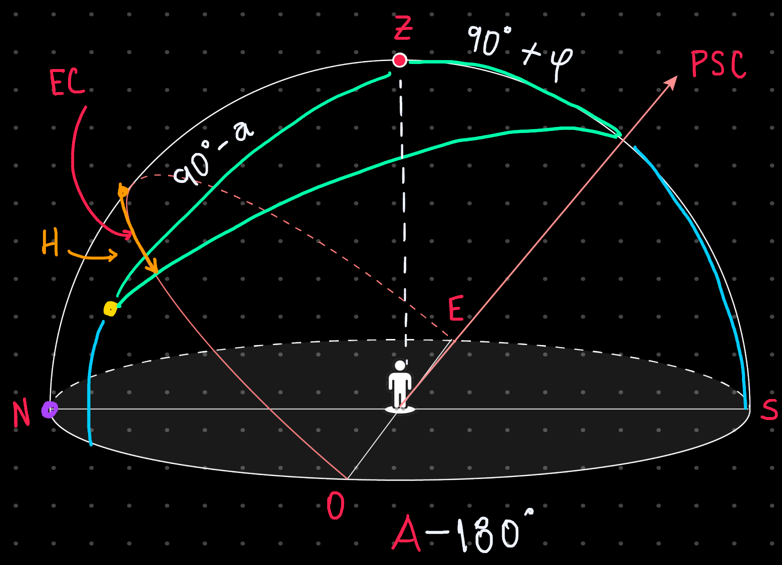
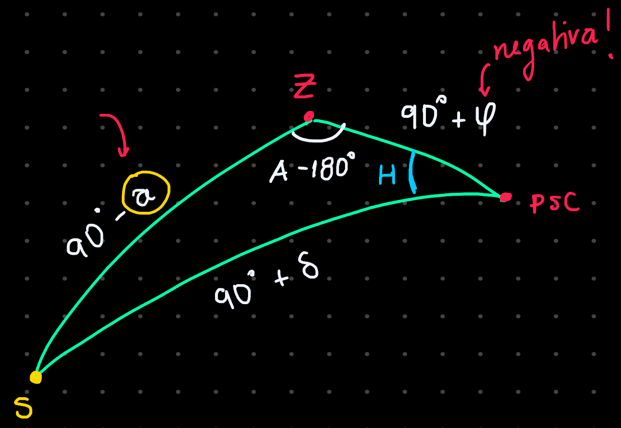
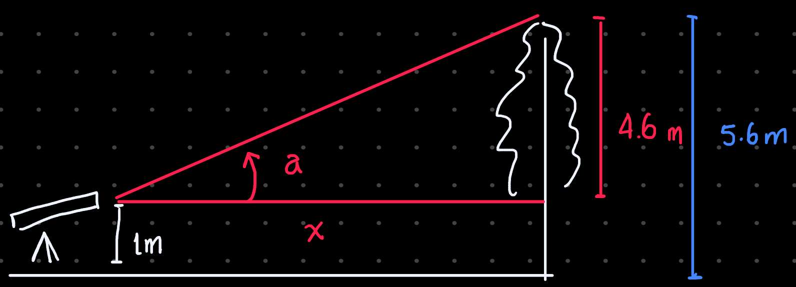
Astronomía de Posición 3

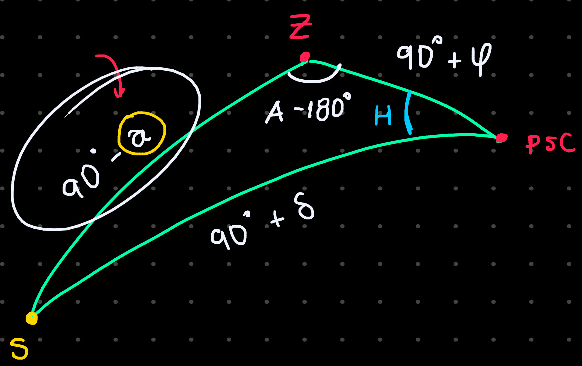
1) LA ESTRELLA SARIN EN LIMA: Queremos observar la estrella Sarin (Delta *Herculis*) en Lima, que se encuentra en la latitud 12°15' Sur. Los datos para esta estrella son: ángulo horario igual a $3^h0^m40.69^s$ y declinación de +24°48'53.7". ¿A qué distancia de la base de un árbol de 5,6 m de altura necesitaríamos instalar un telescopio para poder observar, en ese instante, la estrella directamente encima del árbol? Suponga que la altura del telescopio es igual a 1 m.

! Tomar en cuenta signos









- $\cos(90° - x) = \sin x$
- $\cos(90° + x) = -\sin x$
- $\sin(90° - x) = \cos x$
- $\sin(90° + x) = \cos x$

$$\cos(90° - a) = \cos(90° + \varphi)\cos(90° + \delta) + \sin(90° + \varphi)\sin(90° + \delta)\cos H$$

$$\sin a = (-\sin\varphi)(-\sin\delta) + \cos\varphi\cos\delta\cos H$$

$$\sin a = \sin\varphi\sin\delta + \cos\varphi\cos\delta\cos H$$

$$a = \arcsin(\sin\varphi\sin\delta + \cos\varphi\cos\delta\cos H)$$

$\varphi = 12°15'$ $\qquad \delta = 24°48'53.7''$ $\qquad H = 3^h0^m40.69^s$

$$\varphi = -\left(12^\circ + 15' \times \frac{1^\circ}{60'}\right)$$

$$\underline{\varphi = -12.25^\circ}$$

$$\delta = 24^\circ + 48' \times \frac{1^\circ}{60'} \times 53.7'' \times \frac{1'}{60''} \; \frac{1^\circ}{60'}$$

$$\delta = 24^\circ + \frac{48}{60} + \frac{53.7}{3600}$$

$$\underline{\delta = 24.81^\circ}$$

$$1^h = 15^\circ$$

$$H = 3^h + 0^m \times \frac{1^h}{60^m} + 40.69^s \times \frac{1^m}{60^s} \times \frac{1^h}{60^m}$$

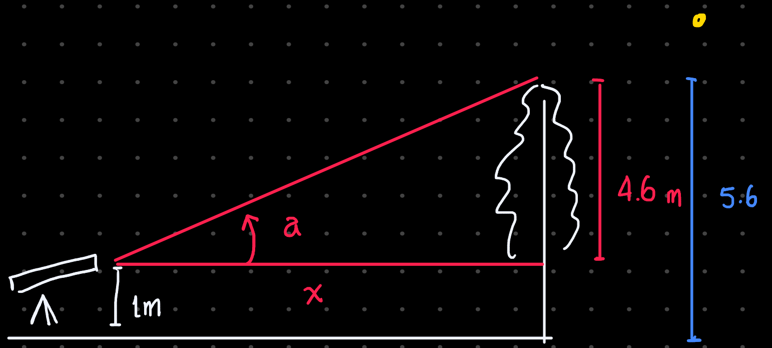
$$H = 3.01^h$$

$$\underline{H = 45.15^\circ}$$

$$a = \arcsin(\sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos H)$$

$$a = \arcsin\left[\sin(-12.25^\circ)\sin(24.81^\circ) + \cos(-12.25^\circ)\cos(24.81^\circ)\cos(45.15^\circ)\right]$$

$$a = 32.45^\circ$$



$$\tan a = \frac{4.6}{x}$$

$$x = \frac{4.6}{\tan a}$$

$$x = \frac{4.6}{\tan(32.45^\circ)}$$

$$\boxed{x = 7.23 \text{ m}}$$

1) VISITAR EL RELOJ SOLAR DEL INTIHUATANA, EN MACHU PICCHU: El Intihuatana es una de las tantas piedras rituales en Sudamérica. Estas piedras están dispuestas para apuntar directamente al Sol durante el solsticio de invierno. Los Incas creían que esta piedra sostenía al Sol durante su viaje anual por el cielo. Suponga que el Sol acaba de ponerse y que las coordenadas de Intihuatana son$13°09'45''$ Sy $72°32'44''$ W. Ignore los efectos de la refracción atmosférica. Para las siguientes expresiones, el acimut se mide en la dirección *NESO*.

Figura 1: Relógio solar (Intihuatana) em Machu Picchu

Figura 2: Objetos astronômicos observados

$TSL = \alpha + H$

$H = TSL - \alpha$

$\alpha = TSL - H$

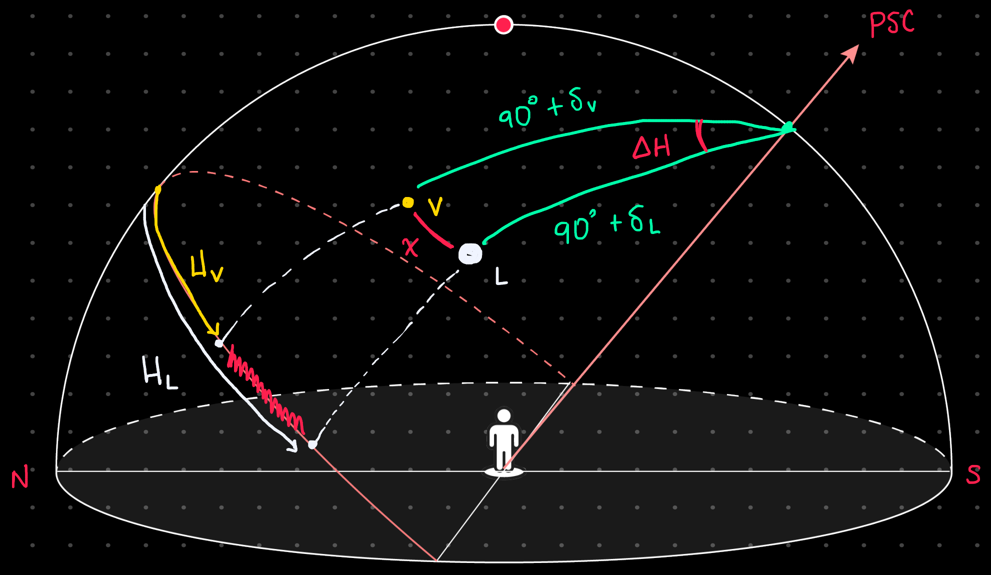
a) Completa la siguiente tabla teniendo en cuenta que la hora sidérea local es $TSL = 22h14min$.

altitud

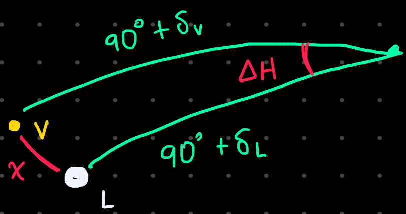
Objeto	α	δ	H	A	h
Luna	$16h47min$	$-23°\,32'$			
Venus	$18h06min$	$-27°\,14'$			
Altaír		$+8°\,55'$	$2h23min$		

Adoptar: α ascensión recta, δ declinación, H ángulo horario, Aacimut y $h$altura.

b) Determinar la separación angular (en grados) entre Venus y la Luna en ese instante para un observador en Intihuatana.



$\Delta H = H_L - H_V$



$$\cos x = \cos(90° + \delta_V)\cos(90° + \delta_L) + \sin(90° + \delta_V)\sin(90° + \delta_L)\cos \Delta H$$

$$\cos x = \sin\delta_V \sin\delta_L + \cos\delta_V \cos\delta_L \cos \Delta H$$

$x \sim 18°$

Q18. 2024-T7 Náufrago (20 puntos)

Después de sobrevivir un naufragio y alcanzar una pequeña isla en el hemisferio sur, un marinero debía estimar la latitud de la isla usando el Sol.

Sin embargo, debido a su mala visión, el marinero no podía observar las estrellas muy bien, de tal manera que su mejor opción era depender del Sol. No tenía información sobre la fecha, pero se dio cuenta que los días eran más largos que las noches.

Q18.1 El marinero notó en su primer día en la isla que el ángulo entre las posiciones del amanecer y el atardecer en el horizonte era de $120°$. Con esta información, determine el rango de valores posibles para la latitud de la isla. Ignore el movimiento diario del Sol a lo largo de la eclíptica. 7

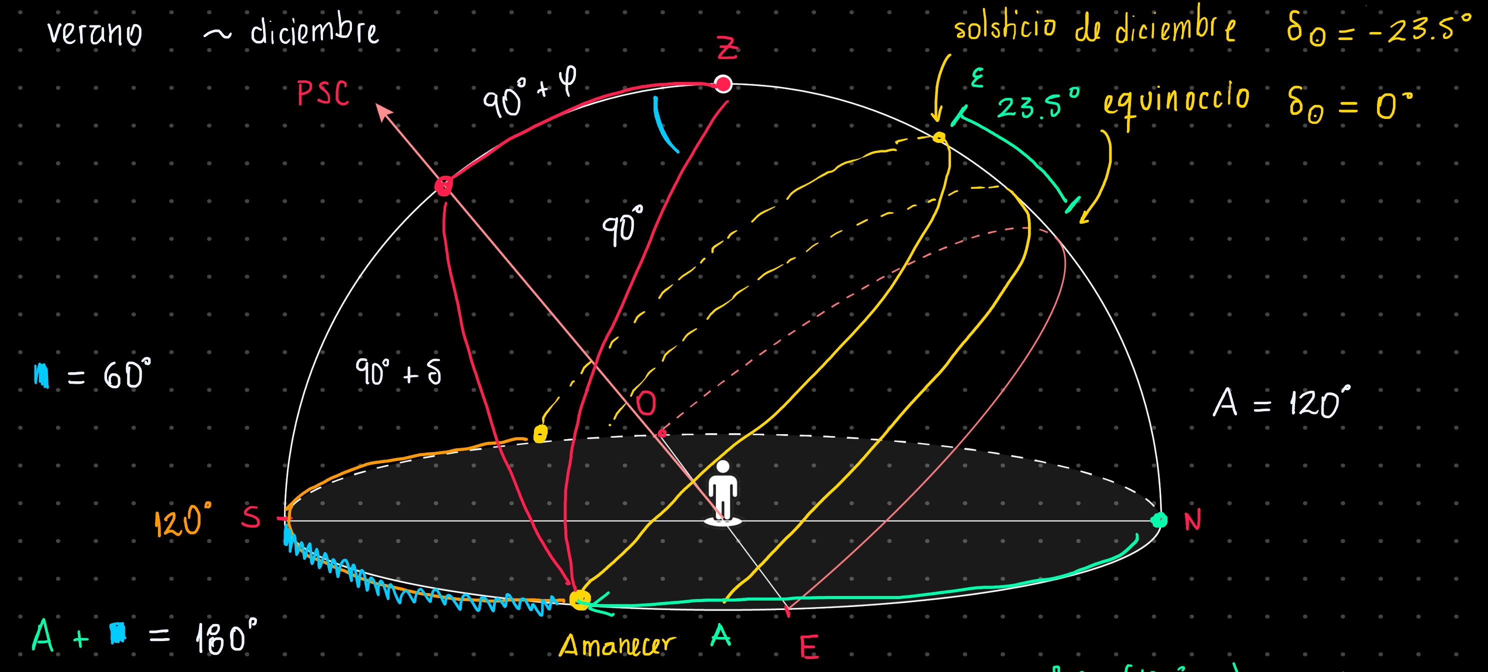
Q18.2 El ángulo entre las posiciones del amanecer y el atardecer seguía aumentando diariamente. Después de 40 días, este ángulo era igual a $163°$. Estime la latitud de la isla. Puede ignorar la excentricidad de la órbita de la Tierra. 13

excentricidad $e = 0$

$\Rightarrow$ circular

Hemisferio sur $-90° < \varphi < 0°$

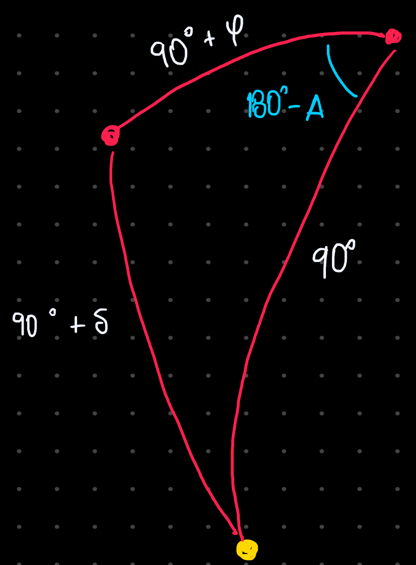
verano ~ diciembre



$A + ■ = 180°$

$■ = 180° - A$

$\cos(180° - x) = -\cos x$



$$\cos(90° + \delta) = \underbrace{\cancel{\cos(90°)}}_{0} \cos(90° + \varphi) + \underbrace{\cancel{\sin(90°)}}_{1} \sin(90° + \varphi) \cos(180° - A)$$

$$\cancel{-} \sin\delta = \cos\varphi\,(\cancel{-}\cos A)$$

$$\sin\delta = \cos\varphi \cos A$$

$$\cos\varphi = \frac{\sin\delta}{\cos A} \qquad (1)$$

$$\varphi = \arccos\left(\frac{\sin\delta}{\cos A}\right)$$

declinación del Sol

$$\varphi = \arccos\left(\frac{\sin\delta}{\cos(120°)}\right)$$

$\delta = 0^\circ$ $\qquad$ $\delta = -23.5^\circ$

$\varphi = -90^\circ$ $\qquad$ $\varphi = -37.12^\circ$ $\quad \Rightarrow \quad \boxed{-90^\circ < \varphi \leq -37.12^\circ}$

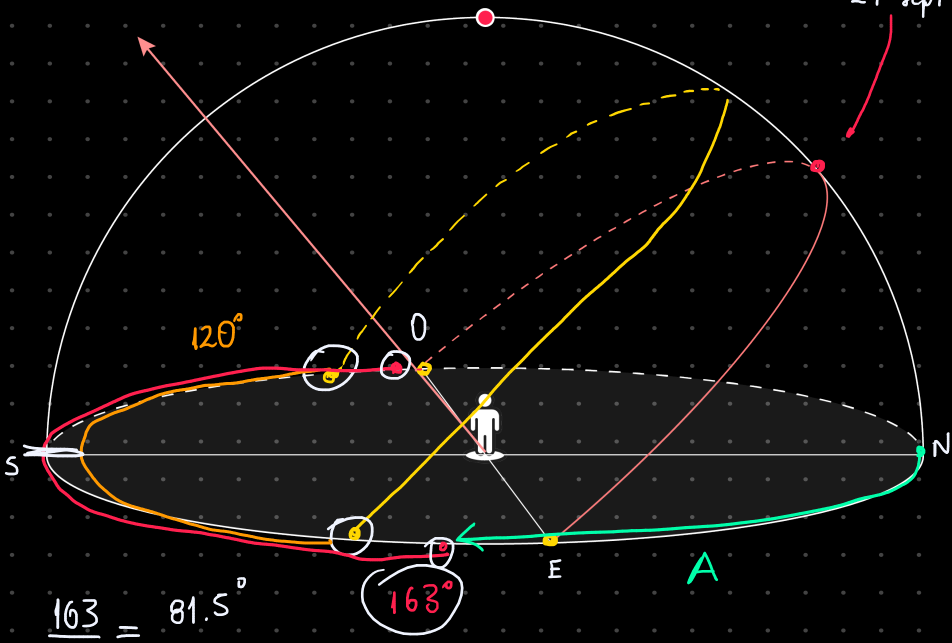
(2)

(1) $\cos\varphi = \dfrac{\sin\delta}{\cos A}$ $\quad$ cambia (δ) $\quad$ cambia (A)

¿ φ es constante? sí

$$\left.\begin{aligned} \frac{\sin\delta_0}{\cos A_0} &= \cos\varphi \\ \frac{\sin\delta_{40}}{\cos A_{40}} &= \cos\varphi \end{aligned}\right\} \quad \frac{\sin\delta_0}{\cos A_0} = \frac{\sin\delta_{40}}{\cos A_{40}} \Rightarrow \boxed{\frac{\sin\delta_0}{\sin\delta_{40}} = \frac{\cos A_0}{\cos A_{40}}} \quad (2)$$

EQ 21 Sept $\xrightarrow{1}$ SOL 21 Dec $\xrightarrow{2}$ EQ 21 Mar $\longrightarrow$ SOL 21 Jun

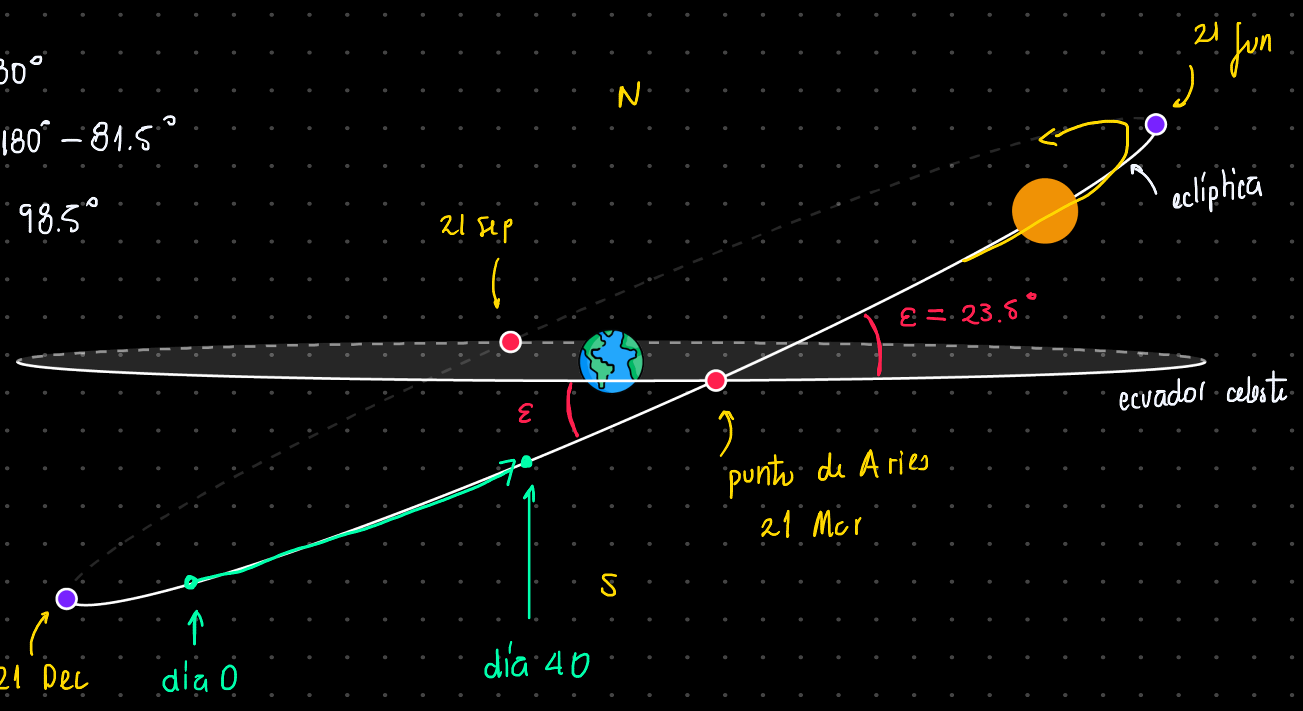


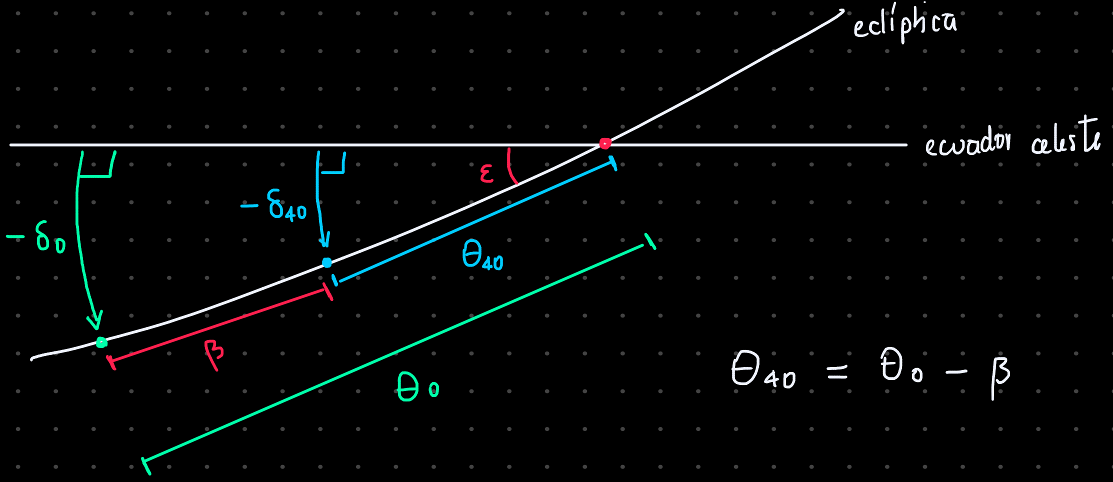
$\dfrac{163}{2} = 81.5^\circ$

S–N = 180°

$A = 180^\circ - 81.5^\circ$

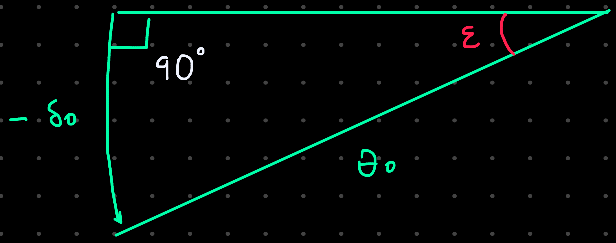
$A = 98.5^\circ$





$$\theta_{40} = \theta_0 - \beta$$

▫ $\sin(-x) = -\sin(x)$



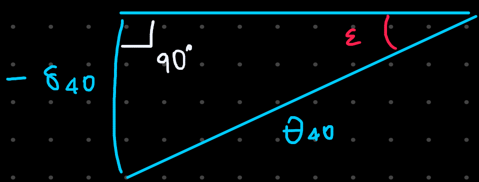
$$\frac{\sin(-\delta_0)}{\sin \varepsilon} = \frac{\sin \theta_0}{\sin \cancel{90^\circ}}$$

1

$$\sin(-\delta_0) = \sin\theta_0 \ \sin\varepsilon$$

$$-\sin\delta_0 = \sin\theta_0 \ \sin\varepsilon$$

$$\sin\delta_0 = -\sin\theta_0 \ \sin\varepsilon \qquad (3)$$



$$\Rightarrow \sin\delta_{40} = -\sin\theta_{40} \ \sin\varepsilon \qquad (4)$$

$$\frac{\sin\delta_0}{\sin\delta_{40}} = \frac{\cos A_0}{\cos A_{40}} \qquad (2)$$

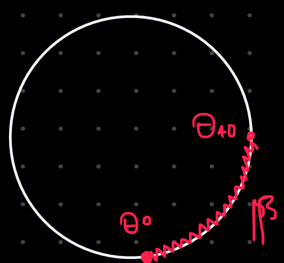
$\frac{(3)}{(4)}$

$$\frac{\sin\delta_0}{\sin\delta_{40}} = \frac{\sin\theta_0}{\sin\theta_{40}} \qquad (5)$$

$(2) = (5)$

$$\frac{\cos A_0}{\cos A_{40}} = \frac{\sin\theta_0}{\sin\theta_{40}}$$

$$\sin\theta_0 = \frac{\cos A_0}{\cos A_{40}} \sin\theta_{40} \qquad (6)$$



Consideramos una órbita circular

$\Rightarrow$ velocidad angular constante

$$T = 365.25 \text{ días} \rightarrow 360^\circ$$

$$\beta = \frac{40}{365.25} \cdot 360^\circ$$

$$\theta_{40} = \theta_0 - \underbrace{\frac{40}{365.25}\,360'}_{\beta} \qquad \sin\theta_0 = \frac{\cos A_0}{\cos A_{40}} \sin\theta_{40} \quad (6)$$

$$\theta_{40} = \theta_0 - \beta \qquad (7)$$

(7) en (6)

$$\sin\theta_0 = \underbrace{\frac{\cos A_0}{\cos A_{40}}}_{K} \sin(\theta_0 - \beta)$$

$$\sin(x-y) = \sin x \cos y - \sin y \cos x$$

$$\sin\theta_0 = K\left(\sin\theta_0 \cos\beta - \sin\beta\cos\theta_0\right)$$

$$\sin\theta_0 = K\sin\theta_0\cos\beta - K\sin\beta\cos\theta_0$$

$$K\sin\beta\cos\theta_0 = K\sin\theta_0\cos\beta - \sin\theta_0$$

$$K\sin\beta\cos\theta_0 = \sin\theta_0\,(K\cos\beta - 1)$$

$$K\sin\beta = \frac{\sin\theta_0}{\cos\theta_0}\,(K\cos\beta - 1)$$

$$\frac{K\sin\beta}{K\cos\beta - 1} = \tan\theta_0$$

$$\tan\theta_0 = \frac{K\sin\beta}{K\cos\beta - 1} \qquad K = \frac{\cos A_0}{\cos A_{40}} \qquad A_0 = 120^\circ \quad A_{40} = 98.5^\circ$$

$$\theta_0 = \arctan\left(\frac{K\sin\beta}{K\cos\beta - 1}\right) \qquad \beta = \frac{40}{365.25} \cdot 360^\circ$$

$$\theta_0 = 53.099^\circ$$

(3)

$$\sin\delta_0 = -\sin\varepsilon\,\sin\theta_0 \qquad \varepsilon = 23.5^\circ$$

$$\delta_0 = \arcsin(-\sin\varepsilon\,\sin\theta_0)$$

$$\delta_0 = -17.607^\circ$$

(1)

$$\cos\varphi = \frac{\sin\delta_0}{\cos A_0} \Rightarrow \varphi = \arccos\left(\frac{\sin\delta_0}{\cos A_0}\right) \Rightarrow \boxed{\varphi = -52.774^\circ}$$