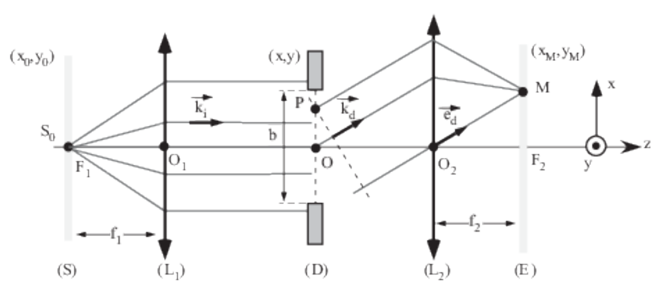


Une ouverture rectangulaire de côtés a et b correspond à une transmission $t(X, Y)$ définie par :

$$\begin{cases} t(X,Y) = 1 & si\ |X| < a/2\ et\ |Y| < b/2 \\ t(X,Y) = 0 & sinon \end{cases}$$

Le calcul de l'intensité diffractée par une telle ouverture, c'est-à-dire du carré du module de l'amplitude E(M), donne :

$$I(x,y) = |E(x,y)|^2 = I_0 \ \mathrm{sinc}^2\left(\frac{\pi x a}{\lambda f_2}\right) \mathrm{sinc}^2\left(\frac{\pi y b}{\lambda f_2}\right)$$



les dimensions de la tache centrale sont :

— $\Delta x = 2\lambda f_2/a$

— $\Delta y = 2\lambda f_2/b$

Le programme Python :

a) Écrire une fonction `Intensity(X, Y, a = 0.2 * 1.E-3, b = 0.2 * 1.E-3, lambda_ = 630 * 1.E-9,` qui affiche les dimensions de la tache centrale (Δx et Δy) et retourne la valeur de $I(X, Y)$. Avec :

— `X` et `Y` sont respectivement l'abscisse et l'ordonnée à l'écran.

— `a` la largeur de la fente (par défaut = 0.2 mm)

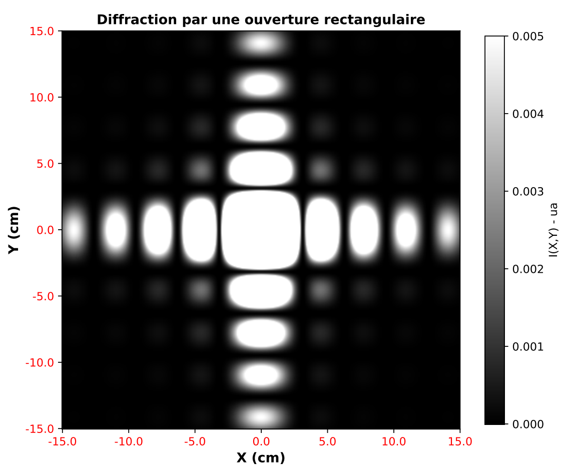
— `b` la hauteur de la fente (par défaut = 0.2 mm)

— `lambda_` la longueur d'onde de la lumière incidente (par défaut = 630 nm)

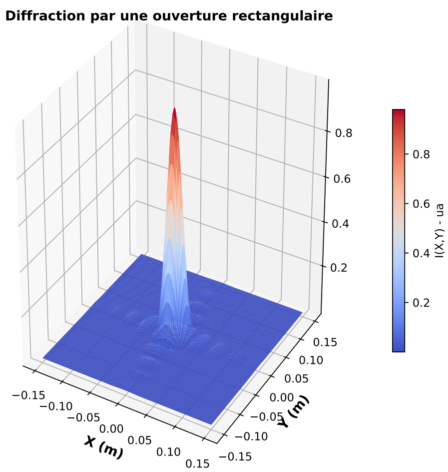
— `f2` la distance fente - écran (par défaut = 10 m)

On considère que $I_0 = 1$ par convention.

b) Créez le graphique de diffraction suivant (à l'aide de la fonction `imshow()`) pour un écran de 30/30 cm :

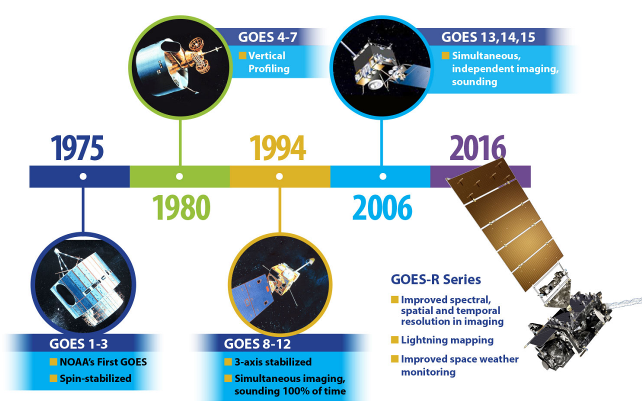


c) Créez le graphique 3D de diffraction suivant (voir la partie tracé de surfaces du cours) :



Exercise 6 : Tracer un graphique à partir d'un fichier (données satellitaires)

Les mesures de flux de rayons X du satellite GOES (Geostationary Operational Environmental Satellite) ont été effectuées depuis 1974. Le graphique à rayons X GOES (flux de 1 à 8 angströms) faisant l'objet de cet exercice peut suivre l'activité solaire et les éruptions solaires. De grandes éruptions de rayons X solaires peuvent modifier l'ionosphère terrestre et bloquer les transmissions radio haute fréquence (HF) du côté de la Terre éclairé par le soleil.



SWPC (Space Weather Prediction Center) a utilisé ces données pour produire les ensembles et tracés de données de rayons X moyennés sur 1 minute et 5 minutes.

Le but de cet exercice est de tracer 24 heures, pour un intervalle de mesure d'une minute, des données solaires aux rayons X enregistrées par le satellite GOES. Dans le répertoire courant (répertoire de ce notebook Jupyter), nous avons un dossier `data_GOES` contenant 12 fichiers dont le nom est formaté comme suit `YYYYMMDD_Gp_xr_1m.txt` avec :

— **YYYY** est l'année de l'enregistrement des données
— **MM** estle mois de l'enregistrement des données
— **DD** est le jour de l'enregistrement des données
— **Gp** est la générartion du satellite GOES (GOES-15)
— **1m** résolution de l'enregistrement des données

```
ls data_GOES/  # Afficher le contenu du dossier data_GOES
```

```
20120607_Gp_xr_1m.txt  20120615_Gp_xr_1m.txt  20120627_Gp_xr_1m.txt
20120609_Gp_xr_1m.txt  20120616_Gp_xr_1m.txt  20120628_Gp_xr_1m.txt
20120613_Gp_xr_1m.txt  20120617_Gp_xr_1m.txt  20120629_Gp_xr_1m.txt
20120614_Gp_xr_1m.txt  20120620_Gp_xr_1m.txt  20120630_Gp_xr_1m.txt
```

Soit par exemple le fichier `data_GOES/20120609_Gp_xr_1m.txt` suivant :

```
:Data_list: 20120609_Gp_xr_1m.txt
:Created: 2012 Jun 10 0010 UTC
# Prepared by the U.S. Dept. of Commerce, NOAA, Space Weather Prediction Center
# Please send comments and suggestions to SWPC.Webmaster@noaa.gov
#
# Label: Short = 0.05- 0.4 nanometer
# Label: Long  = 0.1 - 0.8 nanometer
# Units: Short = Watts per meter squared
# Units: Long  = Watts per meter squared
# Source: GOES-15
# Location: W135
# Missing data: -1.00e+05
#
#         1-minute GOES-15 Solar X-ray Flux
#
#                 Modified Seconds
# UTC Date  Time   Julian  of the
# YR MO DA  HHMM    Day     Day       Short       Long
#--------------------------------------------------------
2012 06 09  0000   56087      0     1.62e-08    7.81e-07
2012 06 09  0001   56087     60     1.70e-08    7.92e-07
2012 06 09  0002   56087    120     1.85e-08    8.21e-07
2012 06 09  0003   56087    180     1.90e-08    8.41e-07
2012 06 09  0004   56087    240     1.86e-08    8.50e-07
2012 06 09  0005   56087    300     1.98e-08    8.59e-07
.... .. ..  ....   .....   ....     ........    ........
.... .. ..  ....   .....   ....     ........    ........
.... .. ..  ....   .....   ....     ........    ........
2012 06 09  2352   56087  85920     5.48e-09    5.50e-07
```

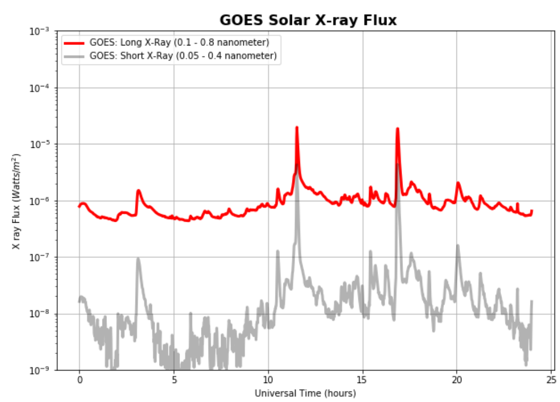
```
2012 06 09  2353   56087  85980     3.94e-09    5.48e-07
2012 06 09  2354   56087  86040     3.68e-09    5.45e-07
2012 06 09  2355   56087  86100     3.91e-09    5.44e-07
2012 06 09  2356   56087  86160     2.28e-09    5.48e-07
2012 06 09  2357   56087  86220     5.71e-09    5.64e-07
2012 06 09  2358   56087  86280     1.15e-08    5.96e-07
2012 06 09  2359   56087  86340     1.62e-08    6.49e-07
```

Dans le même graphique, tracer les tableaux **Short X-ray** et **Long X-ray** en fonction de temps **Universal Time** (Heure de la journée GMT) :

a) Définir les tableaux `Xray_s` et `Xray_L` qui correspondent au $6^{éme}$ et au $7^{éme}$ colonnes dans le fichier (on compte les colonnes à partir de zéro). Utilisez la fonction `numpy.loadtxt` comme indiqué dans le cours3 (lecture de données) et précisez les numéros des colonnes avec l'argument `usecols`, utilisez le help (`help(np.loadtxt)`) dans le notebook.

b) Définir le tableau `temps` en utilisant la fonction `numpy.arange()` (voir cours3 : Utilisation de fonctions génératrices de tableaux et de matrices).

c) Tracer `Xray_s` et `Xray_L` en fonction de `temps` afin de reproduire le graphique suivant (voirs cours3 : Tracés logarithmiques) :



Exercise 7 : Fonctions spéciales (intégrales de Fresnel et spirale de Cornu)

Les intégrales de Fresnel ont été introduites par le physicien français Augustin Fresnel (1788-1827) lors de ses travaux sur les interférences lumineuses (voici un article intéressant à lire : Fresnel, des Mathématiques en Lumière).

Ces intégrales doivent être calculées numériquement à partir des développements en série des intégrales :

$$\int_0^x e^{-i\frac{\pi t^2}{2}} dt = \int_0^x cos(t^2)dt - i\int_0^x sin(t^2)dt = C(x) - iS(x)$$

Les fonctions de Fresnel sont des fonctions spéciales, définies par :

Pour $x \geq \sqrt{\frac{8}{\pi}}$

$$C(x) = \frac{1}{2} + \cos\left(\frac{\pi x^2}{2}\right) gg1 + \sin\left(\frac{\pi x^2}{2}\right) ff1$$
$$S(x) = \frac{1}{2} - \cos\left(\frac{\pi x^2}{2}\right) ff1 + \sin\left(\frac{\pi x^2}{2}\right) gg1$$

et pour $0 \leq x < \sqrt{\frac{8}{\pi}}$

$$C(x) = \cos\left(\frac{\pi x^2}{2}\right) gg2 + \sin\left(\frac{\pi x^2}{2}\right) ff2$$
$$S(x) = -\cos\left(\frac{\pi x^2}{2}\right) ff2 + \sin\left(\frac{\pi x^2}{2}\right) gg2$$

Où :

$$ff1 = \sum_{n=0}^{11} \frac{d_n}{x^{2n+1}} \left(\frac{8}{\pi}\right)^{n+1/2} gg1 = \sum_{n=0}^{11} \frac{c_n}{x^{2n+1}} \left(\frac{8}{\pi}\right)^{n+1/2}$$
$$ff2 = \sum_{n=0}^{11} b_n x^{2n+1} \left(\frac{\pi}{8}\right)^{n+1/2} gg2 = \sum_{n=0}^{11} a_n x^{2n+1} \left(\frac{\pi}{8}\right)^{n+1/2}$$

et a_n, b_n, c_n et d_n sont des coefficients tabulés (*J.Boersma Math Computation 14,380(1960)*) et donnés dans un fichier **coef.dat** dans le répertoire de ce notebook :

```
#--------------------------------------------------
#    an            bn          cn           dn
#--------------------------------------------------
+1.595769140 -0.000000033 -0.000000000 +0.199471140
-0.000001702 +4.255387524 -0.024933975 +0.000000023
-6.808568854 -0.000092810 +0.000003936 -0.009351341
-0.000576361 -7.780020400 +0.005770956 +0.000023006
+6.920691902 -0.009520895 +0.000689892 +0.004851466
-0.016898657 +5.075161298 -0.009497136 +0.001903218
-3.050485660 -0.138341947 +0.011948809 -0.017122914
-0.075752419 -1.363729124 -0.006748873 +0.029064067
+0.850663781 -0.403349276 +0.000246420 -0.027928955
-0.025639041 +0.702222016 +0.002102967 +0.016497308
-0.150230960 -0.216195929 -0.001217930 -0.005598515
+0.034404779 +0.019547031 +0.000233939 +0.000838386
```

Écrire un programme Python qui calcule les fonctions de Fresnel $C(x)$ et $S(x)$ ainsi que leurs représentations graphiques :

a) Définir les fonctions `ff1(x)`, `gg1(x)`, `ff2(x)` et `gg2(x)`. Chaque fonction renvoie la valeur de la somme qui lui correspond.

b) Définir les fonctions Python `C(x)` et `S(x)` qui renvoient respectivement les listes, les valeurs de $C(x)$ et $S(x)$, `CF` et‘ SF‘ (en utilisant une boucle `for` pour remplir les listes par exemple).

c) Créer des tableaux `an`, `bn`, `cn` et `dn` à partir du fichier **coef.dat**.

d) Créer un tableau `x`. Utilisez 800 intervalles pour évaluer les points dans [0,10] (cas où $x \geq 0$).

e) Transformer `C(x)` et `S(x)` en tableaux `numpy`, respectivement `CF` et `SF`.

f) Tracer une grille de figures à 2 colonnes (voir Cours3 : Vues en grille) dont le graphique de gauche représente `CF` et `SF` en fonction de `x` et le graphique de droite représente une clothoïde (ou spirale de Cornu, ou Spirale de Fresnel..)‘SF‘ en fonction de `CF`. La sortie de ce programme devrait être comme suit :