75:12 ANÁLISIS NUMÉRICO I

FACULTAD DE INGENIERIA
UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

Primer Parcial – Recuperatorio 2

2do. Cuatrimestre 2012
12/Diciembre/2012

Problema 1

Dado el problema matemático y=1-cos(x) se propone para 0,001 < x < 0,1 el siguiente algoritmo para su aproximación mediante un calculo numérico_

η_1=x*x; η_2=η_1/2 ; η_3= 1−η_1/12; η_4= η_2* η_3

Error?

Se pide:

a) Obtener una cota del error de truncamiento del problema numérico propuesto.
b) Obtener una expresión de la cota del error de redondeo.
c) Obtener una expresión que permita determinar la precisión con la cual deben efectuarse los cálculos (cantidad de dígitos significativos) a los efectos de asegurar que el error debido al redondeo no supere el 20 % del error de truncamiento. Asumir que los errores inherentes son nulos. Utilizando dicha expresión evaluar la precisión requerida teniendo en cuenta el rango de valores de x.

Ayuda: $\cos(x) = \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$

Problema 2

El siguiente polinomio tiene una raíz real positiva

$$p(x) = x^3 - 2x^2 - 13x - 10$$

la cual deberá ser obtenida iterativamente utilizando el método de aproximaciones sucesivas. A tal efecto se pide:

Raiz de ecuación no lineal

a) elegir la función de iteración y el punto de arranque justificando teóricamente la elección efectuada.
b) calcular la raíz con un error de truncamiento relativo inferior al 2%
c) determinar el orden de convergencia a partir de los resultados numéricos y compararlo con el obtenido teóricamente.

Pregunta 1

Enuncie una condición suficiente para la convergencia de un método iterativo estacionario aplicado a un sistema de ecuaciones lineales.

Pregunta 2

Que utilidad tiene estimar el número de condición de una matriz cuadrada no singular?

75.12 / 95.04 ANÁLISIS NUMÉRICO I
95.13 MÉTODOS MATEMÁTICOS Y NUMÉRICOS
CB051 MODELACIÓN NUMÉRICA

FACULTAD DE INGENIERÍA
UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

Parcial

1er. Cuatrimestre 2024
14/Mayo/2024

Problema 1

Utilizar el método de la Secante para aproximar la raíz de $f(x) = x^3 - \cos(x^2 + 2)$ con un error $\varepsilon < 0.02$, considerando $x_0 = -2$ y $x_1 = -1.9$.

Estimar experimentalmente el orden de convergencia y compararlo con el resultado teórico esperado.

Raiz de ecuación no lineal

Problema 2

Dada la siguiente tabla de valores de una función $f(x)$

x	$f(x)$	$f'(x)$
0	2	
10	172	
80	9762	0

Polinomio interpolante

se pide:

a) Obtener un polinomio interpolante mediante el método de Hermite.
b) Sin hacer el cálculo, indicar cómo agregaría a la tabla el valor $f(40) = 4570$ y cómo afectaría esto a los coeficientes calculados en a). Justificar la respuesta.

Pregunta 1

Defina qué entiende por norma de una matriz y proporcione ejemplos en los cuales ese concepto interviene en la teoría de la materia. Para responder esta pregunta se puede basar en el concepto de norma vectorial.

Pregunta 2

Indicar qué cuidados hay que tomar desde el punto de vista computacional al implementar el método de refinamiento iterativo en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales, justificando la respuesta.

75:12 ANÁLISIS NUMÉRICO I

FACULTAD DE INGENIERIA
UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

Primer Parcial – Primera Fecha

2do. Cuatrimestre 2014
15/Octubre/2014

Problema 1

Se pide calcular la solución del siguiente sistema de ecuaciones lineales mediante el método de Jacobi iterando hasta que la cota del error relativo sea inferior a 0.05 medida utilizando la norma infinita. Justificar las acciones adoptadas.

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 & 0 \\ 5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Sistema de ecuaciones lineales

Ayuda: Aplicando el método de Jacobi, tal como está planteado el sistema, no se obtiene convergencia.

Problema 2

Se desea evaluar la raíz cúbica de 7 utilizando una calculadora que no tiene funciones científicas (solamente cuenta con las 4 operaciones elementales).

Para ello se propone plantear un esquema iterativo basado en el método de aproximaciones sucesivas y se pide que el mismo tenga un orden de convergencia lineal.

Raiz de ecuación no lineal

a) Calcular 7^(1/3) iterando hasta obtener 6 dígitos significativos correctos usando el esquema propuesto.
b) Verificar que el orden de convergencia es lineal a través del cálculo de la constante asintótica de convergencia λ mediante un ajuste efectuado a partir de los resultados del proceso iterativo.

Ayuda: Cuando hay convergencia lineal resulta que $\lim_{n\to\infty} \frac{e_{n+1}}{e_n} = \lambda$ siendo e el error de truncamiento.

Pregunta 1

Describa una metodología general para estimar el error de una solución numérica de una ecuación no lineal escalar.

Pregunta 2

Describa una metodología para estimar el error de una solución numérica de un sistema de ecuaciones lineales obtenida por un método de tipo directo.

75:12 ANÁLISIS NUMÉRICO I

FACULTAD DE INGENIERIA
UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

Primer Examen Parcial

1er Cuatrimestre 2012
16/May/2012

Raiz de ecuación no lineal

Ejercicio 1.
Dada la siguiente función no-lineal,

$$f(x)=0.5-e^{-x}$$

se pide:

a) Calcular su raíz utilizando un método de punto fijo basado en la aplicación de la función generadora g(x)=x-f(x). Tomar como valor de arranque x=0.25 e iterar hasta obtener convergencia con una tolerancia para el error relativo del 1 %.
b) Repetir el calculo usando el método de Newton-Raphson.
c) Verificar en cada uno de los casos las condiciones de convergencia para el punto de arranque.
d) A partir de los resultados numéricos determinar el orden de convergencia de cada método y compararlo con el esperado en base a la teoría.

Ejercicio 2.
El secado de una muestra de barro arrojó los siguientes valores, expresados como pérdida de peso por evaporación de la humedad:

Aproximación de función

Tiempo (seg)	75	95	120	160	190	220	250	280	330
Pérdida (%)	19.6	20.2	20.7	22.9	23.6	26	28.1	29.1	31.2

Se desea hallar la relación de pérdida (P) en función del tiempo (t), para lo cual se propone utilizar la ley $P = At^B$. Utilizando el método de cuadrados mínimos, determinar los valores de A y B.

Pregunta 1

Dada la grilla $x_k = kh \quad k = 0,\dots,20 \quad h = 1/20$, y los datos $f_k = \exp(\mathrm{sen}^2(x_k))$ en I=[0,1], indicar si para aproximarlos es conveniente utilizar interpolación o ajuste. Justificar.

Pregunta 2

¿El número de condición del problema $y=x^\alpha$ depende del valor de x? Justifique su respuesta mediante el cálculo del mismo.

75:12 ANÁLISIS NUMÉRICO I

FACULTAD DE INGENIERIA
UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

PRIMER RECUPERATORIO

2do Cuatrimestre 2012

21/Nov/2012

Problema 1

Se desea encontrar el valor de la función en el punto x = 1.21 a partir de las siguientes mediciones:

Polinomio interpolante

x	1	1.5	2	2.5
F(x)	6.87	4.61	3.28	4.54

a) Para ello, obtenga el polinomio interpolante de Newton de grado 2 [$N_2(x)$] utilizando los datos de la tabla e indique el valor de $N_2(1.21)$.

b) Obtenga una expresión del error cometido y su valor en x = 1.21 al representar los puntos de la tabla mediante el polinomio de grado 2 obtenido en a). Indique de qué tipo de error se trata.

c) Indique alguna expresión del polinomio interpolante de grado 3 de Lagrange [$L_3(x)$] y el valor que se obtiene al evaluarlo en x = 1.21.

Problema 2

Dado el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

Sistema de ecuaciones lineales

$$
\begin{aligned}
x + y - 5z &= 3 \\
8x + 2.5y + 1.2z &= 67.9 \\
3x - 9y + 4z &= 1
\end{aligned}
$$

a) Analice la convergencia del sistema para los métodos de Jacobi y Gauss Seidel.

b) Resuelva el sistema convergente mediante ambos métodos hasta una precisión relativa del 10%.

c) Estimar experimentalmente el orden de convergencia de cada método y justificar su comportamiento

d) Indique cómo puede saber qué método (Jacobi, Gauss Seidel y SOR) converge mas rápido en base al análisis de las condiciones de convergencia.

Pregunta 1

Explique que es el efecto de cancelación de términos y proponga al menos 2 medidas para intentar solucionarlo o mitigarlo.

Pregunta 2

Indique una ventaja y una desventaja de utilizar el método de la Secante frente al método de Newton Raphson.

75:12 ANÁLISIS NUMÉRICO I

FACULTAD DE INGENIERIA
UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

Primer Recuperatorio

1er Cuatrimestre 2010

29/May/2010

Error ?

Ejercicio 1. Se dispone de los siguientes algoritmos algebraicamente equivalentes para determinar el valor de z a partir de x e y:

$$z = sen\left[(x^3 - y^3) + \pi/2\right]; \quad z = \cos\left[(x-y).(x^2 + xy + y^2)\right]$$

a) Demostrar que efectivamente son algebraicamente equivalentes.
b) Obtener una expresión de la cota del error de redondeo para cada uno de los dos algoritmos, en función de la unidad de máquina.
c) Comparar las cotas de error obtenidas, para el caso particular de x = 27,54, y=27,49. Concluir cual de los dos algoritmos es más estable desde el punto de vista numérico.

Ejercicio 2. En un circuito electrónico se realiza una medición a la salida de una de sus etapas y se obtienen los siguientes valores de tensión en función del tiempo:

Tiempo (seg)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Tensión (V)	3,712	2,322	1,307	1,210	1,349	1,710	1,740	1,555	1,317	1,160	1,110

Se desea hallar la relación de tensión (V) en función del tiempo (t), para lo cual se propone utilizar la siguiente ley $V = C_1 \cdot e^{-\tau_1 \cdot t} + C_2 \cdot e^{-\tau_2 \cdot t} + C_3 \cdot e^{-\tau_3 \cdot t} \cdot sen(2 \cdot t + \phi)$

Ajuste de función

a) Utilizando el método de cuadrados mínimos, determinar los valores de C1, C2 y C3.
b) Se propone ahora, utilizar una función de ajuste tal que la constante C1 = 0. Determine los nuevos valores de C2 y C3.
c) Obtenga los valores del error cuadrático total para los puntos a) y b). Compare ambos resultados y realice una apreciación personal de los valores obtenidos.

Datos: $\tau_1 = 7; \quad \tau_2 = 0{,}1; \quad \tau_3 = 0{,}5; \quad \phi = \pi/2$ $\qquad e_T = \sum_{i=1}^{n} \left(f_i - f_i^*\right)^2$

Pregunta 1

Suponga que utiliza el método de Netwon-Raphson para hallar la raíz de una ecuación no lineal con una precisión dada. Al obtener el orden del método en forma experimental obtiene un valor de 2,9. Justifique este resultado explicando las posibles razones del mismo.

Pregunta 2

Se utiliza el método SOR para resolver una serie de SEL caracterizados por una única matriz *A*. Indique cómo procede para determinar el parámetro de sobre-relajación.

75:12 ANÁLISIS NUMÉRICO I

FACULTAD DE INGENIERIA
UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

Primer Recuperatorio de Examen Parcial

1er Cuatrimestre 2012
07/Jun/2012

Ejercicio 1.

Dada la siguiente tabla de valores correspondiente a la función f(x):

x	f(x)
0	1
20	1241
40	4881

Polinomio interpolante

a) Obtener (usando los tres pares de valores proporcionados) un polinomio interpolante mediante el método de Newton y dejarlo expresado en forma triangular
b) Usando la información adicional de que f(5)=86 ajustar un polinomio de grado 3
c) En función de los resultados diga qué tipo de función es f(x). Justifique su respuesta.

Ejercicio 2.

Se desea resolver el siguiente SEL, utilizando métodos iterativos:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 2 & 10 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Sistema de ecuaciones lineales

a) Justificar teóricamente por qué se obtendrá convergencia aplicando los métodos de Jacobi y Gauss Seidel
b) Calcule tres iteraciones utilizando el Método de Jacobi arrancando de x^T_0=(1/3,1/3,1/3)
c) Calcule tres iteraciones utilizando el Método de Gauss Seidel arrancando de x^T_0=(1/3,1/3,1/3)
d) Sabiendo que todas las componentes de x valen 2/7 calcular empíricamente el radio espectral de cada uno de los métodos utilizados y analizar si los resultados son consistente con lo que indica la teoria

Ayuda: los autovalores de la matriz A son todos positivos

Pregunta 1

Desde el punto de vista de la resolución numérica que efectos produce el hecho de que la multiplicidad de una raiz de una ecuación no lineal sea mayor que 1.

Pregunta 2

¿El número de condición del problema $y=x^{\alpha}$ depende del valor de x? Justifique su respuesta mediante el cálculo del mismo.

75:12 ANÁLISIS NUMÉRICO I

FACULTAD DE INGENIERIA
UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

PRIMER EXAMEN PARCIAL

1er Cuatrimestre 2016
11/May/2016

Problema 1
Se desea resolver un problema caracterizado por el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{bmatrix} 1,5 & -4,5 & 2,0 \\ 1,0 & 1,0 & -5,0 \\ 16 & 5,0 & 2,4 \end{bmatrix}$$

Sistema de ecuaciones lineales

a) Analice la convergencia del sistema para el método de Gauss Seidel. Realice las modificaciones que crea conveniente.
b) Resuelva el sistema, siendo b = $(0,5 \quad 3,0 \quad 135,8)^t$ hasta lograr un error relativo menor al 1%.
c) Estimar experimentalmente el orden de convergencia del método.

Problema 2
Se realizó un muestreo de humedad de un producto bajo diferentes condiciones de tratamiento, el cual determinó los siguientes valores, expresados como pérdida de peso del producto:

Aproximación de función

Tiempo de proceso (seg):	75	95	120	160	190	220	250	280	330
Pérdida de peso (%):	19,6	20,2	20,7	22,9	23,6	26,0	28,1	29,1	31,2

Se desea hallar la relación de pérdida (P) en función del tiempo (t), para lo cual se propone utilizar la ley $P = C1.t^{C2}$. Utilizando el método de cuadrados mínimos, determinar los valores de los coeficiente C1 y C2.

Pregunta 1
Indique como se obtiene y cuál es la expresión del factor de amplificación de los errores relativos de redondeo de la función cos(x).

Pregunta 2
Explique qué información brinda el número de condición de una matriz

75:12 ANÁLISIS NUMÉRICO I

FACULTAD DE INGENIERIA
UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

PRIMER EXAMEN PARCIAL

1er Cuatrimestre 2014

14 Mayo 2014

Problema 1

Se desea encontrar los ceros del siguiente polinomio utilizando un método numérico:

$$P(x) = 1{,}00x^3 - 19{,}0x^2 + 107x - 155$$

Raiz de ecuación no lineal

a) Establecer mediante método gráfico una estimación de las tres raíces.
b) Obtener la segunda raíz mediante la aplicación del método de Newton Rapshon con una tolerancia para el error relativo del $1x10^{-3}$. Para ello, seleccionar una semilla que asegure la convergencia. Expresar correctamente el resultado.
c) Estimar experimentalmente el orden de convergencia con los valores calculados al resolver la segunda raíz. ¿Qué puede decir acerca del valor obtenido? Es el esperado? Se modificaría si se calculara con los resultados obtenidos para la primera y tercera raíz?

Problema 2

Se desea resolver un sistema de ecuaciones lineales determinado por la siguiente matriz A mediante un método directo:

$$\begin{vmatrix} 9 & 0 & 8 & 0 \\ 7 & 5 & 6 & 0 \\ 4 & 2 & 3 & 1 \\ 10 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Sistema de ecuaciones lineales

a) Hallar la solución para el vector de términos independientes b: $(1/3;\ 8;\ 0{,}2;\ 1/7)^T$. Realizar las permutaciones que considere conveniente. Guardar la solución con aritmética de punto flotante con 3 dígitos (t=3).
b) Refinar la solución guardada anteriormente una vez y obtener una estimación del número de condición de la matriz A.

Pregunta 1

Explique cuál es la consecuencia de usar una base ortogonal de funciones para realizar el ajuste de una nube de puntos.

Pregunta 2

Ejemplifique cómo obtiene el factor de amplificación para una función genérica que se quiere propagar mediante una grafica de procesos.

75:12 ANÁLISIS NUMÉRICO I

FACULTAD DE INGENIERIA
UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

Primer Parcial – Recuperatorio 2

2do. Cuatrimestre 2008
15/Dic/2008

Problema 1

Dado el siguiente SEL:

Sistema de ecuaciones lineales

$$-2{,}01\,X_1 + 1{,}45\,X_2 = 0{,}11$$
$$1{,}00\,X_1 + 0{,}33\,X_2 = 0{,}45$$

a) Resolverlo empleando descomposición LU con 3 dígitos de precisión y redondeo simétrico.
b) Aplicar refinamiento iterativo (1 vez) a la solución obtenida en a). Para ello utilice las matrices L y U en el cálculo del vector corrección.
c) Justificando con las bases teóricas del curso, determinar si valió la pena efectuar el refinamiento en b).

Problema 2

Dado el siguiente SENL:

Sistema de ecuaciones no lineales

$$x_1^2 - 10x_1 + x_2^2 + 8 = 0$$
$$x_1 x_2^2 + x_1 - 10x_2 + 8 = 0$$

a) Transformarlo en un problema de punto fijo despejando el término lineal de x_1 en la primera ecuación y el término lineal de x_2 en la segunda ecuación. Mostrar que si se trabaja en el dominio definido por D=[0 ; 1.5]x[0 ; 1.5], entonces existe un punto fijo.
b) Mostrar que en el mismo dominio D el punto fijo es único.
c) A partir del método de punto fijo definido, calcular el punto fijo con una tolerancia de 10^{-3} para el error relativo, partiendo del centro geométrico del dominio D como semilla vectorial.

Pregunta 1

Indicar ventajas y desventajas del método Cuasi-Newton sobre el método de Newton para resolver SENL .

Pregunta 2

Indicar cómo aplicar el método de Gauss-Seidel a la solución numérica del punto c), Problema 2.