

0.1. Cálculo de la amplitud del dipolo para la frecuencia sidérea con el método East-West

1. Definimos el rango de tiempo a estudiar, para estos resultados se utilizaron los límites: 1 de Enero del 2014 hasta el 1 de Enero del 2020.
2. Se recorre cada evento que cumpla con las siguientes características:
 - Pertenezca el rango de energía a estudiar
 - Sea un evento 6T5 con ángulo cenital menor a 60°
 - Se haya registrado en el rango de tiempo seleccionado

En cada evento se calcula los siguientes valores:

$$a' = \cos(X - \beta) \quad (1)$$

$$b' = \sin(X - \beta) \quad (2)$$

el valor de X depende la frecuencia a estudiar, la misma es igual a la ascensión recta del cenit α_i^0 al momento del evento si se estudia la frecuencia sidérea, en cambio para la frecuencia solar es igual al equivalente en grados de la hora local de Malargüe. El valor de β es depende si el evento provino del Este donde $\beta = 180^\circ$ o $\beta = 0$ caso contrario. Se intentó hacer un barrido de frecuencias análogo al análisis de Rayleigh pero la variable utilizada para generalizar el análisis a frecuencias arbitrarias:

$$\tilde{\alpha} = 2\pi f_x t_i + \alpha_i - \alpha_i^0(t_i) \quad (3)$$

es tal que la variable es igual a la ascensión recta del evento a estudiar y no al cenit como es el caso del EW.

3. Una vez corridos todos los eventos se calculan los parámetros:

$$a_{EW} = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N a \quad b_{EW} = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N b$$

que es equivalente a haber calculado

$$a_{EW} = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N \cos(\alpha_i^0 - \beta_i)$$

$$b_{EW} = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N \sin(\alpha_i^0 - \beta_i)$$

donde N indica la cantidad eventos considerados. La cantidad de eventos por rango de energía se muestran en la tabla 2.

Con esto puedo calcular la amplitud asociada al análisis r_{EW} y la fase ϕ_{EW} :

$$r_{EW} = \sqrt{a_{EW}^2 + b_{EW}^2}$$

$$\phi_{EW} = \tan^{-1}(b_{EW}/a_{EW})$$

Estos valores se traducen a los valores de amplitud r y fase ϕ del dipolo físico mediante

las expresiones:

$$\begin{aligned} r &= \frac{\pi \langle \cos \delta \rangle}{2 \langle \sin \theta \rangle} r_{EW} \\ d_{\perp} &= \frac{\pi}{2 \langle \sin \theta \rangle} r_{EW} = \frac{r}{\langle \cos \delta \rangle} \\ \phi &= \phi_{EW} + \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

Se suma $\frac{\pi}{2}$ por el artificio de agregar π en los coeficientes para obtener la diferencia entre tasas del este y oeste. Los valores $\langle \cos \delta \rangle$ y $\langle \sin \theta \rangle$ son los valores medios de estas variables en los años estudiados.

4. Se calcula la amplitud límite r_{99} y la probabilidad de que las amplitudes calculadas sea ruido $P(r_{EW})$ mediante:

$$\begin{aligned} P(\geq r_{EW}) &= \exp\left(-\frac{N}{4} r_{EW}^2\right) \\ r_{99} &= \frac{\pi \langle \cos \delta \rangle}{2 \langle \sin \theta \rangle} \sqrt{\frac{4}{N} \ln(100)} \\ d_{\perp,99} &= \frac{r_{99}}{\langle \cos \delta \rangle} \end{aligned}$$

5. Una vez obtenidos los valores a considerar, se calculan los errores asociados a cada variable, con las expresión a continuación:

- Error asociado a la amplitud r y d_{\perp}

$$\begin{aligned} r \rightarrow \sigma &= \frac{\pi \langle \cos \delta \rangle}{2 \langle \sin \theta \rangle} \sqrt{\frac{2}{N}} \\ d_{\perp} \rightarrow \sigma_{x,y} &= \frac{\sigma}{\langle \cos \delta \rangle} \end{aligned}$$

- Error asociado a la fase ϕ de la amplitud:

$$\sigma_{\phi} = \frac{1}{r_{EW}} \sqrt{\frac{2}{N}}$$

Por último, estos resultados se comparan con los valores obtenidos con el método EW en el trabajo [1] en frecuencia sidérea, aplicado al conjunto de eventos del disparo estándar registrados entre el 1 de Enero del 2004 y el 1 de Agosto del 2018.

0.2. Cómo se hace el cálculo para frecuencias arbitrarias

Cambiamos las variable de la ascensión recta del cenit α_0 por

$$\tilde{\alpha} = 2\pi f_x t_i \tag{4}$$

donde f_x es la frecuencia arbitraria a estudiar y t_i es el momento donde ocurre el evento a estudiar. Luego se realizan el mismo procedimiento que lo anterior para calcular el valor de la amplitud r .

En la siguiente sección se verifica que se obtiene los mismo resultados con esta variable general que con el valor de α_0 para la frecuencia sidérea.

0.3. Verificación del código

0.3.1. Comparación con el trabajo [1] de la colaboración

Se verificó el código escrito en este trabajo de la siguiente manera:

1. El conjunto de eventos del disparo estándar registrados entre el 1 de Enero del 2004 y el 1 de Agosto del 2018 fue analizado en el trabajo [1].
2. Utilizando el código y los datos de los eventos del paper [1], obtenidos de la página del *Publications Committee* de la colaboración Auger, se replicaron los datos del paper.
3. Luego utilizando el código escrito para este trabajo, se realizó el análisis de EW con los datos del trabajo [1].
4. Finalmente se verificó que los valores obtenidos en los ítem 2 y 3, con ambos códigos, sean el mismo.

0.3.2. Tabla comparando con Right ascension

Para verificar que la variable de la Ec.4 es útil para estudiar otras frecuencias, en la Tabla 1 se comparan los resultados de la referencia para el rango 0,25 – 0,5 EeV, los obtenidos usando la ascensión recta del cenit y los valores obtenidos con la Ec.4 en el mismo rango de energía. Se observan que los valores son comparables entre sí.

	[1]	α_0	$\alpha = 2\pi f_x t_i$
Frecuencia:	366.25	366.25	366.25
d_{\perp} [%]:	0.60	0.60	0.60
$\sigma_{x,y}$ [%]	0.48	0.48	0.48
Probabilidad:	0.45	0.45	0.45
Fase[°]:	225±64[2]	225±45	227±45
r_{99} [%]:	1.5	1.5	1.5
$d_{\perp,99}$ [%]:	1.8	1.8	1.8

Tabla 1: Verificando la variable $\alpha = 2\pi ft$

0.4. Distribución de probabilidad de la amplitud del dipolo

La función de densidad de probabilidad tiene la siguiente forma:

$$p(s) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{(r^2 + s^2)}{2\sigma^2} + \frac{rs}{\sigma^2}\right) K_0\left(\frac{rs}{\sigma^2}\right) \quad (5)$$

Para alcanzar un nivel de confianza del CL[%]¹, se toma el valor de amplitud r^{UL} y la integral de la función 5 desde 0 hasta r^{UL} , donde el resultado debe ser el nivel de confianza CL.

$$CL = \int_0^{r^{UL}} dr \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{(r^2 + s^2)}{2\sigma^2} + \frac{rs}{\sigma^2}\right) K_0\left(\frac{rs}{\sigma^2}\right) \quad (6)$$

El gráfico de la función se muestra a continuación:

¹Donde CL=.99 para un 99 % o CL=0.68 para un 68 %,

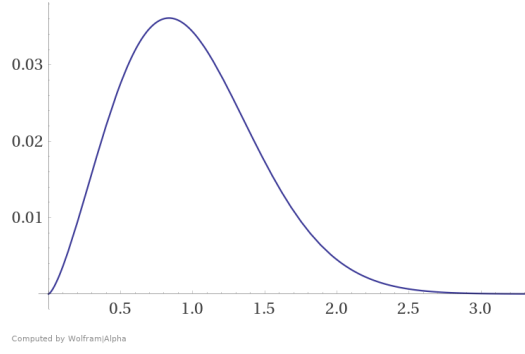


Figura 1

0.4.1. Haciendo la cuenta de los márgenes de confianza de la amplitud

Los pasos que sigo son los siguientes:

1. Calculo la probabilidad asociada a $r_{max} = r + 10\sigma$. Dado que está tan alejada del valor de amplitud obtenida, el $CL \simeq 1$, por lo que uso este valor para normalizar la Ec. 5 en el código.
2. Una vez que tengo la función normalizada, finalmente hago la integral de la ecuación 6 $CL(r)$ hasta un valor inicial de r y el valor de la función $p(r)$.
3. Si $CL(r) < 0,683$:
 - a) Teniendo en cuenta el valor inicial de $p(r)_1$, se actualiza el valor $p(r)_2 \leftarrow p(r)_1 - 0,01p(r)_1$.
 - b) Se calcula la integral entre los dos puntos con valores igual a $p(r)_2$.
 - c) Si la integral es menor a 0,683, se repite el proceso desde el paso 3a. Caso contrario, si esta integral es mayor o igual a 0,683, se calculan los valores límites de r mediante el valor $p(r)_2$ en el siguiente paso.
4. Para calcular los límites de confianza superior r^+ y inferior r^- , teniendo en cuenta el valor final $p(r_N)$ del paso 3c, se calculan los valores de r_i donde se cumple que $p(r_i) = p(r)_N$, los mismos son r^+ y r^- . Finalmente los límites de confianza se calculan como:

$$\begin{aligned}\sigma^- &= r - r^- \\ \sigma^+ &= r^+ - r\end{aligned}$$

0.5. Tabla cantidad de eventos para distintos rangos de energía

Los eventos son clasificados en los distintos rangos con la energía reportada el archivo del Herald de todos los disparos entre el 2014 y 2019 y para el disparo estándar entre el 2004 y 2018.

Rango		0.25 EeV- 0.5 EeV	0.5 EeV - 1 EeV	1 EeV - 2 EeV
Eventos	Todos	3 967 368	3 638 226	1 081 846
	Estandar	770 323	2 388 468	1 243 098
Energía	Todos	0,375	0,687	1,315
Media	Estandar	0,42	0,71	1,34.

Tabla 2: Tabla de eventos por rango de energía

0.6. Resultados en distintos rangos de energía

0.6.1. Resultados en el rango 0.25 EeV - 0.5 EeV

En la Fig. 2 se comparan las direcciones en las que apuntan la fase en frecuencia sidérea obtenida en este trabajo con la obtenida en [1]. Las fases tiene un margen donde se solapan en la incertidumbre pero no son comparables, la línea punteada marca la dirección del centro galáctico.

Frecuencia:	365.25	366.25	366.25 [1]
Amplitud r [%]:	0.17	$0,12^{+0,24}_{-0,03}$	$0,5^{+0,4}_{-0,2}$ [3]
r_{99} [%]:	0.73	0.6	1.5[3]
r^{UL} [%]:	-	-	-[3]
Amplitud d_{\perp} [%]:	-	$0,16^{+0,31}_{-0,04}$	$0,6^{+0,6}_{-0,3}$
d_{99} [%]:	-	-	-
$d_{\perp, UL}$ [%]:	-	0.8	1.8
$\sigma_{x,y}$ [%]:	-	0.24	0.48
Probabilidad :	0.66	0.81	0.45
Fase[°]:	221 ± 63	280 ± 88	225 ± 64 [2]

Tabla 3: Características para las frecuencias solar y sidérea con el método East-West en el primer armónico en rango de energía 0.25 EeV - 0.5 EeV

Realizando el barrido de frecuencias con la variable de la Ec.4, se obtiene que en este rango de energía las amplitudes se distribuyen en frecuencia como se muestra en la Fig.3. La línea horizontal indica el valor de r_{99} para cada frecuencia, además se observa que ninguna frecuencia supera dicho umbral.

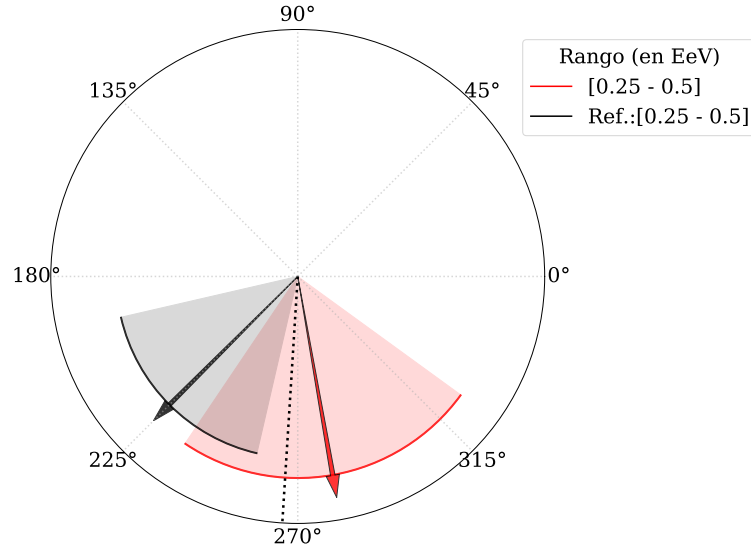


Figura 2: Valores de las fases obtenidos en este trabajo y en la referencia con sus respectivas incertidumbres para la frecuencia sidérea en el rango 0.25 EeV - 0.5 EeV .

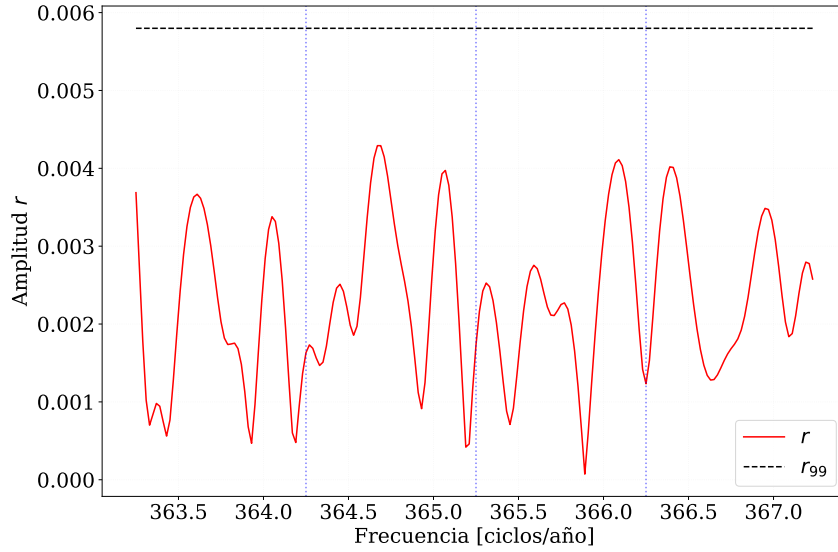


Figura 3: Barrido de frecuencias en el rango 0.25 EeV - 0.50 EeV .

0.6.2. Resultados en el rango 0.5 EeV - 1 EeV

En este rango de energía se observa una diferencia entre las probabilidades de este trabajo y [1] en la frecuencia sidérea. Este valor dice cuando probable es que las amplitudes sean debido al ruido. Este trabajo obtiene que la amplitud en sidérea es significativa por un 6 %.

En la Fig. 4 se comparan las direcciones en las que apuntan la fase en frecuencia sidérea obtenida en este trabajo con la obtenida en [1]. En esta figura se observa que las fases son comparables entre sí y apuntan a una dirección cercana al centro galáctico (línea punteada).

El barrido de frecuencias con la variable de la Ec.4 para este rango de energía se observa en la Fig.5. La línea horizontal indica el valor de r_{99} para cada frecuencia, además se observa

que ninguna frecuencia supera dicho umbral. Otro aspecto es que la zona de la frecuencia anti-sidérea no tiene picos pronunciados, como en la frecuencia solar o sidérea.

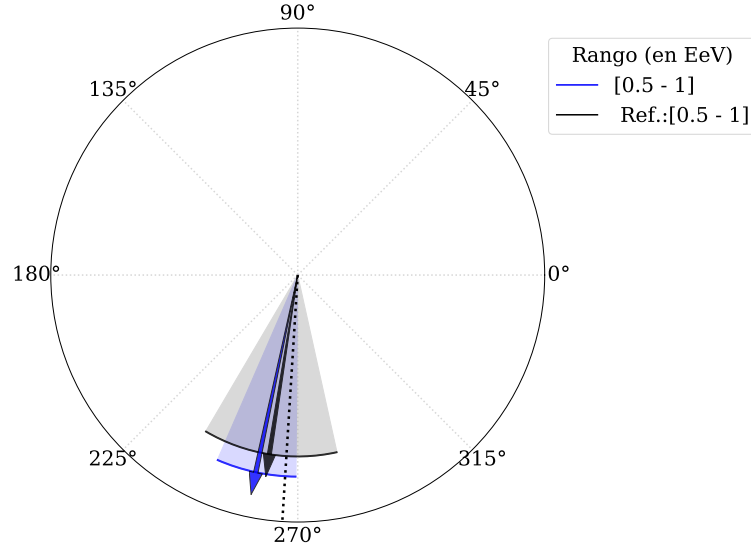


Figura 4: Valores de las fases obtenidos en este trabajo y en la referencia con sus respectivas incertidumbres para la frecuencia sidérea en el rango 0.5 EeV - 1.0 EeV .

Frecuencia:	365.25	366.25	366.25[1]
Amplitud r [%]:	0.42	$0,4^{+0,2}_{-0,1}$	$0,40^{+0,2}_{-0,1}[3]$
r_{99} [%]:	0.70	0.6	0.8[3]
$d_{\perp, UL}$ [%]	-	1.1	1.1
Amplitud d_{\perp} [%]:	-	$0,6^{+0,3}_{-0,2}$	$0,50^{+0,3}_{-0,2}$
r_{99} [%]:	0.70	0.6	0.8[3]
$d_{\perp, UL}$ [%]	-	1.1	1.1
$\sigma_{x,y}$ [%]:	-	0.23	0.27
Probabilidad:	0.06	0.06	0.20
Fase[°]:	205 ± 25	258 ± 24	$261 \pm 43[2]$

Tabla 4: Características para las frecuencias solar y sidérea con el método East-West en el primer armónico en rango de energía 0.5 EeV - 1 EeV

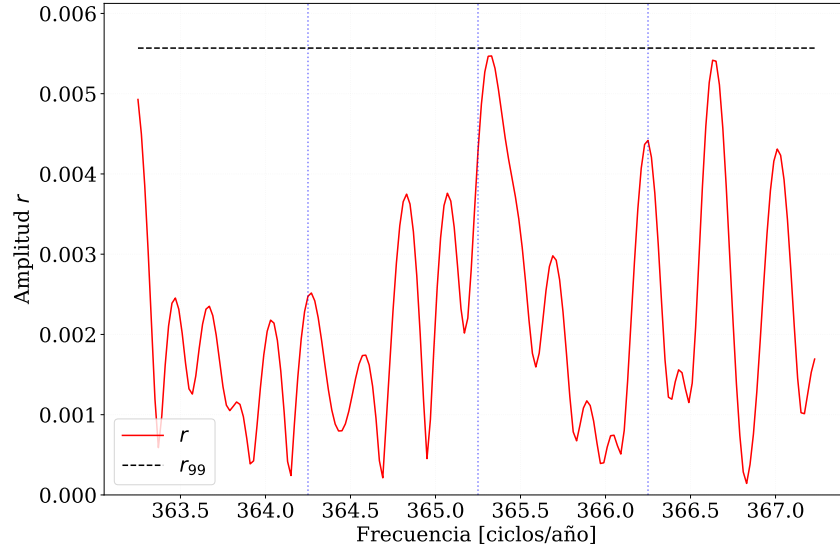


Figura 5: Barrido de frecuencias en el rango 0.5 EeV - 1.0 EeV .

0.6.3. Resultados en el rango 1 EeV - 2 EeV

En las Tablas 5 y 6 se comparan los resultados de este trabajo y los obtenidos en [1] para la frecuencia solar y sidérea respectivamente. En el Fig.6 se observan en un gráfico polar las fases de la referencia y este trabajo para la frecuencia sidérea. Los resultados son comparables entre sí.

	Rayleigh	EW
Frecuencia:	365.25	365.25
Amplitud r [%]:	0.39	0.28
Probabilidad:	0.02	0.64
Fase:	288 ± 20	279 ± 61
r_{99} [%]:	0.41263	1.2

Tabla 5: Características para la frecuencia solar con los métodos de Rayleigh e East-West en el primer armónico.

	Rayleigh	EW	EW[1]
Frecuencia:	366.25	366.25	366.25
Amplitud r [%]:	0.40	$0,5^{+0,3}_{-0,2}$	$0,14^{+0,37}_{-0,02}$ [3]
Amplitud d_{\perp} [%]:	0.51	$0,6^{+0,4}_{-0,3}$	$0,18^{+0,47}_{-0,02}$
$\sigma_{x,y}$ [%]:	-	0.38	0.35
Probabilidad:	0.012	0.26	0.87
Fase[°]:	330 ± 20	320 ± 30	291 ± 100 [2]
r_{99} [%]:	0.41	0.9	0.84 [3]
$d_{\perp, UL}$ [%]	0.53	1.6	1.1

Tabla 6: Características para la frecuencia sidérea con los métodos de Rayleigh e East-West en el primer armónico.

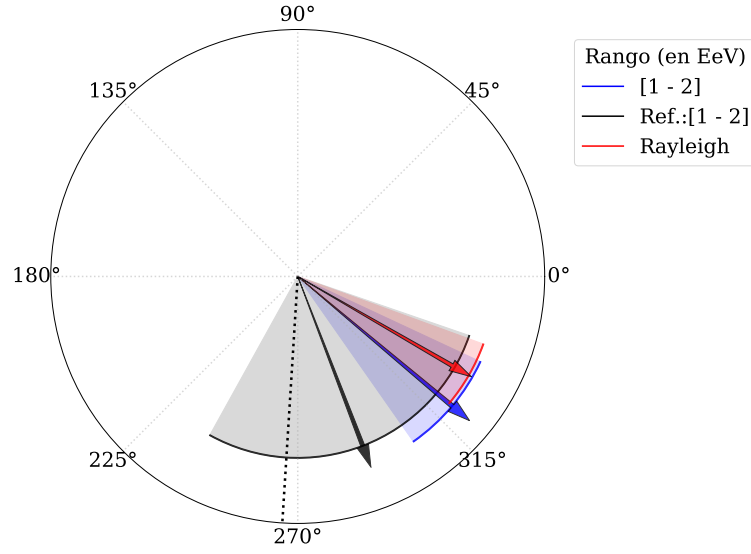


Figura 6: Valores de las fases obtenidos en este trabajo y en la referencia con sus respectivas incertidumbres para la frecuencia sidérea en el rango 1.0 EeV - 2.0 EeV .

El barrido de frecuencias con la variable de la Ec.4 para este rango de energía se observa en la Fig.7. La línea horizontal indica el valor de r_{99} para cada frecuencia y se observa que ninguna frecuencia supera dicho umbral. En la frecuencia solar no se observa ningún pico, esto se debe a que el método EW es robusto con respecto a las modulación del clima. Se observa un pico en sidérea pero el mismo no es significativo con respecto al r_{99} .

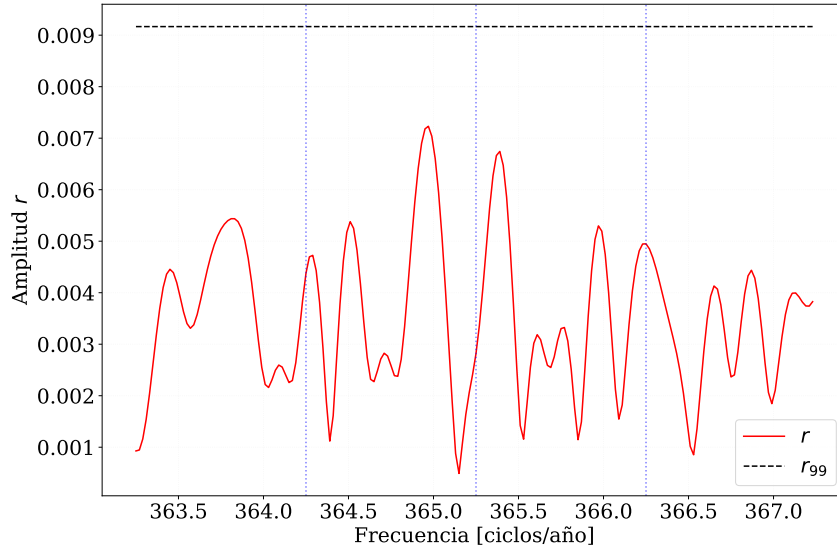


Figura 7: Barrido de frecuencias en el rango 1 EeV - 2 EeV .

0.7. Gráficos

Para poder comparar los resultados de d_{\perp} entre sí, podríamos graficar los valores de la proyección y de la límite del 99 % como se muestra en la Fig.8. El inconveniente es la cantidad de datos en cada rango de energía entre los conjuntos de datos, todos los disparos y disparo

estándar, son distintos.

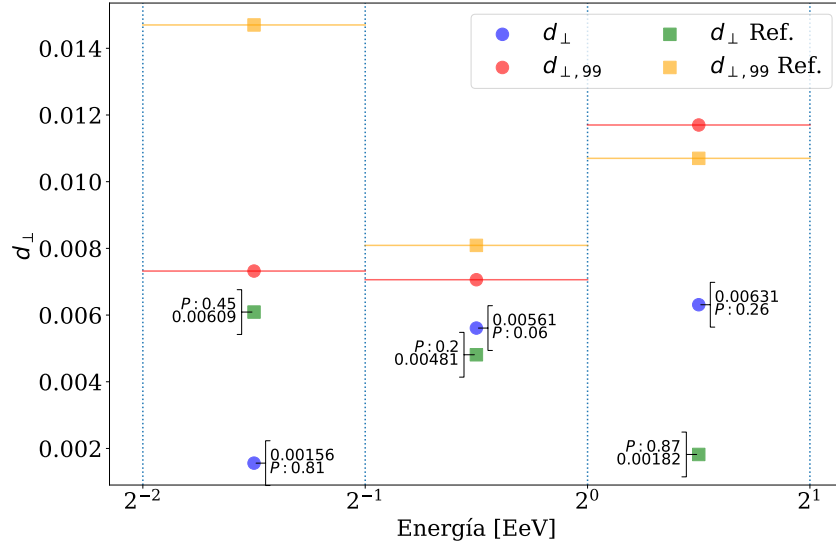


Figura 8: Sin normalizar

Para compararlos mejor con respecto a $d_{\perp,UL}$, usamos el valor de cada rango y de cada conjunto de datos, para normalizar la amplitud de $d_{\perp,UL}$. Como se muestra en la Fig.9, ahora $d_{\perp,UL} = 1$ y los otros valores se pueden comparar.

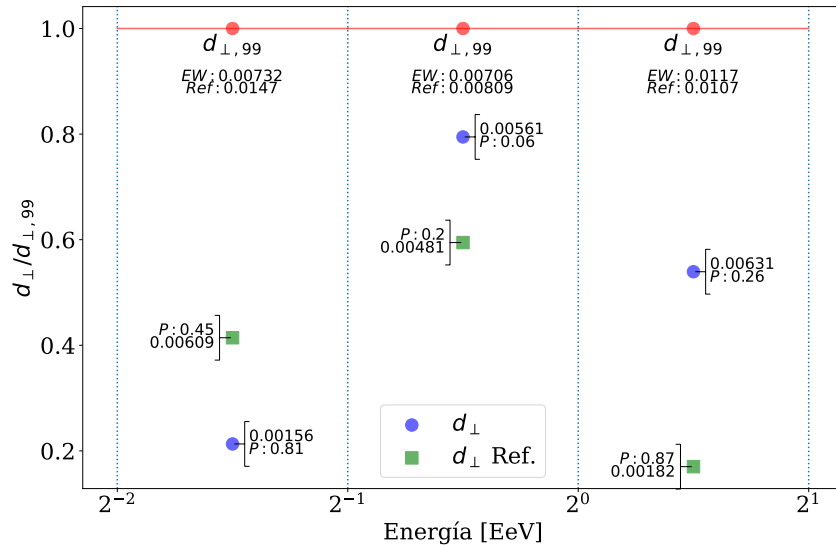


Figura 9: Valores normalizados con $d_{\perp,UL}$

También podemos comparar cuan apartados están con respecto al valor $\sigma_{x,y}$ y normalizar los valores en cada rango de energía, así se obtiene la Fig.10.

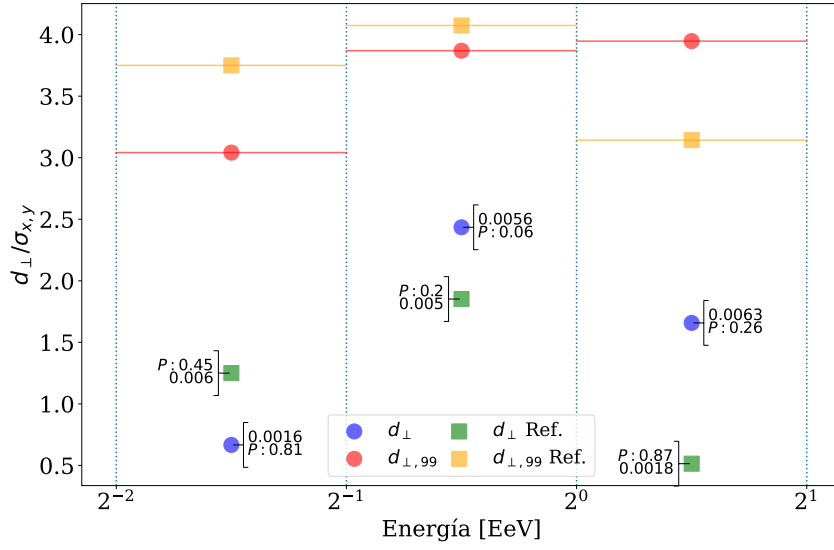


Figura 10: Valores normalizados con $d_{\perp,UL}$

Por lo que ahora podemos decir que en los rangos entre 0.5 EeV - 1.0 EeV y 1.0 EeV - 2.0 EeV, la amplitud obtenida en este trabajo está por encima que la referencia.

Para comparar los resultados en el rango 0.25 EeV - 0.5 EeV, tenemos que tener en cuenta que el disparo estándar tiene una sensibilidad menor que el todos los disparos. Esto se ve claramente en la Tabla 2, donde el primer tiene 7 veces menos eventos para analizar. Por lo tanto, la discrepancia entre la referencia y los trabajos puede deberse a la diferencia de eventos a estudiar causada por la sensibilidad del disparo.

Considerando los valores de σ y d_{\perp} para cada rango de energía, puedo comparar las direcciones, valores e incertidumbres en un sola figura como en la Fig.11. Las líneas punteadas están centradas en los valores de referencia en cada rango de energía y con radio igual a sus incertidumbres.

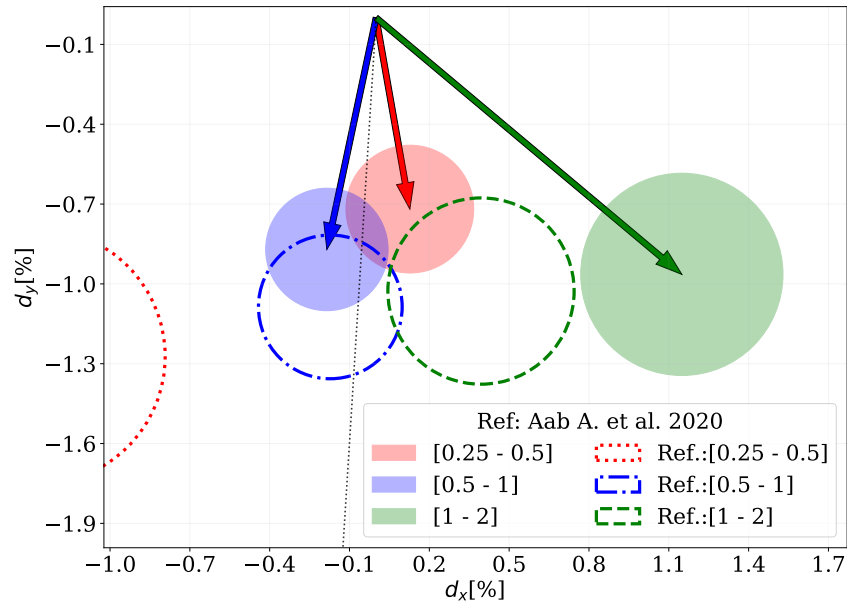


Figura 11: Amplitudes con incertidumbre, apuntando en la dirección de la fase. Los círculos punteados los valores de referencia del trabajo [1] con sus respectivas incertidumbres y la línea punteada en negro marca la dirección del centro galáctico.

Bibliografía

- [1] Aab A. et al. Cosmic-ray anisotropies in right ascension measured by the pierre auger observatory. *The Astrophysical Journal*, **891** (2), 142, mar 2020. URL <https://doi.org/10.3847/2F1538-4357%2Fab7236>.
- [2] Discrepancia de $\sqrt{2}$ entre lo reportado y entre el código implementado para los resultados del trabajo [1].
- [3] Obtenido del código usado en el paper [1].