75:12 ANÁLISIS NUMÉRICO I

FACULTAD DE INGENIERIA
UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

EXAMEN INTEGRADOR – QUINTA FECHA

6/Agosto/2024

Problema 1

Dado el siguiente problema de valores de contorno

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{y}{4} = 0 \quad con\, y_{(0)} = 1 \;;\; y_{(\pi)} = 0$$

Plantear su resolución numérica usando diferencias finitas centradas. Expresar el sistema de ecuaciones resultantes en forma matricial. Considerar que el dominio se divide en $N+1$ tramos.

a) Obtener la solución aproximada para N=1 (1 punto)
b) Repetir para N=3. Usar métodos vistos en el curso para resolver el sistema de ecuaciones (2 puntos)
c) Explicar cómo se puede obtener una mejor aproximación para $y_{\left(\frac{\pi}{2}\right)}$ utilizando algunos de los resultados previamente calculados. Calcularla (1 punto)

Problema 2

Sea el siguiente problema diferencial

$$\frac{dy}{dt} = ty^2, \quad y(1) = 1$$

a) Calcular la solución en $t = 1{,}3$ utilizando el método de Euler con un paso $k = 0{,}1$ (1 punto)
b) Calcular la solución en $t = 1{,}3$ utilizando el método de Runge-Kutta con un paso $k = 0{,}1$ (2 punto)
c) Sabiendo que la solución analítica es $y(t) = 2/(3-t^2)$ calcular los errores en t=1,3 y obtener conclusiones justificando la respuesta. (1 punto)

Ayuda: Euler: Si $y' = f(t,y)$ $u_{n+1} = u_n + k^* f(t_n,u_n)$
RK2: Si $y' = f(t,y)$ $u_{n+1} = u_n + 0.5^*(q1+q2)$ siendo $q1 = k^*f(t_n,u_n)$ y $q2 = k^*f(t_n+k,u_n+q1)$

Pregunta 1 (1 punto)

Describir la relación que existe entre las derivadas y las diferencias divididas y en qué caso se aplica.

Pregunta 2 (1 punto)

Indicar bajo que condición se puede asegurar que tiene solución única el sistema de ecuaciones lineales resultante de la discretización por diferencias finitas centradas del siguiente problema de valores de contorno

$$y'' = p(x)\, y' + q(x)\, y + r(x) \quad \text{con} \quad y(o)=\alpha \;;\; y(L)=\beta$$

Criterio de aprobación: reunir en total 4 puntos considerando exclusivamente los puntos a) y b) de cada problema o de un mismo problema si fuera posible.