

ÁLGEBRA II (61.08 – 81.02)

Mantecol

Duración: 4 horas.

Segundo cuatrimestre – 2023

29/XI/23 – 7:00 hs.

Apellido y Nombres:

Legajo:

Curso:

1. En \mathbb{R}^3 con el producto interno canónico se considera la matriz $A \in \mathbb{R}^{3 \times 4}$ definida por

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 3 & 1 \\ 3 & -3 & -6 & 0 \\ 8 & 8 & 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Calcular la distancia del vector $[-1 \ -1 \ 1]^T$ al subespacio $\text{col}(A)$.

2. Hallar, si existe, una matriz $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ tal que $\text{traza}(A) = -6$ y

$$A^2 + 3A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. Hallar la matriz simétrica $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ tal que $\left\{ [1 \ 1 \ 0]^T, [2 \ 1 \ 2]^T \right\} \subset \text{nul}(A - I)$ y $\text{traza}(A) = 1$.

4. Sea $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ la matriz definida por

$$A = \frac{2}{9} \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \\ 4 \end{bmatrix} [2 \ -6 \ 3] + \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ -7 \end{bmatrix} [6 \ 3 \ 2].$$

Hallar todas las soluciones por cuadrados mínimos de la ecuación $Ax = [1 \ 0 \ -1]^T$ y determinar la de norma mínima.

5. Sea $\Pi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la proyección sobre el plano $\{x \in \mathbb{R}^3 : x_1 = 0\}$ en la dirección de la recta $\text{gen} \left\{ [1 \ 1 \ 1]^T \right\}$. Hallar y graficar la imagen por Π de la esfera unitaria de \mathbb{R}^3 .