75.12 / 95.04 ANÁLISIS NUMÉRICO I
95.13 MÉTODOS MATEMÁTICOS Y NUMÉRICOS
CB051 MODELACIÓN NUMÉRICA

FACULTAD DE INGENIERÍA
UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

1er. Recuperatorio

1er. Cuatrimestre 2024

4/Junio/2024

Ajuste de función con cuadradros minimos

Problema 1

El secado de una muestra de arcilla arrojó los siguientes valores, expresados como pérdida de peso por evaporación de la humedad:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
Tiempo (s)	75	95	120	160	190	220	250	280	330	t
Pérdida (%)	19.8	21.2	21.5	23.6	24.1	26.5	28.9	29.2	31.9	y

Se desea hallar la relación de pérdida (P) en función del tiempo (t), para lo cual se propone utilizar la ley $P = At^B$. Utilizando el método de cuadrados mínimos, determinar los valores de A y B.

$P = A.t^B$

Problema 2

Dado el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & 0 \\ 5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Sistema de ecuaciones lineales

se desea calcular iterativamente su solución utilizando el método de Gauss-Seidel.

a) Hacer las adaptaciones necesarias para garantizar la convergencia del método. Justificar teóricamente.
b) Efectuar tres iteraciones arrancando de $x_1=0.1$, $x_2=0.1$, $x_3=1.0$, $x_4=0.1$.

w x y z

Pregunta 1

Definir qué es la convergencia cuadrática de un método iterativo de cálculo de raíces y explicar cuándo ocurre, para lo cual deberá utilizar el Teorema de Taylor.

Pregunta 2

Indicar qué relación existe entre las diferencias dividas y las derivadas.

pendiente
x_0 y $x_0+\varepsilon$ $\varepsilon \to 0$.

Cavaliere

Taras Julieta Belen

104728

HOJA N° 1

FECHA 4/06/24

Problema 1

Nos piden utilizar la ley $P = At^b$

Debemos transformar la misma para poder utilizar el metodo de cuadrados minimos.

$P' = \ln(P)$ y $t' = \ln(t)$, $C_0' = \ln(C_0)$

$C_0 = A$, $C_1 = b$,

$\ln(f(x)) = \ln(C_0) + C_1 \ln(x)$

No lo escribo xq es lo mismo que la col de φ_1

P	t	P'	t'	φ_0	φ_1	$\varphi_0 * \varphi_0$	$\varphi_0 * \varphi_1$	$\varphi_1 * \varphi_1$	$P' * \varphi_1$	$P' * \varphi_0$
19,8	75	2,9856	4,31749	1	4,31749	1		18,64072	12,890298	2,9856
21,2	95	3,05400	4,55388	1	4,55388	1		20,7378	13,90755	3,05400
21,5	120	3,06805	4,787492	1	4,787492	1		22,92008	14,68828	3,06805
23,6	160	3,16125	5,075174	1	5,075174	1		25,75739	16,04389	3,16125
24,1	190	3,18221	5,247024	1	5,247024	1		27,53126	16,697132	3,18221
26,5	220	3,27714	5,393628	1	5,393628	1		29,09122	17,67567	3,27714
28,9	250	3,36384	5,521461	1	5,521461	1		30,48653	18,57331	3,36384
29,2	280	3,374169	5,63479	1	5,63479	1		31,75086	19,01273	3,374169
31,9	330	3,462606	5,799093	1	5,799093	1		33,62948	20,07997	3,462606

$\langle \varphi_0, \varphi_0 \rangle = 9$ $\quad \langle \varphi_1, \varphi_1 \rangle = 240,54534$ $\quad \langle P', \varphi_0 \rangle = 28,928865$

$\langle \varphi_0, \varphi_1 \rangle = 46,321869$ $\quad \langle P', \varphi_1 \rangle = 149,56833$

$$\begin{bmatrix} \langle \varphi_0, \varphi_0 \rangle & \langle \varphi_0, \varphi_1 \rangle \\ \langle \varphi_1, \varphi_0 \rangle & \langle \varphi_1, \varphi_1 \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 46,321869 \\ 46,321869 & 240,54534 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_0' \\ C_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 28,928865 \\ 149,56833 \end{bmatrix}$$

NOTA

Ahora buscamos C_0' y C_1:

$$\begin{bmatrix} 9 & 46{,}321869 \\ 46{,}321869 & 240{,}54534 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_0' \\ C_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 28{,}928865 \\ 149{,}56833 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 9C_0' + 46{,}321869\,C_1 = 28{,}928865 & (1) \\ 46{,}321869\,C_0' + 240{,}54534\,C_1 = 149{,}56833 & (2) \end{cases}$$

$$9C_0' = 28{,}928865 - 46{,}321869\,C_1$$

$$\boxed{C_0' = \frac{1}{9}\left(28{,}928865 - 46{,}321869\,C_1\right)}$$

Pongo C_0 en (2):

$$46{,}321869\left(\frac{1}{9}\left(28{,}928865 - 46{,}321869\,C_1\right)\right) + 240{,}54534\,C_1' = 149{,}56833$$

$$46{,}321869\left(3{,}21432 - 5{,}146874\,C_1\right) + 240{,}54534\,C_1 = 149{,}56833$$

$$148{,}89331 - 238{,}4128232\,C_1 + 240{,}54534\,C_1 = 149{,}56833$$

$$2{,}1325168\,C_1' = 0{,}67523$$

$$\underline{C_1' = 0{,}316635}$$

Reemplazo C_1' para encontrar C_0':

$$C_0' = \frac{1}{9}\left(28{,}928865 - 46{,}321869\,(0{,}316635)\right) = \frac{1}{9}(14{,}26174) = 1{,}584638$$

Volvemos a transformar: $C_0 = e^{C_0'} = e^{1{,}584638} = \boxed{4{,}8775 = A}$

$$\boxed{C_1 = 0{,}316635 = B}$$

Taros Julieta Belen
104728

Problema 2 | Primero analizamos si la matriz es diagonal dominante así como está:

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & 0 \\ 5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$2 > 4 + 1$? ✗

Podemos ver que no es diag. dominante, así que procedemos a cambiar el orden de las filas:

Quedando entonces:

$$\begin{bmatrix} 5 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$|5| > |1|$ ✓
$|4| > |4| + |1|$ ✓
$|3| > |1| + |1|$ ✓
$|2| > |1|$ ✓

Es estrictamente diagonal dominante

Como es diagonal dominante sabemos que GS converge. por propiedad.

Nos dan la semilla $(x_1, x_2, x_3, x_4)^T = (0{,}1 ; 0{,}1 ; 1{,}0 ; 0{,}1)^T$

Planteamos las ecuaciones:

$$X_{1\,k+1} = \frac{1 - X_{2k}}{5}$$

$$X_{4\,k+1} = \frac{4 - X_{3\,k+1}}{2}$$

$$X_{2\,k+1} = \frac{2 - 2X_{1\,k+1} - X_{3k}}{4}$$

$$X_{3\,k+1} = \frac{3 - X_{2\,k+1} - X_{4k}}{3}$$

NOTA

k	x_1	x_2	x_3	x_4
0	0,1	0,1	1,0	0,1
1	0,18	0,16	0,913	1,544
2	0,164	0,1898	0,422	1,789
3	0,1672	0,3109	0,3000	1,85

$x_{k+1} =$

NOTA