MÉTODOS NUMÉRICOS I

MATEMÁTICAS APLICADAS Y COMPUTACIÓN

PORTAFOLIO DE EJERCICIOS

GÓMEZ GONZÁLEZ ASTRID YOATZIRY

Índice:

Solución numérica de ecuaciones

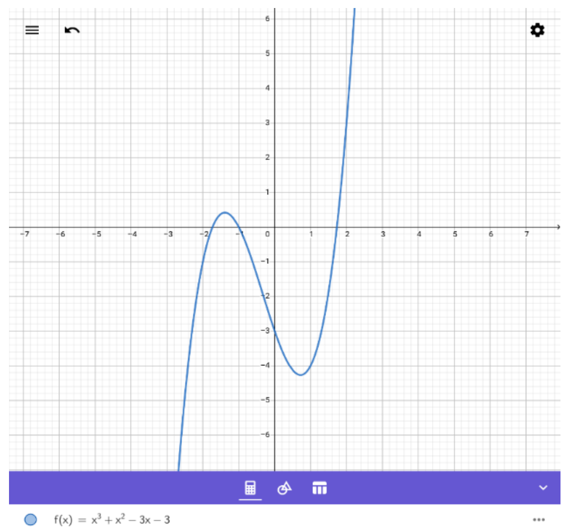
Bisección

Ejercicio 1:

Resolver por el método de bisección y estimar el error relativo y absoluto

$$f(x) = x^3 + x^2 - 3x - 3$$

x	f(x)
-2	-1
-1.5	0.375
-1	0
-0.5	-1.375
0	-3
0.5	-4.125
1	-4
1.5	-1.875
2	3



	a	b	f(a)	f(b)	p	f(p)	Error abs	Error relativo
0	-2	-1.5	-1.0000000	0.3750000	-1.75	-0.046875		
1	-1.75	-1.5	-0.0468750	0.3750000	-1.625	0.224609375	0.271484375	1.208695652
2	-1.75	-1.625	-0.0468750	0.2246094	-1.6875	0.104736328	0.119873047	1.144522145
3	-1.75	-1.6875	-0.0468750	0.1047363	-1.71875	0.032989502	0.071746826	2.174838113
4	-1.75	-1.71875	-0.0468750	0.0329895	-1.734375	-0.005916595	0.038906097	-6.575757576
5	-1.734375	-1.71875	-0.0059166	0.0329895	-1.7265625	0.013791561	0.019708157	1.429001141
6	-1.734375	-1.7265625	-0.0059166	0.0137916	-1.73046875	0.004001439	0.009790123	2.446650679
7	-1.734375	-1.73046875	-0.0059166	0.0040014	-1.732421875	-0.000941567	0.004943006	-5.24976459
8	-1.732421875	-1.73046875	-0.0009416	0.0040014	-1.731445313	0.001533936	0.002475503	1.613824344
9	-1.732421875	-1.731445313	-0.0009416	0.0015339	-1.731933594	0.000297185	0.001236751	4.161557304
10	-1.732421875	-1.731933594	-0.0009416	0.0002972	-1.732177734	-0.000321941	0.000619126	-1.923102694
11	-1.732177734	-1.731933594	-0.0003219	0.0002972	-1.732055664	-1.23157E-05	0.000309625	-25.14076214
12	-1.732055664	-1.731933594	-0.0000123	0.0002972	-1.731994629	0.00014245	0.000154766	1.08645603

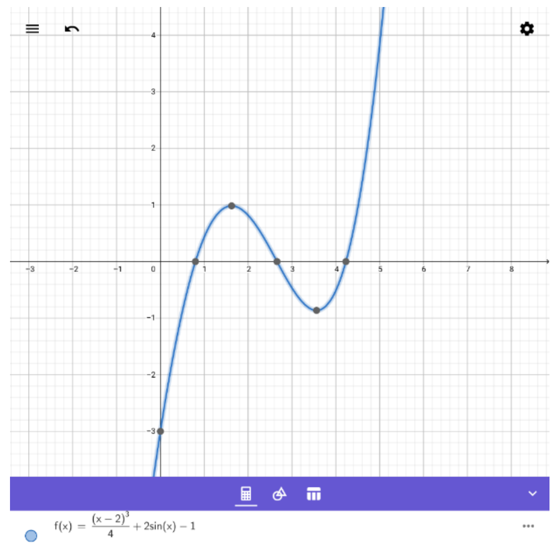
Raíz	
1	-1
2	-1.731994629
3	1.731994629

Ejercicio 2:

Encontrar las raíces de la siguiente ecuación, por el método de bisección, con tolerancia de 0.0005. Graficar

$$f(x) = \frac{(x-2)^3}{4} + 2sen(x) - 1$$

x	f(x)
0.5	-0.884898923
1	0.43294197
1.5	0.963739973
2	0.818594854
2.5	0.228194288
3	-0.467759984
3.5	-0.857816455
4	-0.513604991
4.5	0.951189765
5	3.832151451



Iteración	a	b	f(a)	f(b)	p	f(p)
0	0.5	1	-0.8525201	-0.2135410	0.75	-0.447627957
1	0.75	1	-0.4476280	-0.2135410	0.875	-0.313958282
2	0.75	0.875	-0.4476280	-0.3139583	0.8125	-0.376135228
3	0.75	0.8125	-0.4476280	-0.3761352	0.78125	-0.410647604
4	0.78125	0.8125	-0.4106476	-0.3761352	0.796875	-0.393091942
5	0.796875	0.8125	-0.3930919	-0.3761352	0.8046875	-0.384539814
6	0.796875	0.8046875	-0.3930919	-0.3845398	0.80078125	-0.3887973
7	0.796875	0.80078125	-0.3930919	-0.3887973	0.798828125	-0.390939959
8	0.798828125	0.80078125	-0.3909400	-0.3887973	0.799804688	-0.389867466
9	0.798828125	0.799804688	-0.3909400	-0.3898675	0.799316406	-0.390403421
10	0.798828125	0.799316406	-0.3909400	-0.3904034	0.799072266	-0.390671617

Iteración	a	b	f(a)	f(b)	p	f(p)
0	2.5	3	0.2281943	-0.4677600	2.75	-0.131209266
1	2.5	2.75	0.2281943	-0.1312093	2.625	0.048875753
2	2.625	2.75	0.0488758	-0.1312093	2.6875	-0.041468009
3	2.625	2.6875	0.0488758	-0.0414680	2.65625	0.003678761
4	2.65625	2.6875	0.0036788	-0.0414680	2.671875	-0.018907144
5	2.65625	2.671875	0.0036788	-0.0189071	2.6640625	-0.007616539
6	2.65625	2.6640625	0.0036788	-0.0076165	2.66015625	-0.001969378
7	2.65625	2.66015625	0.0036788	-0.0019694	2.658203125	0.000854581
8	2.658203125	2.66015625	0.0008546	-0.0019694	2.659179688	-0.000557428

Iteración	a	b	f(a)	f(b)	p	f(p)
0	4	4.5	-0.5136050	0.9511898	4.25	0.057677534
1	4	4.25	-0.5136050	0.0576775	4.125	-0.265855248
2	4.125	4.25	-0.2658552	0.0576775	4.1875	-0.113876837
3	4.1875	4.25	-0.1138768	0.0576775	4.21875	-0.030584618
4	4.21875	4.25	-0.0305846	0.0576775	4.234375	0.012920561
5	4.21875	4.234375	-0.0305846	0.0129206	4.2265625	-0.008987925
6	4.2265625	4.234375	-0.0089879	0.0129206	4.23046875	0.001927271
7	4.2265625	4.23046875	-0.0089879	0.0019273	4.228515625	-0.003540079
8	4.228515625	4.23046875	-0.0035401	0.0019273	4.229492188	-0.000808843
9	4.229492188	4.23046875	-0.0008088	0.0019273	4.229980469	0.000558604

Raiz	
1	0.799072266
2	2.659179688
3	4.229980469

Ejercicio 3: Segunda ley de Newton

Determinar el coeficiente de rozamiento c, necesario para que un paracaidista de masa m=68.1 tenga una velocidad de 40m/s, después de una caída libre de t=10s. La aceleración de la gravedad es de 9.8m/s^2 Este problema se puede resolver determinando la raíz de la ecuación: Tolerancia menor a 0.0005

$$f(c) = \frac{gm}{c}\left(1 - e^{-\left(\frac{c}{m}\right)t}\right) - v$$

(2da Ley de Newton)

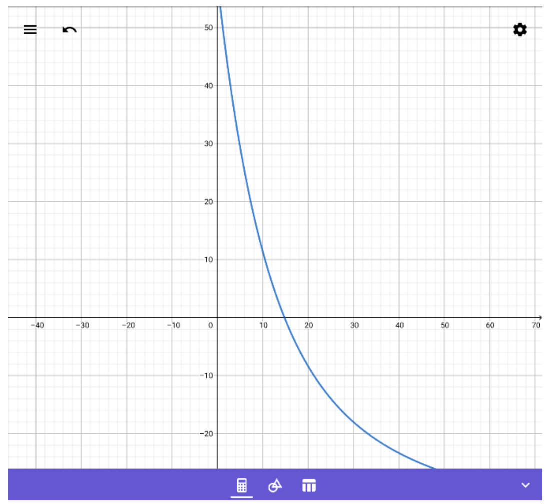
donde:

t=tiempo

v=velocidad

m=masa

g=aceleración de la gravedad



Iteración	a	b	f(a)	f(b)	p	f(p)
1	12	16	6.0669360	-2.2687620	14	1.568699315
2	14	16	1.5686993	-2.2687620	15	-0.424840876
3	14	15	1.5686993	-0.4248409	14.5	0.552318532
4	14.5	15	0.5523185	-0.4248409	14.75	0.058953509
5	14.75	15	0.0589535	-0.4248409	14.875	-0.184125687
6	14.75	14.875	0.0589535	-0.1841257	14.8125	-0.062883366
7	14.75	14.8125	0.0589535	-0.0628834	14.78125	-0.002039471
8	14.75	14.78125	0.0589535	-0.0020395	14.765625	0.028438355
9	14.765625	14.78125	0.0284384	-0.0020395	14.7734375	0.01319478
10	14.7734375	14.78125	0.0131948	-0.0020395	14.77734375	0.005576489
11	14.77734375	14.78125	0.0055765	-0.0020395	14.77929688	0.001768218
12	14.77929688	14.78125	0.0017682	-0.0020395	14.78027344	-0.0001357
13	14.77929688	14.78027344	0.0017682	-0.0001357	14.77978516	0.000816241
14	14.77978516	14.78027344	0.0008162	-0.0001357	14.7800293	0.000340266

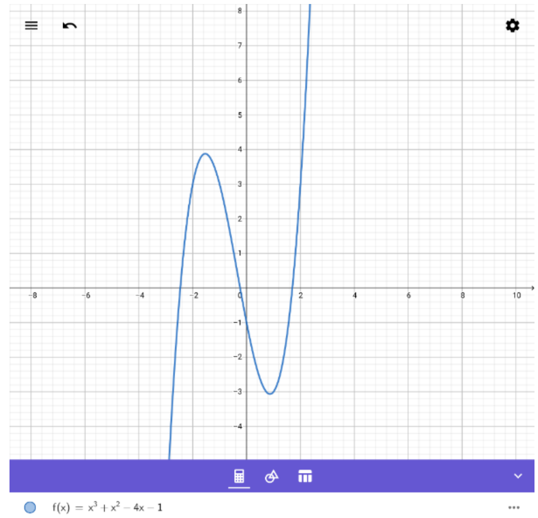
Raíz	14.7800293

Posición falsa

Ejercicio 4:

Resolver por el método de posición falsa en el intervalo [1,2]

$$f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 1$$



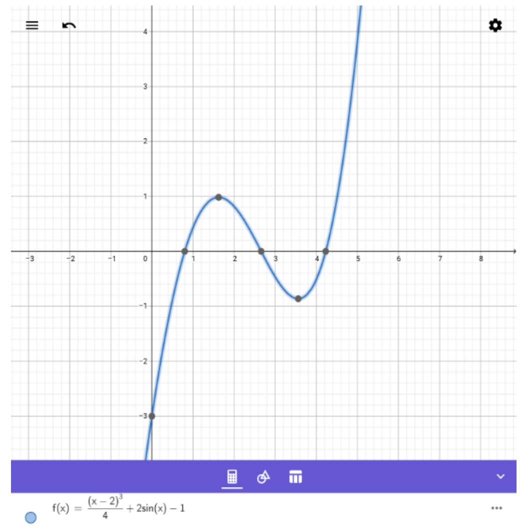
Iteración	x_0	x_1	$f(x_0)$	$f(x_1)$	x_2	$f(x_2)$
1	1	2	-3.0000000	3.0000000	1.5	-1.375
2	1.5	2	-1.3750000	3.0000000	1.657142857	-0.331731778
3	1.657142857	2	-0.3317318	3.0000000	1.691280242	-0.066905302
4	1.691280242	2	-0.0669053	3.0000000	1.69801504	-0.012994599
5	1.69801504	2	-0.0129946	3.0000000	1.699317457	-0.002505284
6	1.699317457	2	-0.0025053	3.0000000	1.699568345	-0.000482316
7	1.699568345	2	-0.0004823	3.0000000	1.699616639	-9.28296E-05
8	1.699616639	2	-0.0000928	3.0000000	1.699625933	-1.78656E-05
9	1.699625933	2	-0.0000179	3.0000000	1.699627722	-3.43832E-06
10	1.699627722	2	-0.0000034	3.0000000	1.699628066	-6.61719E-07
11	1.699628066	2	-0.0000007	3.0000000	1.699628132	-1.2735E-07
12	1.699628132	2	-0.0000001	3.0000000	1.699628145	-2.45091E-08

Raiz	1.699628145
	-2.4605049
	-0.239123278

Ejercicio 5:

Resolver la siguiente función en el intervalo de tu elección, con una tolerancia de 0.001 en el error relativo.

$$f(x) = \frac{(x-2)^3}{4} + 2sen(x) - 1$$



Iteración	x_0	x_1	$f(x_0)$	$f(x_1)$	x_2	$f(x_2)$	Error relativo
1	0.5	1	-0.8848989	0.4329420	0.885155123	0.201622082	
2	0.5	0.885155123	-0.8848989	0.2016221	0.841283142	0.102067427	-0.052148889
3	0.5	0.841283142	-0.8848989	0.1020674	0.821103409	0.054189521	-0.024576359
4	0.5	0.821103409	-0.8848989	0.0541895	0.810903869	0.029489687	-0.01257799
5	0.5	0.810903869	-0.8848989	0.0294897	0.80549731	0.016260428	-0.006712076
6	0.5	0.80549731	-0.8848989	0.0162604	0.80255864	0.009030168	-0.003661627
7	0.5	0.80255864	-0.8848989	0.0090302	0.800939544	0.005034635	-0.002021496
8	0.5	0.800939544	-0.8848989	0.0050346	0.80004081	0.002813119	-0.001123361
9	0.5	0.80004081	-0.8848989	0.0028131	0.799539872	0.001573752	-0.000626533
10	0.5	0.799539872	-0.8848989	0.0015738	0.799260015	0.000881008	-0.000350145
11	0.5	0.799260015	-0.8848989	0.0008810	0.799103468	0.000493387	-0.000195904
12	0.5	0.799103468	-0.8848989	0.0004934	0.799015835	0.000276369	-0.000109676

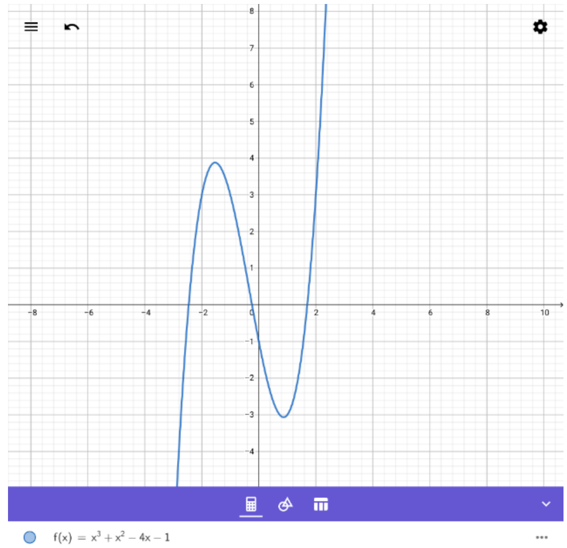
Raíz	0.80004081
	2.658794161
	4.229781058

Newton-Raphson

Ejercicio 6:

Encontrar una raíz para:

$$f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 1$$



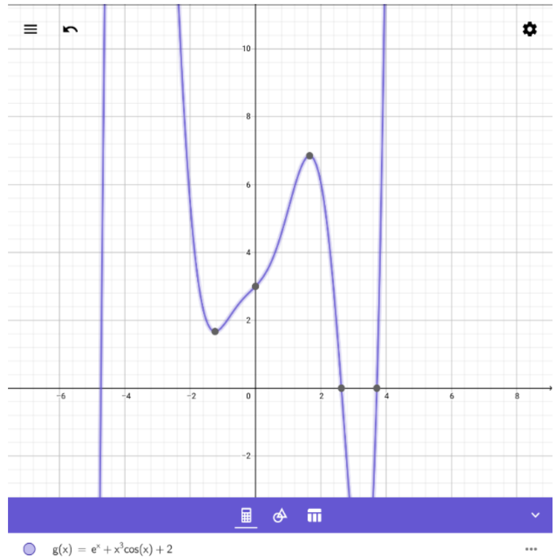
Derivada: $3x^2 + 2x - 4$

Iteración	x	f(x)	f´(x)	x2
0	1	-3	1.0000000	4.0000000
1	4.0000000	63	52.0000000	2.7884615
2	2.7884615	17.30340379	24.9034763	2.0936427
3	2.0936427	4.185916615	13.3373051	1.7797925
4	1.7797925	0.686270994	9.0625687	1.7040666
5	1.7040666	0.03591834	8.1196620	1.6996430
6	1.6996430	0.00011952	8.0656446	1.6996281
7	1.6996281	1.33922E-09	8.0654638	1.6996281

Raíz	1.6996281
	-2.4605049
	-0.239123278

Ejercicio 7:

Encontrar una raíz para:



$$f(x) = e^{x} + x^{3}\cos(x) + 2$$

Derivada: f´(x)=POTENCIA(x,3))*(-SENO(x))+(3*POTENCIA(x,2))*COS(x)+(EXP(x))

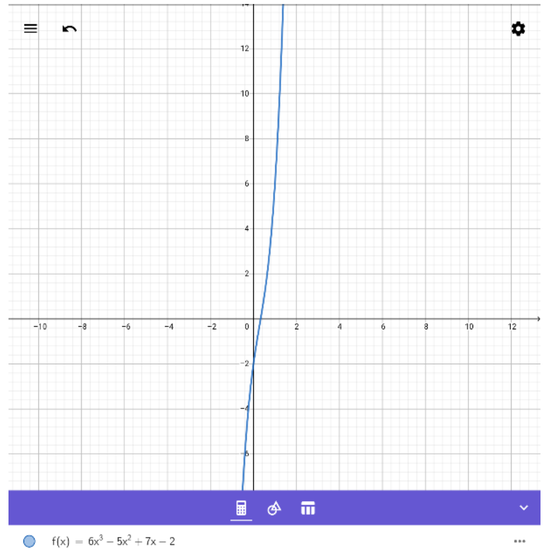
Iteración	x	f(x)	f´(x)	x2
0	3.5	-5.035128509	13.7404996	3.8664444
1	3.8664444	6.502529694	52.5224490	3.7426396
2	3.7426396	0.972492843	37.1981837	3.7164960
3	3.7164960	0.038668345	34.2570353	3.7153673
4	3.7153673	7.03917E-05	34.1323442	3.7153652
5	3.7153652	2.34742E-10	34.1321166	3.7153652

Raíz
2.630872065
3.715365194

Ejercicio 8:

Encontrar una raíz para:

$$f(x) = 6x^3 - 5x^2 + 7x - 2$$



Derivada: f´(x)=18*(POTENCIA(x,2))-10*x+7

Iteración	x	f(x)	f´(x)	x2
0	0	-2	7.0000000	0.2857143
1	0.2857143	-0.268221574	5.6122449	0.3335065
2	0.3335065	0.000981271	5.6670135	0.3333333
3	0.3333333	3.00449E-08	5.6666667	0.3333333

Raiz	0.333333333
	0.35+0.9682458366i
	0.35-0.9682458366i

Ejercicio 9: Match critico

El número de Match se refiere al cociente de la velocidad de un avión entre la velocidad del sonido. Los aviones subsónicos (que vuelan a números Match menores a 1) experimentan flujo de aire acelerado sobre las superficies de las alas.

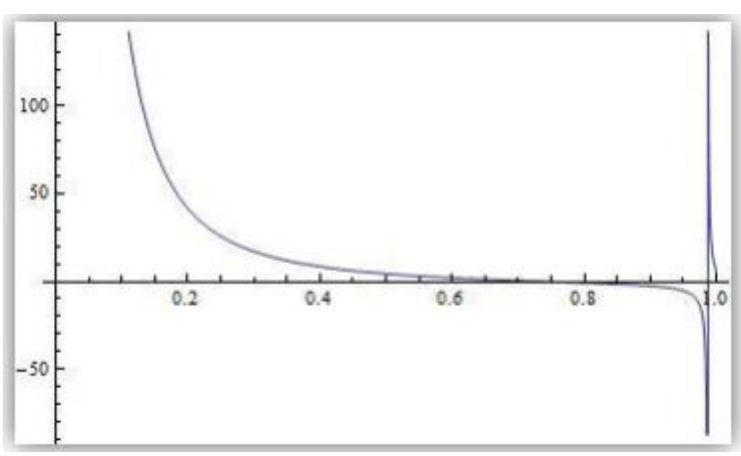
El no. de Match critico es el no. de Match de vuelo al que el flujo de algún punto al ala alcanza la velocidad del sonido. Nums de Match de vuelo de solo 2 al 5% por arriba del crítico producen aumentos significativos en la resistencia del avance

$$f(M)=\frac{\left\{\left[\frac{(2+0.4M^{2})}{2.4}\right]^{3.5}-1\right\}}{0.7M^{2}C_{pi}}-\left\{\sqrt{1-M^{2}}+\frac{\left(\frac{M^{2}C_{pi}}{2}\right)}{1+\sqrt{1-M^{2}}}\right\}^{-1}=0$$

El coeficiente de presión mínimo Cp sobre una superficie aerodinámica se define de modo que sea negativo y corresponda a la máxima velocidad del flujo sobre la superficie aerodinámica. El número de match critico M.

Para una superficie aerodinámica se pueden efectuar pruebas preliminares a bajas velocidades, cuando los efectos de la compresibilidad son insignificantes. Se supondrá que el coeficiente de presión mínimo Cpi se obtiene para flujo incompresible, y se relaciona con Cp.

Para determinar M, la expresión para Cp se sustituye con la relación resultante de la situación anterior, de aquí la ecuación resultante para M es:



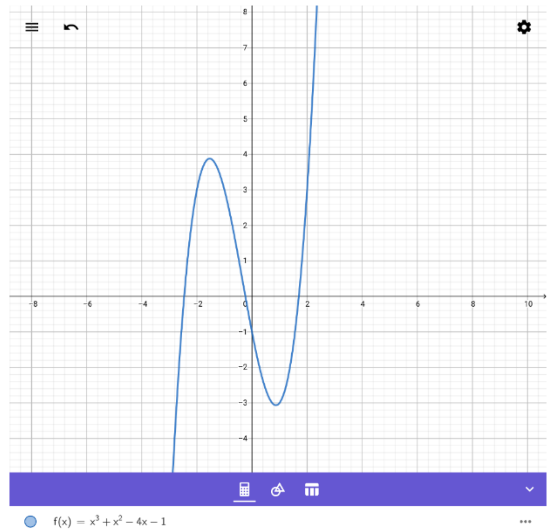
Iteración	x	f(x)	f´(x)	x2	f(x2)
0	0.5	4.380288873	-29.369836	0.649142436	1.24572945327
1	0.649142436	1.245729453	-14.81446113	0.733231181	0.08156275654
2	0.733231181	0.081562757	-11.56891401	0.740281347	-0.00872680076
3	0.740281347	-0.008726801	-11.39174084	0.739515283	0.00106061909
4	0.739515283	0.001060619	-11.4103523	0.739608235	-0.00012723522
5	0.739608235	-0.000127235	-11.40808575	0.739597082	0.00001528783
6	0.739597082	1.52878E-05	-11.40835758	0.739598422	-0.00000183655
7	0.739598422	-1.83655E-06	-11.40832492	0.739598261	0.00000022063
8	0.739598261	2.20631E-07	-11.40832884	0.73959828	-0.00000002651
9	0.73959828	-2.65052E-08	-11.40832837	0.739598278	0.00000000318
10	0.739598278	3.18417E-09	-11.40832843	0.739598278	-0.00000000038
11	0.739598278	-3.8253E-10	-11.40832842	0.739598278	0.00000000005
12	0.739598278	4.59583E-11	-11.40832842	0.739598278	-0.00000000001
13	0.739598278	-5.51936E-12	-11.40832842	0.739598278	0.00000000000

Raíz	0.739598278

Secante

Ejercicio 10:

Resolver por el método de Secante en el intervalo [1,2]



$$f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 1$$

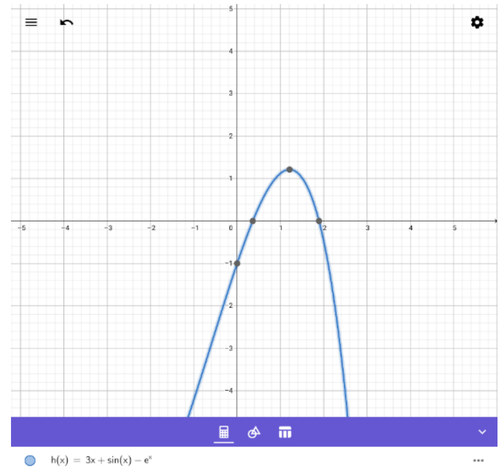
Iteración	x0	X1	f(x0)	f(x1)	X2	f(x2)
0	1	2	-3.0000000	3.0000000	1.5	-1.375
1	2.0000000	1.5	3.0000000	-1.3750000	1.657142857	-0.331731778
2	1.5000000	1.657142857	-1.3750000	-0.3317318	1.707110141	0.060687578
3	1.6571429	1.707110141	-0.3317318	0.0606876	1.69938271	-0.001979204
4	1.7071101	1.69938271	0.0606876	-0.0019792	1.699626766	-1.1152E-05
5	1.6993827	1.699626766	-0.0019792	-0.0000112	1.699628149	2.07004E-09
6	1.6996268	1.699628149	-0.0000112	0.0000000	1.699628148	-8.88178E-16
7	1.6996281	1.699628148	0.0000000	0.0000000	1.699628148	-8.88178E-16

Raíz	1.699626766
	-2.4605049
	-0.239123278

Ejercicio 11:

Resolver por el método de Secante en el intervalo de tu elección, con una tolerancia de 0.0005.

$$f(x) = 3x + sen(x) - e^x$$



Iteración	x0	X1	f(x0)	f(x1)	X2	f(x2)
0	1.5	2	1.0158059	-0.4797587	1.839606168	0.188847201
1	2.0000000	1.839606168	-0.4797587	0.1888472	1.884909279	0.020041716
2	1.8396062	1.884909279	0.1888472	0.0200417	1.890287967	-0.001016006
3	1.8849093	1.890287967	0.0200417	-0.0010160	1.890028453	5.02095E-06
4	1.8902880	1.890028453	-0.0010160	0.0000050	1.890029729	1.2473E-09

Raíz	1.890029729
	0.3604212

Solucion numerica de Ecuaciones

BISECCION

1-Intervalo inicial que encierre la raiz

2-p=|(a+b)/2|

3-Nuevo intervalo p->a o p->b

4-Repetir hasta alcanzar la tolerancia f(p)<tol.

se emplea como parte inicial de otros métodos
se basa en el teorema del punto medio
Su principal desventaja es que converge muy lentamente
Su principal ventaja es que es muy sencillo de programar

POSICION FALSA

Método cerrado de interpolación líneal

Método que se deduce a partir de semejanza de triángulos

NEWTON

Método que se basa en la tangente a la curva en un punto

falla si en algún momento la derivada se hace cero

Es posible obtener raíces complejas

tiene convergencia cuadrática

. Es un método computacionalmente costoso pero muy popular

SECANTE

Método cuyo error es proporcional al producto del error en las dos iteraciones previas

Parte del supuesto de que en un intervalo pequeño la función tiene un comportamiento lineal

Es una alternativa cuando la derivada es difícil de calcular o es muy elaborada

Método que se deduce a partir del triángulo formado por la recta que corta a la curva en dos puntos

Reforzamiento 2

Relaciona los siguientes enunciados de acuerdo a las características de cada método.

Bisección. Método que se emplea como parte inicial de otros métodos

Posición falsa. Método que se deduce a partir de semejanza de triángulos

Bisección. Método que se basa en el teorema del punto medio

Bisección. Su principal desventaja es que converge muy lentamente

Bisección. Su principal ventaja es que es muy sencillo de programar

Posición falsa. Método cerrado de interpolación líneal

La profundidad normal *y* del flujo en un canal rectangular abierto de ancho *w* está relacionada con el caudal *Q*, la pendiente del canal *s* y el coeficiente de fricción de Manning *n* mediante las ecuaciones:

$$y\left(\frac{wy}{w+2y}\right)^{2/3} = c = \frac{nQ}{w\sqrt{s}}$$

Determinar *y* usando el método de bisección y el método de la posición falsa para los datos: $w = 15m$; $Q = 20m^3/s$; $n = 0.015$; $s = 0.001$. Con tolerancia: Para el método de bisección con el error absoluto, menor a 0.0005 y para el método de la secante f(x2) < .0005. Inicia con el intervalo [0,1]
Realiza tus cálculos en Excel con 8 cifras significativas.

Bisección:

a	b	f(a)	f(b)	p	f(p)	Error r
1	2	-3	3	1.5	-1.375	
1.5	2	-1.375	3	1.75	0.421875	0.142857
1.5	1.75	-1.375	0.421875	1.625	-0.568359375	-0.07692
1.625	1.75	-0.568359375	0.421875	1.6875	-0.096923828	0.037037
1.6875	1.75	-0.096923828	0.421875	1.71875	0.156463623	0.018182
1.6875	1.71875	-0.096923828	0.156464	1.703125	0.028278351	-0.00917
1.6875	1.703125	-0.096923828	0.028278	1.6953125	-0.034694195	-0.00461
1.6953125	1.703125	-0.034694195	0.028278	1.69921875	-0.003300965	0.002299
1.69921875	1.703125	-0.003300965	0.028278	1.701171875	0.01246541	0.001148
1.69921875	1.7011719	-0.003300965	0.012465	1.700195313	0.004576405	-0.00057
1.69921875	1.7001953	-0.003300965	0.004576	1.699707031	0.000636266	-0.00029

La raiz es:	1.699707
Error%	0.02872738

P. Falsa:

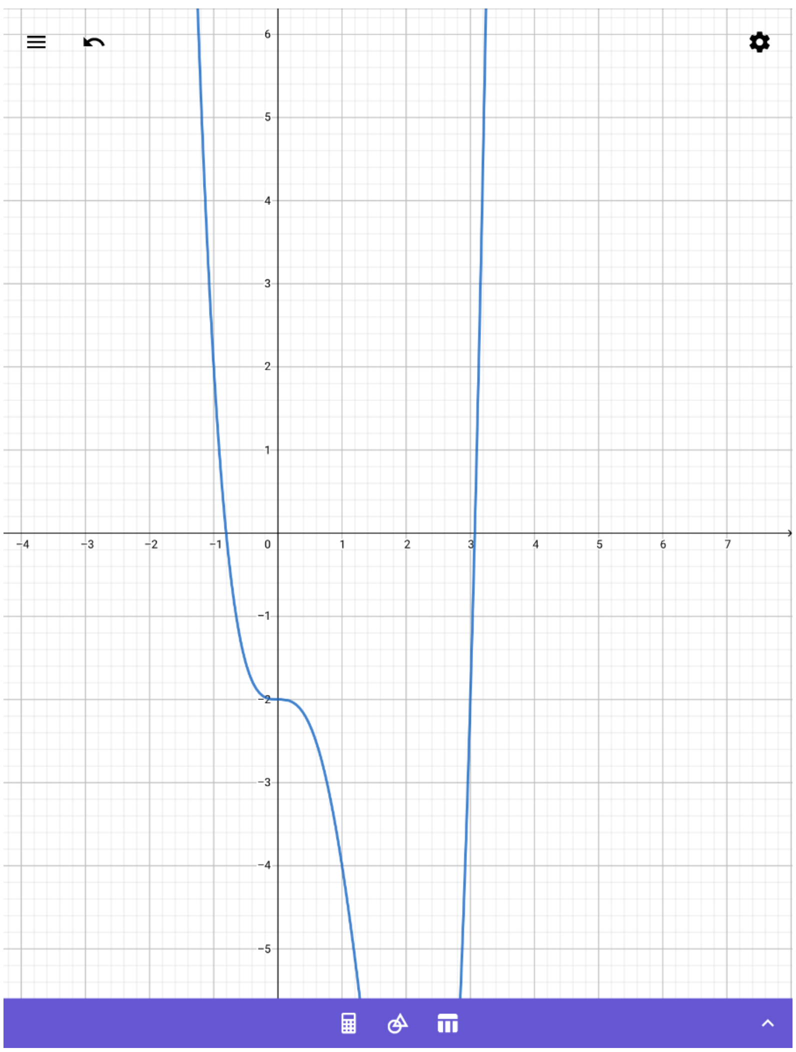
x0	x1	f(x0)	f(x1)	x2	f(x2)	Error r
1	2	-3	3	1.5	-1.375	
1.5	2	-1.375	3	1.657142857	-0.331731778	0.094828
1.657142857	2	-0.331731778	3	1.691280242	-0.066905302	0.020184
1.691280242	2	-0.066905302	3	1.69801504	-0.012994599	0.003966
1.69801504	2	-0.012994599	3	1.699317457	-0.002505284	0.000766
1.699317457	2	-0.002505284	3	1.699568345	-0.000482316	0.000148
1.699568345	2	-0.000482316	3	1.699616639	-9.28296E-05	2.84E-05
1.699616639	2	-9.28296E-05	3	1.699625933	-1.78656E-05	5.47E-06
1.699625933	2	-1.78656E-05	3	1.699627722	-3.43832E-06	1.05E-06
1.699627722	2	-3.43832E-06	3	1.699628066	-6.61719E-07	2.03E-07
1.699628066	2	-6.61719E-07	3	1.699628132	-1.2735E-07	3.9E-08

La raiz es:	1.6996281
Error%	0.00000390

Reforzamiento 3

Sea la función f(x)= $x^4 - 3x^3 - 2$ encontrar las dos raíces reales con un error relativo porcentual del 0.001%

1. Elabora la gráfica con alguna herramienta computacional: Maple, Mathematica, Geogebra o algún graficador de la red.
2. Realiza una hoja de cálculo para resolver la función con los dos métodos, incluye una columna para calcular el error relativo (con la estimación de la raíz). Emplea 8 cifras significativas.
3. Para el método de newton resuelve con x0= -1, 0, 1, 2 y 3; analiza y explica el comportamiento. La gráfica te será de gran ayuda.
4. Para el método de la secante emplea los intervalos [-2, -1], [-1,0], [0,1], [1, 2] y [2,3] .Explica el comportamiento.
5. Finalmente repasa tus apuntes y los recursos de la plataforma porque se incluyen algunas preguntas sobre los métodos.



Newton:

Derivada= 4*(POTENCIA(x,3))-9*(POTENCIA(x,2))

Iteración	x1	f(x)	f´(x)	x2	E. relativo %
1	-1.00000000	2.00000000	-13.00000000	-0.84615385	
2	-0.84615385	0.33010049	-8.86709149	-0.80892625	4.60209994
3	-0.80892625	0.01618023	-8.00657649	-0.80690538	0.25044670
4	-0.80690538	0.00004571	-7.96135912	-0.80689964	0.00071162
5	-0.80689964	0.00000000	-7.96123086	-0.80689964	0.00000001

Iteración	x1	f(x)	f´(x)	x2	E. relativo %
1	0.00000000	-2.00000000	0.00000000	#¡DIV/0!	

Iteración	x1	f(x)	f´(x)	x2	E. relativo %
1	1.00000000	-4.00000000	-5.00000000	0.20000000	
2	0.20000000	-2.02240000	-0.32800000	-5.96585366	103.35241210
3	-5.96585366	1901.74788534	-1169.65526014	-4.33994904	37.46367984
4	-4.33994904	597.99403958	-496.49091791	-3.13550800	38.41294758
5	-3.13550800	187.13602875	-211.78855774	-2.25190961	39.23773792
6	-2.25190961	57.97497906	-91.31847921	-1.61704381	39.26089027
7	-1.61704381	17.52222691	-40.44665937	-1.18382566	36.59475905
8	-1.18382566	4.94123633	-19.24924652	-0.92712801	27.68740078
9	-0.92712801	1.12963846	-10.92380938	-0.82371734	12.55414520
10	-0.82371734	0.13707818	-8.34219503	-0.80728543	2.03545208
11	-0.80728543	0.00307305	-7.96985119	-0.80689985	0.04778592
12	-0.80689985	0.00000166	-7.96123551	-0.80689964	0.00002586
13	-0.80689964	0.00000000	-7.96123085	-0.80689964	0.00000000

Iteración	x1	f(x)	f´(x)	x2	E. relativo %
1	2.00000000	-10.00000000	-4.00000000	-0.50000000	
2	-0.50000000	-1.56250000	-2.75000000	-1.06818182	53.19148936
3	-1.06818182	2.95833538	-15.14434636	-0.87283926	22.38012985
4	-0.87283926	0.57532644	-9.51652002	-0.81238371	7.44174810
5	-0.81238371	0.04399685	-8.08429233	-0.80694145	0.67443111
6	-0.80694145	0.00033283	-7.96216467	-0.80689964	0.00518047
7	-0.80689964	0.00000002	-7.96123091	-0.80689964	0.00000030
8	-0.80689964	0.00000000	-7.96123085	-0.80689964	0.00000000

Iteración	x1	f(x)	f´(x)	x2	E. relativo %
1	3.00000000	-2.00000000	27.00000000	3.07407407	
2	3.07407407	0.15183623	31.14977392	3.06919968	0.15881641
3	3.06919968	0.00068874	30.86740035	3.06917737	0.00072700
4	3.06917737	0.00000001	30.86611082	3.06917737	0.00000002
5	3.06917737	0.00000000	30.86611079	3.06917737	0.00000000

Raiz	3.06917734
	-0.80689964

Secante:

Iteración	x0	x1	f(x0)	f(x1)	x2	f(x2)	E. relativo %
1	-2.00000000	-1.00000000	38.00000000	2.00000000	-0.94444444	1.32288333	
2	-1.00000000	-0.94444444	2.00000000	1.32288333	-0.83590552	0.24047176	12.98459289
3	-0.94444444	-0.83590552	1.32288333	0.24047176	-0.81179219	0.03921875	2.97038216
4	-0.83590552	-0.81179219	0.24047176	0.03921875	-0.80709315	0.00154100	0.58221697
5	-0.81179219	-0.80709315	0.03921875	0.00154100	-0.80690096	0.00001053	0.02381811
6	-0.80709315	-0.80690096	0.00154100	0.00001053	-0.80689964	0.00000000	0.00016385

Iteración	x0	x1	f(x0)	f(x1)	x2	f(x2)	E. relativo %
1	-1.00000000	0.00000000	2.00000000	-2.00000000	-0.50000000	-1.56250000	
2	0.00000000	-0.50000000	-2.00000000	-1.56250000	-2.28571429	61.12036651	78.12500000
3	-0.50000000	-2.28571429	-1.56250000	61.12036651	-0.54451262	-1.42775715	319.77250937
4	-2.28571429	-0.54451262	61.12036651	-1.42775715	-0.58425823	-1.28515185	6.80274664
5	-0.54451262	-0.58425823	-1.42775715	-1.28515185	-0.94244365	1.30013472	38.00603067
6	-0.58425823	-0.94244365	-1.28515185	1.30013472	-0.76231302	-0.33330961	23.62948395
7	-0.94244365	-0.76231302	1.30013472	-0.33330961	-0.79906926	-0.06165769	4.59988158
8	-0.76231302	-0.79906926	-0.33330961	-0.06165769	-0.80741194	0.00408142	1.03326187
9	-0.79906926	-0.80741194	-0.06165769	0.00408142	-0.80689398	-0.00004508	0.06419136
10	-0.80741194	-0.80689398	0.00408142	-0.00004508	-0.80689964	-0.00000003	0.00070126

Iteración	x0	x1	f(x0)	f(x1)	x2	f(x2)	E. relativo %
1	0.00000000	1.00000000	-2.00000000	-4.00000000	-1.00000000	2.00000000	
2	1.00000000	-1.00000000	-4.00000000	2.00000000	-0.33333333	-1.87654321	200.00000000
3	-1.00000000	-0.33333333	2.00000000	-1.87654321	-0.65605096	-0.96765477	49.19093851
4	-0.33333333	-0.65605096	-1.87654321	-0.96765477	-0.99963465	1.99525239	34.37092658
5	-0.65605096	-0.99963465	-0.96765477	1.99525239	-0.76826183	-0.29128813	30.11640175
6	-0.99963465	-0.76826183	1.99525239	-0.29128813	-0.79773699	-0.07201311	3.69484731
7	-0.76826183	-0.79773699	-0.29128813	-0.07201311	-0.80741706	0.00412231	1.19889373
8	-0.79773699	-0.80741706	-0.07201311	0.00412231	-0.80689294	-0.00005334	0.06495555
9	-0.80741706	-0.80689294	0.00412231	-0.00005334	-0.80689964	-0.00000004	0.00082971

Iteración	x0	x1	f(x0)	f(x1)	x2	f(x2)	E. relativo %
1	1.00000000	2.00000000	-4.00000000	-10.00000000	0.33333333	-2.09876543	
2	2.00000000	0.33333333	-10.00000000	-2.09876543	-0.10937500	-1.99593157	404.76190476
3	0.33333333	-0.10937500	-2.09876543	-1.99593157	-8.70202612	7709.20432913	98.74310881
4	-0.10937500	-8.70202612	-1.99593157	7709.20432913	-0.11159908	-1.99567521	7697.57856999
5	-8.70202612	-0.11159908	7709.20432913	-1.99567521	-0.11382230	-1.99540827	1.95323851
6	-0.11159908	-0.11382230	-1.99567521	-1.99540827	-16.73323100	92454.53630341	99.31978287
7	-0.11382230	-16.73323100	-1.99540827	92454.53630341	-0.11418099	-1.99536419	14555.00664411
8	-16.73323100	-0.11418099	92454.53630341	-1.99536419	-0.11453965	-1.99531983	0.31313738
9	-0.11418099	-0.11453965	-1.99536419	-1.99531983	-16.24652288	82532.12655379	99.29498975
10	-0.11453965	-16.24652288	-1.99531983	82532.12655379	-0.11492965	-1.99527127	14036.05830801
11	-16.24652288	-0.11492965	82532.12655379	-1.99527127	-0.11531964	-1.99522237	0.33817571
12	-0.11492965	-0.11531964	-1.99527127	-1.99522237	-16.02788551	78344.43224530	99.28050624
13	-0.11531964	-16.02788551	-1.99522237	78344.43224530	-0.11572488	-1.99517120	13749.99141811

Iteración	x0	x1	f(x0)	f(x1)	x2	f(x2)	E. relativo %
1	2.00000000	3.00000000	-10.00000000	-2.00000000	3.25000000	6.58203125	
2	3.00000000	3.25000000	-2.00000000	6.58203125	3.05826127	-0.33350634	6.26953416
3	3.25000000	3.05826127	6.58203125	-0.33350634	3.06750799	-0.05144667	0.30144099
4	3.05826127	3.06750799	-0.33350634	-0.05144667	3.06919456	0.00053070	0.05495153
5	3.06750799	3.06919456	-0.05144667	0.00053070	3.06917734	-0.00000083	0.00056107

Raiz	3.069177337
	-0.806899642

Las siguientes preguntas se refieren a la naturaleza de los métodos, relaciona según corresponda.

Newton. Método que se basa en la tangente a la curva en un punto

Newton. Este método falla si en algún momento la derivada se hace cero

Newton. Es posible obtener raíces complejas con este método

Secante Método cuyo error es proporcional al producto del error en las dos iteraciones previas

Newton. Método que tiene convergencia cuadrática

Secante. Parte del supuesto de que en un intervalo pequeño la función tiene un comportamiento lineal

Secante. Es una alternativa cuando la derivada es difícil de calcular o es muy elaborada

Secante. Método que se deduce a partir del triángulo formado por la recta que corta a la curva en dos puntos

Newton. Es un método computacionalmente costoso pero muy popular

Solución de sistemas de ecuaciones lineales

Condiciones para la existencia de la solución de un sistema de ecuaciones

Ejercicio 1:

Obtén el determinante de la siguiente matriz

A=

1	2	-2	0
-3	-2	0	1
3	2	1	-1
2	-2	1	4

				Det
A11=	-2	0	1	-6
	2	1	-1	
	-2	1	4	
A12=	-3	0	1	-14
	3	1	-1	
	2	1	4	
A13=	-3	-2	1	0
	3	2	-1	
	2	-2	4	
A14=	-3	-2	0	-10
	3	2	1	
	2	-2	1	
A21=	2	-2	0	22
	2	1	-1	
	-2	1	4	
A22=	1	-2	0	33
	3	1	-1	
	2	1	4	
A23=	1	2	0	-22
	3	2	-1	
	2	-2	4	

$$A24= \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix} \qquad 22$$

$$A31= \begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 4 \end{vmatrix} \qquad -14$$

$$A32= \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \end{vmatrix} \qquad -29$$

$$A33= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -3 & -2 & 1 \\ 2 & -2 & 4 \end{vmatrix} \qquad 22$$

$$A34= \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -3 & -2 & 0 \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix} \qquad -16$$

$$A41= \begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} \qquad -2$$

$$A42= \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix} \qquad -1$$

$$A43= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -3 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix} \qquad 0$$

$$A44= \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -3 & -2 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} \qquad 4$$

$$\text{Menores} \qquad \begin{array}{|rrrr|} \hline -6 & -14 & 0 & -10 \\ 22 & 33 & -22 & 22 \\ -14 & -29 & 22 & -16 \\ -2 & -1 & 0 & 4 \\ \hline \end{array}$$

Cofactores

-6	14	0	10
-22	33	22	22
-14	29	22	16
2	-1	0	4

Adjunta

-6	-22	-14	2
14	33	29	-1
0	22	22	0
10	22	16	4

Det= 22

Inversa

-0.27	-1	-0.64	0.091
0.636	1.5	1.318	-0.05
0	1	1	0
0.455	1	0.727	0.182

Ejercicio 2:

Obtener la matriz de menores, cofactores, determinante, adjunta e inversa de:

$$A=\begin{vmatrix} 2 & 3 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 3 & -3 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

Det

$$A11=\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -3 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \end{vmatrix} \qquad 2$$

$$A12=\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} \qquad -12$$

$$A13=\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix} \qquad 2$$

$$A14=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 3 & -3 & 1 \\ 2 & -2 & 3 \end{vmatrix} \qquad -14$$

$$A21=\begin{vmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -3 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \end{vmatrix} \qquad -13$$

$$A22=\begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} \qquad -12$$

$$A23=\begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 3 & -3 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix} \qquad 5$$

$$A24=\begin{vmatrix} 2 & 3 & -2 \end{vmatrix} \qquad -35$$

$$\begin{vmatrix} 3 & -3 & 1 \\ 2 & -2 & 3 \end{vmatrix}$$

A31= $$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 3 & 1 \end{vmatrix} \quad 7$$

A32= $$\begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} \quad 12$$

A33= $$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix} \quad -11$$

A34= $$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 3 \end{vmatrix} \quad 5$$

A41= $$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ -3 & 1 & 2 \end{vmatrix} \quad 1$$

A42= $$\begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} \quad 12$$

A43= $$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 2 \end{vmatrix} \quad -17$$

A44= $$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & -3 & 1 \end{vmatrix} \quad 11$$

Menores

2	-12	2	-14
-13	-12	5	-35
7	12	-11	5
1	12	-17	11

Cofactores

2	12	2	14
13	-12	-5	-35
7	-12	-11	-5
-1	12	17	11

Adjunta

2	13	7	-1
12	-12	-12	12
2	-5	-11	17
14	-35	-5	11

Det= 36

Inversa

0.056	0.361	0.194	-0.03
0.333	-0.33	-0.33	0.333
0.056	-0.14	-0.31	0.472
0.389	-0.97	-0.14	0.306

Métodos directos

Ejercicio 3:

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones por método de Gauss, obtener antes el determinante sin hacer intercambio de renglones

4x1-2x2+x3=15
-3x1-x2+4x3=8
x1-x2+3x3=13

4	-2	1	15
-3	-1	4	8
1	-1	3	13

3/4R1 + R2

4	-2	1	15
0	-5/2	15/4	77/4
1	-1	3	13

-1/4R1 + R3

4	-2	1	15
0	-5/2	15/4	77/4
0	-1/2	11/4	37/4

-1/5R2 + R3

4	-2	1	15
0	-5/2	15/4	77/4
0	0	-9/5	27/5

det= 4(-5/2)(9/5)=-18

$$x3 = \frac{27}{5}\left(\frac{5}{9}\right) = 3$$

$$x2 = \left(\frac{77}{4} - \left(\frac{19}{4}\right)(3)\right)\frac{-2}{5} = -2$$

$$x1 = \left(15 - 3 + 2(2)\right)\frac{1}{4} = 2$$

$$X = \begin{matrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{matrix}$$

Inversión de matrices

Ejercicio 4:

Obtén la inversa por el método de Gauss-Jordan

1	1	1	1	1	0	0	0	-R1 + R2
1	-2	-1	2	0	1	0	0	-R1 + R3
1	-1	2	1	0	0	1	0	-R1 + R4
1	3	3	2	0	0	0	1	

1	1	1	1	1	0	0	0	-1/3 R2
0	-3	-2	1	-1	1	0	0	
0	-2	1	0	-1	0	1	0	
0	2	2	1	-1	0	0	1	

1	1	1	1	1	0	0	0	2R2 + R3
0	1	2/3	-1/3	1/3	-1/3	0	0	-2R2 + R4
0	-2	1	0	-1	0	1	0	
0	2	2	1	-1	0	0	1	

1	1	1	1	1	0	0	0	3/7 R3
0	1	2/3	-1/3	1/3	-1/3	0	0	
0	0	7/3	-2/3	-1/3	-2/3	1	0	
0	0	2/3	5/3	-5/3	2/3	0	1	

1	1	1	1	1	0	0	0	-2/3R3 + R4
0	1	2/3	-1/3	1/3	-1/3	0	0	
0	0	1	-2/7	-1/7	-2/7	3/7	0	
0	0	2/3	5/3	-5/3	2/3	0	1	

1	1	1	1	1	0	0	0	7/3 R4
0	1	2/3	-1/3	1/3	-1/3	0	0	
0	0	1	-2/7	-1/7	-2/7	3/7	0	
0	0	0	13/7	-11/7	6/7	-2/7	1	

1	1	1	1	1	0	0	0	2/7R4 + R3
0	1	2/3	-1/3	1/3	-1/3	0	0	1/3R4 + R2
0	0	1	-2/7	-1/7	-2/7	3/7	0	
0	0	0	1	-11/13	6/13	-2/13	7/13	

1	1	1	1	1	0	0	0	-1R4 + R1
0	1	2/3	0	2/39	-7/39	-2/39	7/39	-2/3R3 + R2
0	0	1	0	-5/13	-2/13	5/13	2/13	
0	0	0	1	-11/13	6/13	-2/13	7/13	

1	1	1	0	24/13	-6/13	2/13	-7/13	-1R3 + R1
0	1	0	0	4/13	-1/13	-4/13	1/13	
0	0	1	0	-5/13	-2/13	5/13	2/13	
0	0	0	1	-11/13	6/13	-2/13	7/13	

1	1	0	0	29/13	-4/13	-3/13	-9/13	-1R2 + R1
0	1	0	0	4/13	-1/13	-4/13	1/13	
0	0	1	0	-5/13	-2/13	5/13	2/13	
0	0	0	1	-11/13	6/13	-2/13	7/13	

1	0	0	0	25/13	-3/13	1/13	-10/13
0	1	0	0	4/13	-1/13	-4/13	1/13
0	0	1	0	-5/13	-2/13	5/13	2/13
0	0	0	1	-11/13	6/13	-2/13	7/13

Ejercicio 5:

Redondeando a 3 cifras sin intercambio de renglones y después empleando pivoteo

0.003x1+59.14x2=59.17
5.291x1-61.3x2=46.78

Sin pivoteo:

0.003	59.14	59.17	R1/.003
5.291	-61.3	46.78	R1(-5.291)+R2

1	19713.333	19723.333	R2/-104364.544
0	- 104364.544	- 104309.374	R2(-19713.333)+R1

1	0	29.714	Sin pivoteo la solución es
0	1	0.999	x1=29.714

x2=0.999

Con pivoteo:

5.291	-61.3	46.78	R1/5.291
0.003	59.14	59.17	R1(-0.003)+R2

1	-11.585	8.841	R2/59.174
0	59.174	59.143	R2(11.585)+R1

1	0	20.414	Con pivoteo la solución es
0	1	0.999	x1=20.414

x2=0.999

Ejercicio 6:

Deduce las fórmulas para la sustitución hacia atrás

Desde el caso de 3x3

$$
\begin{matrix}
a11 & a12 & a13 & & c1 \\
a21 & a22 & a23 & & c2 \\
a31 & a32 & a33 & & c3
\end{matrix}
$$

$$x3 = \frac{c3}{a33}$$

$$x2 = \frac{c2 - (a23)(x3)}{a22}$$

$$x1 = \frac{c1 - (a13)(x3) - (a12)(x2)}{a11}$$

Para el caso nxn:

La sumatoria desde j=i+1 hasta n

$$xi = \frac{ci + \sum (-aij)(xj)}{aii}$$

Ejercicio 7:

Obtener la inversa por el método del intercambio

	x1	x2	x3	x4
b1	1	1	1	1
b2	1	-2	-1	2
b3	1	-1	2	1
b4	1	3	3	2

	x1	b4	x3	x4
b1	2/3	1/3	0	1/3
b2	5/3	-2/3	1	10/3
b3	4/3	-1/3	3	5/3
x2	-1/3	1/3	-1	-2/3

	x1	b4	x3	b2
b1	1/2	2/5	-1/10	1/10
x4	-1/2	1/5	-3/10	3/10
b3	1/2	0	5/2	1/2
x2	0	1/5	-4/5	-1/5

	x1	b4	b3	b2
b1	13/25	2/5	-1/25	3/25
x4	-11/25	1/5	-3/25	9/25
x3	-1/5	0	2/5	-1/5
x2	4/25	1/5	-8/25	-1/25

	b1	b4	b3	b2
x1	25/13	-10/13	1/13	-3/13
x4	-11/13	7/13	-2/13	6/13
x3	-5/13	2/13	5/13	-2/13
x2	4/13	1/13	-4/13	-1/13

inversa=	25/13	-3/13	1/13	-10/13
	4/13	-1/13	-4/13	1/13
	-5/13	-2/13	5/13	2/13
	-11/13	6/13	-2/13	7/13

Ejercicio 8:

Obtener la inversa por el método del intercambio

	x1	x2	x3	x4
b1	1	2	-1	0
b2	2	1	0	-1
b3	-2	-2	2	3
b4	-1	3	-2	4

	x1	x2	x3	b4
b1	1	2	-1	0
b2	7/4	7/4	-1/2	-1/4
b3	-5/4	-17/4	7/2	3/4
x4	1/4	-3/4	2/4	1/4

	x1	b3	x3	b4
b1	7/17	-8/17	11/17	6/17
b2	21/17	-7/17	16/17	1/17
x2	-5/17	-4/17	14/17	3/17
x4	8/17	3/17	-2/17	2/17

	b2	b3	x3	b4
b1	1/3	-1/3	1/3	1/3
x1	17/21	1/3	-16/21	-1/21
x2	-5/21	-1/3	22/21	4/21
x4	8/21	1/3	-10/21	2/21

	b2	b3	b1	b4
x3	-1	1	3	-1
x1	6/7	-3/7	-16/7	5/7
x2	-9/7	5/7	22/7	-6/7
x4	6/7	-1/7	-10/7	4/7

inversa=	-16/7	11/7	-3/7	5/7
	22/7	-9/7	5/7	-6/7
	3	-1	1	-1
	-10/7	6/7	-1/7	4/7

Matrices particionadas

Ejercicio 9:

Resuelve por el método de partición de matrices

A=								
	-4/5	-1	0	0	0	0	0	0
	3/5	0	0	0	0	0	0	0
	4/5	0	-4/5	-4/5	0	0	0	0
	-3/5	0	3/5	-3/5	0	0	0	0
	0	1	0	4/5	0	-1	0	0
	0	0	0	3/5	1	0	0	0
	0	0	4/5	0	0	0	-1	0
	0	0	-3/5	0	-1	0	0	1

b=	
	5
	3
	2
	1
	0
	9
	1
	-3

-1	-4/5	5	->	-4/5	-1	5	->	1	4/5	-5		x1=5
0	3/5	3		3/5	0	3		0	1	5		x2=-9

-4/5	-4/5	2-	(4/5)(5)	->	-4/5	-4/5	-2	->	-4	-4	-10	->		
3/5	-3/5	1+	(3/5)(5)		3/5	-3/5	4		3	-3	20			

1	1	5/2	->	1	1	5/2	->	1	0	55/12		x3=55/12
1	-1	20/3		0	-2	25/6		0	1	-25/12		x4=-25/12

0	-1	0+9+	(4/5)	(25/12)	->	0	-1	32/3	x5=41/4
1	0	9+	(3/5)	(25/12)		1	0	41/4	x6=-32/3

-1	0	1-	(4/5)	(55/12)		->	-1	0	8/3	x7=8/3
0	1	-3 +	(3/5)	(55/12)	+41/14		0	1	10	x8=10

Ejercicio 10:

Resolver el siguiente sistema con el método de Gauss-Jordan haciendo particiones

$$A=\begin{bmatrix} 20 & -1 & -10 & 3 \\ 0 & -13 & 0 & 1 \\ 5 & 5 & 21 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 8 \end{bmatrix} \quad b=\begin{bmatrix} 6 \\ 12 \\ 8 \\ -5 \end{bmatrix}$$

a11 inversa= $1/260 \begin{bmatrix} 13 & 1 \\ 0 & -20 \end{bmatrix}$

a12= $1/260 \begin{bmatrix} 13 & 1 \\ 0 & -20 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 10 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 1/26 \begin{bmatrix} 13 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$

b1= $1/260 \begin{bmatrix} 13 & 1 \\ 0 & -20 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 6 \\ 12 \end{bmatrix} = 1/26 \begin{bmatrix} 9 \\ -24 \end{bmatrix}$

a22= $\begin{bmatrix} 21 & 3 \\ 3 & 8 \end{bmatrix} -1/26 \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -13 & 4 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = 1/26 \begin{bmatrix} 611 & 68 \\ 78 & 208 \end{bmatrix}$

b2= $\begin{bmatrix} 18 \\ -5 \end{bmatrix} -1/26 \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 9 \\ -24 \end{bmatrix} = 1/26 \begin{bmatrix} 543 \\ -130 \end{bmatrix}$

a22 inversa= $1/4684 \begin{bmatrix} 208 & -68 \\ -78 & 611 \end{bmatrix}$

c2= $1/4684 \begin{bmatrix} 208 & -68 \\ -78 & 611 \end{bmatrix} * 1/26 \begin{bmatrix} 543 \\ -130 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

c1= $1/26 \begin{bmatrix} 9 \\ -24 \end{bmatrix} -1/26 \begin{bmatrix} -13 & 4 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

x $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

Métodos iterativos

Ejercicio 11:

1. Calcula las tres normas del siguiente Vector
   X=(1.25, 0.02, -5.15, 0)

   $||x_1||$= 6.42
   $||x_2||$= 5.29996
   $||x_\infty||$= 5.15

2. Obtener l_2 y l_∞ para los vectores

$$\begin{matrix} 2 & \quad & 1 \\ 3 & \quad & 8 \\ 5 & \quad & 5 \end{matrix}$$

$$L = \begin{matrix} 1 \\ -5 \\ 0 \end{matrix}$$

$||l_1||$= 6
$||l_2||$= $\sqrt{26}$
$||l_\infty||$= 5

Ejercicio 12:

Resuelve por el Método de Jacobi

10	-1	2	0
-1	11	-1	3
2	-1	10	-1
0	3	-1	8

x1=		x2/10	-2x3/10		6/10
x2=	x1/11		-X3/11	-3x4/11	25/11
x3=	-2x1/10	x2/10		x4/10	-11/10
x4=		-3x2/8	x3/8		15/8

x0	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9
0.000000	0.600000	1.047273	0.932636	1.015199	0.988991	1.003199	0.998128	1.000625	0.999674
0.000000	2.272727	1.715909	2.053306	1.953696	2.011415	1.992241	2.002307	1.998670	2.000448
0.000000	-1.100000	-0.805227	-1.049341	-0.968109	-1.010286	-0.994522	-1.001972	-0.999036	-1.000369
0.000000	1.875000	0.885227	1.130881	0.973843	1.021351	0.994434	1.003594	0.998888	1.000619

Error	x1-x0	x2-x1	x3-x2	x4-x3	x5-x4	x6-x5	x7-x6	x8-x7	x9-x8
	0.600000	0.447273	-0.114636	0.082562	-0.026207	0.014207	-0.005070	0.002497	-0.000951
	2.272727	-0.556818	0.337397	-0.099610	0.057719	-0.019173	0.010066	-0.003637	0.001777
	-1.100000	0.294773	-0.244114	0.081232	-0.042177	0.015764	-0.007450	0.002937	-0.001334
	1.875000	-0.989773	0.245653	-0.157038	0.047508	-0.026917	0.009161	-0.004706	0.001731

X9
0.999674
2.000448
-1.000369
1.000619

Ejercicio 13:

Resolver el siguiente sistema por Jacobi

2x1-x2+10x3-x4=13
-x1+8x2-x3+3x4=24
2x1+3x2-x3+8x4=26
9x1-x2+2x3-2x4=-13

9	-1	2	-2	-13
-1	8	-1	3	24
2	-1	10	-1	13
2	3	-1	8	26

x1=		x2/9	-2x3/9	2x4/9	-13/9
x2=	x1/8		X3/8	-3x4/8	24/8
x3=	-2x1/10	x2/10		x4/10	13/10
x4=	-2x1/8	-3x2/8	x3/8		26/8

x0	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9
0.000000	-1.333333	-0.566667	-1.040509	-0.831944	-0.918327	-0.878924	-0.894857	-0.887693	-0.890649
0.000000	3.000000	1.777083	2.220313	1.976870	2.058832	2.015677	2.031498	2.023895	2.026904
0.000000	1.300000	2.191667	1.853125	2.030055	1.954991	1.986590	1.972542	1.978339	1.975775
0.000000	3.250000	2.620833	2.999219	2.909151	2.970417	2.951893	2.962176	2.958470	2.960255

Error	x1-x0	x2-x1	x3-x2	x4-x3	x5-x4	x6-x5	x7-x6	x8-x7	x9-x8
	-1.333333	0.766667	-0.473843	0.208565	-0.086382	0.039402	-0.015933	0.007165	-0.002957
	3.000000	-1.222917	0.443229	-0.243443	0.081962	-0.043156	0.015821	-0.007604	0.003010
	1.300000	0.891667	-0.338542	0.176930	-0.075064	0.031599	-0.014048	0.005797	-0.002564
	3.250000	-0.629167	0.378385	-0.090068	0.061266	-0.018523	0.010283	-0.003706	0.001785

x9
-0.890649
2.026904
1.975775
2.960255

Ejercicio 14:

Resolver el siguiente sistema por Seidel

10x1-x2+2x3=6

-x1+11x2-x3+3x4=25

2x1-x2+10x3-x4=-11

3x2-x3+8x4=15

10	-1	2	0	6
-1	11	-1	3	25
2	-1	10	-1	-11
0	3	-1	8	15

x1=		x2/10	-2x3/10		0	6/10
x2=	x1/11		x3/11	-3x4/11		25/11
x3=	-2x1/10	x2/10		x4/10		-11/10
x4=	0	-3x2/8	x3/8			15/8

x0	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8
0.000000	0.600000	1.030182	1.006585	1.000861	1.000091	1.000008	1.000001	1.000000
0.000000	2.327273	2.036938	2.003555	2.000298	2.000021	2.000001	2.000000	2.000000
0.000000	-0.987273	-1.014456	-1.002527	-1.000307	-1.000031	-1.000003	-1.000000	-1.000000
0.000000	0.878864	0.984341	0.998351	0.999850	0.999988	0.999999	1.000000	1.000000

x1-x0	x2-x1	x3-x2	x4-x3	x5-x4	x6-x5	x7-x6	x8-x7
0.600000	0.430182	-0.023597	-0.005724	-0.000770	-0.000083	-0.000008	-0.000001
2.327273	-0.290335	-0.033383	-0.003257	-0.000277	-0.000020	-0.000001	0.000000
-0.987273	-0.027183	0.011929	0.002220	0.000276	0.000028	0.000003	0.000000
0.878864	0.105478	0.014010	0.001499	0.000138	0.000011	0.000001	0.000000

x8
1.000000
2.000000
-1.000000
1.000000

Ejercicio 15:

Resolver el siguiente sistema por el método de Relajación

10x1-x2+2x3=6
-x1+11x2-x3+3x4=25
2x1-x2+10x3-x4=-11
3x2-x3+8x4=15

r1=	-x1	x2/10	-x3/10		6/10
r2=	x1/10	-x2	x3/11	-3x4/11	25/11
r3=	-2x1/10	x2/10	-x3	x4/10	-11/10
r4=	0	-3x2/8	x3/8	-x4	15/8

x1	x2	x3	x4	r1	r2	r3	r4
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.600000	2.272730	-1.100000	1.875000
	2.272730			0.227273	-2.272730	0.227273	-0.852274
				0.827273	0.000000	-0.872727	1.022726
			1.022726	0.000000	-0.278925	0.102273	-1.022726
				0.827273	-0.278925	-0.770454	0.000000
0.827273				-0.827273	0.082727	-0.165455	0.000000
				0.000000	-0.196198	-0.935909	0.000000
		-0.935909		0.093591	-0.085083	0.935909	-0.116989
				0.093591	-0.288800	0.000000	-0.116989
	-0.288800			-0.028880	0.288800	-0.028880	0.108300
				0.158300	0.000000	-0.028880	-0.008689
0.158300				-0.158300	0.015830	-0.031660	0.000000
				0.000000	0.015830	-0.060540	-0.008689
		-0.060540		0.012110	-0.005504	0.060540	-0.007568
				0.012110	0.010326	0.000000	-0.016256
			-0.016256	0.000000	0.004433	-0.001626	0.016256
				0.012110	0.013320	-0.001626	0.000000
Resultado							
0.985573	1.983930	-0.996449	1.006470				

Ejercicio 16:

Resolver el siguiente sistema por el método de Relajación

r1=	-x1	-x2 /8	-3x3/8	2x4/8	2/8
r2=	-4x1/10	-x2	-2x3/10	x4/10	17/10
r3=	0	x2/8	-x3	2x4/8	-24/10
r4=	-x1/6	2x2/6	-3x3/6	-x4	9/6

x1	x2	x3	x4	r1	r2	r3	r4
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.250000	1.700000	-2.400000	1.500000
		-2.400000		0.900000	0.480000	2.400000	1.200000
				1.150000	2.180000	0.000000	2.700000
			2.700000	0.675000	0.270000	0.675000	-2.700000
				1.825000	2.450000	0.675000	0.000000
	2.450000			-0.306250	-2.450000	0.306250	0.816667
				1.518750	0.000000	0.981250	0.816667
1.518750				-1.518750	-0.607500	0.000000	-0.253125
				0.000000	-0.288800	0.981250	0.563542
		0.981250		-0.367969	-0.196250	-0.981250	-0.490625
				0.158300	-0.485050	0.000000	0.072917
	-0.485050			0.060631	0.485050	-0.060631	-0.161683
				0.218931	0.000000	-0.060631	-0.088767
0.218931				-0.218931	-0.087573	0.000000	0.036489
				0.000000	-0.087573	-0.060631	-0.052278
	-0.087573			0.010947	0.087573	-0.010947	-0.029191
				0.010947	0.013320	-0.071578	-0.081469
Resultado							
1.737681	1.877378	-1.418750	2.700000				

Ejercicio 17:

Resolver el siguiente sistema por los tres métodos,, mínimo 3 iteraciones

$$\left|\begin{array}{cccc|c} 8 & 1 & 3 & -2 & -2 \\ 4 & 10 & 2 & -1 & 17 \\ 0 & -1 & 8 & -2 & -24 \\ 1 & -2 & 3 & 6 & 9 \end{array}\right.$$

Jacobi:

x1=		-x2/8	-3x3/8	2x4/8	-2/8
x2=	-4x1/10		-2x3/10	x4/10	17/10
x3=	0	x2/8		2x4/8	-24/8
x4=	x1/6	2x2/6	-3x3/6		9/6

x0	x1	x2	x3	x4	x5
0.000000	-0.250000	1.037500	1.217188	1.092292	1.010143
0.000000	1.700000	2.550000	2.120000	1.946042	1.954578
0.000000	-3.000000	-2.412500	-1.800000	-1.802708	-1.929362
0.000000	1.500000	3.525000	3.729167	3.309531	3.232083

	x1-x0	x2-x1	x3-x2	x4-x3	x5-x4
	-0.250000	1.287500	0.179688	-0.124896	-0.082148
	1.700000	0.850000	-0.430000	-0.173958	0.008536
	-3.000000	0.587500	0.612500	-0.002708	-0.126654
	1.500000	2.025000	0.204167	-0.419635	-0.077448

x5
1.010143
1.954578
-1.929362
3.232083

Seidel:

x0	x1	x2	x3	x4	x5
0.000000	-0.250000	1.427083	1.042405	1.040978	1.048692
0.000000	1.800000	2.028750	1.995685	1.995354	1.996113
0.000000	-2.775000	-1.884948	-1.911397	-1.926916	-1.924968
0.000000	3.445833	3.356571	3.294661	3.302072	3.302637

	x1-x0	x2-x1	x3-x2	x4-x3	x5-x4
	-0.250000	1.677083	-0.384679	-0.001426	0.007714
	1.800000	0.228750	-0.033065	-0.000331	0.000759
	-2.775000	0.890052	-0.026449	-0.015519	0.001948
	3.445833	-0.089262	-0.061910	0.007412	0.000565

x5
1.048692
1.996113
-1.924968
3.302637

Relajación:

x1	x2	x3	x4	r1	r2	r3	r4
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.250000	1.700000	-3.000000	1.500000
		-3.000000		1.125000	0.600000	3.000000	1.500000
				0.875000	2.300000	0.000000	3.000000
			3.000000	0.750000	0.300000	0.750000	-3.000000
				1.625000	2.600000	0.750000	0.000000
	2.600000			0.325000	-2.600000	0.325000	0.866600
				1.950000	0.000000	1.075000	0.866600
0.000000	2.600000	-3.000000	3.000000				

Conclusión:

X1 converge en 1

X2 converge en 2

x3 converge en -3

x4 converge en 3

Reforzamiento 4

1.Sistema de ecuaciones con solución única.

Sistema determinado

2. Sistema de ecuaciones que no admite solución.

Sistema incompatible

3. Método que obtiene la solución del sistema después de un número finito de operaciones

Métodos directos

4. No es una característica de un sistema no singular:

Rango de la matriz menor a la dimensión de la misma

5.La matriz de cofactores está dada por

(-1)i+jMi j

6. El determinante, la matriz inversa y la adjunta tienen propiedades y características importantes de tomar en cuenta al momento de programar un método para solución de sistemas de ecuaciones

Det(A) / Adj(A): Inversa de A

Método recursivo para la obtención del determinante: Método por cofactores

Método formal para el cálculo de la matriz inversa: Método de la matriz adjunta

Al intercambiar dos renglones o columnas de una matriz: El determinante cambia de signo

i j-ésimo menor multiplicado por (-1)i+j.: Cofactor

I Det(A) = A Adj(A)

Permite determinar la existencia y unicidad de la solución de los sistemas de ecuaciones lineales: Determinantes

Cuando la forma triangular asociada no tiene ningún cero en la diagonal: Sistema consistente

[Det(A)]n Det(A Adj(A))

Si algún renglón o columna de la matriz A es multiplicada por k, det(A) está dado por: el determinante de la matriz resultante dividido entre k

Determinante de la submatriz resultante de eliminar el renglón i y la columna j.: Menor

Transpuesta de la matriz de cofactores: Matriz Adjunta

Matriz que no tiene inversa: Matriz Singular

7. Los métodos para solución de sistemas de ecuaciones se clasifican en métodos directos y métodos iterativos, asocia algunas de sus principales características.

Métodos directos. Se recomiendan para matrices pequeñas

Métodos iterativos. Estos métodos sacan ventaja de las matrices con muchos ceros ya que éstos se conservan durante el proceso iterativo.

Métodos iterativos. Inician con una aproximación inicial a la solución

Métodos directos. No se recomiendan para sistemas mal condicionados por ser sensibles a los errores de redondeo

Métodos directos. La eliminación gaussiana es el esquema básico de estos métodos y de él se derivan los otros métodos

Métodos iterativos. Se emplean para resolver sistemas porosos, bandados y grandes

Métodos directos. La solución se obtiene después de un número definido de operaciones

Métodos iterativos. El método de Relajación es un ejemplo de estos métodos

Métodos directos. Las técnicas de pivoteo se aplican en estos métodos para mejorar las aproximaciones

Métodos iterativos. Transforman el sistema de la forma Ax = b en x = Tx + C, lo cual los hace autocorrectivos

Métodos iterativos. Es necesario que las matrices sean dominantes diagonalmente para poder aplicarlos

Métodos directos. El método de Intercambio es un ejemplo de estos métodos

Reforzamiento 5

En el siguiente cuestionario repasaras los conceptos sobre solución de sistemas de ecuaciones, además deberás obtener el determinante de la siguiente matriz por el método de Gauss y su inversa por el método de Intercambio.

Para el método de Gauss no deberás realizar intercambio de renglones y deberás trabajar con fracciones.

Para el método de Intercambio inicia tomando como pivote el elemento (2, 2) para los siguiente pivotes emplea pivoteo total.

Determinante:

3	1	-1	0	-2/3 R1 + R2
2	4	-2	1	2/3 R1 + R3
-2	-1	3	3	-1/3 R1 + R4
1	0	3	4	

3	1	-1	0	1/0 R2 + R3
0	10/3	-4/3	1	
0	-1/3	7/3	3	
0	-1/3	10/3	4	

3	1	-1	0	-16/11 R3 + R4
0	10/3	-4/3	1	
0	0	11/5	31/10	
0	-1/3	10/3	4	

3	1	-1	0
0	10/3	-4/3	1
0	0	11/5	31/10
0	0	0	-9/22

$$3 * \left(\frac{10}{3}\right) * \left(\frac{11}{5}\right) * \left(\frac{-9}{22}\right) = -9 = determinante$$

Inversa:

	x1	x2	x3	x4
b1	3	1	-1	0
b2	2	4	-2	1
b3	-2	-1	3	3
b4	1	0	3	4

	x1	b2	x3	x4
b1	5/2	1/4	-1/2	-1/4
x2	-2/4	1/4	2/4	-1/4
b3	-3/2	-1/4	5/2	13/14
b4	1	0	3	4

	x1	b2	x3	b4
b1	41/16	1/4	-5/16	-1/16
x2	-7/16	1/4	11/16	-1/16
b3	-37/16	-1/4	1/16	13/16
x4	-1/4	0	-3/4	1/4

	b1	b2	x3	b4
x1	16/41	-4/41	5/41	1/41
x2	7/41	12/41	26/41	-3/41
b3	-37/41	-1/41	-9/41	31/41
x4	-4/41	1/41	-32/41	10/41

	b1	b2	b3	b4
x1	-1/9	-1/9	-5/9	4/9
x2	-25/9	2/9	-26/9	19/9
x3	-37/9	-1/9	-41/9	31/9
x4	28/9	1/9	32/9	-22/9

inversa=	-1/9	-1/9	-5/9	4/9
	-25/9	2/9	-26/9	19/9
	-37/9	-1/9	-41/9	31/9
	28/9	1/9	32/9	-22/9

Los métodos para resolver sistemas de ecuaciones más conocidos son los directos. A continuación podrás repasar los conceptos relacionados con ellos. Relaciona según corresponda

Método de Gauss- Jordan. Método por eliminación para obtener la inversa de la matriz original

Sistema mal sondicionado. Su matriz asociada tiene un determinante cercano a cero

Eliminacion gaussiana. Patrón básico de los métodos para solución de sistemas de ecuaciones

Pivoteo. Elección de un elemento para eliminar los elementos de su columna

Método de Gauss. Con este método se puede obtener el determinante

Pivoteo total. Proceso que intercambia renglones y columnas para disminuir el error de redondeo en los métodos de eliminación

Escalación. Proceso que permite disminuir el error cuando las magnitudes de los coeficientes son muy diferentes

Pivote. Elemento empleado para eliminar otros elementos

Operaciones elementales. Intercambio de renglones, sumar el múltiplo de un renglón a un múltiplo de cualquier otro

Pivoteo parcial. Procedimiento que selecciona el mejor pivote por columna

Reforzamiento 7

Resuelve por el método de Gauss-Seidel y Gauss-Jacobi con una tolerancia de .005 y por el método de Relajación mínimo 10 iteraciones

8x1-2x2+3x3+x4=17
-x1+6x2-4x3+2x4=-20
2x1+4x2+8x3-2x4=-12
x1+3x2+x3+5x4=-18

$$\left|\begin{array}{cccc|c} 8 & -2 & 3 & 1 & 17 \\ -1 & 6 & -4 & 2 & -20 \\ 2 & 4 & 8 & -2 & -12 \\ 1 & 3 & 1 & 5 & -18 \end{array}\right.$$

Jacobi:

	x1	x2	x3	x4	
x1=		2/8	-3/8	-1/8	17/8
x2=	1/6		4/6	-2/6	-20/6
x3=	-2/8	-4/8		2/8	-12/8
x4=	-1/5	-3/5	-1/5		-18/5

x0	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9
0.000000	2.125000	2.304167	2.120052	2.007352	1.964506	1.983457	1.998437	2.003903	2.002205
0.000000	-3.333333	-2.779167	-3.217361	-3.011658	-3.013048	-2.980534	-2.995567	-2.998956	-3.001912
0.000000	-1.500000	-1.264583	-1.117708	-0.956437	-0.963522	-0.985399	-1.003689	-1.004648	-1.001900
0.000000	-3.600000	-1.725000	-2.140417	-1.870052	-2.003188	-1.992368	-2.011291	-2.001609	-2.000477

Error	x1-x0	x2-x1	x3-x2	x4-x3	x5-x4	x6-x5	x7-x6	x8-x7	x9-x8
	2.125000	0.179167	-0.184115	-0.112700	-0.042847	0.018952	0.014980	0.005466	-0.001698
	-3.333333	0.554167	-0.438194	0.205703	-0.001390	0.032514	-0.015033	-0.003389	-0.002956
	-1.500000	0.235417	0.146875	0.161272	-0.007086	-0.021877	-0.018290	-0.000959	0.002748
	-3.600000	1.875000	-0.415417	0.270365	-0.133136	0.010821	-0.018923	0.009682	0.001132

x9
2.002205
-3.001912
-1.001900
-2.000477

Seidel:

x0	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7
0.000000	2.125000	1.849479	2.156131	2.012169	1.983924	1.997703	2.001705
0.000000	-2.979167	-2.676476	-3.034019	-3.034850	-2.998249	-2.995941	-2.999986
0.000000	-0.541667	-1.156424	-1.055205	-0.985561	-0.992959	-1.001266	-1.000864
0.000000	-2.129167	-2.132726	-1.999774	-1.984411	-1.999243	-2.001723	-2.000177

Error	x1-x0	x2-x1	x3-x2	x4-x3	x5-x4	x6-x5	x7-x6
	2.125000	-0.275521	0.306651	-0.143962	-0.028245	0.013779	0.004002
	-2.979167	0.302691	-0.357543	-0.000832	0.036601	0.002308	-0.004044
	-0.541667	-0.614757	0.101219	0.069644	-0.007399	-0.008307	0.000402
	-2.129167	-0.003559	0.132952	0.015362	-0.014832	-0.002479	0.001546

x7
2.001705
-2.999986
-1.000864
-2.000177

Relajación:

	x1	x2	x3	x4	
x1=	-1	2/8	-3/8	-1/8	17/8
x2=	1/6	-1	4/6	-2/6	-20/6
x3=	-2/8	-4/8	-1	2/8	-12/8
x4=	-1/5	-3/5	-1/5	-1	-18/5

	x1	x2	x3	x4	r1	r2	r3	r4
	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	2.125000	-3.333333	-1.500000	-3.600000
1				-3.600000	0.450000	1.200000	-0.900000	3.600000
					2.575000	-2.133333	-2.400000	0.000000
2	2.575000				-2.575000	0.429167	-0.643750	-0.515000
					0.000000	-1.704167	-3.043750	-0.515000
3			-3.043750		1.141406	-2.029167	3.043750	0.608750
					1.141406	-3.733333	0.000000	0.093750
4		-3.733333			-0.933333	3.733333	1.866667	2.240000
					0.208073	0.000000	1.866667	2.333750
5				2.333750	-0.291719	-0.777917	0.583438	-2.333750
					-0.083646	-0.777917	2.450104	0.000000
6			2.450104		-0.918789	1.633403	-2.450104	-0.490021
					-1.002435	0.855486	0.000000	-0.490021
7	-1.002435				1.002435	-0.167072	0.250609	0.200487
					0.000000	0.688414	0.250609	-0.289534

8		0.688414			0.172103	-0.688414	-0.344207	-0.413048
					0.172103	0.000000	-0.093598	-0.702582
9				-0.702582	0.087823	0.234194	-0.175646	0.702582
					0.259926	0.234194	-0.269244	0.000000
10			-0.269244		0.100966	-0.179496	0.269244	0.053849
					0.360893	0.054698	0.000000	0.053849
	Resultados							
	1.572565	-3.044920	-0.862889	-1.968832				

Aunque los métodos numéricos iterativos para solución de sistemas de ecuaciones lineales son muy parecidos, tienen sus características propias, repasemos...

Método de Jacobi. Permite trabajar en paralelo

Método de relajación. Ideal para cálculos manuales

Método de relajación. Introduce el concepto de ponderaciones

Matriz definida positiva. Sus menores son positivos

Método de Jacobi. Conocido como iteraciones sucesivas

Norma Vectorial. Criterio para detener las iteraciones

Matriz Dominante Diagonalmente. Garantiza la convergencia

Método Gauss-Seidel. Conocido como iteraciones parciales

Métodos de Factorizacion

Doolittle

Ejercicio 1:

A=

6	2	1	-1
2	4	1	0
1	1	4	-1
-1	0	-1	3

b1	-4	9	6	-2
b2	8	0	10	-9

L=

1	0	0	0
1/3	1	0	0
1/6	1/5	1	0
-1/6	1/10	-9/37	1

U=

6	2	1	-1
0	10/3	2/3	1/3
0	0	37/10	-9/10
0	0	0	191/74

Con b1:

1	0	0	0	-4
1/3	1	0	0	9
1/6	1/5	1	0	6
-1/6	1/10	-9/37	1	-2

$$Z1 = -4$$

$$Z2 = 9 - \frac{1}{3}(-4) = \frac{31}{3}$$

$$Z3 = 6 - \frac{1}{6}(-4) - \frac{1}{5}\left(\frac{31}{3}\right) = \frac{23}{5}$$

$$Z4 = -2 + \frac{1}{6}(-4) - \frac{1}{10}\left(\frac{31}{3}\right) + \frac{9}{37}\left(\frac{23}{5}\right) = \frac{-191}{74}$$

6	2	1	-1	-4
0	10/3	2/3	1/3	31/3
0	0	37/10	-9/10	23/5
0	0	0	191/74	191/74

$$X4 = -1$$

$$X3 = \left(\frac{23}{5} + \frac{9}{10}(-1)\right)\frac{10}{37} = 1$$

$$X2 = \left(\frac{31}{3} - \frac{1}{3}(-1) - \frac{2}{3}(1)\right)\frac{3}{10} = 3$$

$$X1 = \left(-4 + 1(-1) - 2(3)\right)\frac{1}{6} = -2$$

X=	-2
	3
	1
	-1

Con b2:

1	0	0	0	8
1/3	1	0	0	0
1/6	1/5	1	0	10
-1/6	1/10	-9/37	1	-9

$$Z1 = 8$$

$$Z2 = -\frac{2}{6}(8) = \frac{-8}{3}$$

$$Z3 = 10 - \frac{1}{6}(8) - \frac{1}{5}\left(\frac{-8}{3}\right) = \frac{46}{5}$$

$$Z4 = -9 + \frac{1}{6}(8) - \frac{1}{10}\left(\frac{-8}{3}\right) + \frac{9}{37}\left(\frac{46}{5}\right) = \frac{-191}{37}$$

6	2	1	-1	8
0	10/3	2/3	1/3	-8/3
0	0	37/10	-9/10	46/5
0	0	0	191/74	191/37

$$X4 = \frac{191}{37}\left(\frac{74}{191}\right) = -2$$

$$X3 = \left(\frac{46}{5} + \frac{9}{10}(-2)\right)\frac{10}{37} = 2$$

$$X2 = \left(\frac{-8}{3} - \frac{1}{3}(-2) - \frac{2}{3}(2)\right)\frac{3}{10} = -1$$

$$X1 = \left(8 + 1(-2) - 1(2) - 2(-1)\right)\frac{1}{6} = 1$$

X=	1
	-1
	2
	-2

Cholesky

Ejercicio 2:

A=

8	3	-2	1
3	9	1	4
-2	1	9	3
1	4	3	10

b1	-2	11	-22	20
b2	2	-6	11	16

L=

2.828	0	0	0
1.061	2.806	0	0
-0.71	0.624	2.848	0
0.354	1.292	0.858	2.733

U=

2.828	1.061	-0.71	0.354
0	2.806	0.624	1.292
0	0	2.848	0.858
0	0	0	2.733

Con b1:

2.828	0	0	0	-2
1.061	2.806	0	0	11
-0.71	0.624	2.848	0	-22
0.354	1.292	0.858	2.733	20

$$Z1=\frac{-2}{\sqrt{8}}=\frac{-\sqrt{2}}{2}$$

$$Z2=\left(11-\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)\right)\frac{4}{3\sqrt{14}}=\frac{47\sqrt{14}}{42}$$

$$Z3=\left(-22-\left(\frac{-2}{\sqrt{8}}\right)\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)-\left(\frac{\sqrt{14}}{6}\right)\left(\frac{47\sqrt{14}}{42}\right)\right)\frac{3}{\sqrt{73}}=-8{,}817099755=\frac{-226\sqrt{73}}{219}$$

$$Z4=\left(20-\left(\frac{1}{\sqrt{8}}\right)\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)-\left(\frac{29\sqrt{14}}{84}\right)\left(\frac{47\sqrt{14}}{42}\right)-\left(\frac{22\sqrt{73}}{219}\right)\left(\frac{-226\sqrt{73}}{219}\right)\right)\frac{1}{\sqrt{\frac{-1293}{511}+10}}=8.199297637$$

2.828	1.061	-0.71	0.354	-0.71
0	2.806	0.624	1.292	4.187
0	0	2.848	0.858	-8.82
0	0	0	2.733	8.199

$$X4 = \frac{8.199207637}{\sqrt{\frac{-1293}{511}+10}} = 3$$

$$X3 = \left(\frac{-226\sqrt{73}}{219} - \left(\frac{22\sqrt{73}}{219}\right)(3)\right)\frac{3}{\sqrt{73}} = -4$$

$$X2 = \left(\frac{47\sqrt{14}}{42} - \left(\frac{29\sqrt{14}}{84}\right)(3) - \left(\frac{\sqrt{14}}{6}\right)(-4)\right)\frac{4}{3\sqrt{14}} = 1$$

$$X1 = \left(\frac{-\sqrt{2}}{2} - \left(\frac{1}{\sqrt{8}}\right)(3) - \left(\frac{-2}{\sqrt{8}}\right)(-4) - \left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)(1)\right)\frac{1}{\sqrt{8}} = -2$$

X=	-2
	1
	-4
	3

Con b2:

2.828	0	0	0	2
1.061	2.806	0	0	-6
-0.71	0.624	2.848	0	11
0.354	1.292	0.858	2.733	16

$$Z1 = \frac{2}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$Z2 = \left(-6 - \left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)\frac{4}{3\sqrt{14}} = \frac{-9\sqrt{14}}{14}$$

$$Z3 = \left(11 - \left(\frac{-2}{\sqrt{8}}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \left(\frac{\sqrt{14}}{6}\right)\left(\frac{-9\sqrt{14}}{14}\right)\right)\frac{3}{\sqrt{73}} = \frac{39\sqrt{73}}{73}$$

$$Z4 = \left(16 - \left(\frac{1}{\sqrt{8}}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \left(\frac{29\sqrt{14}}{84}\right)\left(\frac{-9\sqrt{14}}{14}\right) - \left(\frac{22\sqrt{73}}{219}\right)\left(\frac{39\sqrt{73}}{73}\right)\right)\frac{1}{\sqrt{\frac{-1293}{511}+10}} = 5.466138425$$

2.828	1.061	-0.71	0.354	-0.70
0	2.806	0.624	1.292	-2.40
0	0	2.848	0.858	4.56
0	0	0	2.733	5.46

X=	1
	-2
	1
	2

$$X4 = \frac{5.466138425}{\sqrt{\frac{-1293}{511} + 10}} = 2$$

$$X3 = \left(\frac{39\sqrt{73}}{73} - \left(\frac{22\sqrt{73}}{219}\right)(2)\right)\frac{3}{\sqrt{73}} = 1$$

$$X2 = \left(\frac{-9\sqrt{14}}{14} - \left(\frac{29\sqrt{14}}{84}\right)(2) - \left(\frac{\sqrt{14}}{6}\right)(1)\right)\frac{4}{3\sqrt{14}} = -2$$

$$X1 = \left(\frac{-\sqrt{2}}{2} - \left(\frac{1}{\sqrt{8}}\right)(2) - \left(\frac{-2}{\sqrt{8}}\right)(1) - \left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)(-2)\right)\frac{1}{\sqrt{8}} = 1$$

Crout

Ejercicio 3:

A=

8	-1	2	0
3	6	1	2
2	4	6	-2
0	2	0	5

b

16	-2	8	6

L=

8	0	0	0
3	51/8	0	0
2	17/4	16/3	0
0	2	-4/51	147/34

U=

1	-1/18	1/4	0
0	1	2/51	16/51
0	0	1	-5/8
0	0	0	1

8	0	0	0	16
3	51/8	0	0	-2
2	17/4	16/3	0	8
0	2	-4/51	147/34	6

$$Z1 = \frac{16}{8} = 2$$

$$Z2 = \left(-2-(3)(2)\right)\frac{8}{51} = \frac{-64}{51}$$

$$Z3 = \left(8-(2)(2)-\left(\frac{17}{4}\right)\left(\frac{-64}{51}\right)\right)\frac{3}{16} = \frac{7}{4}$$

$$Z4 = \left(6-(2)\left(\frac{-64}{51}\right)-\left(\frac{4}{51}\right)\left(\frac{7}{4}\right)\right)\frac{34}{147} = 2$$

1	-1/18	1/4	0	2
0	1	2/51	16/51	-64/51
0	0	1	-5/8	7/4
0	0	0	1	2

$$X4 = 2$$

$$X3 = \left(\frac{7}{4}+\frac{5}{8}(2)\right) = 3$$

$$X2 = \left(\frac{-64}{51}-\left(\frac{16}{51}\right)(2)-\left(\frac{2}{51}\right)(3)\right) = -2$$

$$X1 = \left(2-\left(\frac{1}{4}\right)(3)+\left(\frac{1}{18}\right)(-2)\right) = 1$$

X=

1
-2
3
2

Ejercicio 4: Resolver los siguientes sistemas por el método de factorización LU que mejor convenga

A=

6	2	-2	1
-1	5	2	1
3	1	8	-2
-3	2	1	-8

b

-15	-9	8	-9

L=

1	0	0	0
-1/6	1	0	0
3/6	0	1	0
		-	
-3/6	9/16	5/48	1

U=

6	2	-2	-1
0	16/3	5/3	7/6
0	0	9	-5/2
			-
0	0	0	101/12

1	0	0	0	-15
-1/6	1	0	0	-9
3/6	0	1	0	8
		-		
-3/6	9/16	5/48	1	-9

$$Z1 = -15$$

$$Z2 = \left(-9 - \left(\frac{-1}{6}\right)(-15)\right) = \frac{-23}{2}$$

$$Z3 = 8 - \left(\frac{3}{6}\right)(-15) = \frac{31}{2}$$

$$Z4 = -9 - \left(\frac{-3}{6}\right)(-15) - \left(\frac{9}{16}\right)\left(\frac{-23}{2}\right) - \left(\frac{-5}{48}\right)\left(\frac{31}{2}\right) = \frac{-101}{12}$$

6	2	-2	-1	-15
0	16/3	5/3	7/6	-23/2
0	0	9	-5/2	31/2
			-	-
0	0	0	101/12	101/12

$$X4 = \frac{-101}{12} \div -\frac{101}{12} = 1$$

$$X3 = \left(\frac{31}{2} - \left(\frac{5}{2}\right)(1)\right)\frac{1}{9} = 2$$

$$X2 = \left(\frac{-23}{2} - \left(\frac{7}{6}\right)(1) - \left(\frac{5}{3}\right)(2)\right)\frac{3}{16} = -3$$

$$X1 = \left(-15 - (1)(1) - (-2)(2) - (2)(-3)\right)\frac{1}{6} = -1$$

X=

-1
-3
2
1

A=

5	1	2	-1
1	8	3	-2
2	3	9	1
-1	-2	1	8

b

20	-4	26	24

L=

2.236	0	0	0
0.447	2.793	0	0
0.894	0.931	2.708	0
-0.45	-0.64	0.739	2.615

U=

2.236	0.447	0.894	-0.45
0	2.793	0.931	-0.64
0	0	2.708	0.739
0	0	0	2.615

2.236	0	0	0	20
0.447	2.793	0	0	-4
0.894	0.931	2.708	0	26
-0.45	-0.64	0.739	2.615	24

$$Z1 = \frac{20}{\sqrt{5}}$$

$$Z2 = \left(-4 - \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)\left(\frac{20}{\sqrt{5}}\right)\right)\frac{5}{\sqrt{195}} = \frac{-8\sqrt{195}}{39}$$

$$Z3 = \left(26 - \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)\left(\frac{20}{\sqrt{5}}\right) - \left(\frac{\sqrt{195}}{15}\right)\left(\frac{-8\sqrt{195}}{39}\right)\right)\frac{3}{\sqrt{66}} = \frac{31\sqrt{66}}{33}$$

$$Z4 = \left(24 - \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)\left(\frac{20}{\sqrt{5}}\right) + \left(\frac{3\sqrt{195}}{65}\right)\left(\frac{-8\sqrt{195}}{39}\right) - \left(\frac{\sqrt{66}}{11}\right)\left(\frac{31\sqrt{66}}{33}\right)\right)\frac{11}{\sqrt{139854}} = 101.9919783$$

2.236	0.447	0.894	-0.45	8.944
0	2.793	0.931	-0.64	-2.86
0	0	2.708	0.739	7.632
0	0	0	2.615	102

$$X4 = 3$$

$$X3 = \left(\frac{31\sqrt{66}}{33} - (\frac{\sqrt{66}}{11})(3)\right) = 2$$

$$X2 = \left(\frac{-8\sqrt{195}}{39} + \left(\frac{3\sqrt{195}}{65}\right)(3) - \left(\frac{195}{\sqrt{15}}\right)(2)\right)\frac{5}{\sqrt{195}} = -1$$

$$X4 = \left(\frac{20}{\sqrt{5}} + \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)(3) - \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)(2) - (\frac{\sqrt{5}}{5})(-1)\right)\frac{1}{\sqrt{5}} = 4$$

X=	4
	-1
	2
	3

Deduce las fórmulas para el método de Crout

$$l_{ij} = a_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} l_{ik} u_{kj} \quad j \leq i \qquad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$u_{ij} = \frac{a_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik} u_{kj}}{l_{ii}} \quad i \leq j \qquad j = 2, 3, \ldots, n$$

Reforzamiento 8

1.Para resolver un sistema de ecuaciones por factorización además se requiere

Una sustitución hacia adelante y hacia atrás

2. Los métodos de descomposición o factorización equivalen a

Obtener la inversa de la matriz

3. Los procedimientos de descomposición de matrices se emplean principalmente cuando

El sistema asociado tiene más de un vector independiente

4. Matriz cuyos elementos distintos de cero se concentran alrededor de la diagonal principal

Matriz banda

5. La forma de deducir las fórmulas para los métodos de factorización consiste en

Generalizar el producto [A] = [L][U] y despejar los elementos lij y uij, según el método que corresponda

6. Las matrices que presentan características especiales pueden resolverse por factorización de matrices con ciertas ventajas. Recordemos esas características y ventajas

-Una característica importante para poder factorizar una matriz es que: Se pueda aplicar eliminación gaussiana sin intercambio de renglones

-Este método presenta ventajas considerables para las matrices banda: Método de Crout

-Matriz simétrica que satisface xtAx > 0 para todo vector columna: Matriz Definida positiva

-Las fórmulas de este método involucran raíces cuadradas, lo que lo hace costoso: Método de Cholesky

-Una característica importante de un matriz definida positiva y/o diagonalmente dominantes es que: Es no singular

-Una variante de este método conocido como "esquema compacto" permite almacenar las matrices L y U en una sola matriz: Método de Crout

-Los métodos de factorización de matrices son una variante de los: Métodos directos

-Esta factorización presenta una reducción importante en el número de operaciones para las matrices simétricas: Método de Cholesky

-Matriz cuyo determinante y todos sus menores principales son mayores que cero: Matriz Definida Positiva

-Si el sistema a resolver solo tiene una vector independiente este método equivale al método de Gauss: Método de Doolittle

-Este método deja unos en la diagonal de la matriz triangular inferior: Método de Doolittle

-La factorización por este método puede obtenerse por eliminación gaussiana: Método de Doolittle

-Descomposición que deja unos en la diagonal de la matriz triangular superior: Método de Crout

-En esta factorización la matriz L es la transpuesta de la matriz U: Método de Cholesky

-Se conoce así cuando el coeficiente de mayor magnitud de cada ecuación se ubica en la diagonal principal: Matriz Dominante Diagonalmente

Cálculo de valores propios

Potencias

Ejercicio 1:

A=

3	-1	0
-2	4	-3
0	-1	1

x0	1 1 1	Ax0	2 -1 0	λ1	2
x1	1 -1/2 0	Ax1	3.5 -4 0.5	λ2	-4
x2	-0.875 1 -0.125	Ax2	-3.625 6.125 -1.125	λ3	6.125
x3	-0.591837 1 -0.183673	Ax3	-2.77551 5.734694 -1.183673	λ4	5.734694
x4	-0.483986 1 -0.206406	Ax4	-2.45196 5.58719 -1.206405	λ5	5.58719
x5	- 0.43885388 1 - 0.21592339	Ax5	-2.31656 5.525478 -1.21592	λ6	5.525478
x6	- 0.41925072 1 - 0.22005763	Ax6	- 2.57752161 5.49867435 - 1.22005764	λ7	5.49867435
x7	-0.41059 1 -0.22188	Ax7	-2.23177 5.48682 -1.22188	λ8	5.48682

Error:

λ2-λ1	-2
λ3-λ2	2.125
λ4-λ3	-0.390306
λ5-λ4	-0.147504
λ6-λ5	-0.061712
λ7-λ6	-0.02680365
λ8-λ7	-0.01185435

Ejercicio 2: método de potencias inverso

A=			
	1	1	3
	2	3	9
	2	3	10

x0	1 1 1	Ax0	5 14 15	1/ λ1	15
x1	1/3 14/15 1	Ax1	4.26667 12.46667 13.46667	λ2	13.46667
x2	0.316832 0.925743 1	Ax2	4.24257 12.41089 13.41089	λ3	13.41089
x3	0.316353 0.925433 1	Ax3	4.24179 12.409007 13.409007	λ4	13.409007
x4	0.3163386 0.925423 1	Ax4	4.241762 12.408947 13.408947	λ5	13.408947

λ min	0.074577
λ1	5.47735
λ2	2.448071
λ3	0.0757708

Error:

λ2-λ1	-1.53333
λ3-λ2	-0.05578
λ4-λ3	-0.001883
λ5-λ4	-6E-05

Ejercicio 3:

A=

4	2	-1	1
2	8	2	-3
3	6	2	2
1	2	3	-1

X0	1	AX0	6	λ1	13
	1		9		
	1		13		
	1		5		
X1	0.46153846	AX1	2.615384615	λ2	8.30769231
	0.69230769		7.307692308		
	1		8.307692308		
	0.38461538		4.461538462		
X2	0.31481481	AX2	2.555555556	λ3	9.2962963
	0.87962963		8.055555556		
	1		9.296296296		
	0.53703704		4.537037037		
X3	0.2749004	AX3	2.320717131	λ4	9
	0.86653386		8.017928287		
	1		9		
	0.48804781		4.519920319		
X4	0.25785746	AX4	2.315405046	λ5	9.12328464
	0.89088092		8.136122178		
	1		9.123284639		
	0.50221337		4.537405932		
X5	0.25379073	AX5	2.296101313	λ6	9.10684393
	0.89179747		8.149930857		
	1		9.106843931		
	0.49734346		4.540042214		

X6	0.2521292	AX6	2.296895105	λ7	9.12299167
	0.89492374		8.168055944		
	1		9.122991675		
	0.4985308		4.543445887		
X7	0.25176994	AX7	2.295754207	λ8	9.12331164
	0.89532647		8.172087195		
	1		9.123311636		
	0.49802149		4.544401399		
X8	0.25163606	AX8	2.296126869	λ9	9.1255473
	0.89573693		8.174841333		
	1		9.1255473		
	0.49810875		4.545001175		
X9	0.25161525	AX9	2.296152037	λ10	9.12586641
	0.89581929		8.175627502		
	1		9.125866408		
	0.49805245		4.545201389		
X10	0.25160921	AX10	2.296242044	λ11	9.12618627
	0.89587412		8.176040433		
	1		9.12618627		
	0.49805697		4.54530047		
X11	0.25161025	AX11	2.296267315	λ12	9.12625929
	0.89588796		8.176173099		
	1		9.126259288		
	0.49805037		4.545335809		
X12	0.25161101	AX12	2.296284964	λ13	9.12630554
	0.89589533		8.176233901		
	1		9.126305544		
	0.49805026		4.545351415		
X13	0.25161167	AX13	2.296291027	λ14	9.12631862
	0.89589745		8.176254632		
	1		9.12631862		
	0.49804945		4.545357131		

X14	0.25161197	AX14	2.296294131	λ15	9.12632528
	0.89589844		8.176263405		
	1		9.126325284		
	0.49804936		4.545359498		

X15	0.25161213	AX15	2.296295266	λ16	9.12632739	MAXIMO
	0.89589875		8.176266488			
	1		9.126327387			
	0.49804925		4.545360373			

Inversa: (con 30 iteraciones)

Inversa:	0.30496454	-0.04255319	-0.11347518	0.20567376
	-0.09574468	0.10638298	0.11702128	-0.18085106
	-0.07092199	-0.10638298	0.04964539	0.34751773
	-0.09929078	-0.14893617	0.26950355	-0.11347518

X0	1	AX0	0.354609929	λ1	0.35460993
	1		-0.05319149		
	1		0.219858156		
	1		-0.09219858		

X1	1	AX1	0.18751773	λ2	0.18751773
	-0.15		0.00787234		
	0.62		-0.11453901		
	-0.26		0.11964539		

X2	1	AX2	0.503720454	λ3	0.50372045
	0.04198185		-0.27814884		
	- 0.61081694		0.116020751		
	0.63804841		-0.34256338		

X3	1	AX3	0.162453643	λ4	- 0.23707893
	- 0.55218889		-0.0045442		
	0.23032765		-0.23707893		
	- 0.68006646		0.1221949		

X4	-0.68523019	AX4	-0.42926981	λ5	-0.42926981
	0.01916746		0.277881524		
	1		-0.08291293		
	-0.51541864		0.39317308		
X5	1	AX5	0.122214211	λ6	0.15310834
	-0.64733535		0.023635907		
	0.19314876		-0.310763		
	-0.91591132		0.153108342		
X6	0.79822046	AX6	0.672853424	λ7	-0.76273253
	0.15437374		-0.47837101		
	-2.02969346		0.173718689		
	1		-0.76273253		
X7	-0.8821617	AX7	-0.06419789	λ8	0.3320539
	0.62718055		-0.05632001		
	-0.22775833		0.332053903		
	1		-0.1806762		
X8	-0.19333576	AX8	-0.27712884	λ9	0.37570501
	-0.16961104		0.215892573		
	1		-0.10768946		
	-0.54411708		0.375705006		
X9	-0.73762351	AX9	-0.011202	λ10	0.32447025
	0.57463321		-0.08263851		
	-0.28663302		0.324470254		
	1		-0.20306825		

X10	-0.03452396	AX10	-0.24188599	λ11	0.38188156
	-0.25468746		0.206417175		
	1		-0.1383041		
	-0.6258455		0.381881561		

X11	-0.63340579	AX11	0.030603045	λ12	0.31695747
	0.54052669		-0.10508399		
	-0.3621649		0.31695747		
	1		-0.22869252		

X12	0.09655253	AX12	-0.21832063	λ13	0.39117013
	-0.33153971		0.202995144		
	1		-0.17267462		
	-0.72152432		0.391170125		

X13	-0.55812193	AX13	0.063475125	λ14	0.30997909
	0.51894337		-0.12386393		
	-0.441431		0.30997909		
	1		-0.25431547		

X14	0.20477228	AX14	-0.20276362	λ15	0.40178285
	-0.39958803		0.203281301		
	1		-0.20748132		
	-0.82042783		0.401782851		

X15	-0.50465972	AX15	0.088839496	λ16	0.30384797
	0.50594818		-0.13913828		
	-0.51640163		0.303847966		
	1		-0.27789317		

X16	0.29238141	AX16	-0.192928267	λ1	0.41245582
	-0.45792073		0.205715048		
	1		-0.240208561		
	-0.91457967		0.412455819		
X17	-0.46775499	AX17	0.107887763	λ1	0.29871985
	0.49875656		-0.151158375		
	-0.58238616		0.298719846		
	1		-0.298269448		
X18	0.36116704	AX18	-0.1871629	λ1	0.42231183
	-0.50602053		0.209187866		
	1		-0.269131079		
	-0.99849224		0.422311832		
X19	-0.44318649	AX19	0.121754818	λ1	-0.3149942
	0.49533982		-0.160297962		
	-0.63728046		0.294615634		
	1		-0.314994204		
X20	-0.38653034	AX20	0.172274635	λ1	-0.40295667
	0.50889178		-0.199155994		
	-0.93530494		0.274360228		
	1		-0.402956669		
X21	-0.42752645	AX21	0.131523597	λ1	0.29145843
	0.49423675		-0.167015324		
	-0.68086782		0.29145843		
	1		-0.328131762		

X22	0.45126022	AX22	-0.18302549	λ1	0.43779634
	-0.57303309		0.21646155		
	1		-0.312642749		
	-1.12582697		0.437796335		

X23	-0.41806081	AX23	0.138176112	λ1	-0.33806486
	0.49443436		-0.17179277		
	-0.71412829		0.289114856		
	1		-0.33806486		

X24	-0.40872663	AX24	0.156447154	λ1	-0.37905742
	0.50816512		-0.187734758		
	-0.85520529		0.279988316		
	1		-0.379057415		

X25	-0.4127268	AX25	0.142549223	λ1	-0.34532549
	0.49526734		-0.175083665		
	-0.73864355		0.287430872		
	1		-0.345325489		

X26	-0.4127967	AX26	0.152661288	λ1	-0.37232113
	0.50701055		-0.184793072		
	-0.83234769		0.281534575		
	1		-0.372321133		

X27	-0.41002585	AX27	0.145315572	λ1	-0.35047242
	0.49632711		-0.177279393		
	-0.75616061		0.286256933		
	1		-0.350472416		

X28	-0.4146277	AX28	0.150385972	λ1	-0.36776645
	0.5058298		-0.182920981		
	-0.8167745		0.28256318		
	1		-0.367766448		

X29	-0.40891705	AX29	0.146988816	λ1	-0.35401748
	0.49738355		-0.17869635		
	-0.76832235		0.285462134		
	1		-0.354017482		

X30	-0.41520214	AX30	0.149073136	λ1	-0.36474179
	0.50476702		-0.1817592		
	-0.80635039		0.283234492		
	1		-0.364741789		

Minimo	-2.74166556

Householder

Ejercicio 4:

A				
	4	1	-2	2
	1	2	0	1
	-2	0	3	-2
	2	1	-2	-1

Traza	8.000000
G	3.000000
r	2.449490

W	
	0.000000
	0.816497
	-0.408248
	0.408248

Wt				
	0.000000	0.816497	-0.408248	0.408248

WWt				
	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	0.000000	0.666667	-0.333333	0.333333
	0.000000	-0.333333	0.166667	-0.166667
	0.000000	0.333333	-0.166667	0.166667

P				
	1.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	0.000000	-0.333333	0.666667	-0.666667
	0.000000	0.666667	0.666667	0.333333
	0.000000	-0.666667	0.333333	0.666667

A2				
	4.000000	-3.000000	6.66134E-16	-6.66134E-16
	-3.000000	3.333333	1	1.333333333
				-
	0.000000	1.000000	1.666666667	1.333333333
	0.000000	1.333333	-1.33333333	-1

Traza	8.000000
G	1.666667
R	1.490712

W	
	0
	0
	0.894427191
	0.447213595

Wt				
	0	0	0.89442719	0.4472136

WWt				
	0	0	0	0
	0	0	0	0
	0	0	0.8	0.4
	0	0	0.4	0.2

P				
	1	0	0	0
	0	1	0	0
	0	0	-0.6	-0.8
	0	0	-0.8	0.6

A3						
	4	-3	1.33227E-16	-9.32587E-16	Traza	8
	-3	3.333333333	-1.66666667	-2.22045E-16		
	1.33227E-16	-1.66666667	-1.32	0.906666667		
	-9.3259E-16	0	0.906666667	1.986666667		

Ejercicio 5:

A				
	-2	3	1	-1
	3	4	2	5
	1	2	1	3
	-1	5	3	-4

Traza	-1.000000
G	3.316625
r	3.236501

W	
	0.000000
	0.975842
	0.154488
	-0.154488

Wt				
	0.000000	0.975842	0.154488	-0.154488

WWt				
	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	0.000000	0.952267	0.150756	-0.150756
	0.000000	0.150756	0.023866	-0.023866
	0.000000	-0.150756	-0.023866	0.023866

P				
	1.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	0.000000	-0.904534	-0.301511	0.301511
	0.000000	-0.301511	0.952267	0.047733
	0.000000	0.301511	0.047733	0.952267

A2				
	-2.000000	-3.316625	5.55112E-17	0
	-3.316625	0.818182	-0.64692021	-7.192374752
	0.000000	-0.646920	0.241664763	1.409090909
	0.000000	-7.192375	1.409090909	-0.059846581

Traza	-1.000000
G	7.221410
R	4.872221

W	
	0
	0
	0.674691172
	-0.73810014

Wt				
	0	0	0.67469117	-0.73810014

WWt				
	0	0	0	0
	0	0	0	0
	0	0	0.455208178	-0.497989651
	0	0	-0.49798965	0.544791822

P

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	0.089583644	0.995979302
0	0	0.995979302	-0.089583644

A3

-2	-3.31662479	4.97289E-18	5.5288E-17
-3.31662479	0.818181818	-7.22140986	1.22125E-15
4.97289E-18	-7.22140986	0.194021034	1.413376238
5.5288E-17	1.22125E-15	1.413376238	-0.012202853

Traza -1

QR

Ejercicio 6:

A						Traza	22
	7	8	6	6			
	1	6	-1	-2			
	1	-2	5	-2			
	3	4	3	4			

a42	i=4	j=2
Cos	0.83205029	
Sen	0.5547002	

Q				
	1	0	0	0
	0	0.83205029	0	-0.5547002
	0	0	1	0
	0	0.5547002	0	0.83205029

QtAQ						Traza	22
	7	9.98460353	6	0.5547002			
	2.49615088	6.30769231	0.83205029	-3.53846154			
	1	-2.77350098	5	-0.5547002			
	1.94145069	2.46153846	3.05085108	3.69230769			

a43	i=4	j=3
Cos	0.85363901	
Sen	0.5208651	

Q				
	1	0	0	0
	0	1	0	0
	0	0	0.85363901	-0.5208651
	0	0	0.5208651	0.85363901

QtAQ				
	7	9.98460353	5.410758	-2.65167685
	2.49615088	6.30769231	-1.13279052	-3.45395474
	1.8648729	-1.08543915	5.75508796	-1.81334728
	1.13643294	3.5458851	1.792204	2.93721973

Ejercicio 7:

A					Traza	9
	3	2	0			
	2	2	3			
	0	3	4			

a32	i=3	j=2
Cos	0.5547002	
Sen	0.83205029	

Q			
	1	0	0
	0	0.5547002	-0.83205029
	0	0.83205029	0.5547002

QtAQ					Traza	9
	3	1.10940039	-1.66410059			
	1.10940039	6.15384615	-0.23076923			
	-1.66410059	-0.23076923	-0.15384615			

a31	i=3	j=1
cos	0.87447463	
sen	-0.48507125	

Q			
	0.87447463	0	0.48507125
	0	1	0
	-0.48507125	0	0.87447463

QtAQ			
	3.66968326	1.08208202	0.45681193
	1.08208202	6.15384615	0.3363364
	0.45681193	0.3363364	-0.82352941

Reforzamiento 9

1.Determina el espacio en el que se localizan los valores propios

$$R_i = \left\{ z \in C \,/\, \left| z - a_{ii} \right| \leq \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq i}}^{n} \left| a_{ij} \right| \right\}$$

2.Matriz triangular superior de Hessenberg

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & a_{32} & a_{33} & a_{34} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & 0 & a_{43} & a_{44} & \cdots & a_{4n} \\ & & & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & a_{n-1,n} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & .a_{n,n-1} & a_{nn} \end{bmatrix}$$

3. Matriz Ortogonal

$$P^{-1} = P^{t}$$

4.Forma de verificar la semejanza (conserva los valores propios)

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ii} = Tr(A)$$

5.Matriz resultante de aplicar la transformación de Householder a una matriz simétric

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & a_{34} & \cdots & 0 \\ \vdots & 0 & a_{43} & a_{44} & \cdots & 0 \\ & & & & \vdots & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & a_{n-1,n} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{n,n-1} & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Reforzamiento 10

Antes debes aplicar la transformación de Householder a la siguiente matriz y a la matriz resultante aplicarle QR, al menos 5 iteraciones. Trabaja con 6 cifras significativas.

Householder:

A				
	5	6	1	3
	6	3	2	2
	1	2	-1	3
	3	-1	2	2

Traza	9.000000
G	6.782330
r	6.583843

W	
	0.000000
	0.970735
	0.075943
	0.227830

Wt				
	0.000000	0.970735	0.075943	0.227830

WWt				
	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	0.000000	0.942326	0.073721	0.221163
	0.000000	0.073721	0.005767	0.017302
	0.000000	0.221163	0.017302	0.051907

P				
	1.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	0.000000	-0.884652	-0.147442	-0.442326
	0.000000	-0.147442	0.988465	-0.034604
	0.000000	-0.442326	-0.034604	0.896187

A2				
	5.000000	-6.782330	-1.249E-16	0
	-6.782330	3.956522	-2.00089065	-1.579413262
	0.000000	-2.339403	-1.65834048	1.683955334
	0.000000	1.533424	1.241629465	1.701818744

Traza	9.000000
G	-2.797177
R	2.680291

W	
	0
	0
	-0.95821304
	0.286055544

Wt				
	0	0	-0.95821304	0.28605554

WWt	0	0	0	0
	0	0	0	0
	0	0	0.918172226	-0.274102151
	0	0	-0.27410215	0.081827774

P	1	0	0	0
	0	1	0	0
	0	0	-0.83634445	0.548204303
	0	0	0.548204303	0.836344452

A3	5	-6.78232998	1.04459E-16	-6.84708E-17
	-6.78232998	3.956521739	0.807592647	-2.417830382
	1.04459E-16	2.79717654	-1.98986313	0.735856122
	-6.8471E-17	0	1.17818199	2.033341387

QR:

A1	5	-6.78232998	1.04459E-16	-6.84708E-17	Traza	9
	-6.782329983	3.956521739	0.807592647	-2.417830382		
	1.04459E-16	2.79717654	-1.98986313	0.735856122		
	-6.84708E-17	0	1.17818199	2.033341387		

a21	i=2	j=1
cos	0.593390829	
sen	-0.804914482	

Q	0.593390829	0.804914482	0	0
	-0.804914482	0.593390829	0	0
	0	0	1	0
	0	0	0	1

QtAQ	10.8028169	2.504436607	-0.65004302	1.946146691	Traza	9
	2.504436607	-1.84629516	0.47921807	-1.434718375	A2	
	-2.251487907	1.659818906	-1.98986313	0.735856122		
	-4.06299E-17	-5.5113E-17	1.17818199	2.033341387		

a21	i=2	j=1
cos	0.974163902	
sen	0.225842182	

Q

0.974163902	-0.22584218	0	0
0.225842182	0.974163902	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

QtAQ

11.25964153	-0.53393643	-0.52502079	1.571845927
-0.533936431	-2.30311979	0.613644079	-1.837172866
-1.818461123	2.125416605	-1.98986313	0.735856122
-5.20271E-17	-4.4513E-17	1.17818199	2.033341387

Traza	9
A3	

a32	i=3	j=2
Cos	-0.734889336	
Sen	0.678187042	

Q

1	0	0	0
0	-0.73488934	-0.67818704	0
0	0.678187042	-0.73488934	0
0	0	0	1

QtAQ

11.25964153	0.036321894	0.747940947	1.571845927
-0.840872581	-3.52416835	-0.80227784	1.849166834
1.698476455	0.709494684	-0.76881457	0.705174016
-5.20271E-17	0.799027759	-0.86583338	2.033341387

Traza	9
A4	

a31	i=3	j=1
cos	0.988813236	
sen	0.149158923	

Q

0.988813236	0	-0.14915892	0
0	1	0	0
0.149158923	0	0.988813236	0
0	0	0	1

QtAQ					Traza	9
	11.35285069	0.141743032	-1.08056869	1.659445054	A5	
	-0.951132837	-3.52416835	-0.6678793	1.849166834		
	-0.130033182	0.69614	-0.86202373	0.462830555		
	-0.129146774	0.799027759	-0.85614751	2.033341387		

a21	i=2	j=1
cos	0.996508889	
sen	-0.083486725	

Q				
	0.996508889	0.083486725	0	0
	-0.083486725	0.996508889	0	0
	0	0	1	0
	0	0	0	1

QtAQ					Traza	9
	11.31649477	1.385082031	-1.02103725	1.499270864		
	0.292206162	-3.48781243	-0.7557608	1.981252821		
	-0.187697671	0.682853654	-0.86202373	0.462830555		
	-0.19540412	0.785456224	-0.85614751	2.033341387		

F
E
S

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU

UNAM

ACATLÁN