Práctica 6: Memorias Asociativas

Evelyn G. Coronel
Redes Neuronales - Instituto Balseiro

(18 de mayo de 2020)

Cuestiones generales del modelo de Hopfield

El modelo de Hopfield contempla la idea de solucionar de la manera más simple el problema de memorizar patrones. Este problemas consiste en memorizar un conjunto de patrones ξ_i^μ, de tal manera que si se presenta un patrón ζ_i^μ, la red responde con una salida que más se parece a la entrada dada. (PONER ref)

La red almacena p patrones, que se indexan con $\mu = 1, \ldots, p$, mientras que las unidad dentro de la red se indexan mediante $i = 1, \ldots, N$. La convención que se toma en este trabajo es que cada patrón ξ_i^μ puede valer $+1$ o -1.

Salida de la red para varios patrones

Se define la matriz de conexiones $w_i j$, que tiene un parecido con una matriz de pesos, según la Ec. 1.

$$w_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{\mu=1}^{p} \xi_i^\mu \xi_j^\mu \tag{1}$$

donde el índice $i, j = 1, \ldots, N$ recorre las unidades de la red y el índice $\nu = 1, \ldots, p$ recorre el conjunto de patrones.

Dada una entrada ζ_i^μ, definamos el parámetro h_i^ν como $h_i^\nu = \sum_j w_{ij} \xi_j^\nu$. Para la validación de las redes de esta práctica, se utilizaron los mismos patrones almacenados con entrada de la red.

Sobre la actualización

Se toma una regla de actualización asincrónica, esta implica que:

- En cada época, se selecciona una unidad i a ser actualizada aplicando la regla de la Ec. (5)
- Cada unidad elige independientemente actualizarse o no, con una probabilidad en cada época.

Para el modelo de Hopfield sin ruido, la probabilidad es constante en cada actualización es igual a 0.5, es decir, se actualiza a cada paso con $+1$ o con -1. En cambio, para el modelo de Hopfield con ruido, la probabilidad de cambio está dada por una función que depende de la salida h_i y de otro parámetro que simula un ruido térmico.

EJERCICIO I: EL MODELO DE HOPFIELD SIN RUIDO

Definamos el parámetro de carga $\alpha = p/N$, que es el números de patrones a almacenar como fracción

$$s(t+1) = \begin{cases} +1 & \text{Probabilidad } 0.5 \\ -1 & \text{Probabilidad } 0.5 \end{cases} \tag{2}$$

La condición de estabilidad se generaliza a

$$sgn(h_i^\nu) = \xi_i^\nu \quad \forall\, i \tag{3}$$

$$S_i := sgn(\sum_j w_{ij} S_j - \theta_i) \tag{4}$$

donde $sgn(x)$ es la función signo.

Para el resto del trabajo, el valor de $\theta_i = 0$.

$$S_i := sgn(\sum_j w_{ij} S_j) \tag{5}$$

A. Resultados

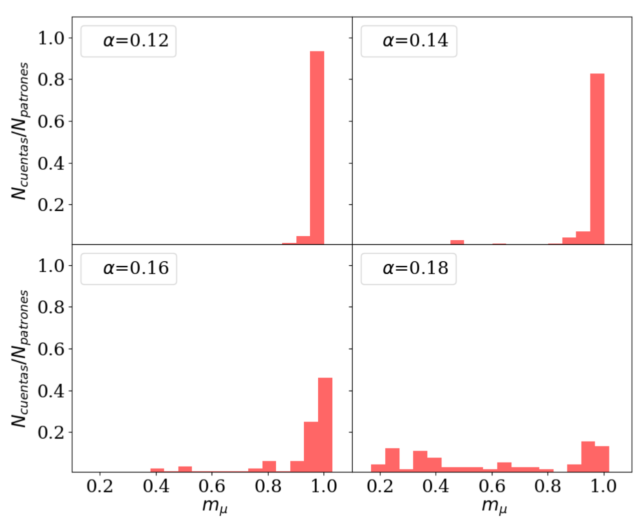

Fig. 1: Para $N = 500$

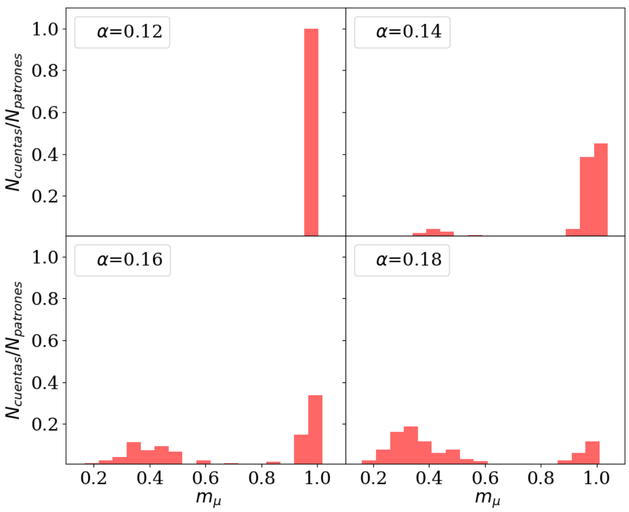

Fig. 2: Para $N = 1000$

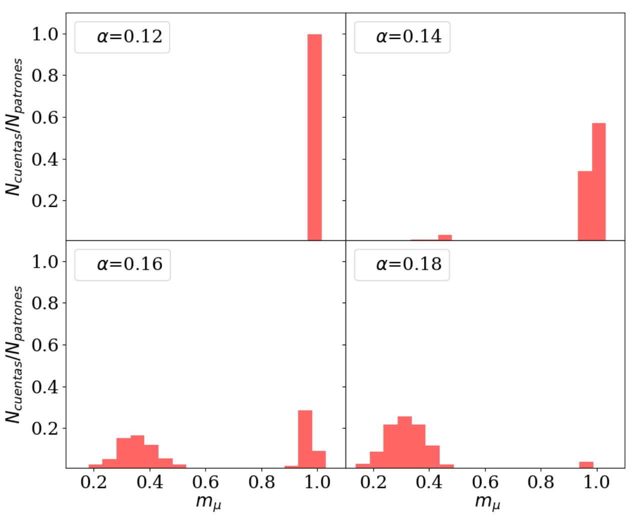

Fig. 3: Para $N = 2000$

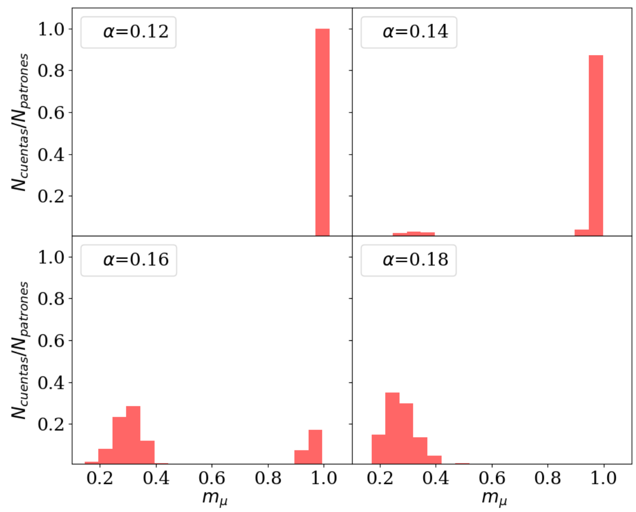

Fig. 4: Para $N = 4000$

EJERCICIO II: EL MODELO DE HOPFIELD CON RUIDO

$$s(t+1) = \begin{cases} +1 & \text{Probabilidad } P(h_i, t, +1) \\ -1 & \text{Probabilidad } P(h_i, t, -1) \end{cases} \tag{6}$$

Por lo que el cambio se realiza con una probabilidad

$$P(h_i, t, \pm 1) = \frac{\exp(\pm \beta h_i(t))}{\exp(-\beta h_i(t)) + \exp(\beta h_i(t))} \tag{7}$$

Nótese que $P(h_i, t, +1) + P(h_i, t, -1) = 1$

1. Resultados

Para $N = 4000$, $p = 40$, $T = {}^1\!/\!_\beta$, para $T \in [0.1, 2.0]$

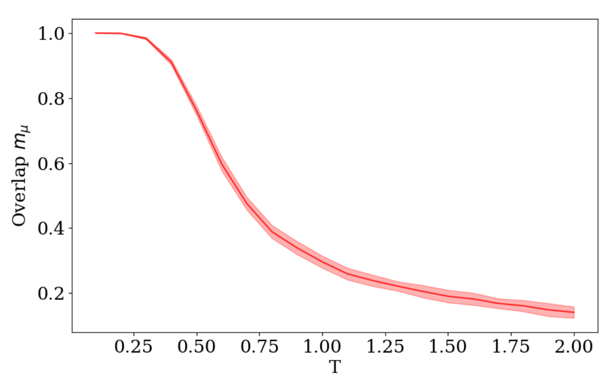

Fig. 5: El overlap en función de T

donde se ve que para temperaturas bajas, el overlap de la red es cercana a 1, pero a medida que aumenta el ruido térmico la red empieza a perder la capacidad de memorizar los patrones.