Ivan Ossoinak Klich
93351

Primer Parcial Modelación Numérica 95.10

HOJA N° 23/10 FECHA

8(ocho)
PABLO GARCÍA

Problema 1

x	0,174	0,325	0,615	0,932	1,23	1,49
y	0,0120	0,0894	0,512	1,42	3,21	5,20

debemos ajustar con una curva de la forma $y(x) = a x^b$ mediante el método de cuadrados mínimos. con 3 dígitos en todas las operaciones.

la curva no es lineal, haremos un cambio de variable

$$\ln(y) = \ln(a) + b \cdot \ln(x)$$

donde $C_0 = \ln(a)$; $\varphi_0 = 1$, $C_1 = b$; $\varphi_1 = \ln(x)$; $H = \ln(y)$

$\varphi_0 = (1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1)$

$\varphi_1 = (\cancel{-1,749}\ -1,75 \quad \cancel{-1,124}\ -1,12 \quad -0,486 \quad -0,0704 \quad 0,207 \quad 0,399)$

$H = (-4,42 \quad -2,41 \quad -0,669 \quad 0,351 \quad 1,17 \quad 1,65)$

$$\begin{pmatrix} \varphi_0 \cdot \varphi_1 & \varphi_0 \varphi_1 \\ \varphi_1 \cdot \varphi_0 & \varphi_1 \varphi_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_0 \\ C_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_0 \cdot H \\ \varphi_1 \cdot H \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 6 & -2,82 \\ -2,82 & 4,76 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_0 \\ C_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4,33 \\ 11,6 \end{pmatrix}$$

resolvemos el sistema y obtenemos:

$C_0 = 0,587$ $C_1 = 2,78$

tenemos entonces $a = e^{C_0}$ y $b = C_1$

$a = 1,80$ $b = 2,78$

obtenemos así la curva de ajuste siguiente:

$$y^*(x) = 1,80 \cdot x^{2,78}$$

debemos verificar el ajuste logrado y una estimación del error. para ello evaluaremos la curva en los datos y daremos el error cuadrático.

x	0,174	0,325	0,615	0,932	1,23	1,49
y*	0,0139	0,0791	0,466	1,48	3,20	5,45

NOTA

0,615   0,452   3,21   0,1

0,512   1,42

curva de la forma $y(x) = a x^b$ mediante

mínimos con 3 dígitos en todas las operaciones.

, haremos un cambio de variable

$+ \; b \cdot \ln(x)$

$\varphi_0 = 1 \quad ; \quad C_1 = b \quad ; \quad \varphi_1 = \ln(x) \quad ; \quad H = \ln(y)$

486   $-0{,}0709$ $0{,}207$ $0{,}399$)

69   $0{,}351$ $1{,}14$ $1{,}65$)

$$e = \sum_{i=1}^{6} (y_i - y_i)^2$$

$$= (0{,}0120 - 0{,}0139)^2 + (0{,}0894 - 0{,}0791)^2 + (0{,}512 - 0{,}466)^2 + (1{,}42 - 1{,}48)^2 + (3{,}21 - 3{,}20)^2$$

$$+ (5{,}20 - 5{,}45)^2 = 0{,}0684$$

Problema 2

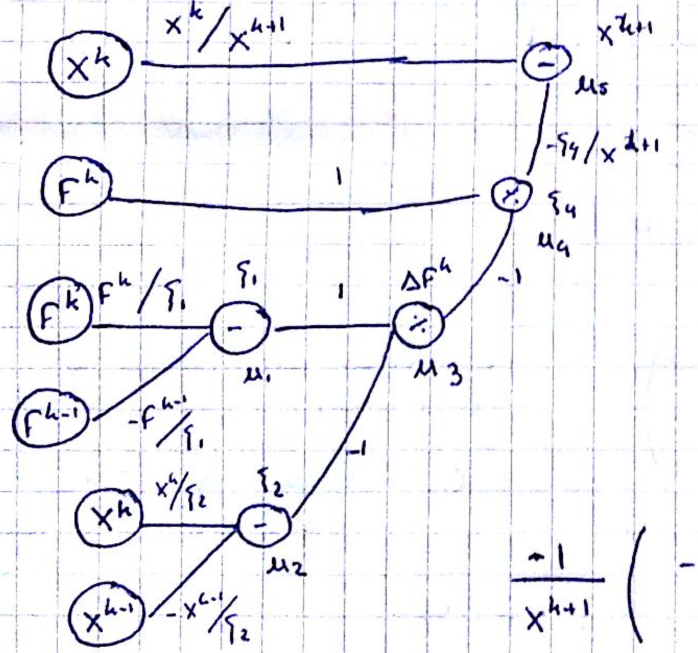
la fórmula de método de la secante es

$$x^{k+1} = x^k - \frac{f^k}{\Delta f} \qquad \text{con} \qquad \Delta f = \frac{f^k - f^{k-1}}{x^k - x^{k-1}}$$

tambien podemos usar:

$$x^{k+1} = \frac{x^{k-1} f^k - x^k f^{k-1}}{f^k - f^{k-1}}$$

debemos hallar el factor de amplificación para el error de redondeo durante los cálculos en ambos métodos



$$r_{x^{k+1}} = \left[r_{x^k} \frac{x^k}{x^{k+1}} - \frac{1}{x^{k+1}} \left[r_{f^k} - \left(\right. \right. \right.$$

$$\left[r_{f^k} \frac{f^k}{\xi_1} - r_{f^{k-1}} \frac{f^{k-1}}{\xi_1} + \mu_1 - \left(r_{x^k} \frac{x^k}{\xi_2} - r_{x^{k-1}} \frac{x^{k-1}}{\xi_2} \right. \right.$$

$$\left. \left. \left. + \mu_2 \right) + \mu_3 \right) + \mu_4 \right] + \mu_5$$

$$|\mu_1| = |\mu_2| = |\mu_3| = |\mu_4| = |\mu_5| \leq |\mu|$$

$$\frac{-1}{x^{k+1}} \left(-\mu - (-\mu) + \mu + \mu \right) + \mu$$

$$\mu \left(\frac{1}{x^{k+1}} + \right)$$

$$\mu_5 + - \frac{\xi_4}{x^{k+1}} \left(\mu_4 - \mu_3 - \mu_1 + \mu_2 \right)$$

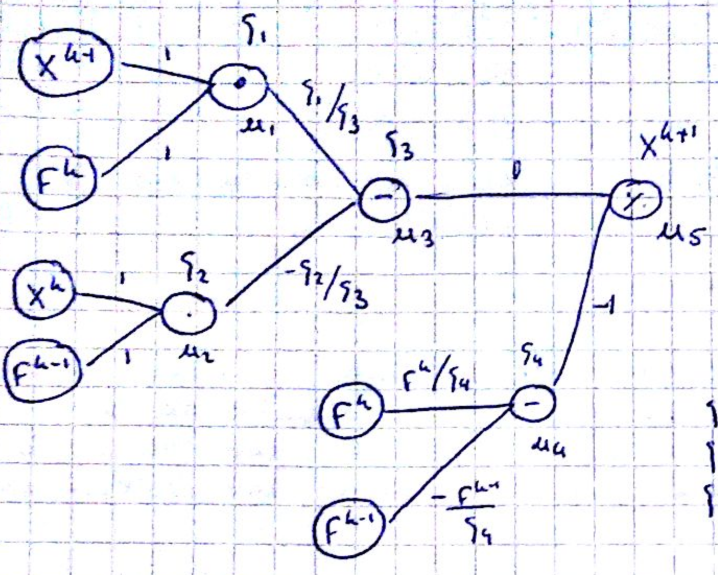
$$\xi_4 = \frac{f^k}{\Delta f^k} \qquad x^{k+1} = x^k - \frac{f^k}{\Delta f^k}$$

$$\underbrace{\left(1 + \frac{\xi_4}{x^{k+1}} \cdot 4 \right) \mu}_{f_\mu'}$$

Ivan Ossoinak Klich
93351

Primer Parcial 95.10

FECHA



$$\mu_5 + \mu_3 + \frac{\eta_1}{\eta_3}\mu_1 - \frac{\eta_2}{\eta_3}\mu_2 - \mu_4$$

$$|\mu_1| = |\mu_2| = |\mu_3| = |\mu_4| = |\mu_5| \leq |\mu|$$

$$\underbrace{\left(3 + \left|\frac{\eta_1}{\eta_3}\right| + \left|\frac{\eta_2}{\eta_3}\right|\right)}_{|Fu^2|} \mu$$

$\eta_1 = x^{k-1} f^k$
$\eta_2 = x^k f^{k-1}$
$\eta_3 = x^{k-1} f^k - x^k f^{k-1}$

el primer algoritmo esta mejor condicionado para la convergencia, vemos que es la forma de Newton Raphson. ~~ademas en~~ Donde δf es cociente incremental

$$f(x) = \text{sen}(x) - 0,7429$$

vamos a calcular $x = \arcsin(0,7429)$ suponiendo que $f(x) = \text{sen}($

con $x^0 = 0,7$ $x^1 = 0,9$

$$x^2 = 0,9 - \frac{\text{sen}(0,9)}{\frac{\text{sen}(0,9) - \text{sen}(0,7)}{0,9 - 0,7}} = -0,226$$

$$x^3 = -0,23 - \frac{\text{sen}(-0,23)}{\frac{\text{sen}(-0,23) - \text{sen}(0,9)}{-0,23 - 0,9}} = 0,0247$$

con el segundo método

$$x^2 = \frac{0,7 \cdot \text{sen}(0,9) - 0,9\,\text{sen}(0,7)}{\text{sen}(0,9) - \text{sen}(0,7)} = -0,226$$

$$x^3 = \frac{0,9\,\text{sen}(-0,23) - -0,23\,\text{sen}(0,9)}{\text{sen}(-0,23) - \text{sen}(0,9)} = 0,0247$$

Para el primer caso el factor de ampl...

$$|F_u^1| = 20,91$$

en el segundo caso

$$|F_u^2| = 38,85$$ corrobora nuestra suposición anterior.

Pregunta 2:

Si la multiplicidad de una raiz de ecuación no lineal es mayor a 1 podemos comprobar que el método de Newton-Raphson pierde sus propiedades de convergencia y OD deja de ser 2, pasa a ser lineal, a menos que se realicen las correcciones necesarias.

Pregunta 1

Podemos reducir el error obtenido al resolver un SEL mediante método directo por medio del refinamiento iterativo.

Supongamos el sistema

$A \cdot x = b$ obtenemos x

calculamos el residuo $r = b - Ax$

obtenemos r

también $A \cdot \delta x = r$, este es otro sistema despejamos δx

$\hat{x} = x + \delta x$ obtenemos un $\hat{x}$ refinado.