

ÁLGEBRA II (61.08 – 81.02)

Pionono

Duración: 3 horas.

Segundo cuatrimestre – 2023

6/XII/23 – 7:00 hs.

Apellido y Nombres:

Legajo:

Curso:

1. Usando la técnica de mínimos cuadrados, ajustar los siguientes datos

$$\begin{array}{c|cccccc} x & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline y & 5 & 2 & 0 & 1 & 4 \end{array}$$

mediante una parábola $y = ax^2 + bx + c$.

2. Hallar la matriz de rotación de ángulo $\frac{\pi}{3}$ alrededor del eje generado por el vector $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}^T$

3. Sea $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ la matriz simétrica tal que $\text{nul}(A - \frac{1}{2}I) = \{x \in \mathbb{R}^3 : 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 0\}$ y $\text{traza}(A) = 2$. Hallar $\lim_{k \rightarrow \infty} A^k \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T$.

4. Sea $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ la matriz de rango 2 tal que $\begin{bmatrix} 2 & -6 & 3 \end{bmatrix}^T \in \text{nul}(A)$ y

$$A \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ 3 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & \frac{2}{9} \end{bmatrix}.$$

Hallar todas las soluciones por cuadrados mínimos de la ecuación $Ax = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ y determinar la de norma mínima.

5. Hallar una matriz $A \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$ tal que $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}^T \in \text{nul}(A)$, $A \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 9 & 12 \end{bmatrix}^T$ y $\max_{\|x\|=1} \|Ax\| = 10$.

6. Sea $\Pi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la proyección sobre el plano $\{x \in \mathbb{R}^3 : x_3 = 0\}$ en la dirección de la recta $\text{gen} \left\{ \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \right\}$. Hallar y graficar la imagen por Π de la esfera unitaria de \mathbb{R}^3 .