1)

$$\left.\begin{aligned} B_{Col(A)} &= \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \\ B_{Fil(A)} &= \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \end{aligned} \right\}$$

Pensar porq' o hacer la cuenta $A = \ldots$

$$B_{Col(A) \cap Fil(A)} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Como vimos en clase:

$$B_{\mathbb{R}^4} = \left\{ \overbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}^{B_{Col(A)}}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

$B_{Fil(A)}$

Completo a base con uno l.i.

2)
$$[T(v_1)]^B = [T]_E^B\, v_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$[T(v_2)]^B = [T]_E^B\, v_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$[T(v_3)]^B = [T]_E^B\, v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Uso estas coordenadas para obtener $T(v_1)$, $T(v_2)$ y $T(v_3)$, claramente

$$T(v_1) = T(v_3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y}$$

$$T(v_2) = 3\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Por lo visto en clase, la imagen por T del mencionado triangulo es el segmento que va de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ a $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

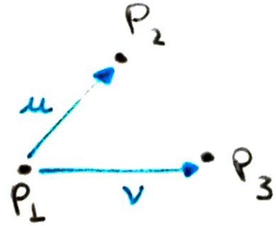
3) $S \subseteq$ el plano, pues $\underset{\substack{\uparrow \\ x_1}}{2} + 2\cdot\underset{\substack{\uparrow \\ x_3}}{(-1)} = 0$

Por lo tanto:

$$\pi^{-1}(S) = S + \mathrm{Nu}(\pi) = S + \mathrm{gen}\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}\right\}$$

$$\pi^{-1}(S) = \mathrm{gen}\left\{\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}\right\}$$

4) Remito todo al vertice P_1:



$u := P_2 - P_1 = 2x(x+1)$

$v := P_3 - P_1 = 3x(x-1)$

Construllo la matriz de Gram

$$G = \begin{pmatrix} \langle u,u \rangle & \langle u,v \rangle \\ \langle v,u \rangle & \langle v,v \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & 0 \\ 0 & 36 \end{pmatrix}$$

$$\text{Area} = \frac{1}{2}\sqrt{\det(G)} = \frac{1}{2}\sqrt{16\cdot 36} = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 6$$

$$= 2\cdot 6 = \boxed{12}$$

5) Gracias a que el p.i. es el canónico, $S^\perp = \text{gen}\left\{\begin{matrix}\text{normal}\\ \text{al plano}\end{matrix}\right\} = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix}1\\-2\\-2\end{pmatrix}\right\}$

Los x que busco deben ser:

$$x = x_S + x_{S^\perp} = \begin{pmatrix}2\\-1\\2\end{pmatrix} + \lambda\begin{pmatrix}1\\-2\\-2\end{pmatrix}$$

de esta manera me aseguro que $P_S(x)$ va a ser la pedida.

Ahora despejo λ de pedir que

$$\|x\| = 5 \longleftrightarrow \|x\|^2 = 25$$

Por Pitágoras:

$$\left\|\begin{pmatrix}2\\-1\\2\end{pmatrix}\right\|^2 + \lambda^2\left\|\begin{pmatrix}1\\-2\\-2\end{pmatrix}\right\| = 25$$

$$9 + \lambda^2 \cdot 9 = 25 \longrightarrow \lambda^2 = \frac{16}{9} \rightarrow \lambda = \pm\frac{4}{3}$$

Soluciones:

$$x_1 = \begin{pmatrix}2\\-1\\2\end{pmatrix} + \frac{4}{3}\begin{pmatrix}1\\-2\\-2\end{pmatrix} \text{ y } x_2 = \begin{pmatrix}2\\-1\\2\end{pmatrix} - \frac{4}{3}\begin{pmatrix}1\\-2\\-2\end{pmatrix}$$