**1° Rec. Parcial 15/11/2018** **Apellido:** NIETO **Padrón:** 99987

**Problema 1.** Dados los siguientes pares de valores observados:

| $x_i$ | 0 | 0.25 | 0.50 | 0.75 | 1.00 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 1.0000 | 1.2840 | 1.6487 | 2.1170 | 2.7183 |

Se pide:

a) Construir el sistema de ecuaciones normales necesario para ajustar a los datos un polinomio de grado 2.

b) Realizar una descomposición LU de la matriz del sistema y utilizarla para resolver el sistema.

**Problema 2.** Dado el siguiente problema no lineal: $x = 2^{-x}$

a) Resolverlo por el método de Regula-Falsi en el intervalo [0, 1] con una precisión de $10^{-4}$ .

b) Expresar el resultado correctamente redondeado, con su cota de error.

c) Calcular el error relativo del resultado.

**Problema 3**. Se pide programar la función Interpolar(x, Xs, Ys) esquematizada a continuación.

```
function resultado = Interpolar(x, Xs, Ys)

    ...

end function
```

Suponer que Xs e Ys son vectores con **3 filas cada uno**, que definen los pares de puntos a interpolar, y que x es la posición en que quiere obtenerse el resultado. Programar la función de manera que utilice una interpolación polinomial acorde al número de puntos dado.

NIETO SANTIAGO

99987

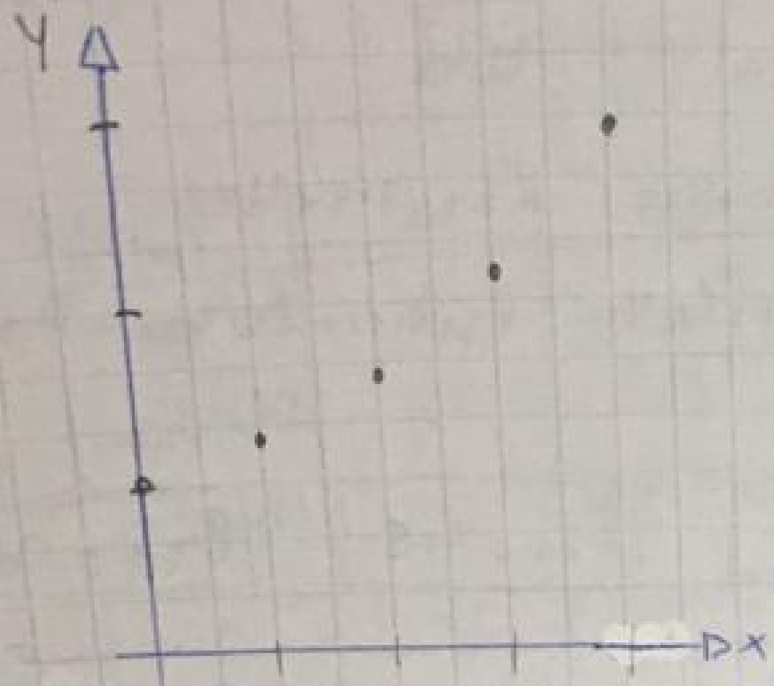
7 (SIETE)

## Problema 1

a)

| $x_i$ | 0 | 0,25 | 0,50 | 0,75 | 1,00 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 1,0000 | 1,2840 | 1,6487 | 2,1170 | 2,7183 |

$E = \sum_{i=1}^{5} (y_i - H(x_i))^2$




Planteo la solución del problema:

Ecuación de 2do grado:

$H^*(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$

↳ no conozco $a_0, a_1, a_2$

Voy a encontrar los valores $a_i$ resolviendo el sistema:

$$\begin{pmatrix} (f_1,f_1) & (f_1,f_2) & (f_1,f_3) \\ (f_2,f_1) & (f_2,f_2) & (f_2,f_3) \\ (f_3,f_1) & (f_3,f_2) & (f_3,f_3) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (f_1,y) \\ (f_2,y) \\ (f_3,y) \end{pmatrix}$$

$$\vec{F} = (\vec{f_1}, \vec{f_2}, \vec{f_3}) = \underbrace{(1, x, x^2)}_{\text{es la base de } H(x)} \longrightarrow f_i = (f_i(x_1); f_i(x_2); \dots; f_i(x_5))$$

- $f_1 = (1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1)$
- $f_2 = (0 \quad 0{,}25 \quad 0{,}5 \quad 0{,}75 \quad 1)$
- $f_3 = (0 \quad 1/16 \quad 1/4 \quad 9/16 \quad 1)$
- $y = (1 \quad 1{,}284 \quad 1{,}6487 \quad 2{,}117 \quad 2{,}7183)$

8,768

$$\Rightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} 5 & 5/2 & 15/8 \\ 5/2 & 15/8 & 25/16 \\ 15/8 & 25/16 & \frac{177}{128} \end{pmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}}_{X} = \underbrace{\begin{pmatrix} 8{,}768 \\ 5{,}4514 \\ 4{,}4015 \end{pmatrix}}_{b} \Rightarrow \text{Resuelvo por L.U}$$

b) Voy a Doolittle ("1" en diagonal de L)

$$\begin{pmatrix} 5 & 2,5 & 1,875 \\ 2,5 & 1,875 & 1,5625 \\ 1,875 & 1,5625 & 1,3828 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 2,5 & 1,875 \\ 2,5 & 1,875 & 1,5625 \\ 1,875 & 1,5625 & 1,3828 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ u_{11} l_{21} & l_{21} u_{12} + u_{22} & l_{21} \cdot u_{13} + u_{23} \\ l_{31} u_{11} & l_{31} u_{12} + l_{32} u_{22} & l_{31} u_{13} + l_{32} u_{23} + u_{33} \end{pmatrix}$$

$\boxed{u_{11} = 5}$ $\boxed{u_{12} = 2,5}$ $\boxed{u_{13} = 1,875}$ $\boxed{l_{21} = 0,5}$ $\boxed{l_{31} = 0,375}$

$\boxed{u_{22} = 0,625}$ $\boxed{u_{23} = 0,625}$ $\boxed{l_{32} = 1}$ $\boxed{u_{33} = 0,05468}$

$$A = L.U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,5 & 1 & 0 \\ 0,375 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 2,5 & 1,875 \\ 0 & 0,625 & 0,625 \\ 0 & 0 & 0,05468 \end{pmatrix}$$

$$L \underbrace{U . x}_{y} = b \Rightarrow \begin{cases} Ux = y & ② \\ Ly = b & ① \end{cases}$$

① $$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 8,768 \\ 0,5 & 1 & 0 & 5,4514 \\ 0,375 & 1 & 1 & 4,4015 \end{array}\right) \Longrightarrow y = \begin{pmatrix} 8,768 \\ 1,0674 \\ 0,0461 \end{pmatrix}$$

② $$\left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 2,5 & 1,875 & 8,768 \\ 0 & 0,625 & 0,625 & 1,0674 \\ 0 & 0 & 0,05468 & 0,0461 \end{array}\right) \Rightarrow x = \begin{pmatrix} 1,005 \\ 0,8648 \\ 0,8431 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \boxed{H^*(x) = 1,005 + 0,8648\,x + 0,8431\,x^2}$$

NIETO SANTIAGO

99987

HOJA Nº

FECHA

## Problema 2

$f(x) = 2^{-x} - x$

a) $x = 2^{-x}$ Regula falsi $[0,1]$ $10^{-4}$

$f(a_0) = 1$ $f(b_0) = -\frac{1}{2}$

$$x^{n+1} = a_0 - \frac{f(a_0)}{f(b_0) - f(a_0)} (b_0 - a_0)$$

| $n$ | $f(x_n)$ | $a_0$ | $b_0$ | $x_{n+1}$ | $f(x_{n+1})$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | 0 | 1 | 2/3 | $-0{,}036706$ |
| 1 | $-0{,}036706$ | 0 | 2/3 | 0,6430623 | $-2{,}710065 \cdot 10^{-3}$ |
| 2 | $-2{,}71 \cdot 10^{-3}$ | 0 | 0,6430623 | 0,6413249 | $-2 \cdot 10^{-4}$ |
| 3 | $-2 \cdot 10^{-4}$ | 0 | 0,641329 | 0,64119597 | $-1{,}4779 \cdot 10^{-5}$ |
| 4 | $-1{,}48 \cdot 10^{-5}$ | 0 | 0,64119597 | 0,6411865 | $-1{,}09 \cdot 10^{-6}$ |
| 5 | $-1{,}09 \cdot 10^{-6}$ | 0 | 0,6411865 | 0,6411858 | $-8{,}06 \cdot 10^{-8}$ |

$x_{k+1} - x_k$

b) $\boxed{x_5 = \cancel{0{,}6412 \pm 0{,}5 \cdot 10^{-4}}}$ ?

$0{,}64119 \pm 0{,}000009$

c) $r = \frac{|x_{n+1} - x_n|}{|x_{n+1}|} = \frac{|x_6 - x_5|}{|x_6|} = \boxed{r = 1{,}092 \cdot 10^{-6}}$ ✓

## Problema 3

$$x_s = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad y_s = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} \quad x = x$$

$x_s(3)$, etc

% Voy a programar función "Interpolar" por Lagrange (*) (*2)

(*) Considero previamente cargados "x", "xs" e "ys"

$L_1 = [(x - x_2)/(x_1 - x_2)] \cdot [(x - x_3) \cdot (x_1 - x_3)]$;

$L_2 = [(x - x_1)/(x_2 - x_1)] \cdot [(x - x_3) \cdot (x_2 - x_3)]$;

$L_3 = [(x - x_1)/(x_3 - x_1)] \cdot [(x - x_2 \cdot (x_3 - x_2)]$;

✓

(*2)
Function L1 = L1 (x, xs)
Function L2 = L2 (x, xs)
Function L3 = L3 (x, xs)

NOTA