6(SEIS)

E.L.

Parcial 17/05/2018 **Apellido:** Figueredo **Padrón:** 99305

Problema 1:

La población de la ciudad de Las Flores se registró en los tres últimos censos, obteniéndose los siguientes valores:

Año	1991	2001	2010
Población	18716	20722	21455

a) Construir un polinomio interpolante mediante el método de Lagrange que aproxime los tres valores observados.

b) Utilizar el polinomio interpolante para estimar una población en la ciudad para el año 2018.

c) Si se considera que el valor de población estimada en cada censo puede tener un error absoluto de hasta $\pm$ 250 personas, encontrar una cota de error para la población estimada en 2018 (despreciar errores de redondeo). Expresar la población resultante correctamente redondeada (usando redondeo simétrico).

Problema 2:

Se tiene la siguiente ecuación:

$$f(x) = x + \ln(x) - 5 \qquad x>0$$

a) Encontrar la raíz de la ecuación mediante el método de Newton - Raphson. Considerar una tolerancia para el error relativo de $0{,}5.10^{-5}$

b) Programar el punto a) con el lenguaje de código que se ha utilizado en los TP.

Problema 3:

Dado el siguiente sistema Ax=b, se pide:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 20 & -7 & 12 \\ -8 & 13 & 17 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 11 \\ 70 \\ 17 \end{pmatrix}$$

a) Resolverlo mediante la descomposición LU de la matriz A, siendo L una matriz triangular inferior con unos en la diagonal y U una matriz triangular superior.

b) Realizar una perturbación de 0,001 sobre el vector b, resolver con las matrices LU calculadas en el punto a) y estimar una cota de error de representación. Utilizar una precisión de tres decimales y redondeo simétrico.

Figueredo Ignacio
99306

Problema 1

X	Y
1991	18 716
2001	20 722
2010	21 455

a_ Mi polinomio de Lagrange sera: $P(x) = Y_0 L_0 + Y_1 \cdot L_1 + Y_2 \cdot L_2$

Dado $Y_0 = 18\,716$; $Y_1 = 20\,722$ y $Y_2 = 21\,455$

$$L_0 = \frac{x-2001}{1991-2001} \cdot \frac{x-2010}{1991-2010} = +\frac{1}{10}(x-2001) \cdot \frac{1}{19}(x-2010)$$

$$L_1 = \frac{x-1991}{2001-1991} \cdot \frac{x-2010}{2001-2010} = -\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{9}(x-1991)(x-2010)$$

$$L_2 = \frac{x-1991}{2010-1991} \cdot \frac{x-2001}{2010-2001} = \frac{1}{19} \cdot \frac{1}{9}(x-1991)(x-2001)$$

Dejando Así:

$$P(x) = 18\,716 \cdot \frac{1}{190}(x-2001)(x-2010) - 20\,722 \cdot \frac{1}{90}(x-1991)(x-2010)$$

$$+ 21\,455 \cdot \frac{1}{171}(x-1991)(x-2001).$$

b_ $P(2018) = 21\,254$

Figueredo Ignacio

99305

HOJA N°

FECHA

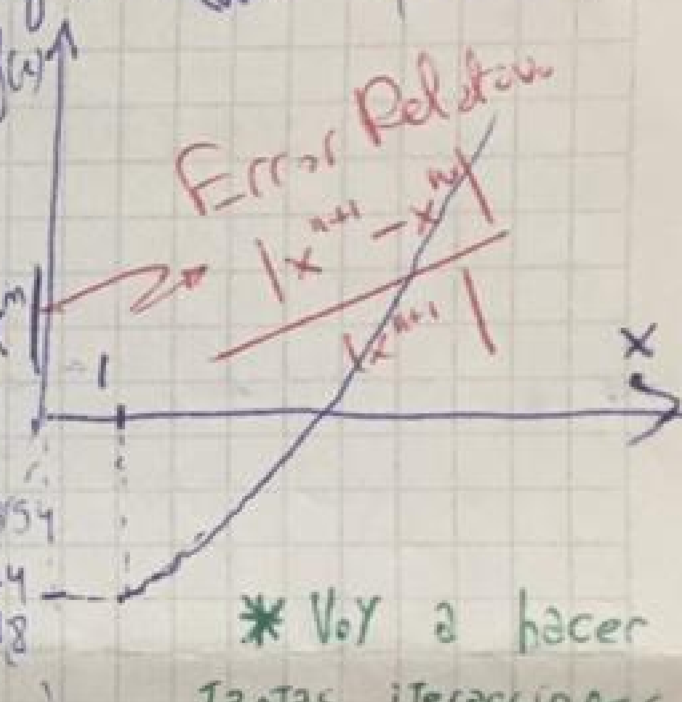
Problema 2

$f(x) = x + \ln(x) - 5 \qquad x > 0$

Si Busco la raiz, entonces quiero que $0 = x + \ln(x) - 5$

Y por Newton Raphson $\Rightarrow$ $x^{m+1} = x^m - \dfrac{f(x^m)}{f'(x^m)}$

Donde $f'(x) = 1 + \dfrac{1}{x}$; $x > 0$. Haciendo un grafico ~~[illegible]~~ POCO aproximado veo que:



Propongo valor semilla: $x_0 = 4$

m	x^m	$f(x^m)$	$f'(x^m)$	x^{m+1}	$f(x^{m+1})$	$\lvert x^{m+1} - x^m \rvert$
0	4	0,3862943	1,25	3,6909646	-0,0031476	—
1	3,6909646	-0,0031476	1,2709319	3,6934412	-0,0000019	0,3090354
2	3,6934412	-0,0000019	1,2707502	3,6934413	$-1,2 \cdot 10^{-8}$	0,00248 $^{-4}$

* Voy a hacer tantas iteraciones hasta que $|x^{m+1} - x^m| < 0,5 \cdot 10^{-5}$

No es necesario que siga haciendo iteraciones, porque ya voy a ver que el proximo valor tiene un error menor al pedido.

$\Rightarrow$ Nuestra raiz va a ser $x = 3,693441$

b) $x_0 = 4$

```
x1 = x0 - (x0 + ln x0 - 5) / (1 + 1/x0)
While (x1 - x0) > 0,000005
    x0 = x1
    x1 = x0 - (x0 + ln x0 - 5) / (1 + 1/x0)
end While.
```

NOTA

Figueredo Ignacio
99305

Problema 3

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 20 & -7 & 12 \\ -8 & 13 & 17 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 11 \\ 70 \\ 17 \end{pmatrix}$$

$$A = L.U \Rightarrow L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} \\ 0 & U_{22} & U_{23} \\ 0 & 0 & U_{33} \end{pmatrix}$$

Resolvemos las ecuaciones y veo:

$\underline{U_{11} = 4}$; $l_{21} . U_{11} = 20 \Rightarrow \underline{l_{21} = 5}$; $l_{31} . U_{11} = -8$

$\underline{l_{31} = -2}$

$\underline{U_{12} = -2}$; $l_{21} . U_{12} + U_{22} = -7$

$\Rightarrow \underline{U_{22} = 3}$

$l_{31} . U_{12} + l_{32} . U_{22} = 13$

$\underline{U_{13} = 1}$

$\underline{l_{32} = 3}$

$\Rightarrow$ Ya tenemos L, pasemos en limpio lo que hay hasta ahora.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 0 & 3 & U_{23} \\ 0 & 0 & U_{33} \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$5 + U_{23} = 12$

$\Rightarrow \underline{U_{23} = 7}$

$-2 + 3.7 + U_{33} = 17 \Rightarrow \underline{U_{33} = -2}$

Mi descomposición quedó.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 20 & -7 & 12 \\ -8 & 13 & 17 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 0 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} = LU$$