

# Capítulo 1

## Método East-West

El método de Rayleigh se basa en calcular la tasa de eventos en función de la ascensión recta y ajustando los resultados a una función armónica. El mismo permite calcular la amplitud para distintos armónicos, la fase y la probabilidad de detectar la misma señal debido a fluctuaciones de una distribución isotrópica.

La dificultad de utilizar el método Rayleigh se debe a la procesamiento de los datos: efectos del clima, las variaciones de la área del Observatorio y sensibilidad de los instrumentos deben ser tenidos en cuenta. Los efectos mencionados deben ser corregidos de la tasa de eventos medida, ya que los mismo inducen amplitudes espúreas en el flujo de RCs.

El método East-West evita introducir

Este método se basa en el análisis de la diferencia entre las tasas de eventos provenientes del Este y del Oeste.

La exposición del observatorio en un momento dado es la misma para el Este como para el Oeste, si se considera que la misma depende del ángulo cenital  $\theta$  solamente, y no del ángulo azimutal  $\phi$ .<sup>1</sup>

Si se consideran las modulaciones espurias producidas por los efectos atmosféricos y sistemáticos son las mismas en ambas direcciones<sup>2</sup>, la diferencia de tasas remueve sin realizar correcciones teniendo una ventaja en el caso de no poder corregir efectos sistemáticos. La desventaja es que la sensibilidad de este método es menor que el análisis de Rayleigh<sup>3</sup>.

1. Una forma de obtener flujo de eventos  $I(\alpha)$  para un  $\alpha$  dado es la siguiente:

$$I(\alpha) = \int_{\delta_{min}}^{\delta_{max}} d\delta \cos \delta \frac{dN(\alpha, \delta)}{d\Omega} \quad (1.1)$$

---

<sup>1</sup>Tengo que agregar un apéndice explicando las coordenadas locales.

<sup>2</sup>¿Cuán factible es afirmar esto? No discuto que funciona, sino porqué :)

<sup>3</sup>Agregar referencia

donde  $\Omega$  es el ángulo sólido en la esfera celeste expresada en las coordenadas ecuatoriales.

2. Considerando que la distribución de direcciones observada es un convolución entre el flujo de RCs  $\Phi$  y la exposición direccional  $\omega$ :

$$\tilde{N} = \int d\Omega \Phi(\alpha, \delta) \omega(\alpha, \delta), \quad (1.2)$$

y junto a la Ec.1.1 se obtiene lo siguiente:

$$I(\alpha) = \int_{\delta_{min}}^{\delta_{max}} d\delta \cos \delta \Phi(\alpha, \delta) \omega(\alpha, \delta) \quad (1.3)$$

3. El flujo de eventos observado  $I^{obs}$  para la ascensión recta del cenit  $\alpha^0$ , entre los ángulos azimutales  $\phi_1$  y  $\phi_2$  puede calcularse mediante el flujo total de RCs  $\Phi$  (expresado en coordenadas locales) como

$$I^{obs}(\alpha^0) = \int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi \int_0^{\theta_{max}} d\theta \sin \theta \tilde{\omega}(\theta, \alpha^0) \Phi(\theta, \phi, \alpha^0), \quad (1.4)$$

donde el término  $\tilde{\omega}$  representa la exposición del observatorio, este término incluye los efectos sistemáticos y atmosféricos, como la variación de los hexágonos del arreglo y las correcciones de la modulación del clima, mediante la dependencia con  $\alpha^0$ .

4. Para calcular los flujos de eventos del Este y Oeste,  $I_E^{obs}$  y  $I_O^{obs}$  respectivamente, se integra la Ec.1.4 en los siguientes rangos:
  - Para el Este: entre  $\phi_1 = -\pi/2$  y  $\phi_2 = \pi/2$ .
  - Para el Oeste: entre  $\phi_1 = \pi/2$  y  $\phi_2 = 3\pi/2$ .
5. Se considera que las amplitudes de las variaciones asociadas a  $\tilde{\omega}$  son pequeñas con respecto al valor medio de  $\tilde{\omega}$ , y que pueden desacoplarse de la dependencia de  $\theta$ . Por lo tanto, por lo que podemos expresar  $\tilde{\omega}$  de la siguiente manera:

$$\tilde{\omega}(\theta, \alpha^0) = \omega(\theta) (1 + \eta(\alpha^0)) \quad (1.5)$$

6. Una anisotropía dipolar se puede describir de la siguiente manera:

$$\Phi(\hat{\mathbf{u}}) = \Phi_0 (1 + \mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{u}}) \quad (1.6)$$

donde  $\Phi_0$  es el flujo medio,  $\hat{\mathbf{u}}$  es un versor que apunta a alguna dirección a estudiar y  $\mathbf{d}$  es el vector con módulo  $d$  igual a la amplitud del dipolo y con dirección con

eje del dipolo, Tomando coordenadas ecuatoriales <sup>4</sup>, la dirección de  $\mathbf{d}$  es  $(\alpha_d, \delta_d)$ <sup>5</sup> y de  $\hat{\mathbf{u}}$  es  $(\alpha, \delta)$ , por lo tanto el producto se puede escribir de la siguiente manera <sup>6</sup>:

$$\mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{u}} = d(\cos \delta_d \cos \delta \cos(\alpha - \alpha_d) + \sin \delta_d \sin \delta)$$

Otro aspecto importante de la representación del dipolo en coordenadas ecuatoriales es que la proyección de la amplitud del dipolo sobre el plano ecuatorial se puede aproximar de la siguiente manera:

$$r_1 \simeq d_{\perp} \langle \cos \delta \rangle \quad (1.7)$$

donde  $r_1$  es la amplitud de la aproximación a primer orden en Fourier.

7. Por una cuestión de notación, definimos la siguiente expresión:

$$\overline{f(\theta)} = \int_0^{\theta_{max}} d\theta \sin \theta \omega(\theta) f(\theta) \quad (1.8)$$

donde  $\overline{f(\theta)}$  es la media de la función  $f(\theta)$  sobre el ángulo cenital pesado por la exposición del observatorio, hasta un ángulo máximo. En este trabajo se centra en el rango de energía 1 EeV - 2 EeV, por lo que  $\theta_{max} = 60^\circ$  para los datos del observatorio.

8. Teniendo en cuenta la Ec.1.5 y 1.6, se tiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} I^{obs}(\alpha^0) &= \int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi \int_0^{\theta_{max}} d\theta \sin \theta \omega(\theta) (1 + \eta(\alpha^0)) \Phi_0 (1 + \mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{u}}) \\ &= \int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi \int_0^{\theta_{max}} d\theta \sin \theta \omega(\theta) (1 + \eta(\alpha^0)) \Phi_0 + \\ &\quad + \int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi \int_0^{\theta_{max}} d\theta \sin \theta \omega(\theta) (1 + \eta(\alpha^0)) \Phi_0 \mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{u}} \end{aligned}$$

la primera parte de la igualdad puede simplificarse con la definición 1.8 e integrando sobre  $\phi$

$$\begin{aligned} &\int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi \int_0^{\theta_{max}} d\theta \sin \theta \omega(\theta) (1 + \eta(\alpha^0)) \Phi_0 = \\ &= \Phi_0 (1 + \eta(\alpha^0)) \pi \int_0^{\theta_{max}} d\theta \sin \theta \omega(\theta) \\ &= \Phi_0 (1 + \eta(\alpha^0)) \bar{1} \end{aligned}$$

<sup>4</sup>Agregar también un apéndice de ecuatoriales

<sup>5</sup>Agregar fórmulas de cambio de sistema de referencia ecuatorial-local

<sup>6</sup>Faltaría mencionar el producto de versor de esta representación para decir sale de acá, en el apéndice capaz. No sé, al final el cálculo me sale fácil poniendo todo en cartesianas.)

la integral sobre  $\phi$  tiene el mismo valor para el Este y Oeste. Para la segunda parte de la expresión del ítem 8

$$\int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi \int_0^{\theta_{max}} d\theta \sin \theta \omega(\theta) (1 + \eta(\alpha^0)) \Phi_0 \mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{u}} = \quad (1.9)$$

$$= \Phi_0 (1 + \eta(\alpha^0)) \int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi \int_0^{\theta_{max}} d\theta \sin \theta \omega(\theta) \mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{u}} \quad (1.10)$$

El dipolo está fijo en el cielo pero visto desde las coordenadas locales para poder trabajar con  $\theta$  y  $\phi$ , sus proyecciones en los ejes de interés tienen una dependencia con la ascensión recta  $\alpha^0$  y declinación  $\delta_0$  del cenit. Consideremos el dipolo proyectado en la dirección de los versores  $\hat{x}$  que apunta en la dirección Este,  $\hat{y}$  en la dirección Norte y  $\hat{z}$  en la dirección de cenit.

$$\mathbf{d} = d_x(\alpha^0)\hat{x} + d_y(\alpha^0)\hat{y} + d_z(\alpha^0)\hat{z},$$

mientras que el versor apunta en la dirección de integración

$$\hat{\mathbf{u}} = \sin \theta \cos \phi \hat{x} + \sin \theta \sin \phi \hat{y} + \cos \theta \hat{z}$$

Finalmente,

$$\begin{aligned} \mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{u}} &= d_x(\alpha^0) \sin \theta \cos \phi + d_y(\alpha^0) \sin \theta \sin \phi \\ &\quad + d_z(\alpha^0) \cos \theta \end{aligned}$$

Al integrar el ángulo  $\phi$  entre  $[-\pi/2, \pi/2]$  o  $[\pi/2, 3\pi/2]$ , el segundo término se anula, por lo que la expresión 1.10 queda como:

$$\begin{aligned} \int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi \int_0^{\theta_{max}} d\theta \sin \theta \omega(\theta) \mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{u}} &= \\ \int_0^{\theta_{max}} d\theta (\pm 2d_x(\alpha^0) \sin \theta + \pi d_z(\alpha^0) \cos \theta) \end{aligned}$$

donde +2 corresponde al Este y -2 al Oeste. Podemos simplificar la expresión usando la definición 1.8

$$\begin{aligned} \int_0^{\theta_{max}} d\theta (\pm 2d_x(\alpha^0) \sin \theta + \pi d_z(\alpha^0) \cos \theta) &= \\ = \pm 2d_x(\alpha^0) \overline{\sin \theta} + \pi d_z(\alpha^0) \overline{\cos \theta} \end{aligned}$$

9. Volviendo a la expresión de  $I^{obs}$ , teniendo en cuenta que necesitamos  $I_E^{obs}$  y  $I_O^{obs}$ :

$$\begin{aligned} I_E^{obs} &= \Phi_0(1 + \eta(\alpha^0)) \left( \pi \bar{1} + 2d_x(\alpha^0) \overline{\sin \theta} + \pi d_z(\alpha^0) \overline{\cos \theta} \right) \\ I_O^{obs} &= \Phi_0(1 + \eta(\alpha^0)) \left( \pi \bar{1} - 2d_x(\alpha^0) \overline{\sin \theta} + \pi d_z(\alpha^0) \overline{\cos \theta} \right) \end{aligned}$$

10. Como estamos buscando la diferencia entre estos valores, la resta queda como:

$$I_E^{obs} - I_O^{obs} = \Phi_0(1 + \eta(\alpha^0)) \times 4d_x(\alpha^0) \overline{\sin \theta}$$

11. Solo necesitamos las componentes del vector  $\mathbf{d}$ , para obtenerlas tenemos que considerar que los componentes que necesitamos están en el plano x-z. Para hacer esto, consideremos que los versores  $\hat{\mathbf{u}}_z$  y  $\hat{\mathbf{u}}_x$  que apuntan al cenit y al Este respectivamente. Considerando la fórmula para proyectar un vector sobre la dirección de un versor:

$$d_x(\alpha^0) \hat{x} = (\mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{u}}_x) \hat{\mathbf{u}}_x \rightarrow d_x(\alpha^0) = \mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{u}}_x \quad (1.11)$$

podemos obtener las proyecciones con un producto escalar con versores a las direcciones de interés. Estos versores en coordenadas ecuatoriales son los siguientes:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{u}}_z &= (\alpha^0, \delta_0) \\ \hat{\mathbf{u}}_x &= (\alpha^0 + \frac{\pi}{2}, 0), \end{aligned}$$

se suma  $\frac{\pi}{2}$  para apuntar al Este, cuando el versor recorre  $\pi/2$  en ascensión recta, llega al plano del ecuador que tiene declinación 0.

12. Finalmente para obtener las componentes:

$$\begin{aligned} \mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{u}}_z &= d(\cos \delta_d \cos \delta_0 \cos(\alpha^0 - \alpha_d) + \sin \delta_d \sin \delta_0) \\ \mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{u}}_x &= d(\cos \delta_d \cos(\alpha^0 + \frac{\pi}{2} - \alpha_d) = -d \cos \delta_d \sin(\alpha^0 - \alpha_d) \end{aligned}$$

Entonces,

$$I_E^{obs} - I_O^{obs} = -4d\Phi_0(1 + \eta(\alpha^0)) \cos \delta_d \sin(\alpha^0 - \alpha_d) \overline{\sin \theta} \quad (1.12)$$

13. Esta diferencia se debe relacionar con la variación del flujo verdadero, es decir el flujo que se observaría si no existieran variaciones temporales (ascensión recta) en la exposición. Esto implica que  $\eta(\alpha^0) = 0$ . Además el flujo total  $I$  es la suma

de los flujos de ambas direcciones, por lo tanto se puede afirmar que:

$$I = I_E + I_O = 2\pi\Phi_0(1 + 0)\left(\bar{1} + d_z(\alpha^0)\overline{\cos\theta}\right) \quad (1.13)$$

$$\frac{dI^{obs}}{d\alpha^0} = 2\pi\Phi_0\overline{\cos\theta}\frac{d d_z(\alpha^0)}{d\alpha^0} \quad (1.14)$$

$$\frac{dI^{obs}}{d\alpha^0} = -2d\pi\Phi_0\overline{\cos\theta}\cos\delta_d\cos\delta_0\sin(\alpha^0 - \alpha_d) \quad (1.15)$$

14. Para llegar a la expresión 1.12, hicimos la expansión hasta el primer orden de  $\omega(\theta, \alpha_0)$  y de  $\Phi(\alpha, \delta)$ . Para ser consistentes, desperdiciemos el término de segundo orden de la expresión 1.12 que es proporcional de  $\eta \cdot d$  y la expresión 1.12 queda:

$$I_E^{obs} - I_O^{obs} \approx -4d\Phi_0\cos\delta_d\sin(\alpha^0 - \alpha_d)\overline{\sin\theta} \quad (1.16)$$

Por lo tanto,

$$I_E^{obs} - I_O^{obs} \approx \frac{2}{\pi\cos\delta_0}\frac{\langle\sin\theta\rangle}{\langle\cos\theta\rangle}\frac{dI^{obs}}{d\alpha^0} \quad (1.17)$$

donde se usa la expresión:

$$\langle f(\theta) \rangle = \frac{\overline{f(\theta)}}{\bar{1}} = \frac{\int_0^{\theta_{max}} d\theta \sin\theta \omega(\theta) f(\theta)}{\int_0^{\theta_{max}} d\theta \sin\theta \omega(\theta)}$$

que es equivalente a hacer la media ponderada con  $\sin\theta\omega(\theta)$  de todos los datos de  $f(\theta)$ .

## Implementación

Ya con la Ec.1.17 podemos estimar la modulación dipolar de  $I(\alpha^0)$  a partir de la amplitud  $r$  y la fase  $\phi_0$ :

$$\frac{dI(\alpha^0)}{d\alpha^0} = r\cos(\alpha^0 - \phi), \quad (1.18)$$

podemos estimar estos parámetros con un análisis similar a Rayleigh, salvo modificaciones menores para tener en cuenta la dirección de los eventos, así podemos restar los coeficientes de los sectores Este y Oeste. Los coeficientes de Fourier en este caso se determinan con las siguientes expresiones:

$$a_{EW} = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N \cos(\alpha_i^0 - \beta_i)$$

$$b_{EW} = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N \sin(\alpha_i^0 - \beta_i)$$

donde  $N$  es la cantidad de eventos en el rango de tiempo estudiado y  $\beta_i = 0$  si el evento proviene del Este, caso contrario  $\beta_i = 1$ . La amplitud  $r_{EW} = \sqrt{a_{EW}^2 + b_{EW}^2}$  y la fase  $\phi_{EW} = \tan^{-1}(b_{EW}/a_{EW})$  mediante este análisis en frecuencia es posible estimar los valores  $r$  y  $\phi$  de la Ec.1.18:

$$r = \frac{\pi \cos \delta_0}{2} \frac{\langle \cos \theta \rangle}{\langle \sin \theta \rangle} r_{EW}$$

$$\text{integración} \rightarrow r_I = \frac{N}{2\pi} r$$

$$\phi = \phi_{EW}$$

$$\text{integración} \rightarrow \phi_I = \phi_{EW} + \frac{\pi}{2}$$

La amplitud obtenida por el Método E-W no es la amplitud del dipolo físico aunque está relacionada con la misma. La Ec.1.17 puede expresarse con la proyección del dipolo físico sobre el ecuador  $d_{\perp} = d \cos \delta_0$ , teniendo en cuenta la ecuación 1.16:

$$I_E^{obs} - I_O^{obs} \approx -4d_{\perp} \Phi_0 \sin(\alpha^0 - \alpha_d) \overline{\sin \theta}, \quad (1.19)$$

si multiplicamos la expresión por una identidad y consideramos  $N \sim 4\pi^2 \Phi_0 \bar{1}$ <sup>7</sup>:

$$I_E^{obs} - I_O^{obs} \approx -4d_{\perp} \frac{N}{4\pi^2 \bar{1}} \sin(\alpha^0 - \alpha_d) \overline{\sin \theta} \frac{\bar{1}}{1} \quad (1.20)$$

$$I_E^{obs} - I_O^{obs} \approx -4d_{\perp} \frac{N}{4\pi^2} \sin(\alpha^0 - \alpha_d) \langle \sin \theta \rangle \quad (1.21)$$

$$I_E^{obs} - I_O^{obs} \approx -\frac{N}{2\pi} d_{\perp} \frac{2\langle \sin \theta \rangle}{\pi} \sin(\alpha^0 - \alpha_d) \quad (1.22)$$

Como esto es equivalente a  $-r_I \sin(\alpha^0 - \alpha_d)$  por la ecuación 1.18, además de considerar la ecuación 1.7:

$$r = r_1 \frac{2\langle \sin \theta \rangle}{\pi} \quad (1.23)$$

$$r = \frac{\pi \cos \delta_0}{2} \frac{\langle \cos \theta \rangle}{\langle \sin \theta \rangle} r_{EW} \quad (1.24)$$

$$\Rightarrow r_1 = \frac{\pi}{2} \frac{\langle \cos \delta \rangle}{\langle \sin \theta \rangle} r_{EW} \quad (1.25)$$

donde la última ecuación es la relación entre la amplitud del dipolo y la amplitud obtenida con el método East-West. Como en el caso del análisis de Rayleigh, la probabilidad de obtener una amplitud mayor o igual a que  $r_{EW}$  a partir de una distribución isotrópica una distribución acumulada de Rayleigh:

---

<sup>7</sup>Porque es la integral con respecto a los dos ángulos,  $\theta$  y  $\phi$

$$P(\geq r_{EW}) = \exp\left\{-\frac{N}{4}r_{EW}^2\right\} = \exp\left\{-\frac{N}{4}\left(\frac{2\langle\sin\theta\rangle}{\pi\langle\cos\delta\rangle}\right)^2 r_1^2\right\} \quad (1.26)$$

## 1.1. Cálculo de la amplitud del dipolo para la frecuencia sidérea con el método East-West

1. Definimos el rango de tiempo a estudiar, para estos resultados se utilizaron los límites: 1 de Enero del 2014 hasta el 1 de Enero del 2020.
2. Se recorre cada evento que cumpla con las siguientes características:
  - Pertenezca el rango de energía a estudiar
  - Sea un evento 6T5 con ángulo cenital menor a  $60^\circ$
  - Se haya registrado en el rango de tiempo seleccionado

En cada evento se calcula los siguientes valores:

$$a' = \cos(X - \beta) \quad (1.27)$$

$$b' = \sin(X - \beta) \quad (1.28)$$

el valor de  $X$  depende la frecuencia a estudiar, la misma es igual a la ascensión recta del cenit  $\alpha_i^0$  al momento del evento si se estudia la frecuencia sidérea, en cambio para la frecuencia solar es igual al equivalente en grados de la hora local de Malargüe. El valor de  $\beta$  es depende si el evento provino del Este donde  $\beta = 180^\circ$  o  $\beta = 0$  caso contrario. Se intentó hacer un barrido de frecuencias análogo al análisis de Rayleigh pero la variable utilizada para generalizar el análisis a frecuencias arbitrarias:

$$\tilde{\alpha} = 2\pi f_x t_i + \alpha_i - \alpha_i^0(t_i) \quad (1.29)$$

es tal que la variable es igual a la ascensión recta del evento a estudiar y no al cenit como es el caso del EW.

3. Una vez corridos todos los eventos se calculan los parámetros:

$$a_{EW} = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N a \quad b_{EW} = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N b$$



que es equivalente a haber calculado

$$a_{EW} = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N \cos(\alpha_i^0 - \beta_i)$$

$$b_{EW} = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N \sin(\alpha_i^0 - \beta_i)$$

donde  $N$  indica la cantidad eventos considerados. La cantidad de eventos por rango de energía se muestran en la tabla 3.1.

Con esto puedo calcular la amplitud asociada al análisis  $r_{EW}$  y la fase  $\phi_{EW}$ :

$$r_{EW} = \sqrt{a_{EW}^2 + b_{EW}^2}$$

$$\phi_{EW} = \tan^{-1}(b_{EW}/a_{EW})$$

Estos valores se traducen a los valores de amplitud  $r$  y fase  $\phi$  del dipolo físico mediante las expresiones:

$$r = \frac{\pi}{2} \frac{\langle \cos \delta \rangle}{\langle \sin \theta \rangle} r_{EW}$$

$$d_{\perp} = \frac{\pi}{2 \langle \sin \theta \rangle} r_{EW} = \frac{r}{\langle \cos \delta \rangle}$$

$$\phi = \phi_{EW} + \frac{\pi}{2}$$

Se suma  $\frac{\pi}{2}$  por el artificio de agregar  $\pi$  en los coeficientes para obtener la diferencia entre tasas del este y oeste. Los valores  $\langle \cos \delta \rangle$  y  $\langle \sin \delta \rangle$  son los valores medios de estas variables en los años estudiados.

4. Se calcula la amplitud límite  $r_{99}$  y la probabilidad de que las amplitudes calculadas sea ruido  $P(r_{EW})$  mediante:

$$P(\geq r_{EW}) = \exp\left\{\left(-\frac{N}{4} r_{EW}^2\right)\right\}$$

$$r_{99} = \frac{\pi}{2} \frac{\langle \cos \delta \rangle}{\langle \sin \theta \rangle} \sqrt{\frac{4}{N} \ln(100)}$$

$$d_{\perp,99} = \frac{r_{99}}{\langle \cos \delta \rangle}$$

5. Una vez obtenidos los valores a considerar, se calculan los errores asociados a cada variable, con las expresión a continuación:

- Error asociado a la amplitud  $r$  y  $d_{\perp}$

$$r \rightarrow \sigma = \frac{\pi \langle \cos \delta \rangle}{2 \langle \sin \theta \rangle} \sqrt{\frac{2}{\mathcal{N}}}$$

$$d_{\perp} \rightarrow \sigma_{x,y} = \frac{\sigma}{\langle \cos \delta \rangle}$$

- Error asociado a la fase  $\phi$  de la amplitud:

$$\sigma_{\phi} = \frac{1}{r_{EW}} \sqrt{\frac{2}{\mathcal{N}}}$$

Por último, estos resultados se comparan con los valores obtenidos con el método EW en el trabajo [1] en frecuencia sidérea, aplicado al conjunto de eventos del disparo estándar registrados entre el 1 de Enero del 2004 y el 1 de Agosto del 2018.

## 1.2. Cómo se hace el cálculo para frecuencias arbitrarias

Cambiamos la variable de la ascensión recta del cenit  $\alpha_0$  por

$$\tilde{\alpha} = 2\pi f_x t_i \quad (1.30)$$

donde  $f_x$  es la frecuencia arbitraria a estudiar y  $t_i$  es el momento donde ocurre el evento a estudiar. Luego se realizan el mismo procedimiento que lo anterior para calcular el valor de la amplitud  $r$ .

En la siguiente sección se verifica que se obtiene los mismo resultados con esta variable general que con el valor de  $\alpha_0$  para la frecuencia sidérea.

## 1.3. Verificación del código

### 1.3.1. Comparación con el trabajo [1] de la colaboración

Se verificó el código escrito en este trabajo de la siguiente manera:

1. El conjunto de eventos del disparo estándar registrados entre el 1 de Enero del 2004 y el 1 de Agosto del 2018 fue analizado en el trabajo [1].
2. Utilizando el código y los datos de los eventos del paper [1], obtenidos de la página del *Publications Committee* de la colaboración Auger, se replicaron los datos del paper.

3. Luego utilizando el código escrito para este trabajo, se realizó el análisis de EW con los datos del trabajo [1].
4. Finalmente se verificó que los valores obtenidos en los item 2 y 3, con ambos códigos, sean el mismo.

### 1.3.2. Tabla comparando con Right ascension

Para verificar que la variable de la Ec.1.30 es útil para estudiar otras frecuencias, en la Tabla 1.1 se comparan los resultados de la referencia para el rango  $0,25 - 0,5$  EeV, los obtenidos usando la ascensión recta del cenit y los valores obtenidos con la Ec.1.30 en el mismo rango de energía. Se observan que los valores son comparables entre sí.

	[1]	$\alpha_0$	$\alpha = 2\pi f_x t_i$
Frecuencia:	366.25	366.25	366.25
$d_{\perp}$ [%]:	0.60	0.60	0.60
$\sigma_{x,y}$ [%]	0.48	0.48	0.48
Probabilidad:	0.45	0.45	0.45
Fase $^{\circ}$ :	$225 \pm 64$ [2]	$225 \pm 45$	$227 \pm 45$
$r_{99}$ [%]:	1.5	1.5	1.5
$d_{\perp,99}$ [%]:	1.8	1.8	1.8

**Tabla 1.1:** Verificando la variable  $\alpha = 2\pi f t$

## Capítulo 2

# Distribución de probabilidad de la amplitud del dipolo

### 2.1. Distribución de probabilidad

La función de densidad de probabilidad tiene la siguiente forma:

$$p(s) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left\{\left(-\frac{(r^2 + s^2)}{2\sigma^2} + \frac{rs}{\sigma^2}\right)\right\} K_0\left(\frac{rs}{\sigma^2}\right) \quad (2.1)$$

Para alcanzar un nivel de confianza del CL[%]<sup>1</sup>, se toma el valor de amplitud  $r^{UL}$  y la integral de la función 2.1 desde 0 hasta  $r^{UL}$ , donde el resultado debe ser el nivel de confianza CL.

$$CL = \int_0^{r^{UL}} dr \frac{r}{\sigma^2} \exp\left\{\left(-\frac{(r^2 + s^2)}{2\sigma^2} + \frac{rs}{\sigma^2}\right)\right\} K_0\left(\frac{rs}{\sigma^2}\right) \quad (2.2)$$

El gráfico de la función se muestra a continuación:

---

<sup>1</sup>Donde CL=.99 para un 99 % o CL=0.68 para un 68 %,

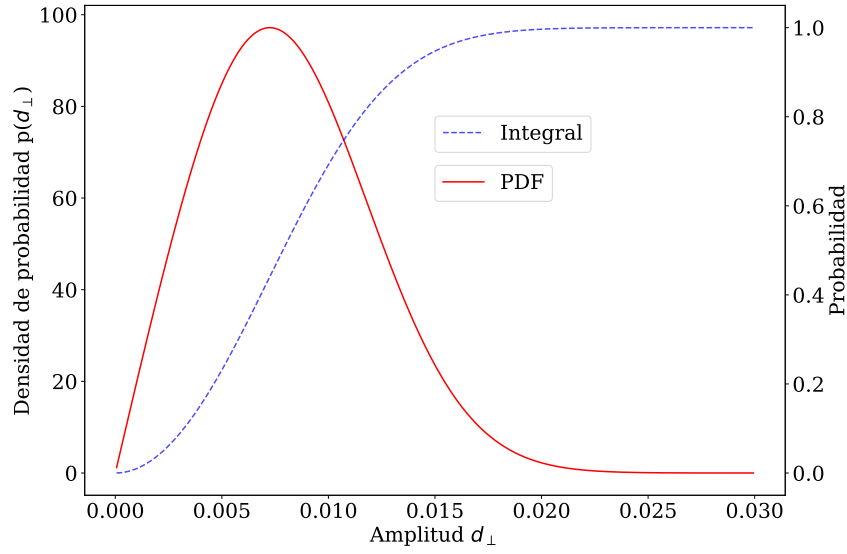


Figura 2.1

### 2.1.1. Haciendo la cuenta de los márgenes de confianza de la amplitud

Los pasos que sigo son los siguientes:

1. Calculo la probabilidad asociada a  $r_{max} = r + 10\sigma$ . Dado que está tan alejada del valor de amplitud obtenida, el  $CL \simeq 1$ , por lo que uso este valor para normalizar la Ec. 2.1 en el código.
2. Una vez que tengo la función normalizada, finalmente hago la integral de la ecuación 2.2  $CL(r)$  hasta un valor inicial de  $r$  y el valor de la función  $p(r)$ .

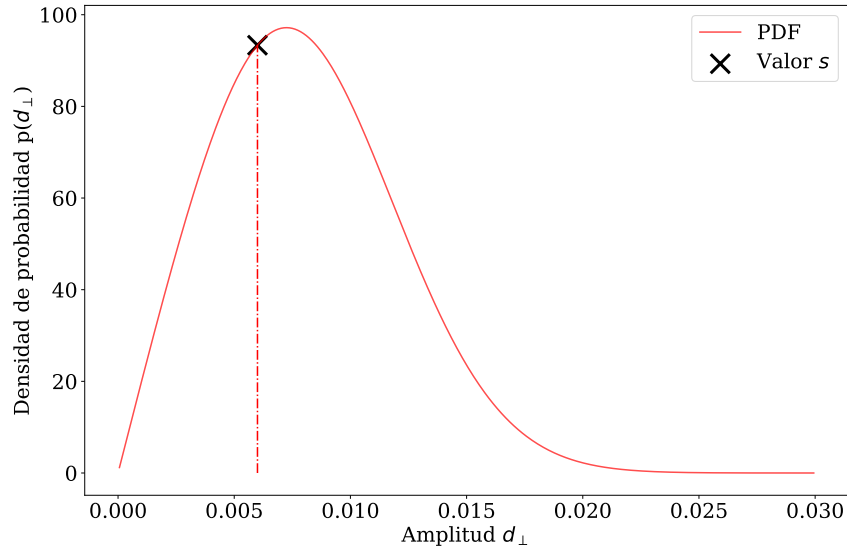


Figura 2.2

3. Si  $CL(r) < 0,683$ :

- a) Teniendo en cuenta el valor inicial de  $p(r)_1$ , se actualiza el valor  $p(r)_2 \leftarrow p(r)_1 - 0,01p(r)_1$ .
- b) Se calcula la integral entre los dos puntos con valores igual a  $p(r)_2$ .
- c) Si la integral es menor a 0,683, se repite el proceso desde el paso 3a. Caso contrario, si esta integral es mayor o igual a 0,683, se calculan los valores límites de  $r$  mediante el valor  $p(r)_2$  en el siguiente paso.

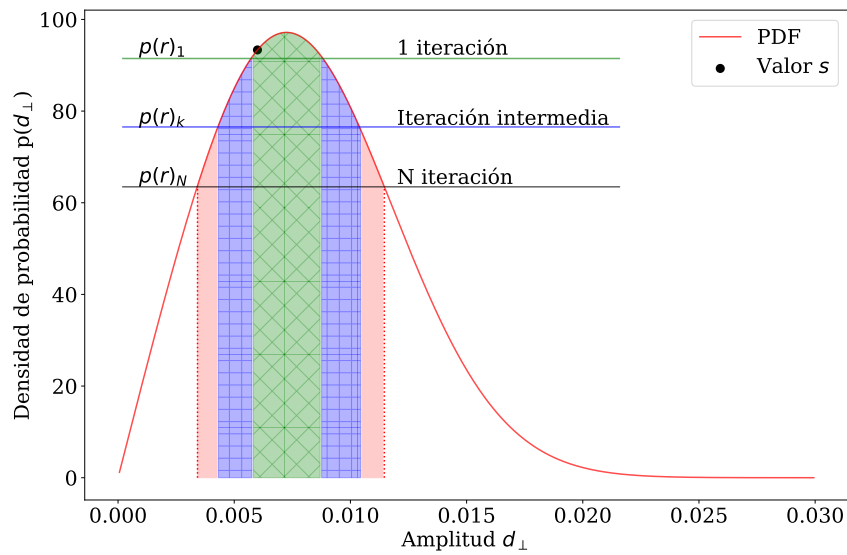
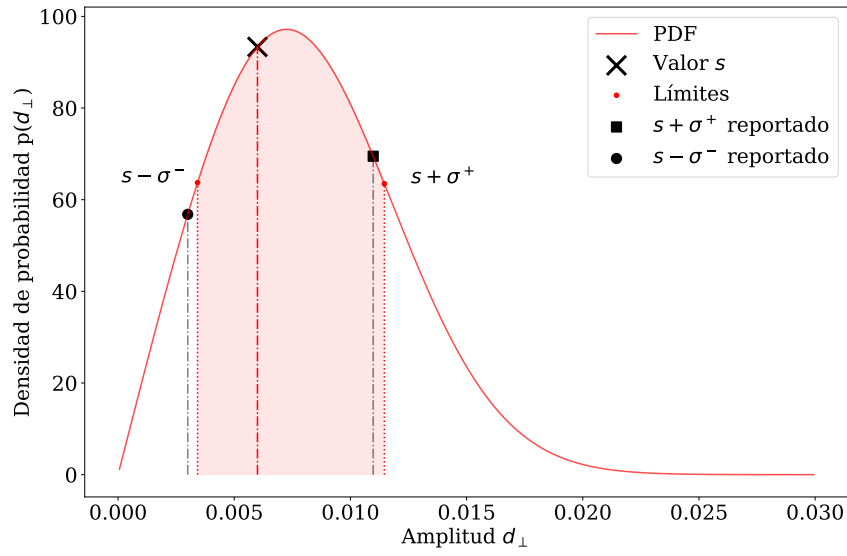


Figura 2.3

4. Para calcular los límites de confianza superior  $r^+$  y inferior  $r^-$ , teniendo en cuenta el valor final  $p(r_N)$  del paso 3c, se calculan los valores de  $r_i$  donde se cumple que  $p(r_i) = p(r)_N$ , los mismos son  $r^+$  y  $r^-$ . Finalmente los límites de confianza se calculan como:

$$\sigma^- = r - r^-$$

$$\sigma^+ = r^+ - r$$



**Figura 2.4**

## Capítulo 3

# Resultados del método EW

### 3.1. Tabla cantidad de eventos para distintos rangos de energía

Los eventos son clasificados en los distintos rangos con la energía reportada el archivo del Herald de todos los disparos entre el 2014 y 2019 y para el disparo estándar entre el 2004 y 2018.

Rango		0.25 EeV- 0.5 EeV	0.5 EeV - 1 EeV	1 EeV - 2 EeV
Eventos	Todos	3 967 368	3 638 226	1 081 846
	Estandar	770 323	2 388 468	1 243 098
Energía	Todos	0,375	0,687	1,315
Media	Estandar	0,42	0,71	1,34.

**Tabla 3.1:** Tabla de eventos por rango de energía

### 3.2. Resultados en distintos rangos de energía

#### 3.2.1. Resultados en el rango 0.25 EeV - 0.5 EeV

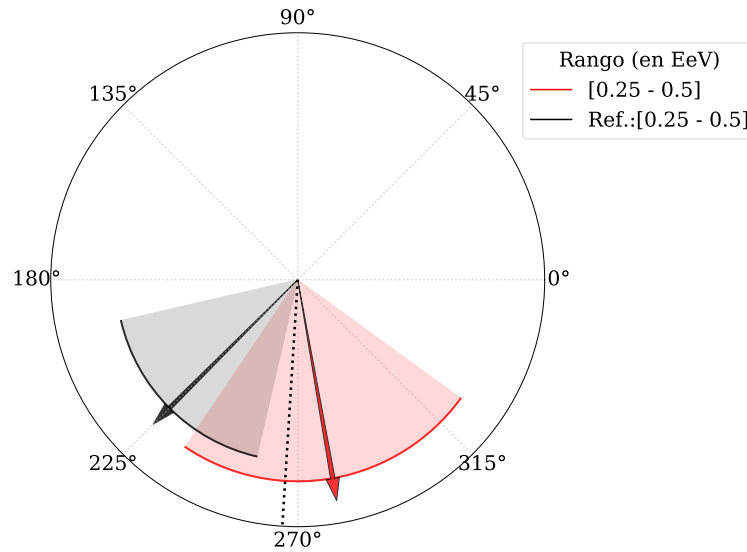
En la Fig. 3.1 se comparan las direcciones en las que apuntan la fase en frecuencia sidérea obtenida en este trabajo con la obtenida en [1]. Las fases tiene un margen donde se solapan en la incertidumbre pero no son comparables, la línea punteada marca la dirección del centro galáctico.



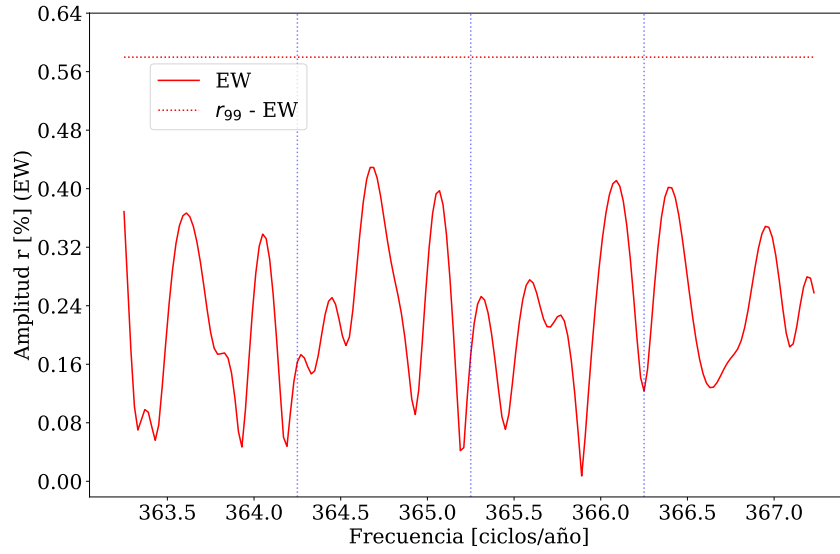
Frecuencia:	365.25	366.25	366.25 [1]
Amplitud $r$ [%]:	0.17	$0,12^{+0,24}_{-0,03}$	$0,5^{+0,4}_{-0,2}$ [3]
$r_{99}$ [%]:	0.73	0.6	1.5[3]
$r^{UL}$ [%]:	-	-	-[3]
Amplitud $d_{\perp}$ [%]:	-	$0,16^{+0,31}_{-0,04}$	$0,6^{+0,6}_{-0,3}$
$d_{99}$ [%]:	-	-	-
$d_{\perp,UL}$ [%]:	-	0.8	1.8
$\sigma_{x,y}$ [%]:	-	0.24	0.48
Probabilidad :	0.66	0.81	0.45
Fase[°]:	$221 \pm 63$	$280 \pm 88$	$225 \pm 64$ [2]

**Tabla 3.2:** Características para las frecuencias solar y sidérea con el método East-West en el primer armónico en rango de energía 0.25 EeV - 0.5 EeV

Realizando el barrido de frecuencias con la variable de la Ec.1.30, se obtiene que en este rango de energía las amplitudes se distribuyen en frecuencia como se muestra en la Fig.3.2. La línea horizontal indica el valor de  $r_{99}$  para cada frecuencia, además se observa que ninguna frecuencia supera dicho umbral.



**Figura 3.1:** Valores de las fases obtenidos en este trabajo y en la referencia con sus respectivas incertidumbres para la frecuencia sidérea en el rango 0.25 EeV - 0.5 EeV .



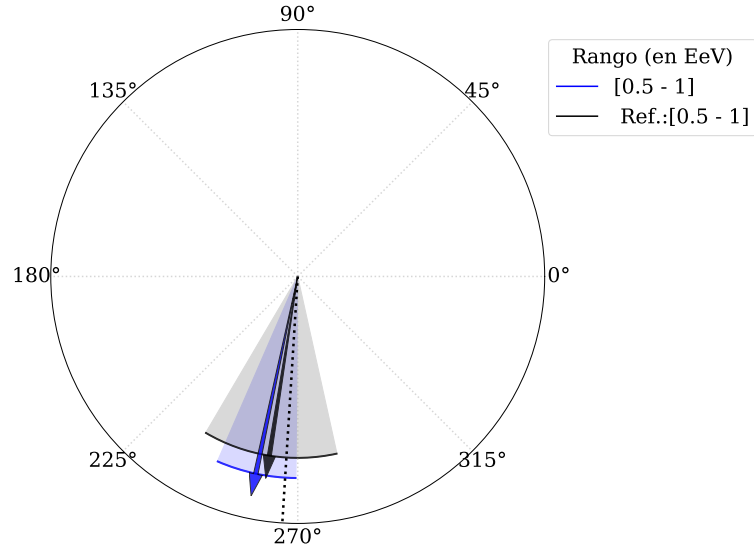
**Figura 3.2:** Barrido de frecuencias en el rango 0.25 EeV - 0.50 EeV .

### 3.2.2. Resultados en el rango 0.5 EeV - 1 EeV

En este rango de energía se observa una diferencia entre las probabilidades de este trabajo y [1] en la frecuencia sidérea. Este valor dice cuando probable es que las amplitudes sean debido al ruido. Este trabajo obtiene que la amplitud en sidérea es significativa por un 6 %.

En la Fig. 3.3 se comparan las direcciones en las que apuntan la fase en frecuencia sidérea obtenida en este trabajo con la obtenida en [1]. En esta figura se observa que las fases son comparables entre sí y apuntan a una dirección cercana al centro galáctico (línea punteada).

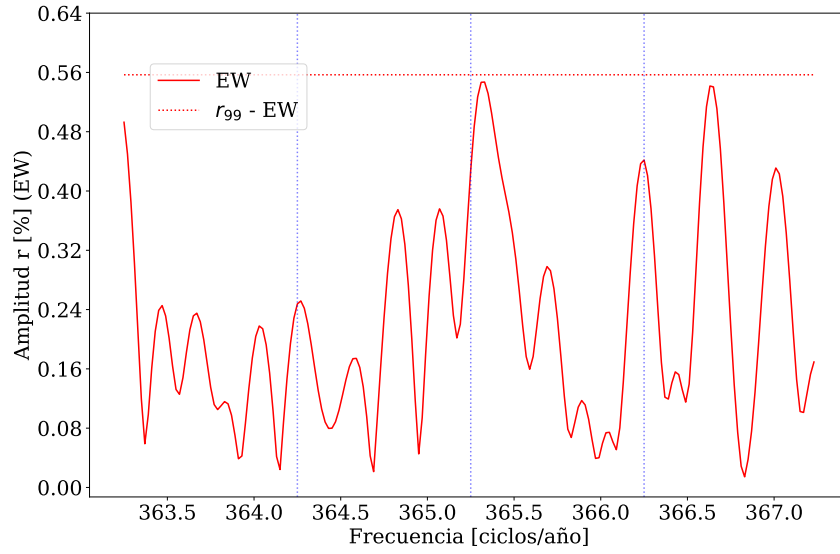
El barrido de frecuencias con la variable de la Ec.1.30 para este rango de energía se observa en la Fig.3.4. La línea horizontal indica el valor de  $r_{99}$  para cada frecuencia, además se observa que ninguna frecuencia supera dicho umbral. Otro aspecto es que la zona de la frecuencia anti-sidérea no tiene picos pronunciados, como en la frecuencia solar o sidérea.



**Figura 3.3:** Valores de las fases obtenidos en este trabajo y en la referencia con sus respectivas incertidumbres para la frecuencia sidérea en el rango 0.5 EeV - 1.0 EeV .

Frecuencia:	365.25	366.25	366.25[1]
Amplitud $r$ [%]:	0.42	$0,4^{+0,2}_{-0,1}$	$0,40^{+0,2}_{-0,1}[3]$
$r_{99}$ [%]:	0.70	0.6	0.8[3]
$d_{\perp,UL}$ [%]	-	1.1	1.1
Amplitud $d_{\perp}$ [%]:	-	$0,6^{+0,3}_{-0,2}$	$0,50^{+0,3}_{-0,2}$
$r_{99}$ [%]:	0.70	0.6	0.8[3]
$d_{\perp,UL}$ [%]	-	1.1	1.1
$\sigma_{x,y}$ [%]:	-	0.23	0.27
Probabilidad:	0.06	0.06	0.20
Fase[°]:	$205 \pm 25$	$258 \pm 24$	$261 \pm 43[2]$

**Tabla 3.3:** Características para las frecuencias solar y sidérea con el método East-West en el primer armónico en rango de energía 0.5 EeV - 1 EeV



**Figura 3.4:** Barrido de frecuencias en el rango 0.5 EeV - 1.0 EeV .

### 3.2.3. Resultados en el rango 1 EeV - 2 EeV

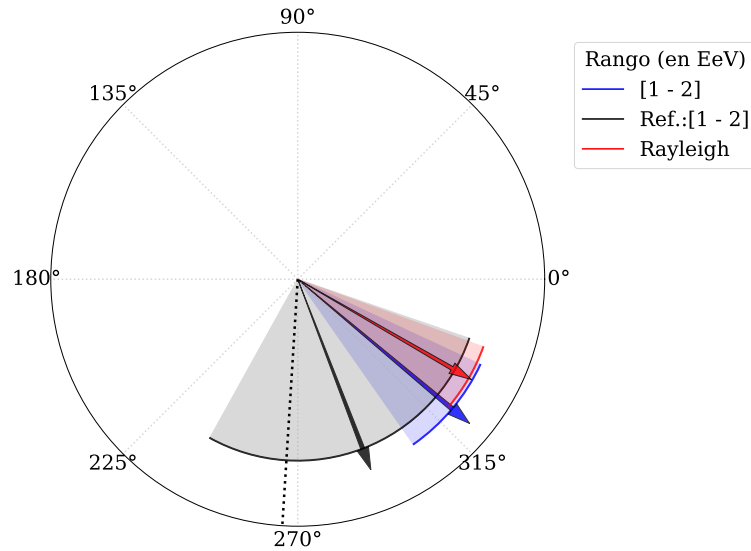
En las Tablas 3.4 y 3.5 se comparan los resultados de este trabajo y los obtenidos en [1] para la frecuencia solar y sidérea respectivamente. En el Fig.3.5 se observan en un gráfico polar las fases de la referencia y este trabajo para la frecuencia sidérea. Los resultados son comparables entre sí.

	Rayleigh	EW
Frecuencia:	365.25	365.25
Amplitud $r$ [%]:	0.39	0.28
Probabilidad:	0.02	0.64
Fase:	$288 \pm 20$	$279 \pm 61$
$r_{99}$ [%]:	0.41263	1.2

**Tabla 3.4:** Características para la frecuencia solar con los métodos de Rayleigh e East-West en el primer armónico.

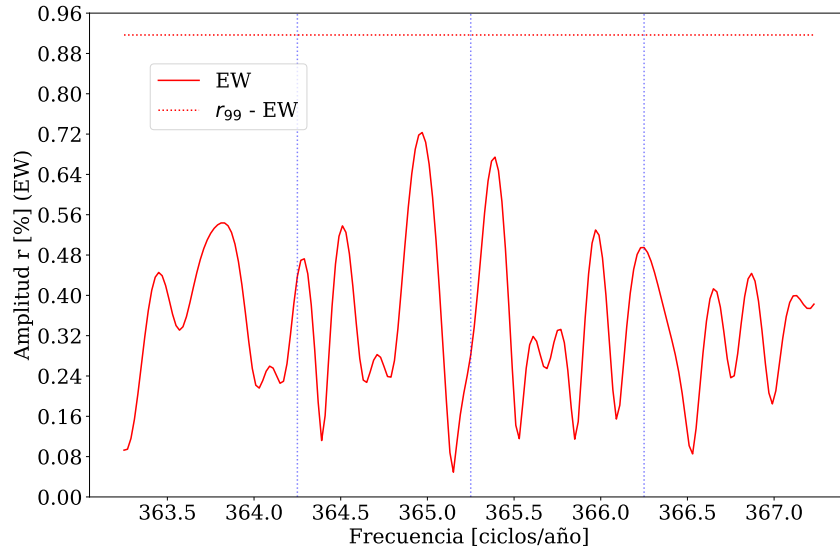
	Rayleigh	EW	EW[1]
Frecuencia:	366.25	366.25	366.25
Amplitud $r$ [%]:	0.40	$0,5^{+0,3}_{-0,2}$	$0,14^{+0,37}_{-0,02}$ [3]
Amplitud $d_{\perp}$ [%]:	0.51	$0,6^{+0,4}_{-0,3}$	$0,18^{+0,47}_{-0,02}$
$\sigma_{x,y}$ [%]:	-	0.38	0.35
Probabilidad:	0.012	0.26	0.87
Fase[°]:	$330 \pm 20$	$320 \pm 30$	$291 \pm 100$ [2]
$r_{99}$ [%]:	0.41	0.9	0.84[3]
$d_{\perp,UL}$ [%]	0.53	1.6	1.1

**Tabla 3.5:** Características para la frecuencia sidérea con los métodos de Rayleigh e East-West en el primer armónico.



**Figura 3.5:** Valores de las fases obtenidos en este trabajo y en la referencia con sus respectivas incertidumbres para la frecuencia sidérea en el rango 1.0 EeV - 2.0 EeV .

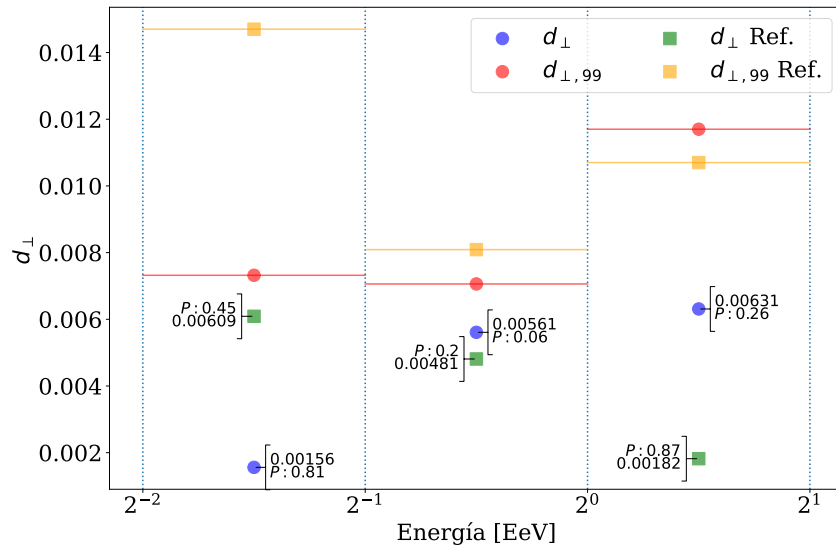
El barrido de frecuencias con la variable de la Ec.1.30 para este rango de energía se observa en la Fig.3.6. La línea horizontal indica el valor de  $r_{99}$  para cada frecuencia y se observa que ninguna frecuencia supera dicho umbral. En la frecuencia solar no se observa ningún pico, esto se debe a que el método EW es robusto con respecto a las modulación del clima. Se observa un pico en sidérea pero el mismo no es significativo con respecto al  $r_{99}$ .



**Figura 3.6:** Barrido de frecuencias en el rango 1 EeV - 2 EeV .

### 3.3. Gráficos

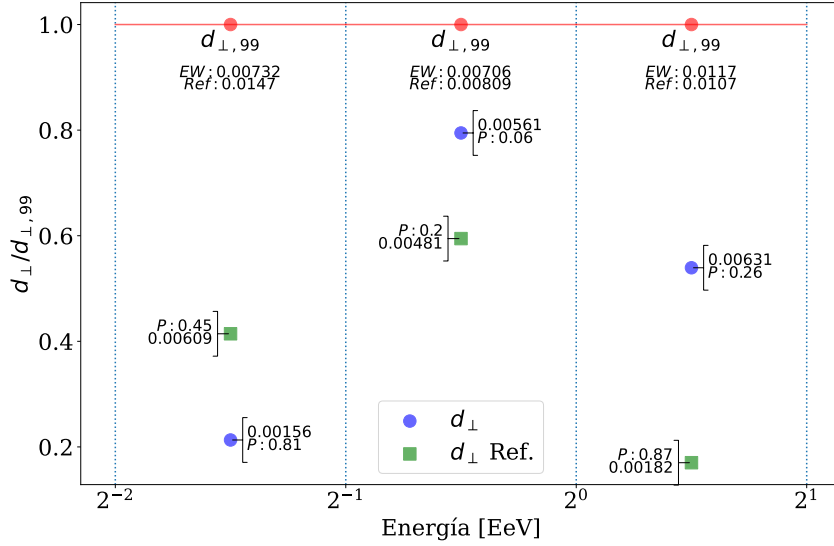
Para poder comparar los resultados de  $d_{\perp}$  entre sí, podríamos graficar los valores de la proyección y de la límite del 99 % como se muestra en la Fig.3.7. El inconveniente es la cantidad de datos en cada rango de energía entre los conjuntos de datos, todos los disparos y disparo estándar, son distintos.



**Figura 3.7:** Sin normalizar

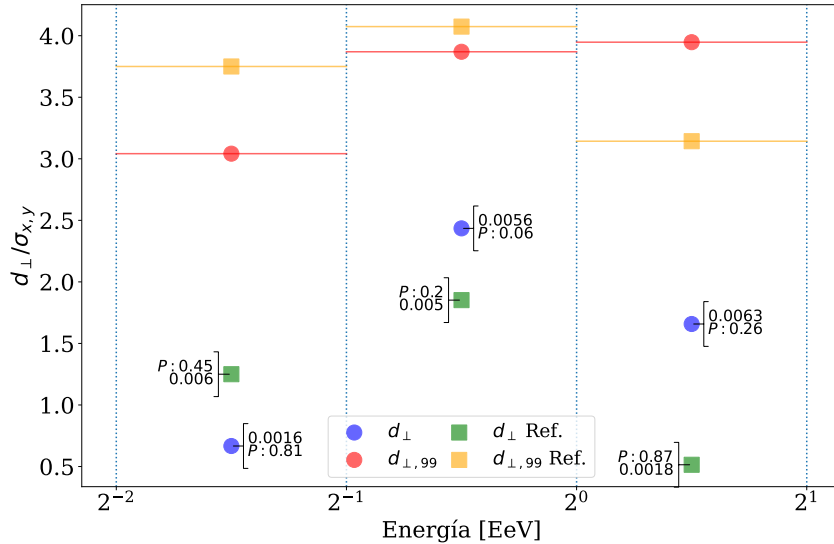
Para compararlos mejor con respecto a  $d_{\perp,UL}$ , usamos el valor de cada rango y de

cada conjunto de datos, para normalizar la amplitud de  $d_{\perp,UL}$ . Como se muestra en la Fig.3.8, ahora  $d_{\perp,UL} = 1$  y los otros valores se pueden comparar.



**Figura 3.8:** Valores normalizados con  $d_{\perp,UL}$

También podemos comparar cuan apartados están con respecto al valor  $\sigma_{x,y}$  y normalizar los valores en cada rango de energía, así se obtiene la Fig.3.9.



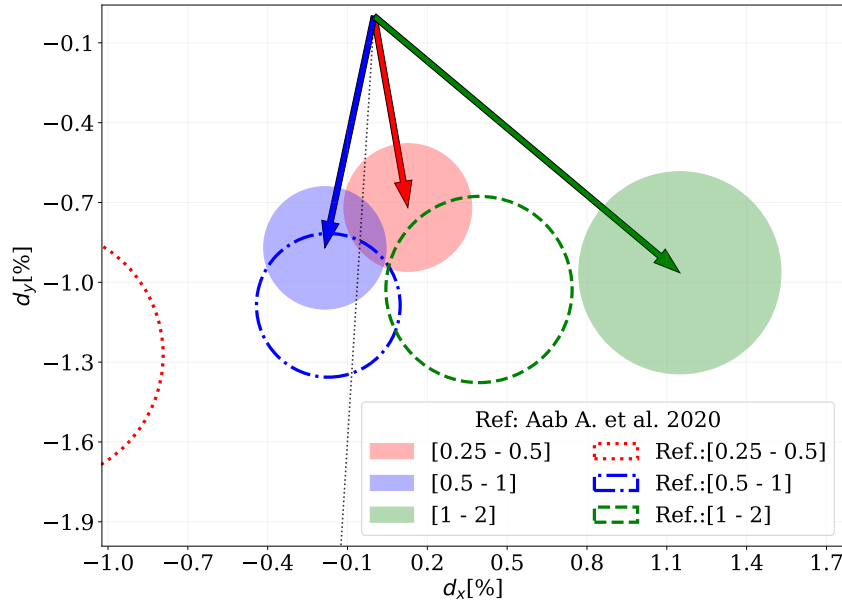
**Figura 3.9:** Valores normalizados con  $d_{\perp,UL}$

Por lo que ahora podemos decir que en los rangos entre 0.5 EeV - 1.0 EeV y 1.0 EeV - 2.0 EeV, la amplitud obtenida en este trabajo está por encima que la referencia.

Para comparar los resultados en el rango 0.25 EeV - 0.5 EeV, tenemos que tener en cuenta que el disparo estándar tiene una sensibilidad menor que el todos los disparos.

Esto se ve claramente en la Tabla 3.1, donde el primer tiene 7 veces menos eventos para analizar. Por lo tanto, la discrepancia entre la referencia y los trabajos puede deberse a la diferencia de eventos a estudiar causada por la sensibilidad del disparo.

Considerando los valores de  $\sigma$  y  $d_{\perp}$  para cada rango de energía, puedo comparar las direcciones, valores e incertidumbres en un sola figura como en la Fig.3.10. Las líneas punteadas están centradas en los valores de referencia en cada rango de energía y con radio igual a sus incertidumbres.



**Figura 3.10:** Amplitudes con incertidumbre, apuntando en la dirección de la fase. Los círculos punteados los valores de referencia del trabajo [1] con sus respectivas incertidumbres y la línea punteada en negro marca la dirección del centro galáctico.

### 3.4. Comparando resultados entre métodos para barridos de frecuencias

### 3.5. Verificación del código escrito durante la maestría

Para ver que todo cierre, obtuve los resultados del paper [1] con el código del Rayleigh para distintos bins. En el bin 2 EeV - 4 EeV tuve incongruencias entre mi código y los valores reportados en el paper, pero si comparo los valores obtenidos con el código utilizado para el paper con mis resultados si se corresponden. En los demás bins los resultados entre el código implementado en [1], los resultados publicados y los resultados de mi código se corresponden.

En el bin 2 EeV - 4 EeV, verifiqué sin cambiaba los números considerando los



eventos hasta  $80^\circ$ , pero los parámetros de Rayleigh eran los mismos que usar  $60^\circ$  como límite en  $\theta$ . Cuando no considero los pesos en mi código, obtengo resultados congruentes con los publicados pero eso puede ser una casualidad.

	2 EeV - 4 EeV			
Frecuencia:	366.25	366.25 (Sin pesos)	366.25 [3]	366.25 [1]
Amplitud $r$ [%]:	$0,5^{+0,3}_{-0,2}$	$0,4^{+0,3}_{-0,2}$	$0,5^{+0,3}_{-0,2}$	-
$r_{99}$ [%]:	0.8	0.8	0.8	-
Amplitud $d_\perp$ [%]:	$0,7^{+0,4}_{-0,2}$	$0,5^{+0,4}_{-0,2}$	$0,7^{+0,4}_{-0,2}$	$0,5^{+0,4}_{-0,2}$
$d_{99}$ [%]:	1.0	1.0	1.0	-
$d_{\perp,UL}$ [%]:	1.9	1.7	-	1.4
$\sigma_{x,y}$ [%]:	0.34	0.34	0.34	0.34
Probabilidad :	0.14	0.33	0.15	0.34
Fase $^\circ$ :	$355 \pm 29$	$351 \pm 38$	$346 \pm 29$	$349 \pm 55$

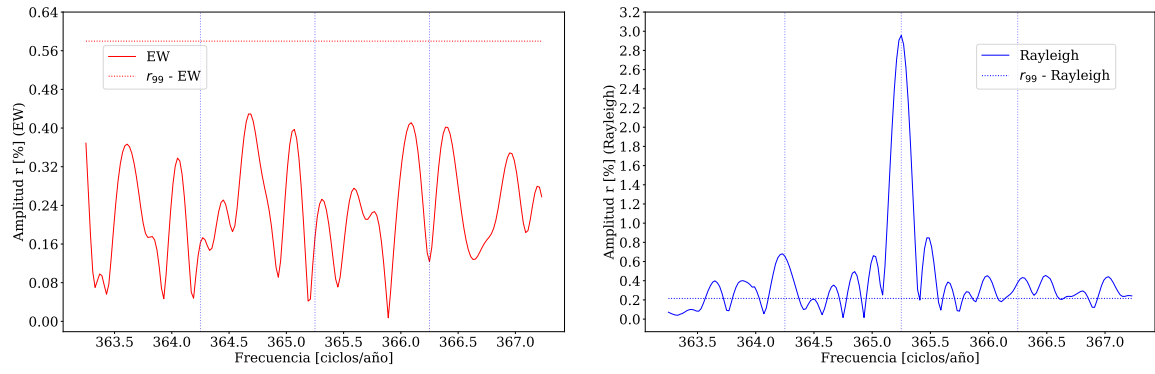
**Tabla 3.6:** Características para las frecuencias solar y sidérea con el método Rayleigh en el primer armónico en el rango de energía 2 EeV - 4 EeV, obtenidos con el código de este trabajo aplicado al conjunto de datos de la referencia [1] y comparados con los resultados reportados en el último.

	8 EeV - 16 EeV		16 EeV - 32 EeV	
Frecuencia:	366.25	366.25 [1]	366.25	366.25 [1]
Amplitud $r$ [%]:	$4,4^{+1,0}_{-0,8}$	-	$5,8^{+1,8}_{-1,3}$	-
$r_{99}$ [%]:	2.6	-	4.9	-
Amplitud $d_\perp$ [%]:	$5,6^{+1,2}_{-1,0}$	$5,6^{+1,2}_{-1,0}$	$7,5^{+2,3}_{-1,8}$	$7,5^{+2,3}_{-1,8}$
$d_{99}$ [%]:	3.3	-	6.3	-
$d_{\perp,UL}$ [%]:	10	-	16	-
$\sigma_{x,y}$ [%]:	1.1	1.1	2.1	2.1
Probabilidad :	$2,3 \times 10^{-6}$	$2,3 \times 10^{-6}$	$1,5 \times 10^{-3}$	$1,5 \times 10^{-3}$
Fase $^\circ$ :	$96 \pm 11$	$97 \pm 12$	$80 \pm 16$	$80 \pm 17$

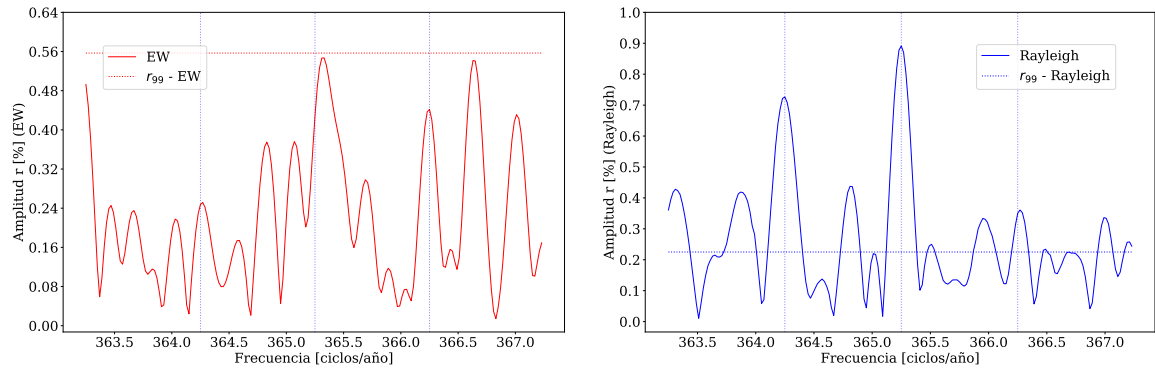
**Tabla 3.7:** Características para las frecuencias solar y sidérea con el método Rayleigh en el primer armónico en distintos rangos de energía, obtenidos con el código de este trabajo aplicado al conjunto de datos de la referencia [1] y comparados con los resultados reportados en el último.

## 3.6. Comparando amplitud en función de la frecuencia

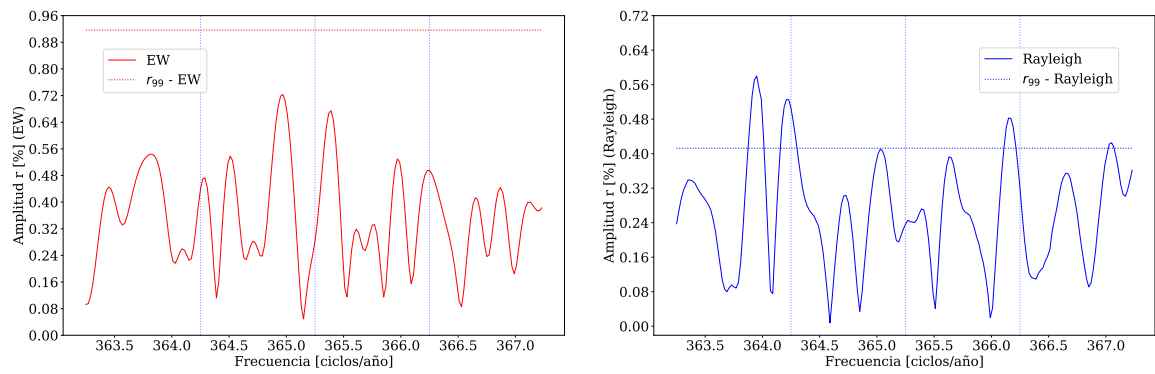
En las Figs.3.11, 3.12 y 3.13 se comparan el barrido en frecuencia con el método EW y el barrido con Rayleigh considerando los pesos de los hexágonos en distintos rangos de energía.



**Figura 3.11:** Barrido de frecuencias en el rango 0.25 EeV - 0.5 EeV .



**Figura 3.12:** Barrido de frecuencias en el rango 0.5 EeV - 1 EeV .



**Figura 3.13:** Barrido de frecuencias en el rango 1 EeV - 2 EeV .

# Bibliografía

- [1] Aab A. et al. Cosmic-Ray Anisotropies in Right Ascension Measured by the Pierre Auger Observatory. *The Astrophysical Journal*, **891** (2), 142, mar 2020. URL <https://doi.org/10.3847/2F1538-4357%2Fab7236>.
- [2] Discrepancia de  $\sqrt{2}$  entre lo reportado y entre el código implementado para los resultados del trabajo [1].
- [3] Obtenido del código usado en el paper [1].