

## ÁLGEBRA II (61.08 – 81.02)

Confituras

Duración: 4 horas.

Segundo cuatrimestre – 2023

4/XII/23 – 7:00 hs.

---

Apellido y Nombres:

---

Legajo:

---

Curso:

---

1. Sea  $T : \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}^3$  la transformación lineal definida por

$$[T]_{\mathcal{B}}^{\mathcal{C}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

donde  $\mathcal{B}$  y  $\mathcal{C}$  son las bases de  $\mathbb{R}_2[x]$  y  $\mathbb{R}^3$ , respectivamente, definidas por

$$\begin{aligned} \mathcal{B} &= \{1 + x^2, 1 + x, x + x^2\}, \\ \mathcal{C} &= \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T, \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T \right\}. \end{aligned}$$

Hallar la preimagen por  $T$  del vector  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$ .

---

2. Hallar, si existe, una matriz  $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  tal que  $\det(A) = -1$  y

$$A^2 - 3A + 2I = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}.$$

---

3. Sea  $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  la matriz definida por

$$A = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0.2 & 0.8 \end{bmatrix}$$

Hallar  $\lim_{n \rightarrow \infty} A^n$ .

---

4. Hallar una matriz simétrica  $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  tal que  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$  y  $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}^T$  son autovectores de  $A$ ,  $\det(A) = 18$ ,  $\text{traza}(A) = 8$ , y  $\sigma(A) \subset (0, +\infty)$ .

---

5. Sea  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  la transformación definida por  $T(x) = Ax$ , donde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Hallar y graficar la imagen por  $T$  de la esfera unitaria.