Práctica 2: Dinámica de sistemas acoplados

Evelyn G. Coronel
Redes Neuronales - Instituto Balseiro

(9 de marzo de 2020)

Soluciones a los ejercicios de la práctica 2 de la materia de Redes Neuronales. En esta práctica se describe la interacción entre neuronas como sistemas dinámicos acoplados.

EJERCICIO 1

Las dos poblaciones de neuronas están descritas por las siguientes ecuaciones:

$$\tau {}^{df_e}/_{dt} = -f_e + g_{ee} f_e \Theta(f_e) - g_{ei} f_i \Theta(f_i) + I_e \quad (1)$$
$$\tau {}^{df_i}/_{dt} = -f_i + g_{ie} f_e \Theta(f_e) - g_{ii} f_i \Theta(f_i) + I_i \quad (2)$$

donde f_i y f_e son las tasas de disparo, g_{ee} y g_{ii} son las conductancias asociadas a la auto-interacción de la neuronas y los términos g_{ie} y g_{ei} son las conductancias de la interacción entre las neuronas.

Sabemos que la solución es estable cuando las derivadas se anulan

$$0 = -f_e + g_{ee} f_e \Theta(f_e) - g_{ei} f_i \Theta(f_i) + I_e \quad (3)$$
$$0 = -f_i + g_{ie} f_e \Theta(f_e) - g_{ii} f_i \Theta(f_i) + I_i \quad (4)$$

Considerando que las tasas de disparo f_e y f_i son positivas, donde 0 implicaría la ausencia de spikes, y las conductancias son mayores o iguales a 0, las condiciones de estabilidad quedan como

$$(1 - g_{ee}) f_e = -g_{ei} f_i + I_e \quad (5)$$
$$(1 + g_{ii}) f_i = g_{ie} f_e + I_i \quad (6)$$

Por lo que finalmente llegamos a un sistema de ecuaciones lineales para las tasas. Resolviendo este sistema, las tasas son iguales a

$$f_i = \frac{g_{ie} I_e + I_i A}{g_{ei} g_{ie} + AB} \quad (7)$$
$$f_i = \frac{g_{ei} I_i + I_e B}{g_{ei} g_{ie} + AB} \quad (8)$$

donde $A = 1 - g_{ee}$ y $B = 1 + g_{ii}$. Como buscamos que las tasas sean positivas, implica que

$$\frac{g_{ie} I_e + I_i - g_{ee} I_i}{1 + g_{ei} g_{ie} - g_{ii} g_{ee} - g_{ee} - g_{ii}} > 0 \quad (9)$$
$$\frac{g_{ei} I_i + I_e + g_{ii} I_e}{1 + g_{ei} g_{ie} - g_{ii} g_{ee} - g_{ee} - g_{ii}} > 0 \quad (10)$$

EJERCICIO 2

A. Introducción

Las neuronas del tipo Hogdkin-Huxley se basan las ecuaciones presentadas en [1]. En este trabajo, se agrega un parámetro más, s, que corresponde a la función inhibitoria [2], usado para modelar la inhibición sináptica. Este parámetro es descrito mediante la siguiente ecuación diferencial,

$$\frac{ds}{dt} = \frac{s_\infty(V) - s}{\tau} \quad (11)$$
$$s_\infty(V) = 0.5(1 + tanh({}^{V}/_{5})), \quad (12)$$

donde V es el potencial de la neurona y τ es el tiempo característico asociado a la inhibición. En este trabajo se considera $\tau = 3\,\text{ms}$.

Para estudiar la interacción entre dos neuronas de Hogdkin-Huxley, consideramos que están conectadas simétricamente, es decir, la corriente $I(t)$ para ambas tiene la siguiente forma

$$I(t) = I_0 + I_{syn}(t) \quad (13)$$
$$I_{syn}(t) = -g_{syn} s(t)(V - V_{syn}), \quad (14)$$

donde la corriente I_0 debe ser un valor tal que para las dos neuronas produzcan spikes periódicamente, $s(t)$ es el parámetro descrito anteriormente, g_{syn} es la conductancia asociada con la entrada sináptica y V_{syn} es el potencial sináptico.

B. Simulaciones

En esta sección se varía el parámetro g_{syn} entre 0 y 2 mS/cm^2 con $\Delta g_{syn} = 0.02\,\text{mS/cm}^2$ para 100 iteraciones. En cada interación se mantiene fijo un valor para V_{syn}. La simulación utiliza un variación de tiempo de $\Delta t 0.1\,\text{ms}$ y realizan 2000 interaciones, para un total de 200 ms.

1. *Caso $V_{syn} = 0\,mV$ con una corriente $I_0 = 11\,\mu A$*

En esta simulación, se usaron los siguientes valores iniciales para los parámetros de las neuronas tipo HH.

Variable	**Neurona 1**	**Neurona 2**
V [mV]	0.1	0.1
m	0.1	0.1
h	0.4	0.4
n	0.4	0.4
s	0.1	0.3

En la animación del voltaje de las dos neuronas involucradas [3]

[1] Izhikevich E. M. Capítulo 2. Sección 2.3: Hodgkin-Huxley Model en *Dynamical Systems in Neuroscience: The Geometry of Excitability and Bursting* (2005). The Neurosciences Institute.

[2] Börgers C, Krupa M, Gielen S. The response of a classical Hodgkin-Huxley neuron to an inhibitory input pulse. J Comput Neurosci. 2010;28(3):509–526. doi:10.1007/s10827-010-0233-8

[3] Pepe