

Capítulo 1

Método East-West

El método de Rayleigh se basa ajustar el flujo de CRs en función de la ascensión recta mediante una función armónica. El mismo permite calcular la amplitud de la anisotropía para distintos armónicos, su fase y la probabilidad de detectar la misma señal debido a fluctuaciones de una distribución isótropa de RCs.

La dificultad en utilizar el método Rayleigh recae en procesamiento de los datos: efectos del clima, variaciones en el área del Observatorio, y la sensibilidad de los instrumentos deben tenerse en cuenta. Los efectos mencionados deben ser corregidos de la señal medida de los eventos, ya que los mismos inducen modulaciones espurias en el análisis.

En el método East - West consiste en el ajuste de una función armónica a la diferencia entre los flujos de eventos provenientes del Este y del Oeste. Si se consideran que las modulaciones espurias producidas por los efectos atmosféricos y sistemáticos son las mismas en ambas direcciones, la diferencia de flujos remueve estos efectos sin realizar correcciones adicionales. Una desventaja de este método es que su sensibilidad es menor que el método de Rayleigh [1].

1.1. Descripción de una anisotropía dipolar

Las anisotropías en las direcciones de llegada de los RCs indican que ciertas zonas del cielo tienen una variación significativa con respecto a la media de flujo de RCs. Esta anisotropía puede describirse mediante funciones armónicas, la más sencilla es la anisotropía dipolar es una aproximación a primer orden.

Una anisotropía dipolar se puede describir de la siguiente forma:

$$\Phi(\hat{\mathbf{u}}) = \Phi_0(1 + \mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{u}}) \quad (1.1)$$

donde Φ_0 es el flujo medio de eventos, $\hat{\mathbf{u}}$ es un versor que apunta a la dirección a estudiar, y \mathbf{d} es el vector con módulo igual a la amplitud del dipolo y con dirección al

eje del mismo. Tomando coordenadas ecuatoriales ¹, la dirección de \mathbf{d} es (α_d, δ_d) y de $\hat{\mathbf{u}}$ es (α, δ) , por lo tanto el producto escalar entre estos vectores se puede escribir de la siguiente manera ²:

$$\mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{u}} = d(\cos \delta_d \cos \delta \cos(\alpha - \alpha_d) + \sin \delta_d \sin \delta) \quad (1.2)$$

Otro aspecto importante de la representación del dipolo en coordenadas ecuatoriales, es que la proyección de la amplitud del dipolo sobre el plano ecuatorial se puede aproximar de la siguiente manera:

$$r_1 \simeq d_{\perp} \langle \cos \delta \rangle \quad (1.3)$$

donde r_1 es la amplitud de la aproximación a primer orden en Fourier, y $\langle \cos \delta \rangle$ es el valor medio de $\cos \delta$ de los eventos utilizados para realizar la aproximación mencionada.

1.1.1. Representación en coordenadas locales de la anisotropía dipolar

Podemos reescribir el producto escalar entre dipolo \mathbf{d} y el versor $\hat{\mathbf{u}}$ apunta en la dirección cualquiera mediante las coordenadas locales θ y ϕ ³.

$$\mathbf{d} = d_x(\alpha^0)\hat{x} + d_y(\alpha^0)\hat{y} + d_z(\alpha^0)\hat{z} \quad (1.4)$$

$$\hat{\mathbf{u}} = \sin \theta \cos \phi \hat{x} + \sin \theta \sin \phi \hat{y} + \cos \theta \hat{z} \quad (1.5)$$

$$\mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{u}} = d_x(\alpha^0) \sin \theta \cos \phi + d_y(\alpha^0) \sin \theta \sin \phi + d_z(\alpha^0) \cos \theta \quad (1.6)$$

donde los versores \hat{x} , \hat{y} y \hat{z} apuntan a la dirección Este, Norte y del cenit respectivamente.

El dipolo está fijo en el cielo pero visto desde las coordenadas locales para poder trabajar con θ y ϕ , sus proyecciones d_x , d_y y d_z tienen una dependencia con la ascensión recta α^0 y declinación δ_0 del cenit.

1.2. Descripción formal del método East-West

1.2.1. Flujo de eventos del Este y Oeste

El flujo de eventos observado $I^{obs}(\alpha^0)$ para la ascensión recta del cenit α^0 entre los ángulos azimutales ϕ_1 y ϕ_2 puede calcularse mediante el flujo total de RCs $\Phi(\theta, \phi, \alpha^0)$

¹Referencia al apéndice de ecuatoriales

²Falta mencionar el producto de versor de esta representación para decir sale de acá. Eso va a estar en el apéndice porque el cálculo me sale fácil poniendo todo en cartesianas.)

³Referencia locales apéndice

(expresado en coordenadas locales) como

$$I^{obs}(\alpha^0) = \int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi \int_0^{\theta_{max}} d\theta \sin \theta \tilde{\omega}(\theta, \alpha^0) \Phi(\theta, \phi, \alpha^0), \quad (1.7)$$

donde el término $\tilde{\omega}(\theta, \alpha^0)$ representa la exposición del Observatorio. Este término también incluye los efectos sistemáticos y atmosféricos, como la variación de los hexágonos del arreglo y las correcciones de la modulación del clima, mediante su dependencia con α^0 .

Para calcular los flujos de eventos del Este y Oeste, I_E^{obs} y I_O^{obs} respectivamente, se integra la Ec.1.7 en los siguientes rangos: para el Este: entre $\phi_1 = -\pi/2$ y $\phi_2 = \pi/2$ y para el Oeste: entre $\phi_1 = \pi/2$ y $\phi_2 = 3\pi/2$.

1.2.2. Aproximaciones del método

Se considera que pueden desacoplarse de las variables θ y α^0 , por lo tanto, podemos expresar $\tilde{\omega}$ de la siguiente manera:

$$\tilde{\omega}(\theta, \alpha^0) = \omega(\theta) F(\alpha^0) \quad (1.8)$$

A su vez, consideremos que las amplitudes de las variaciones asociadas a $\tilde{\omega}$ son pequeñas con respecto al valor medio, por lo que se puede tomar la expansión en primer orden de la función $F(\alpha^0)$:

$$\tilde{\omega}(\theta, \alpha^0) = \omega(\theta) (1 + \eta(\alpha^0)) \quad (1.9)$$

1.2.3. Cálculo de la diferencia de flujos

Teniendo en cuenta la Ec.1.9 y 1.1, se tiene la siguiente expresión:

$$I^{obs}(\alpha^0) = \int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi \int_0^{\theta_{max}} d\theta \sin \theta \omega(\theta) (1 + \eta(\alpha^0)) \Phi_0 (1 + \mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{u}}) \quad (1.10)$$

donde la primera parte de la igualdad puede simplificarse con una definición apropiada⁴. Además dado que la integral sobre ϕ tiene el mismo valor para el Este y Oeste, se obtiene que la primera parte se puede escribir de la siguiente forma

$$\int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi \int_0^{\theta_{max}} d\theta \sin \theta \omega(\theta) (1 + \eta(\alpha^0)) \Phi_0 = \Phi_0 (1 + \eta(\alpha^0)) \bar{1}.$$

⁴Por simplicidad, definimos la siguiente expresión: $\overline{f(\theta)} = \int_0^{\theta_{max}} d\theta \sin \theta \omega(\theta) f(\theta)$, donde $\overline{f(\theta)}$ es la media de la función $f(\theta)$ sobre el ángulo cenital pesado por la exposición del Observatorio $\omega(\theta)$, hasta un ángulo máximo de θ_{max} . En este trabajo se centra en eventos hasta 2 EeV, por lo que $\theta_{max} = 60^\circ$ para los datos del Observatorio.

Trabajando con la segunda parte de la expresión 1.10, si consideramos la expresión 1.6 del producto escalar $\mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{u}}$ en coordenadas locales, e integramos el ángulo ϕ entre $[-\pi/2, \pi/2]$ o $[\pi/2, 3\pi/2]$, se obtiene que:

$$\int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi \int_0^{\theta_{max}} d\theta \sin \theta \omega(\theta) (1 + \eta(\alpha^0)) \Phi_0 \mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{u}} = \quad (1.11)$$

$$= \Phi_0 (1 + \eta(\alpha^0)) \int_0^{\theta_{max}} d\theta (\pm 2d_x(\alpha^0) \sin \theta + \pi d_z(\alpha^0) \cos \theta) \quad (1.12)$$

donde +2 corresponde al Este y -2 al Oeste. No hay una dependencia con la proyección del dipolo d_y porque en la integral aparece el término $\int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi d_y(\alpha^0) \sin \theta \sin \phi$, que se anula al integrar sobre el Este y Oeste.

Usando la definición dada en la nota 4 y la expresión 1.12, podemos reescribir la expresión 1.10 y los flujos para el Este y el Oeste como:

$$\begin{aligned} I_E^{obs} &= \Phi_0 (1 + \eta(\alpha^0)) \left(\pi \bar{1} + 2d_x(\alpha^0) \overline{\sin \theta} + \pi d_z(\alpha^0) \overline{\cos \theta} \right) \\ I_O^{obs} &= \Phi_0 (1 + \eta(\alpha^0)) \left(\pi \bar{1} - 2d_x(\alpha^0) \overline{\sin \theta} + \pi d_z(\alpha^0) \overline{\cos \theta} \right) \\ I^{obs} &= \Phi_0 (1 + \eta(\alpha^0)) \left(2\pi \bar{1} + \pi d_z(\alpha^0) \overline{\cos \theta} \right) \end{aligned}$$

Ya que se busca calcular la diferencia entre los flujos provenientes del Este y del Oeste, I_E^{obs} y I_O^{obs} respectivamente, esta resta queda como:

$$I_E^{obs} - I_O^{obs} = 4\Phi_0 (1 + \eta(\alpha^0)) d_x(\alpha^0) \overline{\sin \theta}$$

Para obtener las componentes del vector \mathbf{d} , tenemos que considerar que las mismas están en el plano x-z. Para hacer esto, consideremos a los versores $\hat{\mathbf{u}}_x$ y $\hat{\mathbf{u}}_z$ que apuntan al cenit y al Este respectivamente. Podemos obtener las proyecciones con un producto escalar con los versores en las direcciones de interés:

$$d_x(\alpha^0) \hat{x} = (\mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{u}}_x) \hat{\mathbf{u}}_x \rightarrow d_x(\alpha^0) = \mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{u}}_x, \quad (1.13)$$

donde estos versores en coordenadas ecuatoriales se escriben como: $\hat{\mathbf{u}}_z = (\alpha^0, \delta_0)$ y $\hat{\mathbf{u}}_x = (\alpha^0 + \frac{\pi}{2}, 0)$ ⁵.

Usando la expresión 1.2 para el producto escalar en coordenadas ecuatoriales, se

⁵Se suma $\frac{\pi}{2}$ para apuntar al Este, cuando el versor recorre $\pi/2$ en ascensión recta, llega al plano del ecuador que tiene declinación 0.

obtienen las componentes:

$$\begin{aligned} d_z &= \mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{u}}_z = d(\cos \delta_d \cos \delta_0 \cos(\alpha^0 - \alpha_d) + \sin \delta_d \sin \delta_0) \\ d_x &= \mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{u}}_x = d(\cos \delta_d \cos(\alpha^0 + \frac{\pi}{2} - \alpha_d) = -d \cos \delta_d \sin(\alpha^0 - \alpha_d) \end{aligned}$$

Entonces la diferencia entre flujos queda como:

$$I_E^{obs} - I_O^{obs} = -4d\Phi_0(1 + \eta(\alpha^0)) \cos \delta_d \sin(\alpha^0 - \alpha_d) \overline{\sin \theta} \quad (1.14)$$

Esta diferencia se debe relacionar con la variación del flujo verdadero $I(\alpha^0)$, es decir el flujo que se observaría si no existieran variaciones temporales en ascensión recta en la exposición, que implicaría $\eta(\alpha^0) = 0$.

La variación del flujo verdadero en ascensión recta provee información sobre la componente d_z del dipolo.

$$\frac{dI(\alpha^0)}{d\alpha^0} = 2\pi\Phi_0 \overline{\cos \theta} \frac{d d_z(\alpha^0)}{d\alpha^0} \quad (1.15)$$

$$\frac{dI(\alpha^0)}{d\alpha^0} = -2d\pi\Phi_0 \overline{\cos \theta} \cos \delta_d \cos \delta_0 \sin(\alpha^0 - \alpha_d) \quad (1.16)$$

Para llegar a la expresión 1.14, hicimos la expansión hasta el primer orden de $\tilde{\omega}(\theta, \alpha^0)$ y de $\Phi(\alpha, \delta)$, por lo tanto, para ser consistentes en el orden de aproximación, se desprecia el término de segundo orden de la expresión 1.14 que es proporcional de $\eta \cdot d$ y la expresión 1.14 queda:

$$I_E^{obs} - I_O^{obs} \approx -4d\Phi_0 \cos \delta_d \sin(\alpha^0 - \alpha_d) \overline{\sin \theta} \quad (1.17)$$

Considerando las expresiones 1.16 y 1.17, se tiene una relación entre el flujo observado por el Observatorio y el flujo real de RCs ⁶

$$I_E^{obs} - I_O^{obs} \approx \frac{2}{\pi \cos \delta_0} \frac{\langle \sin \theta \rangle}{\langle \cos \theta \rangle} \frac{dI(\alpha^0)}{d\alpha^0} \quad (1.18)$$

1.3. Estimación de la componente ecuatorial del dipolo mediante el análisis del primer armónico

El objetivo del método East - West es estimar la modulación dipolar de $I(\alpha^0)$ a partir de la diferencia $I_E^{obs} - I_O^{obs}$ mediante un análisis similar al método de Rayleigh,

⁶Se usa la expresión: $\langle f(\theta) \rangle = \frac{\overline{f(\theta)}}{1} = \frac{\int_0^{\theta_{max}} d\theta \sin \theta \omega(\theta) f(\theta)}{\int_0^{\theta_{max}} d\theta \sin \theta \omega(\theta)}$, que es equivalente a hacer la media ponderada de todos los datos de $f(\theta)$.

salvo modificaciones para tener en cuenta la dirección de los eventos.

$$I_E^{obs} - I_O^{obs} = \frac{N}{2\pi} r_{EW} \cos(\alpha^0 - \phi_{EW}) \quad (1.19)$$

La amplitud r_{EW} y fase ϕ_{EW} obtenidas por el Método East - West no es la amplitud del dipolo físico aunque está relacionada con la misma.

Esta relación puede obtenerse reescribiendo la expresión 1.18, teniendo en cuenta la proyección del dipolo físico sobre el ecuador $d_{\perp} = d \cos \delta_0$, la expresión 1.17 y que $N \simeq 4\pi^2 \Phi_0 \bar{1}$ ⁷:

$$I_E^{obs} - I_O^{obs} \approx -4d_{\perp} \frac{N}{4\pi^2 \bar{1}} \sin(\alpha^0 - \alpha_d) \overline{\sin \theta} \frac{1}{\bar{1}} \quad (1.20)$$

$$I_E^{obs} - I_O^{obs} \approx -4d_{\perp} \frac{N}{4\pi^2} \sin(\alpha^0 - \alpha_d) \langle \sin \theta \rangle \quad (1.21)$$

$$I_E^{obs} - I_O^{obs} \approx -\frac{N}{2\pi} d_{\perp} \frac{2\langle \sin \theta \rangle}{\pi} \sin(\alpha^0 - \alpha_d) \quad (1.22)$$

Comparando las expresiones 1.19 y 1.22 y considerando la ecuación 1.3, se puede inferir que las relaciones entre la amplitud y fase obtenidas mediante EW y el dipolo físico son las siguientes:

$$d_{\perp} = \frac{2\langle \sin \theta \rangle}{\pi} r_{EW} \quad (1.23)$$

$$r_1 = \frac{\pi \langle \cos \delta \rangle}{2 \langle \sin \theta \rangle} r_{EW} \quad (1.24)$$

$$\alpha_d = \phi_{EW} + \frac{\pi}{2} \quad (1.25)$$

$$\sigma_{x,y} = \frac{\pi}{2\langle \sin \theta \rangle} \sqrt{\frac{2}{\mathcal{N}}} \quad (1.26)$$

$$\sigma = \frac{\pi \langle \cos \delta \rangle}{2\langle \sin \theta \rangle} \sqrt{\frac{2}{\mathcal{N}}} \quad (1.27)$$

Como en el caso del análisis de Rayleigh, la probabilidad de obtener una amplitud mayor o igual a que r_{EW} a partir de una distribución isotropa es una distribución acumulada de Rayleigh:

$$P(\geq r_{EW}) = \exp\left(-\frac{N}{4} r_{EW}^2\right) \quad (1.28)$$

1.3.1. Cálculo de la amplitud del dipolo para los eventos de Todos los Disparos

1. Definimos el rango de tiempo a estudiar, para los resultados para Todos los Disparos se utilizaron los límites: 1 de Enero del 2014 hasta el 1 de Enero del 2020.

⁷Porque es la integral con respecto a los dos ángulos, θ y ϕ

2. Se recorre cada evento que cumpla con las siguientes características:

- Pertenezca el rango de energía a estudiar
- Sea un evento 6T5 con ángulo cenital menor a 60°
- Se haya registrado en el rango de tiempo seleccionado

En cada evento se calcula los siguientes valores:

$$a'_i = \cos(X_i - \beta) \quad b'_i = \sin(X_i - \beta) \quad (1.29)$$

el valor de X_i depende la frecuencia a estudiar, la misma es igual a la ascensión recta del cenit α_i^0 al momento del evento si se estudia la frecuencia sidérea, en cambio para la frecuencia solar es igual al equivalente en grados de la hora local de Malargüe. El valor de β es depende si el evento provino del Este donde $\beta = 180^\circ$ o $\beta = 0$ caso contrario.

3. Una vez corridos todos los eventos se calculan los parámetros:

$$a_{EW} = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N a'_i = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N \cos(X_i - \beta_i)$$

$$b_{EW} = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N b'_i = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N \sin(X_i - \beta_i)$$

donde N indica la cantidad eventos considerados. La cantidad de eventos por rango de energía se muestran en la tabla ??.

Con esto puedo calcular la amplitud asociada al análisis r_{EW} y la fase ϕ_{EW} :

$$r_{EW} = \sqrt{a_{EW}^2 + b_{EW}^2}$$

$$\phi_{EW} = \tan^{-1}(b_{EW}/a_{EW})$$

Estos valores se traducen a los valores de amplitud r , d_\perp y fase ϕ del dipolo físico mediante las expresiones 1.23, 1.24 y 1.25. Los valores $\langle \cos \delta \rangle$ y $\langle \sin \delta \rangle$ son los valores medios de estas variables en los años estudiados.

4. Se calcula la amplitud límite r_{99} y la probabilidad $P(r_{EW})$ utilizando la expresión 1.28:

$$r_{99} = \frac{\pi}{2} \frac{\langle \cos \delta \rangle}{\langle \sin \theta \rangle} \sqrt{\frac{4}{N} \ln(100)}$$

$$d_{\perp,99} = \frac{r_{99}}{\langle \cos \delta \rangle}$$

5. Se calculan los límites de confianza de las variables r, ϕ y d_{\perp} mediante los densidad de probabilidad de la amplitud y fase. Las mismas se describen en el capítulo 2.

Por último, estos resultados se comparan con los valores obtenidos con el método EW en el trabajo [2] en frecuencia sidérea, aplicado al conjunto de eventos del disparo estándar registrados entre el 1 de Enero del 2004 y el 1 de Agosto del 2018.

1.3.1.1. Cálculo para frecuencias arbitrarias

Cambiamos la variable de la ascensión recta del cenit α^0 por

$$\tilde{\alpha} = 2\pi f_x t_i \quad (1.30)$$

donde f_x es la frecuencia arbitraria a estudiar y t_i es el momento donde ocurre el evento a estudiar. Luego se realizan el mismo procedimiento que lo anterior para calcular el valor de la amplitud r .

En la siguiente sección se verifica que se obtiene los mismo resultados con esta variable general que con el valor de α^0 para la frecuencia sidérea.

1.4. Verificación del código

1.4.1. Comparación con el trabajo [2] de la colaboración

Se verificó el código escrito en este trabajo de la siguiente manera:

1. El conjunto de eventos del disparo estándar registrados entre el 1 de Enero del 2004 y el 1 de Agosto del 2018 fue analizado en el trabajo [2].
2. Utilizando el código y los datos de los eventos del paper [2], obtenidos de la página del *Publications Committee* de la colaboración Auger, se replicaron los datos del paper.
3. Luego utilizando el código escrito para este trabajo, se realizó el análisis de EW con los datos del trabajo [2].
4. Finalmente se verificó que los valores obtenidos en los ítem 2 y 3, con ambos códigos, sean el mismo.

1.4.2. Tabla comparando con la variable $\tilde{\alpha}$ con la ascensión recta del cenit

Para verificar que la variable de la Ec.1.30 es útil para estudiar otras frecuencias, en la Tabla 1.1 se comparan los resultados de la referencia para el rango $0.25 - 0.5$ EeV,

los obtenidos usando la ascensión recta del cenit y los valores obtenidos con la Ec.1.30 en el mismo rango de energía. Se observan que los valores son comparables entre sí.

(FALTA ACTUALIZAR LA TABLA)

	[2]	α^0	$\alpha = 2\pi f_x t_i$
Frecuencia:	366.25	366.25	366.25
d_{\perp} [%]:	0.60	0.60	0.60
$\sigma_{x,y}$ [%]	0.48	0.48	0.48
Probabilidad:	0.45	0.45	0.45
Fase[°]:	$225\pm64[3]$	225 ± 45	227 ± 45
r_{99} [%]:	1.5	1.5	1.5
$d_{\perp,99}$ [%]:	1.8	1.8	1.8

Tabla 1.1: Verificando la variable $\alpha = 2\pi f t$

Capítulo 2

Distribución de probabilidad de la amplitud y fase del dipolo

En el trabajo [4] se estudian los límites de confianza para la amplitud r_1 y la fase ϕ obtenidos mediante el análisis del primer armónico en Fourier. Las distribuciones de probabilidad describen a un conjunto de N mediciones cuya anisotropía está caracterizada por el vector \vec{s} con una dispersión $\sigma = \sqrt{2/N}$. Sin pérdida de generalidad, se puede restar a las mediciones la fase ϕ para que las mismas varíen alrededor del 0. Este vector \vec{s} puede ser obtenido mediante distintos métodos, en este trabajo se utilizaron el método de Rayleigh e East - West, en este caso, el módulo del vector \vec{s} es igual a r_1 .

La distribución de probabilidad de la amplitud y la fase está dada por la Ec.2.1. Las variables r y ψ representan las variaciones de módulo y fase de las mediciones con respecto a \vec{s}

$$p(r, \psi) = dr d\psi \frac{r}{2\pi\sigma^2} \exp\left\{-\frac{(r^2 + s^2 - 2rs \cos \psi)}{2\sigma^2}\right\} \quad (2.1)$$

2.1. Distribución de probabilidad de la amplitud

Integrando la Ec.2.1 con respecto a ψ , se obtiene la función de densidad de probabilidad $p(r)$ y el nivel de confianza $CL_r(r_i, r_f, s)$ entre en rango $[r_i, r_f]$:

$$p(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left\{-\frac{(r^2 + s^2)}{2\sigma^2}\right\} K_0\left(\frac{rs}{\sigma^2}\right) \quad (2.2)$$

$$CL_r(r_i, r_f, s) = \int_{r_i}^{r_f} dr p(r) \quad (2.3)$$

donde $K_0(x)$ es la función de Bessel modificada de primer orden. Estas ecuaciones nos permiten determinar el nivel de confianza CL con el cual se puede afirmar que el módulo del dipolo se encuentra entre los valores r_i y r_f , dado un conjunto de mediciones.

Se define el valor r^{UL} como el límite superior donde se puede afirmar que el módulo

de dipolo se encuentra en el rango $[0, r^{UL}]$ con un 99% de certeza.

$$CL_r(0, r^{UL}, s) = 0.99 = \int_0^{r^{UL}} dr p(r) \quad (2.4)$$

Suponiendo que mediante el análisis de un conjunto de eventos, se obtiene que $s = 0.0047$ y $\sigma = 0.0038$. El gráfico de la función $p(r)$ se muestra a continuación:

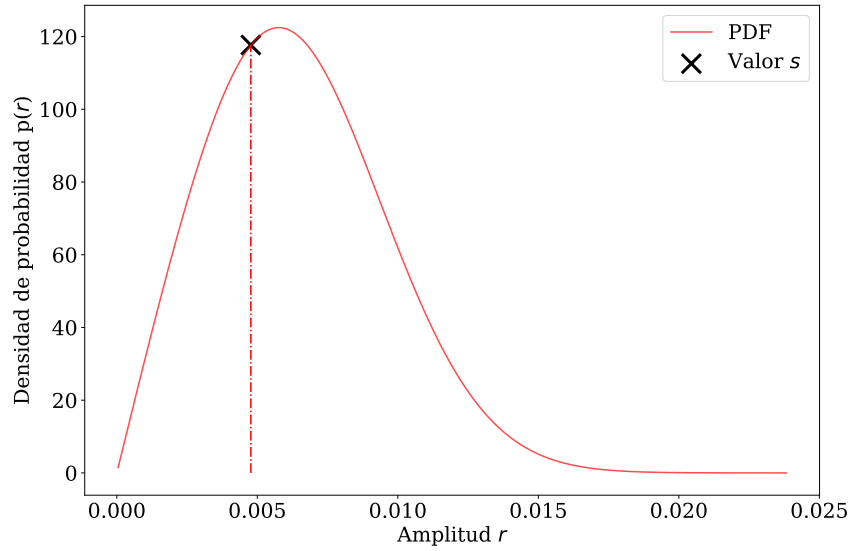


Figura 2.1: El gráfico de la función $p(r)$ y el límite de confianza para $s = 0.0047$ y $\sigma = 0.0038$

2.1.1. Haciendo la cuenta de los márgenes de confianza de la amplitud

Calculemos los márgenes de confianza para el ejemplo anterior de $s = 0.0047$ y $\sigma = 0.0038$. En este trabajo los márgenes que se obtuvieron nos dicen que el nivel de confianza en ese intervalo del 68.27%. Se toma este límite, dado que si $N \gg 1$, la distribución $p(r)$ tiende a una distribución normal y el nivel de confianza sería 1σ .

Los pasos para el cálculo sigio son los siguientes:

1. Dado que la distribución tiene una función de bessel modificada de primer orden que diverge en el 0, se toma una aproximación a la función con los primeros 8 términos de la sucesión. Por lo que la función no es exacta y la norma difiere de 1.

Para normalizar el área, se calcula la integral hasta $r_{max} = s + 10\sigma$, dado que está tan alejada del valor de amplitud obtenida, el nivel de confianza en $CL_r(0, r_{max}, s) \simeq 1$, por lo que se usa este valor para normalizar la Ec. 2.2 en el código.

2. Una vez que se tiene la función normalizada, se calcula la integral de la ecuación 2.3 $CL_r(0, s, s)$ en el intervalo $[0, s]$ y se obtiene el valor de la función $p(s) = p_1$.
3. Si $CL_r(0, s, s) < 0.683$:
 - a) Teniendo en cuenta el valor inicial de p_1 , se actualiza el valor $p_2 \leftarrow p_1 - 0.01p_1$.
 - b) Se calcula la integral entre los dos puntos con valores igual a $p(r)_2$.
 - c) Si la integral es menor a 0.6827, se repite el proceso desde el paso 3a. Caso contrario, si esta integral es mayor o igual a 0.6827, se calculan los valores límites de r mediante el valor p_2 en el paso 5.

La Fig.2.2 se muestra el área calculada en la primera iteración que se muestra verde, el valor de área obtenido no es el nivel de confianza buscada se sigue iterando hasta alcanzar el valor p_N , donde la integral entre esos extremos es de 0.6827.

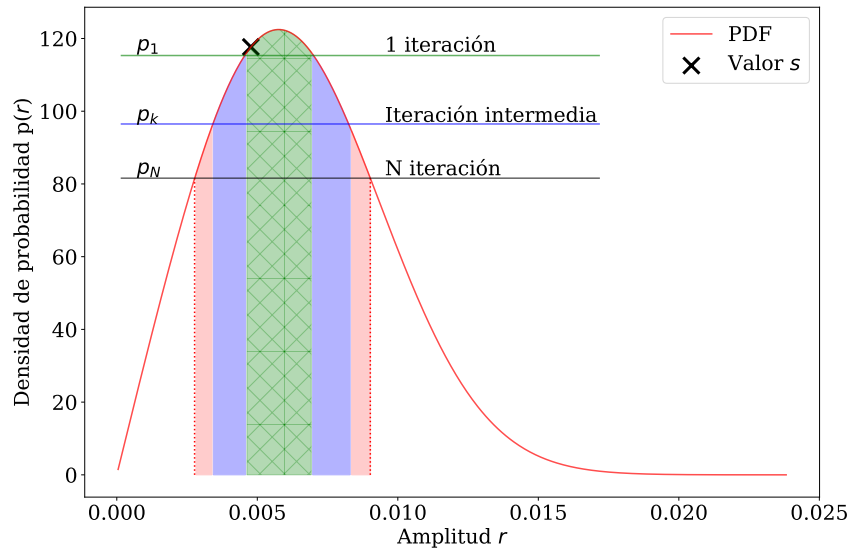


Figura 2.2

4. Si $CL_r(0, s, s) > 0.683$:
 - a) Se toma como límite inferior r^- el valor s y se busca el límite superior r^+ de tal forma que $CL(s, s + \sigma^+, s) \simeq 0.683$.
5. Los límites de confianza superior r^+ y inferior r^- , teniendo en cuenta el valor final p_N del paso 3c, son tales que se cumple $p(r^+) = p(r^-) = p_N$. Finalmente los

márgenes de confianza se calculan como:

$$\sigma^- = s - r^-$$

$$\sigma^+ = r^+ - s$$

En la Fig.2.3 se muestran los márgenes de confianza obtenidos para el ejemplo de $s = 0.0047$ y $\sigma = 0.0038$, el área sombreada es igual al 0.6827

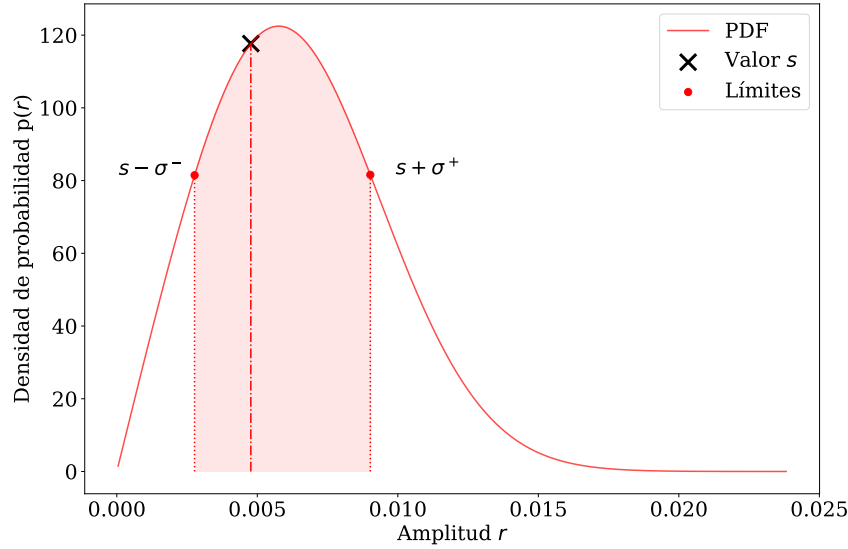


Figura 2.3

2.2. Distribución de probabilidad de la fase del dipolo

Integrando la ecuación 2.1 se obtiene la distribución de probabilidad de la fase ψ de la Ec.2.6. Este apartado considera que las fases de la mediciones varían alrededor del cero. De esta forma, la distribución de probabilidad tiene la característica de ser simétrica respecto a 0, por eso los límites de integración para obtener un nivel de confianza igual a 1 son $[-\pi, \pi]$.

$$p(\psi) = d\psi \frac{1}{2\pi} e^{-k} \left[1 + (\pi k)^{1/2} \cos \psi e^{(k \cos^2 \psi)} \left(1 + L \operatorname{erf}(L k^{1/2} \cos \psi) \right) \right] \quad (2.5)$$

$$CL_\psi(\phi_1, \phi_2, s) = \int_{\phi_1}^{\phi_2} d\psi p(\psi) \quad (2.6)$$

donde $k = s^2/\sigma^2$ y $\text{erf}(x)$ es la función error, y

$$L = \begin{cases} +1 & \text{Si } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ -1 & \text{Caso contrario} \end{cases}$$

Se definió que el nivel de confianza para la fase reportada en este trabajo sea del 95.45 %, ya que $k \gg 1$ la distribución de la fase se acerca a una distribución normal y este nivel de confianza es equivalente a $2\sigma_\phi$.

Para calcular el margen de confianza $2\sigma_\psi$ dada la simétrica con respecto al 0, se siguen los siguientes pasos:

1. Se toma un valor inicial de $\sigma_{\psi,0} = 0.01|\phi|$, donde ϕ es valor de fase obtenida ya sea por el método Rayleigh o East-West. Se eligió este valor inicial por conveniencia.
2. Se integra la Ec.2.6 en el rango $[-\sigma_{\psi,0}, \sigma_{\psi,0}]$ y se verifica si $CL_\psi(-\sigma_{\psi,0}, \sigma_{\psi,0}, s) = 0.9545$. Si ese es el caso, se reporta la fase como $\psi \pm \sigma_{\psi,0}$, caso contrario se vuelve al paso anterior con $\sigma_{\psi,1} \leftarrow \sigma_{\psi,0} + 0.01\sigma_{\psi,0}$. y se itera hasta obtener el valor de $\sigma_{\psi,N}$ que cumpla $CL_\psi(-\sigma_{\psi,N}, \sigma_{\psi,N}, s) = 0.9545$

En la Fig.2.4 se muestra la distribución de probabilidad de la fase para $s = 0.0047$ y $\sigma = 0.0038$, también se incluye los límites de confianza obtenidos.

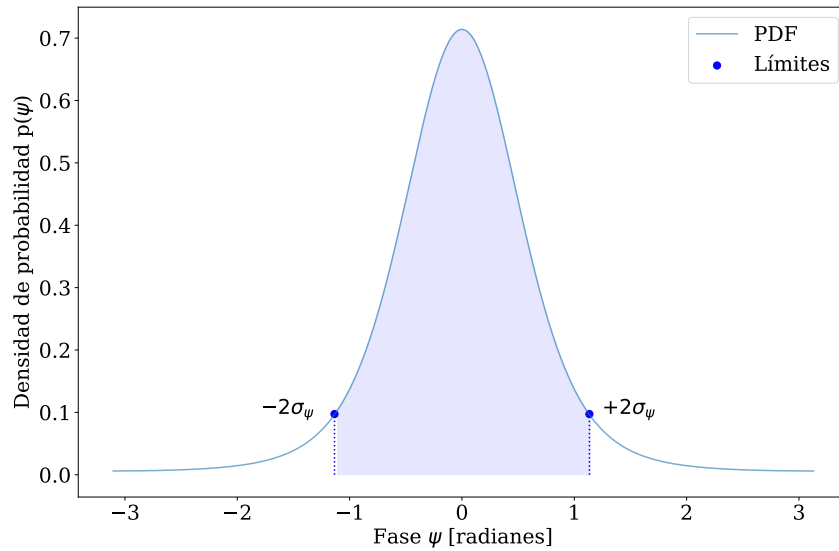


Figura 2.4: La distribución de probabilidad de la fase para $s = 0.0047$ y $\sigma = 0.0038$ con los límites de confianza del 95.45 %.

Capítulo 3

Resultados del método East - West

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos mediante el método East-West con los eventos de Todos los Disparos, para distintos rangos de energía. Estos resultados se comparan con los valores obtenidos en [2] sobre los eventos del Disparo Estándar.

Los eventos son clasificados en los distintos rangos mediante la energía reportada por la Colaboración. El conjunto de eventos registrados mediante de Todos los Disparos abarca eventos medidos entre el 2014 y 2019, y para el Disparo Estándar se listan eventos medidos entre el 2004 y 2018. Las características de estos dos conjuntos de datos se especifican en la Tabla 3.1

Rango Tiempo	Todos 6 años	Inicio	1 de Enero, 2014
		Fin	1 de Enero, 2020
	Estándar 14.8 años	Inicio	1 de Enero, 2004
		Fin	1 de Octubre, 2018

Rango [EeV]		0.25 - 0.5	0.5 - 1	1 - 2
Eventos	Todos	3 967 368	3 638 226	1 081 846
	Estándar	770 323	2 388 468	1 243 098
Energía	Todos	0.38	0.69	1.32
Media	Estándar	0.42	0.71	1.34

Tabla 3.1: Características de los conjuntos de datos para distintos rangos de energía

3.1. Resultados en distintos rangos de energía

3.1.1. Resultados en el rango 0.25 EeV - 0.5 EeV

En la Tabla 3.2 se presentan los resultados para este rango de energía en las frecuencias solar y sidérea de Todos Los Disparos. Los mismos se comparan con resultados con el Disparo Estándar que fueron reportados en [2]. En esta tabla se observa que las amplitudes r en frecuencia sidérea no son compatibles dentro de los límites de confianza de cada uno. Los valores de σ de Todos los Disparos es la mitad que el valor reportado para el Disparo Estándar, esto se debe a que el primer conjunto de datos tiene registrados ~ 5 veces más eventos que el segundo.

	Todos los disparos		Disparo Estándar
Frecuencia:	Solar	Sidérea	Sidérea [2]
Amplitud r [%]:	$0.17^{+0.22}_{-0.07}$	$0.12^{+0.24}_{-0.03}$	$0.5^{+0.4}_{-0.2}$ [5]
r_{99} [%]:	0.58		1.1[5]
r^{UL} [%]:	0.67	0.64	1.4[5]
σ [%]:	0.19		0.38[5]
Amplitud d_{\perp} [%]:	-	$0.16^{+0.31}_{-0.04}$	$0.6^{+0.5}_{-0.3}$
d_{99} [%]:	-	0.73	1.5 [5]
d_{\perp}^{UL} [%]:	-	0.80	1.8
$\sigma_{x,y}$ [%]:	-	0.24	0.48
Probabilidad :	0.66	0.81	0.45
Fase[°]:	221 ± 93	280 ± 124	225 ± 64
$\langle \cos \delta \rangle$	0.79		0.79 [5]
$\langle \sin \theta \rangle$	0.46		0.52 [5]

Tabla 3.2: Características para las frecuencias solar y sidérea con el método East-West en el primer armónico en rango de energía 0.25 EeV - 0.5 EeV.

En la Fig. 3.1 se comparan las fases en frecuencia sidérea obtenida en este trabajo y la reportada en [2], donde la línea punteada marca la dirección del centro galáctico. En esta figura en la tabla anterior, se observa que la incertidumbre obtenida para la fase de Todos los Disparos es amplia, esto se debe a que la amplitud r es pequeña comparada con el valor de σ .

Realizando el barrido de frecuencias con la variable de la Ec.1.30, se obtiene que en este rango de energía las amplitudes se distribuyen en frecuencia como se muestra en la Fig.3.2. La línea horizontal indica el valor de r_{99} para cada frecuencia, además se observa que ninguna amplitud supera dicho umbral.

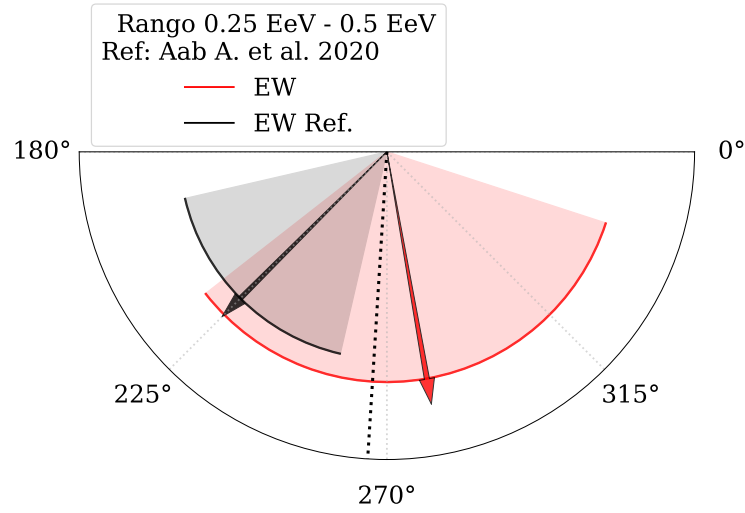


Figura 3.1: Valores de las fases obtenidos en este trabajo y en el trabajo [2] con sus respectivas incertidumbres para la frecuencia sidérea en el rango 0.25 EeV - 0.5 EeV .

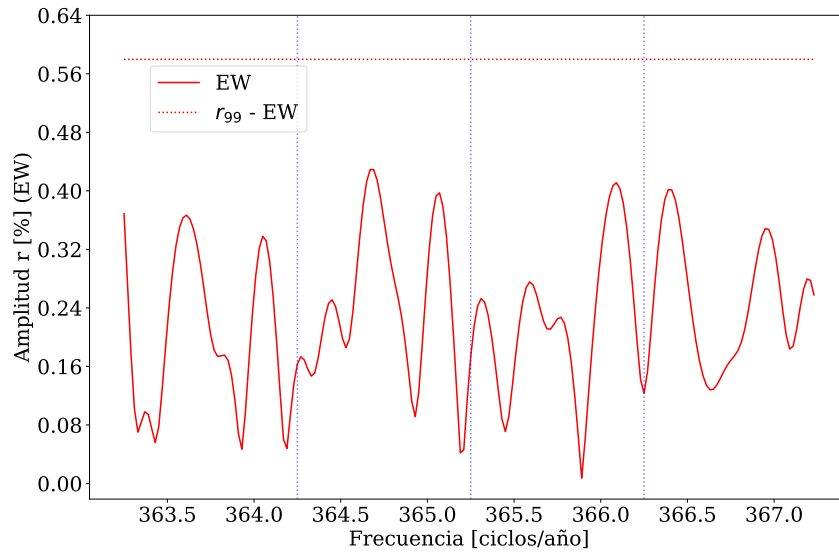


Figura 3.2: Barrido de frecuencias en el rango 0.25 EeV - 0.50 EeV .

3.1.2. Resultados en el rango 0.5 EeV - 1 EeV

En la Tabla 3.2 se presentan los resultados para el rango 0.5 EeV - 1 EeV en las frecuencias solar y sidérea de Todos Los Disparos, además se comparan con los resultados reportados en [2].

	Todos los disparos		Disparo Estándar
Frecuencia:	Solar	Sidérea	Sidérea [2]
Amplitud r [%]:	$0.43^{+0.21}_{-0.14}$	$0.44^{+0.21}_{-0.14}$	$0.38^{+0.20}_{-0.14}$ [5]
r_{99} [%]:	0.56		0.64[5]
r^{UL} [%]:	0.89	0.90	0.90 [5]
σ [%]:	0.18		0.21 [5]
Amplitud d_{\perp} [%]:	-	$0.56^{+0.27}_{-0.18}$	$0.5^{+0.3}_{-0.2}$
d_{99} [%]:	-	0.71	0.8 [5]
d_{\perp}^{UL} [%]:	-	1.1	1.1
$\sigma_{x,y}$ [%]:	-	0.23	0.21
Probabilidad :	0.065	0.055	0.20
Fase[°]:	205 ± 35	258 ± 34	261 ± 43
$\langle \cos \delta \rangle$	0.79		0.79 [5]
$\langle \sin \theta \rangle$	0.50		0.54[5]

Tabla 3.3: Características para las frecuencias solar y sidérea con el método East-West en el primer armónico en rango de energía 0.5 EeV - 1 EeV

En la Fig. 3.3 se comparan las direcciones en las que apuntan la fase en frecuencia sidérea obtenida en este trabajo con la obtenida en [2]. En esta figura se observa que resultados similares entre sí en valor e incertidumbre, y apuntan a una dirección cercana al centro galáctico.

El barrido de frecuencias con la variable de la Ec.1.30 para este rango de energía se observa en la Fig.3.4. La línea horizontal indica el valor de r_{99} para cada frecuencia, además se observa que ninguna frecuencia supera dicho umbral.

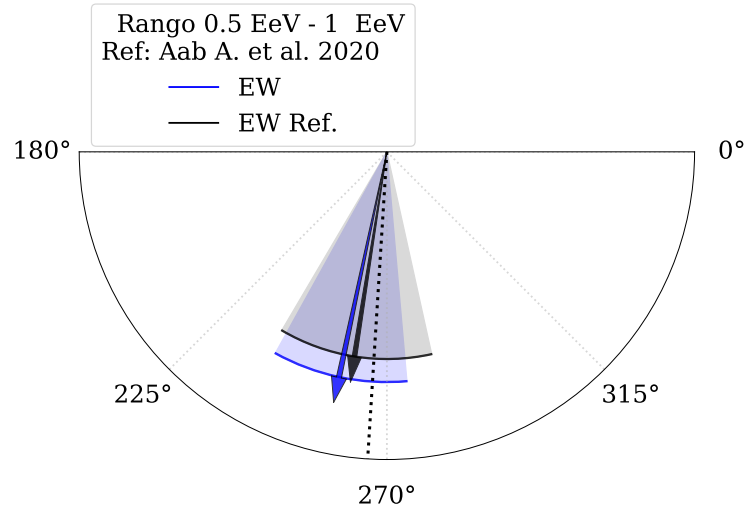


Figura 3.3: Valores de las fases obtenidos en este trabajo y en el trabajo [2] con sus respectivas incertidumbres para la frecuencia sidérea en el rango 0.5 EeV - 1.0 EeV .

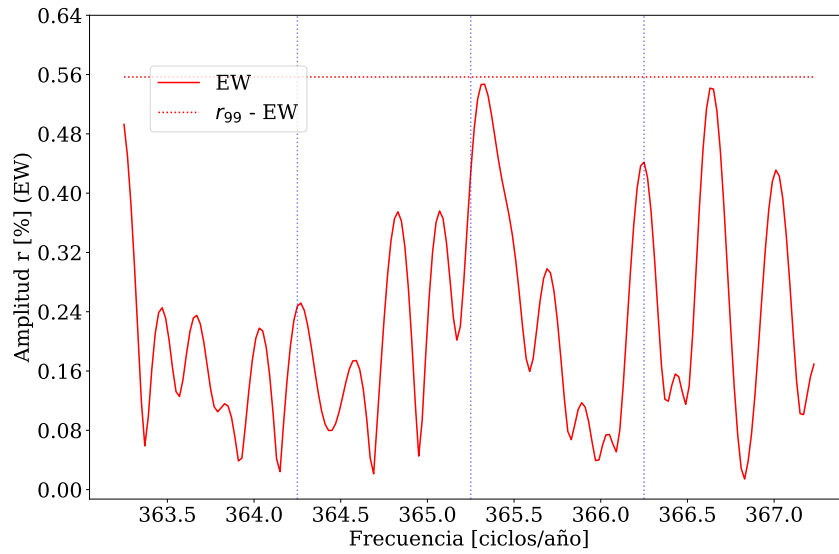


Figura 3.4: Barrido de frecuencias en el rango 0.5 EeV - 1.0 EeV .

3.1.3. Resultados en el rango 1 EeV - 2 EeV

En las Tablas 3.4 se comparan los resultados de este trabajo para la frecuencia solar. Las amplitudes están por debajo de r_{99} y con compatibles entre sí.

	Todos los disparos	
	Rayleigh	East - West
Frecuencia:	Solar	
Amplitud r [%]:	$0.24^{+0.16}_{-0.09}$	$0.28^{+0.35}_{-0.11}$
r_{99} [%]:	0.41	0.91
r_{UL} [%]:	0.58	1.1
σ :	0.14	0.30
Probabilidad:	0.22	0.65
Fase:	260 ± 48	279 ± 90

Tabla 3.4: Características para la frecuencia solar con los métodos de Rayleigh e East-West en el primer armónico.

En la Tabla 3.5 se comparan los resultados de este trabajo y los obtenidos en el trabajo [2] para la frecuencia sidérea. Para Todos los Disparos se comparan los métodos de Rayleigh y East-West, en el primer método se obtiene que la probabilidad que la amplitud obtenida se deba al ruido es de 63 % mientras que en segundo método 26 %. Esta diferencia entre probabilidades no puede deberse a la cantidad de eventos, porque es el mismo conjunto de datos. El método Rayleigh nos indica que en este rango de energía pueden existir efectos sistemáticos que no están siendo corregidos.

	Todos los Disparos		Disparo Estándar
	Rayleigh	East - West	East - West[2]
Frecuencia:	Sidérea		Sidérea
Amplitud r [%]:	$0.32^{+0.16}_{-0.10}$	$0.5^{+0.3}_{-0.2}$	$0.14^{+0.37}_{-0.02}$ [5]
r_{99} [%]:	0.41	0.91	0.84[5]
r_{UL} [%]	0.66	1.3	0.89 [5]
σ [%]:	0.14	0.30	0.28 [5]
Amplitud d_{\perp} [%]:	$0.41^{+0.20}_{-0.13}$	$0.6^{+0.4}_{-0.3}$	$0.18^{+0.47}_{-0.02}$
d_{99} [%]:	0.53	1.1	1.1[5]
d_{\perp}^{UL} [%]	0.84	1.6	1.1
$\sigma_{x,y}$ [%]:	0.17	0.38	0.35
Probabilidad:	0.063	0.26	0.87
Fase[°]:	357 ± 35	320 ± 50	291 ± 100
$\langle \cos \delta \rangle$	0.78		0.78
$\langle \sin \theta \rangle$	0.55		0.57

Tabla 3.5: Características para la frecuencia sidérea con los métodos de Rayleigh e East-West en el primer armónico.

En el Fig.3.5 se observan en un gráfico polar las fases del trabajo [2] y este trabajo para la frecuencia sidérea

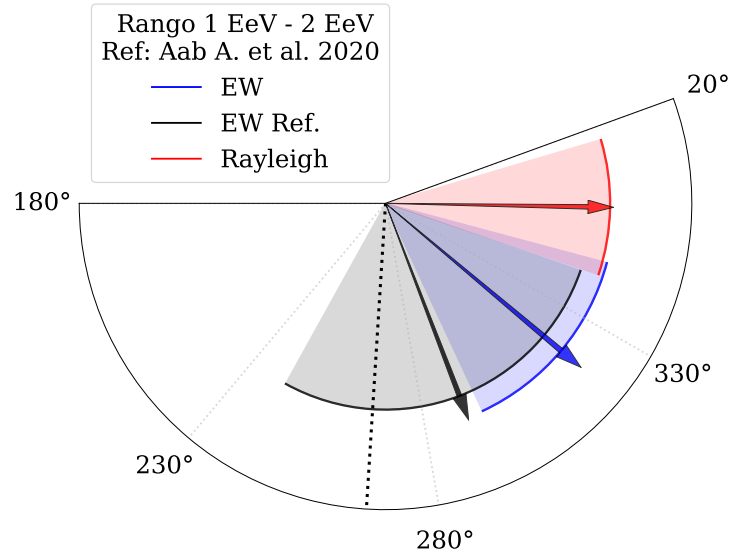


Figura 3.5: Valores de las fases obtenidos en este trabajo y en el trabajo [2] con sus respectivas incertidumbres para la frecuencia sidérea en el rango 1.0 EeV - 2.0 EeV .

El barrido de frecuencias con la variable de la Ec.1.30 para este rango de energía se observa en la Fig.3.6. La línea horizontal indica el valor de r_{99} para cada frecuencia y se observa que ninguna frecuencia supera dicho umbral. En la frecuencia solar no se observa ningún pico, esto se debe a que el método East - West es robusto con respecto a las modulación del clima. Se observa un pico en sidérea pero el mismo no es significativo con respecto al r_{99} .

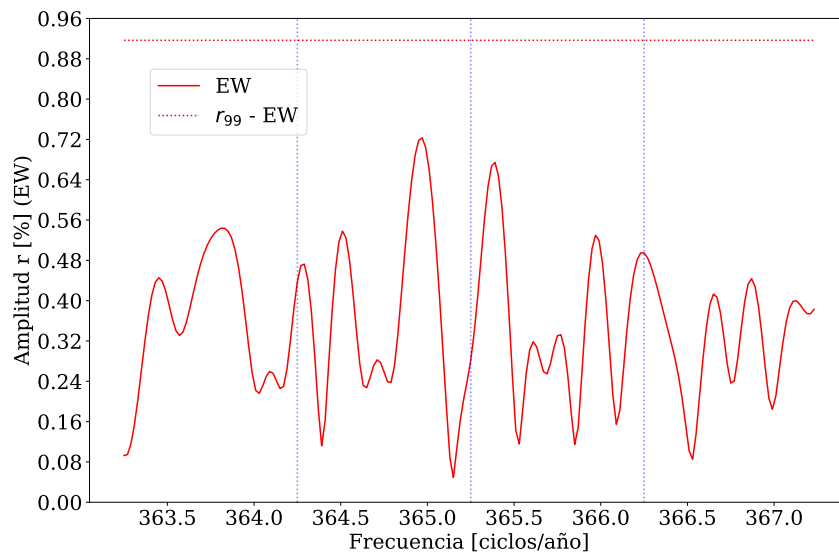


Figura 3.6: Barrido de frecuencias en el rango 1 EeV - 2 EeV .

3.2. Gráficos

Una forma para poder comparar los resultados de d_{\perp} calculados de distintos conjuntos de datos entre sí, es dividir estos valores con sus respectivos $\sigma_{x,y}$. De esta manera, podemos comparar cuan apartados están con respecto $\sigma_{x,y}$, así se obtiene la Fig.3.7.

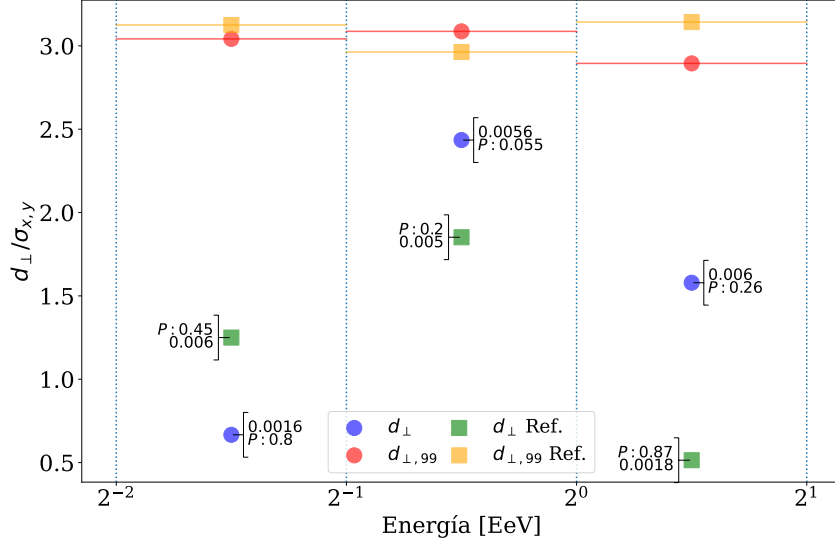


Figura 3.7: Valores normalizados con $d_{\perp,UL}$

Por lo que ahora podemos decir que en los rangos entre 0.5 EeV - 1.0 EeV y 1.0 EeV - 2.0 EeV, la amplitud obtenida en este trabajo está por encima que en el trabajo [2] por $\sim 1\sigma_{x,y}$ y $\sim 2\sigma_{x,y}$ respectivamente.

Para comparar los resultados en el rango 0.25 EeV - 0.5 EeV, tenemos que tener en cuenta que el Disparo Estándar tiene una sensibilidad menor que el Todos los Disparos. Esto se ve claramente en la Tabla 3.1, donde el primero tiene 7 veces menos eventos para analizar que el segundo. Por lo tanto, la discrepancia entre en el trabajo [2] y los trabajos puede deberse a la diferencia de eventos a estudiar causada por la sensibilidad del disparo.

Considerando los valores de $\sigma_{x,y}$ y d_{\perp} obtenidos para cada rango de energía, es posible comparar las direcciones, valores e incertidumbres en la Fig.3.8. Las líneas punteadas están centradas en los valores reportados en el trabajo [2] en cada rango de energía y con radio igual a sus $\sigma_{x,y}$.

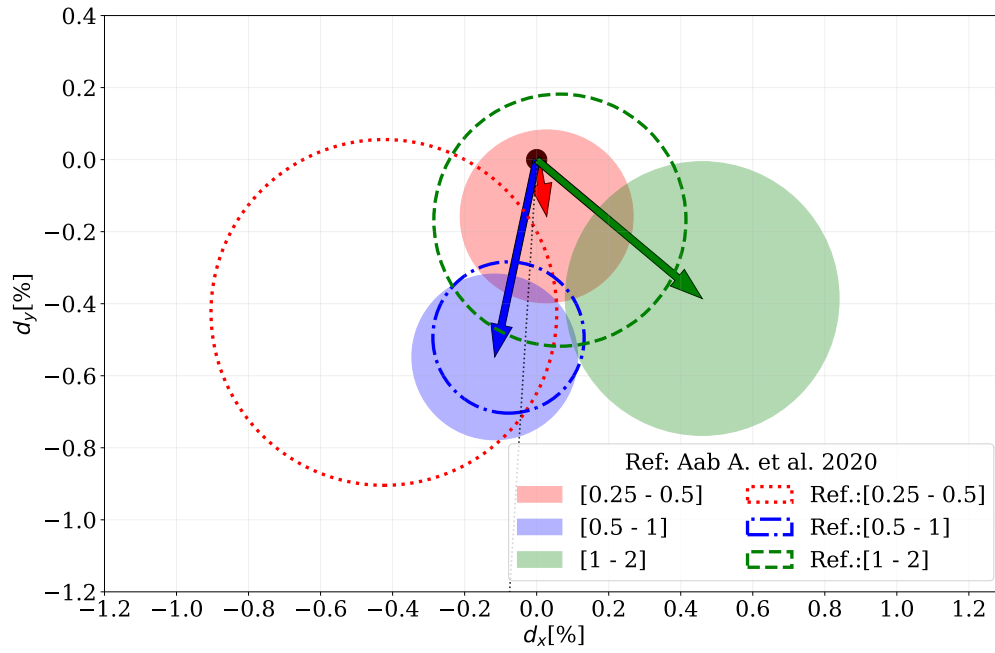


Figura 3.8: Amplitudes con incertidumbre, apuntando en la dirección de la fase. Los círculos punteados los valores del trabajo [2] del trabajo [2] con sus respectivas incertidumbres y la línea punteada en negro marca la dirección del centro galáctico.

Capítulo 4

Esto va a ir en otro capítulo que todavía no armé. Y los resultados no estan actualizados

4.1. Comparando resultados entre métodos para barridos de frecuencias

4.2. Verificación del código escrito durante la maestría

Para ver que todo cierre, obtuve los resultados del paper [2] con el código del Rayleigh para distintos bins. En el bin 2 EeV - 4 EeV tuve incongruencias entre mi código y los valores reportados en el paper, pero si comparo los valores obtenidos con el código utilizado para el paper con mis resultados si se corresponden. En los demás bins los resultados entre el código implementado en [2], los resultados publicados y los resultados de mi código se corresponden.

En el bin 2 EeV - 4 EeV, verifiqué sin cambiaba los números considerando los eventos hasta 80° , pero los parámetros de Rayleigh eran los mismos que usar 60° como límite en θ . Cuando no considero los pesos en mi código, obtengo resultados congruentes con los publicados pero eso puedo ser una casualidad.

	2 EeV - 4 EeV			
Frecuencia:	Sidérea	Sidérea (Sin pesos)	Sidérea [5]	Sidérea [2]
Amplitud r [%]:	$0.5^{+0.3}_{-0.2}$	$0.4^{+0.3}_{-0.2}$	$0.5^{+0.3}_{-0.2}$	-
r_{99} [%]:	0.8	0.8	0.8	-
Amplitud d_{\perp} [%]:	$0.7^{+0.4}_{-0.2}$	$0.5^{+0.4}_{-0.2}$	$0.7^{+0.4}_{-0.2}$	$0.5^{+0.4}_{-0.2}$
d_{99} [%]:	1.0	1.0	1.0	-
$d_{\perp,UL}$ [%]:	1.9	1.7	-	1.4
$\sigma_{x,y}$ [%]:	0.34	0.34	0.34	0.34
Probabilidad :	0.14	0.33	0.15	0.34
Fase[°]:	355 ± 29	351 ± 38	346 ± 29	349 ± 55

Tabla 4.1: Características para las frecuencias solar y sidérea con el método Rayleigh en el primer armónico en el rango de energía 2 EeV - 4 EeV, obtenidos con el código de este trabajo [2] y comparados con los resultados reportados en el último.

	8 EeV - 16 EeV		16 EeV - 32 EeV	
Frecuencia:	Sidérea	Sidérea [2]	Sidérea	Sidérea [2]
Amplitud r [%]:	$4.4^{+1.0}_{-0.8}$	-	$5.8^{+1.8}_{-1.3}$	-
r_{99} [%]:	2.6	-	4.9	-
Amplitud d_{\perp} [%]:	$5.6^{+1.2}_{-1.0}$	$5.6^{+1.2}_{-1.0}$	$7.5^{+2.3}_{-1.8}$	$7.5^{+2.3}_{-1.8}$
d_{99} [%]:	3.3	-	6.3	-
$d_{\perp,UL}$ [%]:	10	-	16	-
$\sigma_{x,y}$ [%]:	1.1	1.1	2.1	2.1
Probabilidad :	2.3×10^{-6}	2.3×10^{-6}	1.5×10^{-3}	1.5×10^{-3}
Fase[°]:	96 ± 11	97 ± 12	80 ± 16	80 ± 17

Tabla 4.2: Características para las frecuencias solar y sidérea con el método Rayleigh en el primer armónico en distintos rangos de energía, obtenidos con el código de este trabajo [2] y comparados con los resultados reportados en el último.

4.3. Comparando amplitud en función de la frecuencia

En las Figs.4.1, 4.2 y 4.3 se comparan el barrido en frecuencia con el método East - West y el barrido con Rayleigh considerando los pesos de los hexágonos en distintos rangos de energía.

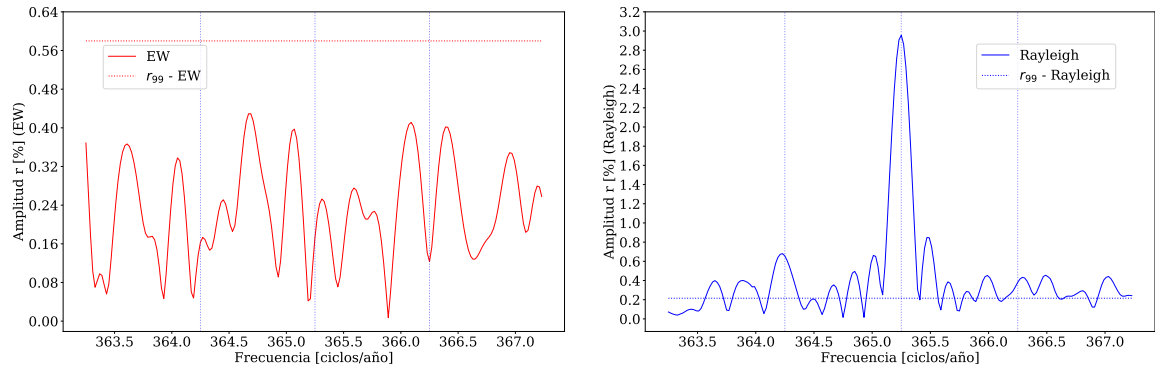


Figura 4.1: Barrido de frecuencias en el rango 0.25 EeV - 0.5 EeV .

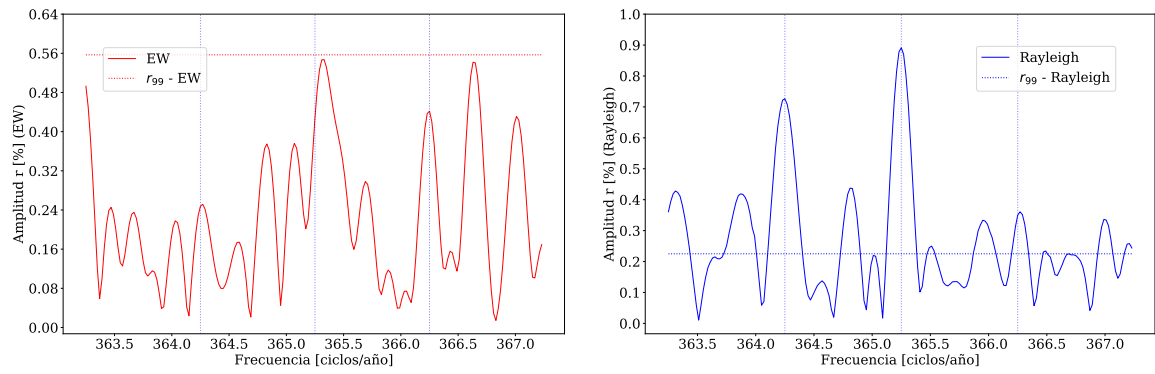


Figura 4.2: Barrido de frecuencias en el rango 0.5 EeV - 1 EeV .

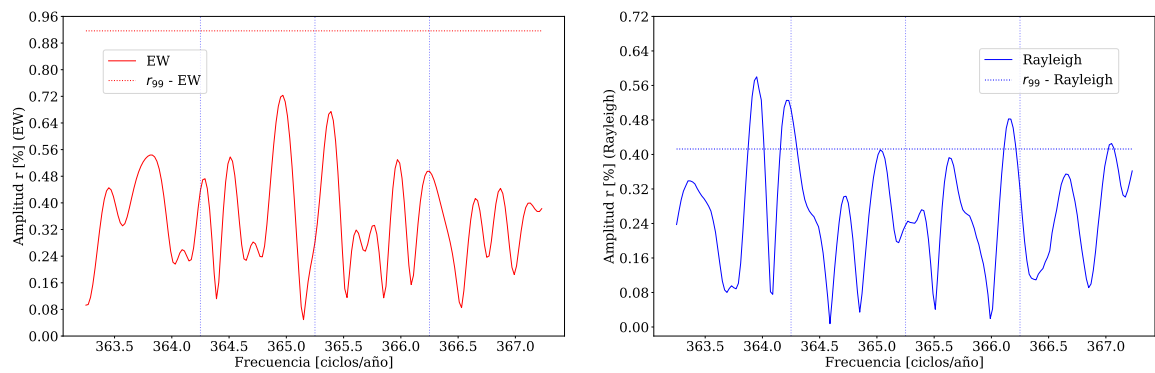


Figura 4.3: Barrido de frecuencias en el rango 1 EeV - 2 EeV .

Bibliografía

- [1] Taborda, O. Estudios de anisotropías a grandes escalas angulares de los rayos cósmicos de alta energía detectados por el observatorio Pierre Auger. Tesis Doctoral, Instituto Balseiro, 2018.
- [2] Aab A. et al. Cosmic-Ray Anisotropies in Right Ascension Measured by the Pierre Auger Observatory. *The Astrophysical Journal*, **891** (2), 142, mar 2020. URL <https://doi.org/10.3847/2F1538-4357%2Fab7236>.
- [3] Discrepancia de $\sqrt{2}$ entre lo reportado y entre el código implementado para los resultados del trabajo [2].
- [4] Linsley, J. Fluctuation effects on directional data. *Physical Review Letters*, **34** (24), 1530, 1975.
- [5] Este valor fue obtenido con el código implementado en el trabajo [2].