1° Rec. Parcial 06/06/2019 **Apellido:** Carro Zeballos Aloxis **Padrón:** 97809

Problema 1. El siguiente polinomio de Legrende tiene una raíz en el intervalo [0, 0.5]:

$$P_6(x) = \frac{1}{16}\left(231\,x^6 - 315\,x^4 + 105\,x^2 - 5\right)$$

a. Obtener la mencionada raíz con 8 dígitos de precisión utilizando el método de Newton-Raphson.
b. En función de la precisión realmente obtenida, expresar el resultado correctamente redondeado, con su cota de error, y calcular también el su error relativo.
c. Calcular en forma experimental el orden de convergencia. ¿Es el esperado para Newton-Raphson? Explique, si es el caso, las diferencias.

Problema 2. Se tiene el siguiente problema lineal:

$$\begin{bmatrix} a & 0.008406 \\ 0.01235 & -2.387 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10.85 \\ 1.370 \end{bmatrix}$$

a. Resolver por el método de Gauss-Seidel para a = 5.5 y para a = 6.0, hasta una precisión de $1x10^{-4}$.
b. El valor de a fue determinado experimentalmente como $a = 5.75 \pm 0.1$. Estimar la cota del error de x_1 y x_2.

Problema 3. Se pide programar la función Interpolar(x, Xs, Ys) esquematizada a continuación:

```
function y = Interpolar(x, Xs, Ys)
    ...
end function
```

Suponer que Xs e Ys son vectores con **4 filas cada uno**, que definen los pares de puntos a interpolar por el **método de Lagrange**, y que x es la posición en que quiere obtenerse el resultado.

Fórmulas:

$$L_k = \prod_{j=1,\, j\neq k}^{n} \frac{x - x_j}{x_k - x_j} \qquad P_n(x) = \sum_{i=1}^{n} y_i L_i(x)$$

Canto Zeballos Alexis   5 (CINCO)

Problema 1

$$\alpha_{k+1} = \alpha_k - \frac{F(x)}{F'(x)}$$

$$F(x) = \frac{231}{16}x^6 - \frac{315}{16}x^4 + \frac{105}{16}x^2 - \frac{5}{16}$$

$$F'(x) = \frac{693}{8}x^5 - \frac{315}{4}x^3 + \frac{105}{8}x$$

k	α_k	F(x)	F'(x)	α_{k+1}	Error Absoluto
0	0,25	0,0242767	2,1353759	0,2386311	-
1	0,2386311	0,0000253	2,1289465	0,2386192	0,0000609
2	0,2386192	0	2,1289337	0,2386192	$4.10^{-11} < 5.10^{-9}$

a) La Raiz del polinomio por el metodo de Newton-Raphson sera: 0,2386192

b) $x = 0,238620 \pm \cancel{6.10^{-5}}$ 4.10^{-11}

Error relativo $= \dfrac{\cancel{0,2386192 - 0,2386311}}{0,2386311} = 0,0000498 = \cancel{4,98.10^{-5}}$ 2.10^{-10}

hay que usar los últimos valores!

Problema 2

$$\begin{pmatrix} a & 0,008406 \\ 0,01235 & -2,387 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10,85 \\ 1,370 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{matrix} a x_1 + 0,008406 x_2 = 10,85 \\ 0,01235 x_1 - 2,387 x_2 = 1,370 \end{matrix}$$

a) Con $a = 5,5$

$5,5 x_1 + 0,008406 x_2 = 10,85 \rightarrow$

$0,01235 x_1 - 2,387 x_2 = 1,370$

$$\begin{cases} x_1^{k+1} = \dfrac{10,85}{5,5} - \dfrac{0,008406 x_2^k}{5,5} \\ x_2^{k+1} = \dfrac{0,01235 x_1^{k+1}}{2,387} - \dfrac{1,370}{2,387} \end{cases}$$

~~k~~	~~x_1~~	~~x_2~~
~~0~~	~~1,972727~~	~~0,0...173~~
	~~1,977719~~	~~-0,563735~~

k	x_1	x_2	$\lvert x_1^{k+1} - x_1^k \rvert$
0	1,972727	-0,573942	
1	1,973604	-0,563731	
2	1,973588	-0,563731	
3	1,973588	-0,563731	

$0 < 1.10^{-4}$

falto criterio de corte

Las soluciones por el método de Gauss-Seidel para $a = 5,5$ son:

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,973588 \\ -0,563731 \end{pmatrix}$$

Con $a=6$

$$6x_1 + 0{,}008406\,x_2 = 10{,}85 \longrightarrow x_1 = \frac{10{,}85}{6} - \frac{0{,}008406\,x_2}{6}$$

$$0{,}01235\,x_1 - 2{,}387\,x_2 = 1{,}370 \longrightarrow x_2 = \frac{0{,}01235\,x_1}{2{,}387} - \frac{1{,}370}{2{,}387}$$

k	x_1	x_2	$\lvert x_1^{k+1} - x_1^{k}\rvert$	$\lvert x_2^{k+1} - x_2^{k}\rvert$
0	1,808333	−0,573942		
1	1,809137	−0,564581		
2	1,809124	−0,564582		
3	1,809124	−0,564582		

$< 1.10^{-4}$

Las soluciones por el método de Gauss-Seidel para $a=6$ son:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1{,}809124 \\ -0{,}564582 \end{pmatrix}$$

Problema 3

$$P(x) = L_1 \cdot y_1 + L_2 \cdot y_2 + L_3 \cdot y_3 + L_4 \cdot y_4$$

funcion ~~P(x)~~ y = interpolar(x, xs, ys)

$$L_1^* = \left(\frac{x - x_2}{x_1 - x_2}\right) \cdot \left(\frac{x - x_3}{x_1 - x_3}\right) \cdot \left(\frac{x - x_4}{x_1 - x_4}\right)$$ xs(4)

$$L_2^* = \left(\frac{x - x_1}{x_2 - x_1}\right) \cdot \left(\frac{x - x_3}{x_2 - x_3}\right) \cdot \left(\frac{x - x_4}{x_2 - x_4}\right)$$

$$L_3^* = \left(\frac{x - x_1}{x_3 - x_1}\right) \cdot \left(\frac{x - x_2}{x_3 - x_2}\right) \cdot \left(\frac{x - x_4}{x_3 - x_4}\right)$$

$$L_4^* = \left(\frac{x - x_1}{x_4 - x_1}\right) \cdot \left(\frac{x - x_2}{x_4 - x_2}\right) \cdot \left(\frac{x - x_3}{x_4 - x_3}\right)$$

$$\cancel{P(x)}\ y = L_1^* y_1 + L_2^* y_2 + L_3^* y_3 + L_4^* y_4$$ ys(4)

~~Resultado funcion P(x)~~

end funcion