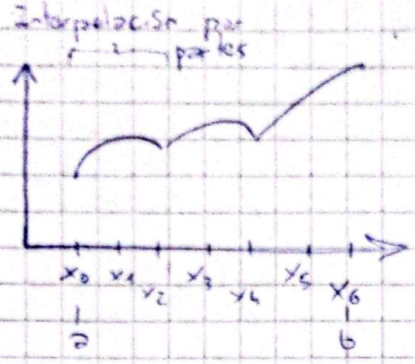
Simpson

07 - 11 - 2024 Integración numérica



$$h = \frac{b-a}{N}$$

$\rightarrow N = 6$

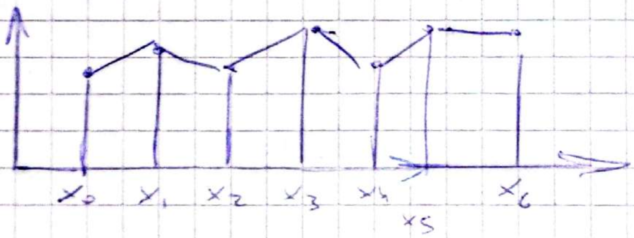
X_0, X_6 exteriores

F_1, F_3, F_5 centro de la interpolación ~~integración~~

$$S_{(h)} = \frac{h}{3}\left[f_a + f_b + 2 \sum f_{Par} + 4 \sum F_{Imp} \right]$$

Es un método de grado 4 (más preciso).

Trapecios



Calculo el area de cada trapecio.

$$T(h) = h\left[\frac{f_0 + f_N}{2} + \sum . F_{Internos} \right]$$

Es un método de grado 2 (menos preciso).

$$I_{(real)} = \begin{matrix} T(h) \\ S(h) \end{matrix} + \text{Error}$$

▶ Metodo de Romberg

1° 16'   07-11-24

* Formula de Euler - Maclaurin

$$I = T_{(h)} + E_T$$

$$E_T = C_1 . h^2 + C_2 . h^4 + C_3 . h^6 \dots$$

Extrapolación de Richardson

$$I - T(h) = C_1 . h^2$$

$$I - T\left(\frac{h}{2}\right) = C_1 . \left(\frac{h}{2}\right)^2$$

Ignoramos el resto de los términos → I

Al despreciarlos pasa a ser $\tilde{I}$

$$\tilde{I} - T(h) = C_1 . h^2$$

$$\tilde{I} - T\left(\frac{h}{2}\right) = C_1 . \frac{h^2}{4}$$

Porque ignoramos $C_2 . h^4$

El error de $\tilde{I}$ pasa a ser de orden 4 (1)

↳ Entonces $\tilde{I}$ = Simpson.

$$I - \tilde{I} = C_2 . h^2$$

... 1° 26'

$$\left[\tilde{I} = \frac{4}{3} T\left(\frac{h}{2}\right) - \frac{T(h)}{3}\right] \Rightarrow \left[\tilde{I} = T\left(\frac{h}{2}\right) + \frac{T(h/2) - T(h)}{3}\right]$$

Primer resultado del método de Romberg.

17'   14-11-24 . Romberg 2.

... 24' : $\left[R_{2(h)} = R_1\left(\frac{h}{2}\right) + \frac{R_1(h/2) - R_1(h)}{15}\right]$

Error orden 6.

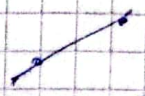
Romberg 3. 27' R_4 . 45

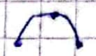
1° 09' → Grado de precisión

	Grado	Orden
Simpson	→ 3	→ 4
Trapecios	→ 1	→ 2

21 - 11 - 24 Cuadratura de Gauss

Si tengo una precision de grado X, con ~~lo~~ sumo grados de precisión con Gauss según la cantidad de puntos que le pegue con gauss.

Una recta → 2 puntos  + 2

Una parabola → 3 puntos  + 3

Trapecio simple	+	Gauss línea recta		Grado
Grado 1	+	2	=	3.

1° a)

Teniendo la siguiente integral $\int_a^b F(x) \approx \sum_{i=0}^{n} w_i \cdot F(x)$

$$\Rightarrow \int_a^b F(x) = \frac{b-a}{2} \int_{-1}^{1} f\left[\frac{(b-a)\cdot t + (b+a)}{2}\right] \cdot dt$$