A (CUATRO)

1° Rec. Parcial 07/06/2018 **Apellido:** SKAC KAUSKAS **Padrón:** 97198

Problema 1. Dado el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{bmatrix} 5 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Se desea calcular iterativamente su solución utilizando el método de Gauss-Seidel. Se pide:

a) Justificar teóricamente su convergencia
b) Efectuar tres iteraciones arrancando de x1 = 0.1, x2 = 0.1, x3=1.0, x4=0.1. Estimar en cada una de ellas una cota del error de truncamiento.

Problema 2. El siguiente polinomio posee una raíz en el intervalo [140, 160]:

$$y(x) = 1.00x^3 - 191x^2 + 6130x - 9720$$

a) Aplicar el método de la secante para obtener la raíz x^* con un error absoluto menor a 0.05. Elegir con algún criterio los valores semilla. Escribir el resultado final correctamente redondeado.
b) Si se considera que el primer coeficiente del polinomio (1.00) puede tener un error relativo de 1%, hallar de manera experimental una cota del error para la raíz hallada.
c) Dada esta incertidumbre, ¿con cuántos dígitos significativos y medianamente significativos se conoce realmente la raíz?

Problema 3. En un circuito electrónico se realiza una medición a la salida de una de sus etapas y se obtienen los siguientes valores de tensión en función del tiempo:

Tiempo (seg)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Tensión (V)	3,712	2,322	1,307	1,210	1,349	1,710	1,740	1,555	1,317	1,160	1,110

Se desea hallar una relación para la tensión (V) en función del tiempo (t), para lo cual se propone utilizar la siguiente ley:

$$V = C_1 \cdot e^{-0.1t} + C_2 \cdot e^{-0.5t} \cdot sen(2t + \pi/2)$$

a) Utilizar el método de los cuadrados mínimos para determinar los valores más apropiados para los parámetros.
b) Obtener el valor del error cuadrático total.

problema ①

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 = 1 & \rightarrow x_1 = \frac{1}{5} - \frac{x_2}{5} \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 2 & \rightarrow x_2 = \frac{2}{4} - \frac{2}{4}x_1 - \frac{x_3}{4} \\ x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 3 & \rightarrow x_3 = \frac{3}{3} - \frac{2x_4}{3} - \frac{x_2}{3} \\ x_3 + 2x_4 = 4 & \rightarrow x_4 = \frac{4}{2} - \frac{x_3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1^{(n+1)} = \frac{1}{5} - \frac{x_2^{(n)}}{5} \\ x_2^{(n+1)} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} x_1^{(n+1)} - \frac{1}{4} x_3^{(n)} \\ x_3^{(n+1)} = 1 - \frac{2}{3} x_4^{(n)} - \frac{1}{3} x_2^{(n+1)} \\ x_4^{(n+1)} = 2 - \frac{1}{2} x_3^{(n+1)} \end{cases}$$ ✓

K	x_1	x_2	x_3	x_4
0	0,1	0,1	1,0	0,1
1	0,18	0,16	0,88	1,56
2	0,168	0,196	-0,105	2,05

$\Delta x = 0,1$

→ El sistema diverge ✗

falta iterar más

$Ax = b$ A → diagonal dominante → definida positiva

es condición suficiente de convergencia

2) para saber técnicamente si el sistema converge, puedo decir que $\max(\rho(T_J))^2 < 1 \Rightarrow$ el sistema converge si $\max(\rho(T_J))^2 > 1 \rightarrow$ diverge

$T_J = D^{-1}(L + U)$

donde $A = LU$ $L = \begin{pmatrix} & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 \\ & & & 0 \end{pmatrix}$ $U = \begin{pmatrix} & & \\ 0 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}$

$$D^{-1} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$$

SKTCKAUSKAS

3

problema ②

[140 ; 160] $\varepsilon = 0{,}05$

$y(x) = 1{,}00\,x^3 - 191\,x^2 + 6130\,x - 9720$

para método de la secante: $x_{n+1} = x_n - \dfrac{f(x_n)}{\dfrac{f(x_n) - f(x_{n-1})}{x_n - x_{n-1}}}$

supongo un valor semilla de $x_0 = 145$, $x_1 = 155$

$f(145) = -88020$ $f(140) = -151120$

$f(155) = 75521$ $f(160) = 177480$

k	x1	x2	x_{n+1}	$f(x_{n+1})$	$\lvert x_{n+1} - x_n \rvert$
0	145	155	150,38213	-6441,9418	5,38213
1	~~150,38213~~	~~155~~	150,74508	-408,6476	0,36295
2	150,74508	155	$\boxed{150{,}75063}$	-315,85680	0,00555

$\Rightarrow \boxed{x = 150{,}75}$ → 150,8 ± 0,05

esto es Regula Falsi! no secante

b). $\varepsilon_r = 0{,}01$ $\varepsilon_{Abs} = 0{,}05 = \lvert x_{n+1} - x_n \rvert$

$\varepsilon_r = \dfrac{\lvert x_{n+1} - x_n \rvert}{\lvert x_{n+1} \rvert}$

$\Delta y = \left| \dfrac{\partial y}{\partial x} \right| \Delta x$

Skaciaus K45

problema (3)

$$H(t) = V = C_1 e^{-0,1t} + C_2 e^{-0,5t} \operatorname{sen}\left(2t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$a = e^{-0,1t}$$

$$b = e^{-0,5t} \operatorname{sen}\left(2t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$H(t) = C_1 a + C_2 b$$

$$\begin{pmatrix} (\varphi_0\ \varphi_0) & (\varphi_1\ \varphi_0) \\ (\varphi_0\ \varphi_1) & (\varphi_1\ \varphi_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_0\ \varphi_H \\ \varphi_1\ \varphi_H \end{pmatrix}$$

$$\varphi_0 = e^{-0,1t}$$

$$\varphi_1 = e^{-0,5t} \operatorname{sen}\left(2t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\varphi_H = \begin{pmatrix} 3,712 \\ 2,522 \\ 1,307 \\ 1,210 \\ 1,349 \\ 1,710 \\ 1,740 \\ 1,555 \\ 1,377 \\ 1,160 \\ 1,110 \end{pmatrix} \quad \varphi_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0,951 \\ 0,905 \\ 0,861 \\ 0,819 \\ 0,779 \\ 0,741 \\ 0,705 \\ 0,670 \\ 0,638 \\ 0,607 \end{pmatrix} \quad \varphi_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0,421 \\ -0,252 \\ -0,468 \\ -0,240 \\ 0,081 \\ 0,214 \\ 0,131 \\ -0,010 \\ -0,096 \\ -0,069 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 7,195 & 0,770 \\ 0,770 & 1,601 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14,915 \\ 3,614 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 7,195\, C_1 + 0,770\, C_2 = 14,915 \\ 0,770\, C_1 + 1,601\, C_2 = 3,614 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{matrix} C_1 = 1,931 \\ C_2 = 1,329 \end{matrix}}$$

$$\boxed{V = 1,931\, e^{-0,1t} + 1,329\, e^{-0,5t} \operatorname{sen}\left(2t + \frac{\pi}{2}\right)}$$

b) $E = \sum (H^*(t) - H(t))^2$

$E = 0,204 + 0,005 + 0,011 + 0,029 + 0,00[illegible] + 0,01[illegible] +$

$0,001 + 0,001 + 0,0024 + 0,003 + 0,001$

$$\boxed{E = 0,275}$$