

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Севастопольский государственный университет
Кафедра ИС

Отчет
По дисциплине: «Моделирование систем»
Лабораторная работа №2
«Исследование способов моделирования дискретно-стохастических систем»

Выполнил
ст. гр. ИС/б-17-2-о Горбенко К. Н.
Проверил:
Абрамович А. Ю.

Севастополь

2020

1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Исследование характеристик одноканальной системы массового обслуживания, используя аналитический и имитационный методы моделирования. Изучение особенностей работы и получение практических навыков постановки, отладки и получения результатов с помощью пакета моделирования Anylogic.

2 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

1. Оценить аналитическими методами вероятность нахождения в системе n заявок P_n для $n = 0, 1, 2, \dots, 10$, среднее число и дисперсию числа заявок в системе и в очереди.

2. Построить графики функции распределения времени пребывания заявки в системе $Q(t)$ для $t = 0, \Delta t, 2*\Delta t, \dots, 10*\Delta t$.

3. Оценить среднее и дисперсию времени пребывания заявки в системе.

4. Запрограммировать модель одноканальной СМО, в соответствии с требованиями программы моделирования. Подставить в нее исходные данные (для источника и обслуживающего прибора) согласно варианту задания. Вывести всю необходимую статистику и сохранить ее для дальнейшего анализа.

5. Повторить п.4, введя в программу снятие статистики об ожидании в очереди при обслуживании устройством. Сопоставить полученные файлы результатов. Определить среднее время пребывания заявки в системе u .

6. Повторить п.4 для значений $t = \Delta t, 5*\Delta t, \dots, 50*\Delta t$. Определить u . Построить график зависимости u и коэффициента использования прибора (загрузки системы ρ).

7. Сравнить результаты моделирования с расчетами по аналитическим зависимостям.

Таблица 1 – Вариант задания

№	1
0	
λ	3
, с ⁻¹	0,0
μ	4
, с ⁻¹	0,0

3 ХОД РАБОТЫ

1) Оценить аналитическими методами вероятность нахождения в системе n заявок P_n для $n = 0, 1, 2, \dots, 10$, среднее число и дисперсию числа заявок в системе и в очереди.

$$(1 + \rho)P_n = P_{n+1} + \rho \cdot P_{n-1}, \quad n > 1 \quad (1)$$

$$\rho = \lambda / \mu = 30 / 40 = 0,75$$

$$P_0 = 1 - \rho = 0,25$$

$$P_1 = \rho \cdot P_0 = 0,1875$$

$$P_2 = \rho^2 \cdot (1 - \rho) = 0,14$$

$$P_3 = \rho^3 \cdot (1 - \rho) = 0,1$$

$$P_4 = \rho^4 \cdot (1 - \rho) = 0,075$$

$$P_5 = \rho^5 \cdot (1 - \rho) = 0,056$$

$$P_6 = \rho^6 \cdot (1 - \rho) = 0,042$$

$$P_7 = \rho^7 \cdot (1 - \rho) = 0,032$$

$$P_8 = \rho^8 \cdot (1 - \rho) = 0,024$$

$$P_9 = \rho^9 \cdot (1 - \rho) = 0,018$$

$$P_{10} = \rho^{10} \cdot (1 - \rho) = 0,014$$

Среднее и дисперсия числа заявок в системе определяются как:

$$m = \sum_{n=0}^{\infty} n \cdot P_n = (1 - \rho) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} n \cdot \rho^n = \frac{\rho}{1 - \rho} = 3 \quad (2)$$

$$\sigma_m^2 = \sum_{n=0}^{\infty} (n - m)^2 \cdot P_n = \frac{\rho}{(1 - \rho)^2} = 12 \quad (3)$$

Среднее и дисперсия числа заявок, находящихся в очереди к прибору, соответственно равны:

$$l = \sum_{n=0}^{\infty} n \cdot P_n = (1 - \rho) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \rho^n = \frac{\rho^2}{1 - \rho} = 2,25 \quad (4)$$

$$\sigma_l^2 = \sum_{n=1}^{\infty} (n - m) \cdot P_n - m^2 = \frac{\rho^2 \cdot (1 + \rho - \rho^2)}{(1 - \rho)^2} = 10,69 \quad (5)$$

2) Построить графики функции распределения времени пребывания заявки в системе $Q(t)$ для $t = 0, \Delta t, 2 \cdot \Delta t, \dots, 10 \cdot \Delta t$.

$$P(T < t | l = n) = \int_0^t \frac{\mu^{n+1} \cdot \tau^n \cdot e^{-\mu\tau}}{\Gamma(n+1)} d\tau, \quad (6)$$

$$Q(t) = P(T \leq t) = \sum_{n=0}^{\infty} P(T \leq t | l = n) \cdot \rho \cdot (1 - \rho) = 1 - e^{-\mu(1-\rho)t} \quad (7)$$

$$\Delta t = a + b = \frac{1}{30} + \frac{1}{40} = 0,0583$$

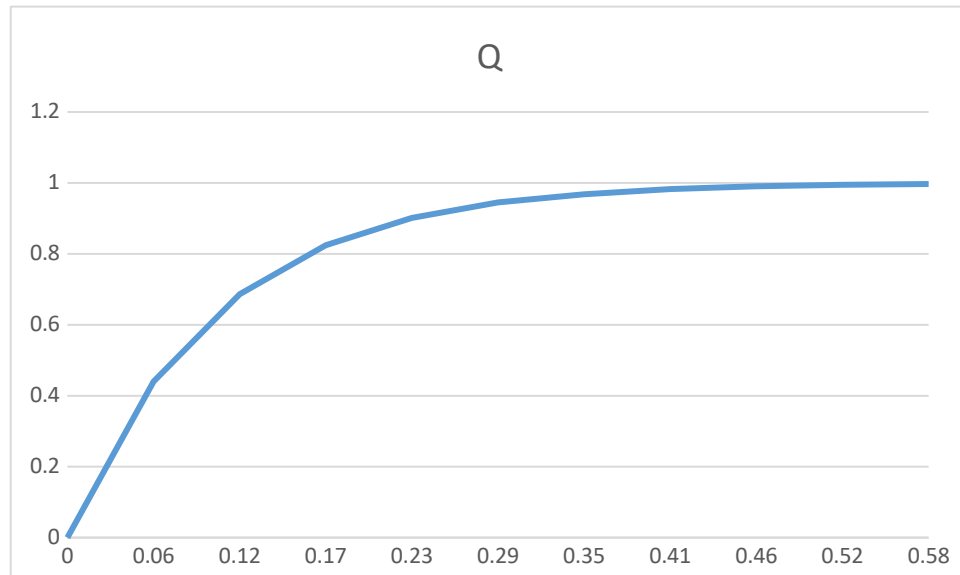


Рисунок 1 – Графики функции распределения времени пребывания заявки в системе $Q(t)$

3) Оценить среднее и дисперсию времени пребывания заявки в системе.

$$u = \int_0^{\infty} t dQ(t) = \frac{1}{\mu \cdot (1 - \rho)} = 0,1 \quad (8)$$

$$\sigma_u^2 = \int_0^{\infty} (t - u)^2 dQ(t) = \frac{1}{(\mu \cdot (1 - \rho))^2} = 0,01 \quad (9)$$

4) Запрограммируем модель одноканальной СМО, в соответствии с требованиями программы моделирования. Подставим в нее исходные данные (для источника и обслуживающего прибора) согласно варианту задания.



Рисунок 2 – Модель одноканальной СМО

Source – генерирует заявки, которыми являются посетители банка. Source моделирует их приход в банковское отделение.

ATM (Delay) моделирует задержку в банкомате.

Для того чтобы определить, сколько времени клиент проводит в банковском отделении и сколько времени он теряет, ожидая своей очереди выведем статистику по времени ожидания клиентов и времени пребывания клиентов в системе (рисунок 3).

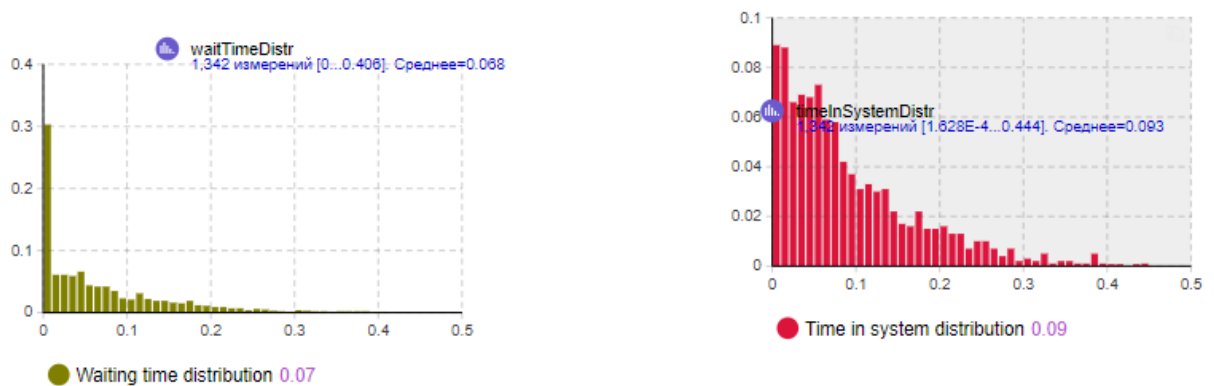


Рисунок 3 – Статистические данные по времени

Сравнивая статистические данные с аналитическими можно сделать вывод, что время в системе совпадает с данными, рассчитанными аналитически с погрешность 0.1.

Из рисунка 4 можно сделать вывод, что загрузка системы равна 0.75, что равняется рассчитанное $\rho = 0.75$.

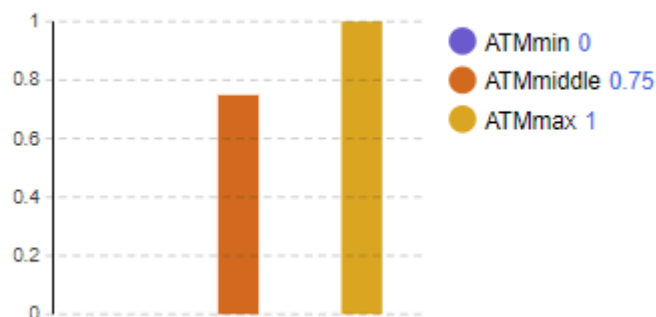


Рисунок 4 – Оценка загрузки системы.

Как видно из рисунка 5 длина очереди равна 2.5, что приблизительно равно данным, которые были рассчитаны аналитически $l=2.25$

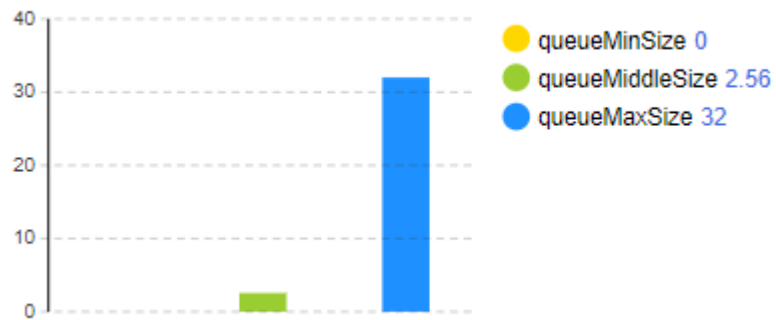


Рисунок 5 – Оценка длины очереди.

ВЫВОДЫ

В ходе выполнения лабораторной работы были исследованы характеристики одноканальной системы массового обслуживания, с использованием аналитического и имитационного методов моделирования. Были изучены особенности работы и получены практические навыки постановки, отладки и получения результатов с помощью пакета моделирования Anylogic.