Ej parcial - Ajuste

martes, 10 de mayo de 2022 16:39

Problema 1

Dada la grilla de pares ordenados X e Y:

X	0	1	2
Y	3	1	-1

Se desea ajustar por cuadrados mínimos los coeficientes **a** y **b** mediante la función: $f(x) = a(x+2) + b\frac{1}{(x+2)}$

Desarrollar la metodología hasta obtener el sistema lineal que resuelve **a** y **b**, si aparte se quisiera aplicar pivoteo parcial.

Aclaración: En este problema **no** es necesario resolver el sistema de ecuaciones obtenido. La respuesta del ejercicio debe ser el sistema lineal de tipo Ax=b con los coeficientes Aij y bj hallados.

X:	0	1	2
f(x):	3	1	-1
$\varphi_0(x)$	2	3	4
$\varphi_1(x)$	1/2	1/3	1/4

$\varphi_0 \cdot \varphi_0 = 29.00$

$\varphi_0 \cdot \varphi_1 = 3.000$

$\varphi_1 \cdot \varphi_1 = 0.4236$

$\varphi_0 \cdot f = 5.000$

$\varphi_1 \cdot f = 1.583$

$$\begin{bmatrix} 29{,}00 & 3{,}000 \\ 3{,}000 & 0.4236 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.000 \\ 1.583 \end{bmatrix}$$

Ej parcial - SEL iterativos/ ENL

Tuesday, February 23, 2021 7:07 PM

Problema 2

Se desea resolver un sistema de ecuaciones lineales Ax=b de 3x3 por el método de Jacobi. Se conoce la siguiente información.

- A <u>no</u> es diagonal dominante.
- T <u>no</u> es diagonal dominante (T es la matriz de iteración del método)
- El polinomio característico que resuelve los 3 autovalores de A resulta en la ecuación:

$$343\lambda^3 + 49\lambda^2 - 49\lambda - 1/7 = 0$$

- El polinomio característico que resuelve los 3 autovalores de T resulta en la ecuación:

$$27\lambda^3 + 3\lambda^2 - 3\lambda - 1/3 = 0$$

- Tanto para A como para T, se sabe que exactamente dos de sus autovalores son negativos y pertenecen al intervalo cerrado (-1,0).

En base a dicha información, concluir si el método de Jacobi aplicado al sistema AX=b converge. **<u>Justificar</u>** cada paso realizado. La justificación deberá documentar la aplicación de algún método iterativo de aproximaciones sucesivas donde fuera necesario (Sugerencia: Newton-Raphson). Establecer el punto de arranque y el criterio de parada acorde a las necesidades de la respuesta.

Aclaración: En este problema <u>no</u> es necesario realizar un análisis del Teorema de Punto Fijo.

Se evalua el polinomio de T → hallar la raiz que falta y ver si es positiva menor a 1

1	2
0	1.1000
1	0.7464
2	0.5248
3	0.3992
4	0.3452
5	0.3338
6	0.3333
7	0.3333
8	0.3333
9	0.3333

→ NR desde $X = 1,1$

$$X = X - \frac{\left[27X^3 + 3X^2 - 3X - 1/3\right]}{81X^2 + 6X - 3}$$

raiz < 1

si los 3 autovalores son menores a 1 en modulo ⟺ Jacobi converge

Ej parcial - Errores

Monday, May 16, 2022 5:45 PM

Problema 3

La siguiente tabla indica la implementación de un método de punto fijo para estimar la raíz positiva de la función $F(x)=e^{-2x}+x-1$. La semilla 0.7 corresponde a la iteración "0". El método se truncó en la 5° iteración, verificando anteriormente que cumple las hipótesis del Teorema de Punto Fijo.

En base a la información disponible, evaluar la función F en la raíz estimada según la tabla. Es decir, hallar F(raíz estimada). La respuesta deberá incluir un valor representativo y cota de error adecuada.

Aclaración: considerar válida como cota de error absoluto, la diferencia entre 2 iteraciones consecutivas.

0	0.7000
1	0.7534
2	0.7784
3	0.7892
4	0.7937
5	0.7955

$$\Delta X = 0.0018 \sim 0{,}002$$

$$x = 0.7955 \pm 0.002 = 0.795 \pm 0.002$$

$$\tilde{F}(0.795) = -0{,}0011$$

$$\Delta F = \left|\frac{\partial F}{\partial x}\right| \Delta x = \left| e^{-2x}(-2) + 1 \right| \cdot \Delta x$$

$$\Delta F = 0.5921 \cdot 0.002 = 0.0012$$

$$F = \tilde{F} + \Delta F = -0{,}0011 \pm 0.002$$

$$\boxed{= -0.001 \pm 0.002}$$

Ej parcial - Punto fijo - Hallar k máximo

martes, 10 de mayo de 2022 14:24

Problema 2

Dada la siguiente función: $f(x) = x^3 - 8$

Se desea hallar su raíz con el esquema de punto fijo $g(x)=x-k.f(x)$ donde k es una constante positiva. Hallar el máximo valor de k, para que el método tenga garantizada la convergencia según el Teorema de Punto Fijo en el intervalo [1,3].

$f(x) = x^3 - 8 \qquad [a,b] = [1,3]$

$g(x) = x - kf(x) = x - k(x^3-8)$

$g'(x) = 1 - k.f'(x) = 1 - 3kx^2$

Condiciones de existencia en g(a) y g(b)

1) $a < a - k(a^3-8) < b \quad \begin{cases} k > 0 \\ k < \dfrac{b-a}{8-a^3} \end{cases} \qquad \dfrac{2}{8-1} = \boxed{\dfrac{2}{7}}$

2) $a < b - k(b^3-8) < b \rightarrow \begin{matrix} k > 0 \\ k < \dfrac{b-a}{b^3-8} \end{matrix} \qquad \dfrac{2}{27-8} = \boxed{\dfrac{2}{19}}$

Condición de unicidad (g' es monotona en [1,3])

5

3) $-1 < 1 - 3ka^2 < 1 \qquad k < \dfrac{2}{3a^2} \qquad \dfrac{2}{3.1^2} = \boxed{\dfrac{2}{3}}$

4) $-1 < 1 - 3kb^2 < 1 \qquad k < \dfrac{2}{3.3^2} \qquad \dfrac{2}{3.9} = \boxed{\dfrac{2}{27}}$

Se deben satisfacer las 4 condiciones. Esto se logra con $k < 2/27$. El máximo valor posible es $2/27$