

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
Fakulta informačních technologií



IEL – protokol ku projektu
2022/2023

Obsah

1	Príklad 1	2
1.1	Zadanie	2
1.2	Tabuľka hodnôt	2
1.3	Postup	2
1.3.1	Zjednodušenie obvodu	2
1.3.2	Výsledný odpor a prúd obvodu	3
1.3.3	Spätné „poskladanie“ obvodu	3
1.3.4	Výsledok	4
2	Príklad 2	5
2.1	Zadanie	5
2.2	Tabuľka hodnôt	5
2.3	Postup	5
2.3.1	Výsledok	6
3	Príklad 3	7
3.1	Zadanie	7
3.2	Tabuľka hodnôt	7
3.3	Postup	7
3.3.1	Získanie rovníc pre nezávislé uzly	7
3.3.2	Výpočet hodnôt uzlových napätí	9
3.3.3	Výsledok	9
4	Príklad 4	10
4.1	Zadanie	10
4.2	Tabuľka hodnôt	10
4.3	Postup	10
5	Príklad 5	11
5.1	Zadanie	11
5.2	Tabuľka hodnôt	11
5.3	Postup	11
5.3.1	Zostavenie diferenciálnej rovnice	11
5.3.2	Výsledná rovnica	12
5.3.3	Kontrola	13
5.3.4	Výsledok	13
6	Zhrnutie výsledkov	14

Príklad 1

Zadanie

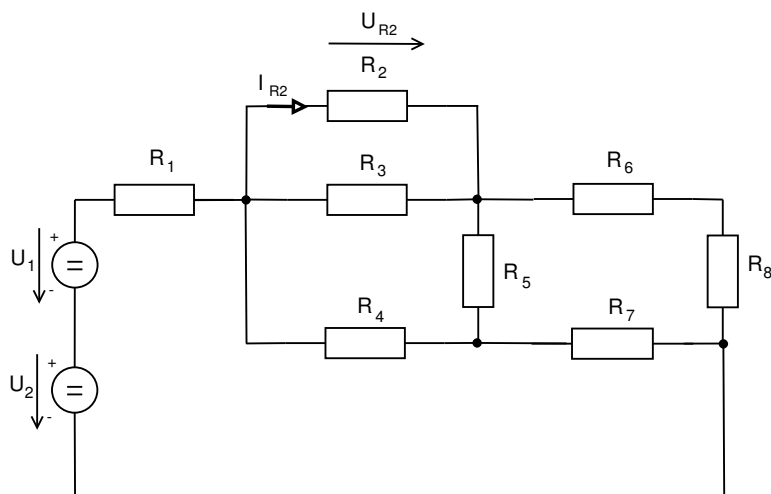
Určite napätie U_{R2} a prúd I_{R2} . Použite metódu postupného zjednodušovania obvodu.

Tabuľka hodnôt

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]	R_7 [Ω]	R_8 [Ω]
F	125	65	510	500	550	250	300	800	330	250

Postup

Zjednodušenie obvodu



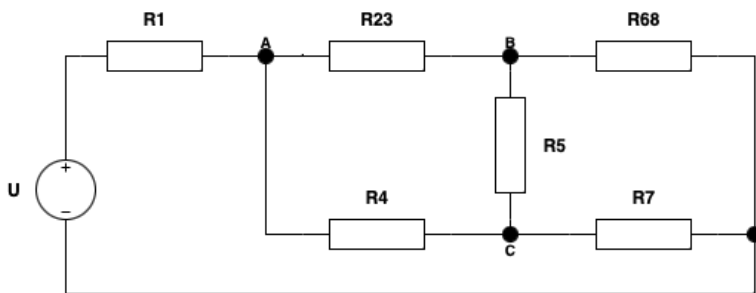
Hneď zjednodušíme čo dokážeme. Vidíme že R_2 a R_3 sú zapojené paralelne, R_6 a R_8 sú zapojené sériovo:

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$
$$\mathbf{R_{23} \doteq 261,9048\Omega}$$

$$R_{68} = R_6 + R_8$$
$$\mathbf{R_{68} = 1050\Omega}$$

Vypočítame napätie U sériovo zapojených zdrojov napätia:

$$U = U_1 + U_2$$
$$\mathbf{U = 190V}$$



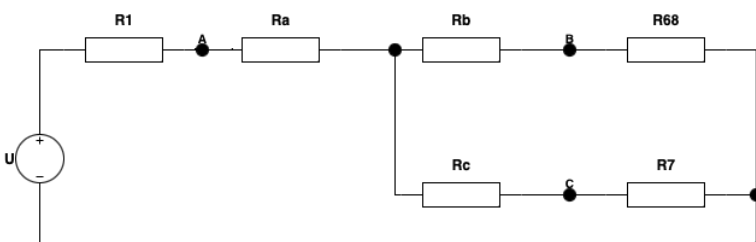
Vykonáme prevod trojuholníku na hviezdu:

$$R_A = \frac{R_{23} \cdot R_4}{R_{23} + R_4 + R_5} \doteq 80,6452\Omega$$

$$R_B = \frac{R_{23} \cdot R_5}{R_{23} + R_4 + R_5} \doteq 96,7742\Omega$$

$$R_C = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_{23} + R_4 + R_5} \doteq 92,3754\Omega$$

Výsledný obvod vyzerá takto:



Výsledný odpor a prúd obvodu

Výsledný odpor R_{EKV} vypočítame vzorcom:

$$R_{EKV} = R_1 + R_A + \frac{(R_B + R_{68}) \cdot (R_C + R_7)}{(R_B + R_{68}) + (R_C + R_7)}$$

$$R_{EKV} \doteq 899,3278\Omega$$

Ohmovým zákonom vypočítame prúd I :

$$I = \frac{U}{R_{EKV}}$$

$$I \doteq 211,2689mA$$

Spätné „poskladanie“ obvodu

Vďaka II. Kirchoffovemu zákonu vieme že:

$$U - U_{R_1} - U_{R_2} - U_{R_{68}} = 0$$

$$U_{R_2} = U - U_{R_1} - U_{R_{68}}$$

Vypočítame napätie U_{R_1} :

$$U_{R_1} = I \cdot R_1$$
$$U_{R_1} \doteq 107,7471V$$

Vypočítame napätia $U_{R_{68}}$:

$$R_{B68C7} = \frac{(R_B + R_{68}) \cdot (R_C + R_7)}{(R_B + R_{68}) + (R_C + R_7)} \doteq 308,6826\Omega$$

$$R_{B68} = R_B + R_{68} \doteq 1146,7742\Omega$$

$$I_{R_{B68}} = \frac{I \cdot R_{B68C7}}{R_{B68}}$$
$$I_{R_{B68}} = 56,8683mA$$

$$U_{R_{68}} = I_{R_{B68}} \cdot R_{68}$$
$$U_{R_{68}} \doteq 59,7117V$$

Výsledok

Finálny výpočet hodnôt napätia U_{R_2} a prúdu I_{R_2} :

$$U_{R_2} = U - U_{R_1} - U_{R_{68}}$$
$$U_{R_2} \doteq 22,5412V$$

$$I_{R_2} = \frac{U_{R_2}}{R_2}$$
$$I_{R_2} \doteq 45,0824mA$$

Príklad 2

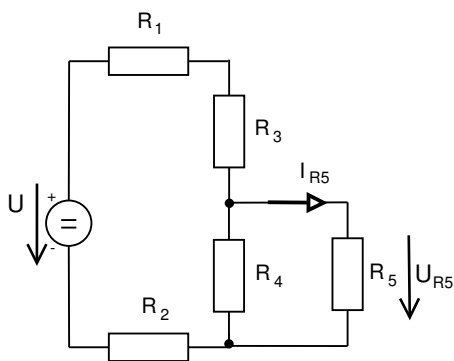
Zadanie

Určite napätie U_{R_5} a prúd I_{R_5} . Použite metódu Théveninovej vety.

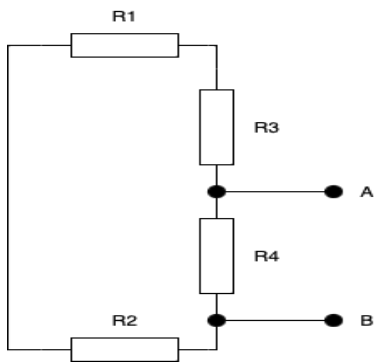
Tabuľka hodnôt

sk.	U [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
C	200	70	220	630	240	450

Postup

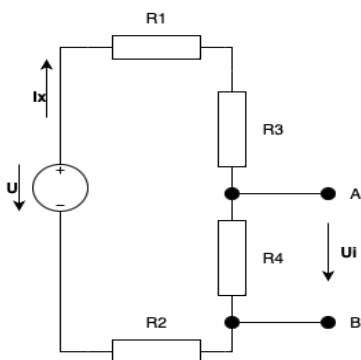


Vypočítame odpor R_i :



$$R_i = \frac{(R_1 + R_2 + R_3) \cdot R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$
$$R_i \doteq 190,3448\Omega$$

Vypočítame napätia U_i a prúd I :



$$R_{EKV} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$$

$$R_{EKV} = 1160\Omega$$

$$I_X = \frac{U}{R_{EKV}}$$

$$I_X \doteq 172,4138mA$$

$$U_i = U_{R_4} = I_X \cdot R_4$$

$$U_i \doteq 41,3793V$$

$$I = \frac{U_i}{R_i + R_5}$$

$$I \doteq 64,6204mA$$

Výsledok

Finálne dopočítame hodnoty napätia U_{R_5} a prúdu I_{R_5} :

$$U_{R_5} = I \cdot R_5$$

$$U_{R_5} \doteq 29,0792V$$

$$I_{R_5} = \frac{U_{R_5}}{R_5}$$

$$I_{R_5} \doteq 64,6204mA$$

Príklad 3

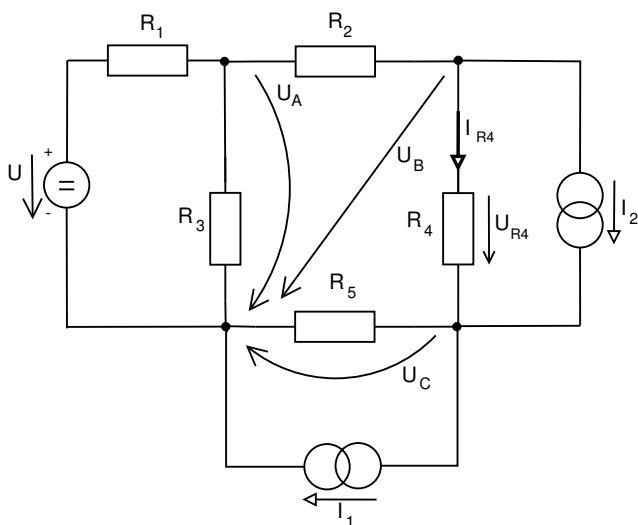
Zadanie

Určite napätie U_{R4} a prúd I_{R4} . Použite metódu uzlových napätí (U_A , U_B , U_C).

Tabuľka hodnôt

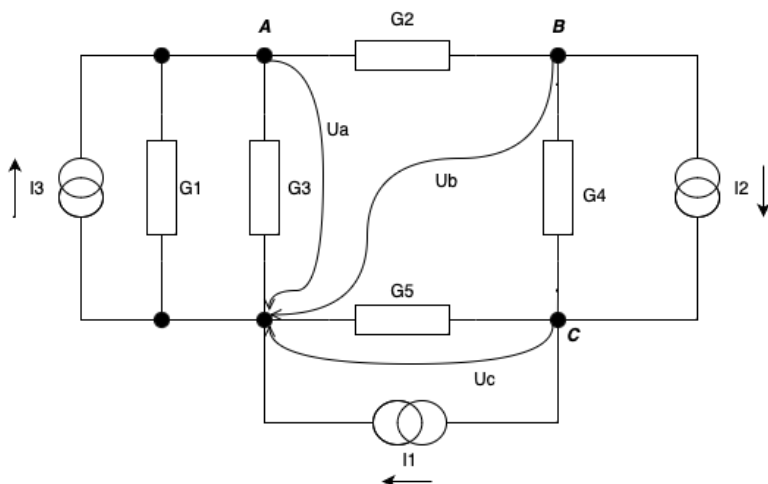
sk.	U [V]	I_1 [A]	I_2 [A]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
C	110	0.85	0.75	44	31	56	20	30

Postup



Získanie rovníc pre nezávislé uzly

Prepočítame napäťový zdroj U na prúdový zdroj I_3 a očísľujeme nezávislé uzly, ktoré definujú neznáme uzlové napätia:



$$I_3 = \frac{U}{R_1} = \frac{110}{44} = \frac{55}{22} \text{ A}$$

$$G_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{44} \text{ S}$$

$$G_2 = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{31} \text{ S}$$

$$G_3 = \frac{1}{R_3} = \frac{1}{56} \text{ S}$$

$$G_4 = \frac{1}{R_4} = \frac{1}{20} \text{ S}$$

$$G_5 = \frac{1}{R_5} = \frac{1}{30} \text{ S}$$

Zostavíme rovnice pre nezávislé uzly:

$$\text{A) } G_1 U_A + G_2 (U_A - U_B) + G_3 U_A - I_3 = 0$$

$$\text{B) } G_2 (U_B - U_A) + G_4 (U_B - U_C) + I_2 = 0$$

$$\text{C) } G_4 (U_C - U_B) + G_5 U_C - I_2 + I_1 = 0$$

Upravíme ich do tvaru v ktorom ich budeme následovne používať:

$$\text{A) } U_A (G_1 + G_2 + G_3) - U_B G_2 - I_3 = 0$$

$$\text{B) } -U_A G_2 + U_B (G_2 + G_4) - U_C G_4 + I_2 = 0$$

$$\text{C) } -U_B G_4 + U_C (G_4 + G_5) + I_1 - I_2 = 0$$

Rovnice prepíšeme do maticového tvaru:

$$\begin{bmatrix} G_1 + G_2 + G_3 & -G_2 & 0 \\ -G_2 & G_2 + G_4 & -G_4 \\ 0 & -G_4 & G_4 + G_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_3 \\ -I_2 \\ I_2 - I_1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1391}{19096} & -\frac{1}{31} & 0 \\ -\frac{1}{31} & \frac{51}{620} & -\frac{1}{20} \\ 0 & -\frac{1}{20} & \frac{1}{12} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{110}{44} \\ -0,75 \\ -0,1 \end{bmatrix}$$

Výpočet hodnôt uzlových napätí

Determinanty matíc vypočítame Sarrusovým pravidlom:

$$D = \begin{vmatrix} \frac{1391}{19096} & -\frac{1}{31} & 0 \\ -\frac{1}{31} & \frac{51}{620} & -\frac{1}{20} \\ 0 & -\frac{1}{20} & \frac{1}{12} \end{vmatrix} = \frac{2641}{11457600}$$
$$D_B = \begin{vmatrix} \frac{1391}{19096} & \frac{110}{44} & 0 \\ -\frac{1}{31} & -0,75 & -\frac{1}{20} \\ 0 & -0,1 & \frac{1}{12} \end{vmatrix} = \frac{41329}{22915200}$$
$$D_C = \begin{vmatrix} \frac{1391}{19096} & -\frac{1}{31} & \frac{110}{44} \\ -\frac{1}{31} & \frac{51}{620} & -0,75 \\ 0 & -\frac{1}{20} & -0,1 \end{vmatrix} = \frac{879}{1091200}$$

Pomocou Cramerovho pravidla vypočítame uzlové napätia U_B a U_C :

$$U_B = \frac{D_B}{D} = \frac{41329}{5282} \doteq 7,8245V$$
$$U_C = \frac{D_C}{D} = \frac{18459}{5282} \doteq 3,4947V$$

Výsledok

Finálne dopočítame napätie U_{R_4} a prúd I_{R_4}

$$U_{R_4} = U_B - U_C$$
$$U_{R_4} \doteq 4,3298V$$

$$I_{R_4} = \frac{U_{R_4}}{R_4}$$
$$I_{R_4} \doteq 216,4900mA$$

Príklad 4

Zadanie

Pre napájacie napätie platí: $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$, $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$.

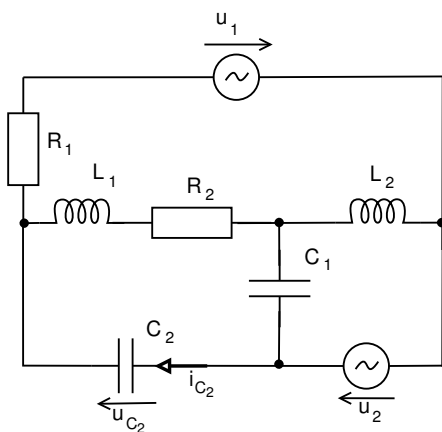
Vo vzťahu pre napätie $u_{C_2} = U_{C_2} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{C_2})$ určite $|U_{C_2}|$ a φ_{C_2} . Použite metódu slučkových prúdov.

Pozn: Pomocné smery šípok napájacích zdrojov platia pre špeciálny časový okamžik ($t = \frac{\pi}{2\omega}$).

Tabuľka hodnôt

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	L_1 [mH]	L_2 [mH]	C_1 [μ F]	C_2 [μ F]	f [Hz]
F	2	3	12	10	170	80	150	90	65

Postup



Príklad 5

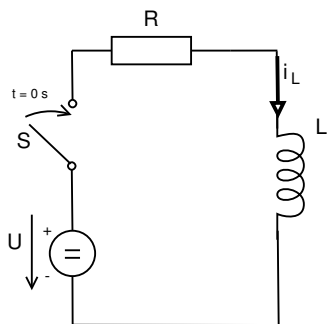
Zadanie

V obvode na obrázku nižšie v čase $t = 0$ [s] zopne spínač S . Zostavte diferenciálnu rovnicu popisujúcu chovanie obvodu na obrázku, a nasledovne ju upravte dosadením hodnôt parametrov. Vypočítajte analytické riešenie $i_L = f(t)$. Vykonaajte kontrolu výpočtu dosadením do zostavenej diferenciálnej rovnice.

Tabuľka hodnôt

sk.	U [V]	L [H]	R [Ω]	$i_L(0)$ [A]
D	35	5	25	15

Postup



Zostavenie diferenciálnej rovnice

Zostavíme rovnicu pre i'_L :

$$i'_L = \frac{U_L}{L}$$

Podľa II. Kirchhoffového zákona vyjadríme napätie na cievke U_L a dosadíme:

$$U_R + U_L - U = 0$$

$$U_L = U - U_R$$

$$i'_L = \frac{U - U_R}{L}$$

Po úprave a dosadení dostávame diferenciálnu rovnicu popisujúcu správanie nášho obvodu:

$$i'_L = \frac{U - Ri_L}{L}$$

$$Li'_L + Ri_L = U$$

$$\mathbf{5i'_L + 25i_L = 35}$$

Na vyriešenie diferenciálnej rovnice vyriešime charakteristickú rovnicu a získané α dosadíme do očakávaného tvaru riešenia:

$$\begin{aligned}5\alpha + 25 &= 0 \\ \alpha &= -\frac{25}{5} = -5 \\ i_L(t) &= C(t) \cdot e^{\alpha t} \\ i_L(t) &= C(t) \cdot e^{-5t} \\ i_L(t)' &= C(t)' \cdot e^{-5t} - 5C(t) \cdot e^{-5t}\end{aligned}$$

Dosadíme i_L' a i_L do diferenciálnej rovnice:

$$\begin{aligned}5(C(t)' \cdot e^{-5t} - 5C(t) \cdot e^{-5t}) + 25C(t) \cdot e^{-5t} &= 35 \\ 5C(t)' \cdot e^{-5t} - 25C(t) \cdot e^{-5t} + 25C(t) \cdot e^{-5t} &= 35 \\ 5C(t)' \cdot e^{-5t} &= 35 \\ C(t)' &= 7 \cdot e^{5t} \\ C(t) &= \int 7 \cdot e^{5t} dt \\ C(t) &= \frac{7}{5} \cdot e^{5t} + K\end{aligned}$$

Dosadíme $C(t)$ do očakávaného tvaru riešenia:

$$\begin{aligned}i_L(t) &= \left(\frac{7}{5} \cdot e^{5t} + K\right) \cdot e^{-5t} \\ i_L(t) &= \frac{7}{5} + K \cdot e^{-5t}\end{aligned}$$

Vypočítame K podľa počiatočnej hodnoty $i_L(0) = 15\text{A}$:

$$\begin{aligned}i_L(0) &= \frac{7}{5} + K \cdot e^{-5 \cdot 0} \\ 15 &= \frac{7}{5} + K \\ K &= \frac{68}{5}\end{aligned}$$

Výsledná rovnica

Dosadením K do očakávaného tvaru riešenia dostaneme výsledné i_L :

$$i_L = \frac{7}{5} + \frac{68}{5} \cdot e^{-5t}$$

Kontrola

$$Li'_L + Ri_L = U$$

$$5i'_L + 25i_L = 35$$

$$i'_L = 7 - 5i_L$$

$$\left(\frac{7}{5} + \frac{68}{5} \cdot e^{-5t}\right)' = 7 - 5\left(\frac{7}{5} + \frac{68}{5} \cdot e^{-5t}\right)$$

$$\left(\frac{7}{5} + \frac{68}{5} \cdot e^{-5t}\right)' = 7 - 5\left(\frac{7}{5} + \frac{68}{5} \cdot e^{-5t}\right)$$

$$-68 \cdot e^{-5t} = -68 \cdot e^{-5t}$$

$$0 = 0$$

Výsledok

$$i_L = \frac{7}{5} + \frac{68}{5} \cdot e^{-5t}$$

Zhrnutie výsledkov

Príklad	Skupina	Výsledky
1	F	$U_{R2} = 22,5412V$ $I_{R2} = 45,0824mA$
2	C	$U_{R5} = 29,0792V$ $I_{R5} = 64,6204mA$
3	C	$U_{R4} = 4,3298V$ $I_{R4} = 216,4900mA$
4	F	$ U_{C2} =$ $\varphi_{C2} =$
5	D	$i_L = \frac{7}{5} + \frac{68}{5} \cdot e^{-5t}$