EVALUACIÓN INTEGRADORA 13.12.2023

EJERCICIO 1

En $\mathbb{R}^3$ con el producto interno canónico se considera la matriz $A \in \mathbb{R}^{3\times 4}$ definida por

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 4 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Calcular la distancia del vector $[1\ 1\ 4]^T$ al subespacio $\mathrm{Col}(A)$

---

2. Hallar, si existe, una matriz $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ tal que traza$(A) = -1$ y

$$A^2 + 5A = \begin{bmatrix} 18 & -12 \\ 24 & -18 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 3:

Hallar una matriz simétrica $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ tal que $(1\ 0\ -2)^T$ y $(-1\ 1\ 0)^T$ sean autovectores de A y $\det(A) = -2$ y $Tr(A) = 0$

EJERCICIO 4

Sea $A \in \mathbb{R}^{2\times 3}$ la matriz definida por

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 6 & 3 \\ 8 & 8 & 4 \end{bmatrix}$$

Hallar la pseudoinversa de Moore-Penrose de A

Ejercicio 5:

Sea $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la transformación lineal definida por $T(x) = Ax$, donde:

$$A = \begin{pmatrix} 12 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} (4\ -7\ 4) + \begin{pmatrix} -9 \\ 18 \\ 6 \end{pmatrix} (-1\ 4\ 8) ; \quad (1)$$

Hallar, entre todos los $x \in \mathbb{R}^3$ que satisfacen $\|x\| = 1$, aquellos que maximizan $\|T(x)\|$ y determinar $\max\limits_{\|x\|=1} \|T(x)\|$