

Práctica 2: Dinámica de sistemas acoplados

Evelyn G. Coronel
Redes Neuronales - Instituto Balseiro

(11 de marzo de 2020)

Soluciones a los ejercicios de la práctica 2 de la materia de Redes Neuronales. En esta práctica se describe la interacción entre neuronas como sistemas dinámicos acoplados.

EJERCICIO 1

Las dos poblaciones de neuronas están descritas por las siguientes ecuaciones:

$$\tau df_e/dt = -f_e + g_{ee}f_e\Theta(f_e) - g_{ei}f_i\Theta(f_i) + I_e \quad (1)$$

$$\tau df_i/dt = -f_i + g_{ie}f_e\Theta(f_e) - g_{ii}f_i\Theta(f_i) + I_i \quad (2)$$

donde f_i y f_e son las tasas de disparo, g_{ee} y g_{ii} son las conductancias asociadas a la auto-interacción de las neuronas y los términos g_{ie} y g_{ei} son las conductancias de la interacción entre las neuronas.

Sabemos que la solución es estable cuando las derivadas se anulan

$$0 = -f_e + g_{ee}f_e\Theta(f_e) - g_{ei}f_i\Theta(f_i) + I_e \quad (3)$$

$$0 = -f_i + g_{ie}f_e\Theta(f_e) - g_{ii}f_i\Theta(f_i) + I_i \quad (4)$$

Considerando que las tasas de disparo f_e y f_i son positivas, donde 0 implicaría la ausencia de spikes, y las conductancias son mayores o iguales a 0, las condiciones de estabilidad quedan como

$$(1 - g_{ee})f_e = -g_{ei}f_i + I_e \quad (5)$$

$$(1 + g_{ii})f_i = g_{ie}f_e + I_i \quad (6)$$

Por lo que finalmente llegamos a un sistema de ecuaciones lineales para las tasas. Resolviendo este sistema, las tasas son iguales a

$$f_i = \frac{g_{ie}I_e + I_i A}{g_{ei}g_{ie} + AB} \quad (7)$$

$$f_e = \frac{g_{ei}I_i + I_e B}{g_{ei}g_{ie} + AB} \quad (8)$$

donde $A = 1 - g_{ee}$ y $B = 1 + g_{ii}$. Como buscamos que las tasas sean positivas, implica que

$$\frac{g_{ie}I_e + I_i - g_{ee}I_i}{1 + g_{ei}g_{ie} - g_{ii}g_{ee} - g_{ee} - g_{ii}} > 0 \quad (9)$$

$$\frac{g_{ei}I_i + I_e + g_{ii}I_e}{1 + g_{ei}g_{ie} - g_{ii}g_{ee} - g_{ee} - g_{ii}} > 0 \quad (10)$$

EJERCICIO 2

A. Introducción

Las neuronas del tipo Hodgkin-Huxley se basan en las ecuaciones presentadas en [1]. En este trabajo, se agrega

un parámetro más, s , que corresponde a la función inhibitoria [2], usado para modelar la inhibición sináptica. Este parámetro es descrito mediante la siguiente ecuación diferencial,

$$\frac{ds}{dt} = \frac{s_\infty(V) - s}{\tau} \quad (11)$$

$$s_\infty(V) = 0.5(1 + \tanh(V/5)), \quad (12)$$

donde V es el potencial de la neurona y τ es el tiempo característico asociado a la inhibición. En este trabajo se considera $\tau = 3$ ms.

Para estudiar la interacción entre dos neuronas de Hodgkin-Huxley, consideramos que están conectadas simétricamente, es decir, la corriente $I(t)$ para ambas tiene la siguiente forma

$$I(t) = I_0 + I_{syn}(t) \quad (13)$$

$$I_{syn}(t) = -g_{syn}s(t)(V - V_{syn}), \quad (14)$$

donde la corriente I_0 debe ser un valor tal que para las dos neuronas produzcan spikes periódicamente, $s(t)$ es el parámetro descrito anteriormente, g_{syn} es la conductancia asociada con la entrada sináptica y V_{syn} es el potencial sináptico.

B. Simulaciones

En esta sección se varía el parámetro g_{syn} entre 0 y 2 mS/cm² con $\Delta g_{syn} = 0.02$ mS/cm² para 100 iteraciones. En cada interacción se mantiene fijo un valor para V_{syn} . La simulación utiliza una variación de tiempo de $\Delta t = 0.005$ ms y realizan 50000 interacciones, para un total de 250 ms. Además para cada valor de g_{syn} , las condiciones iniciales de las neuronas son tales que las mismas no estén en fase. Estas condiciones están dadas en la Tabla I.

Variable	Neurona 1	Neurona 2
V [mV]	80.0	-80.0
m	0.1	0.1
h	0.3	0.7
n	0.1	0.3
s	0.0	0.0

Tabla I: Condiciones iniciales las neuronas del tipo Hodgkin-Huxley.

Los parámetros adimensionales m, h y n están asociados a los canales de activación e inactivación de sodio y al canal de potasio respectivamente.

1. Caso $V_{syn} = 0 \text{ mV}$ con $I_0 = 15 \mu\text{A}$

En la Fig. 1 del voltaje y del desfase de las dos neuronas involucradas, se observase la disminución de la frecuencia de las neuronas con el aumento del valor de g_{syn} , debido a que la corriente I_{syn} disminuye en media la corriente dentro de la neurona, esto es consistente con la curva f-I de las neuronas del tipo HH, donde la frecuencia aumenta con la corriente en la neurona. El valor de la corriente, así como los spikes en función del valor de g_{syn} pueden verse en [3]

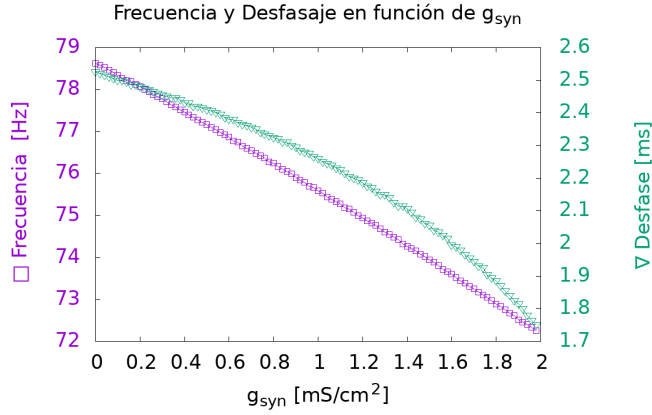


Fig. 1: Desfase y frecuencia de las neuronas en función de g_{syn}

2. Caso $V_{syn} = -80 \text{ mV}$ con $I_0 = 15 \mu\text{A}$

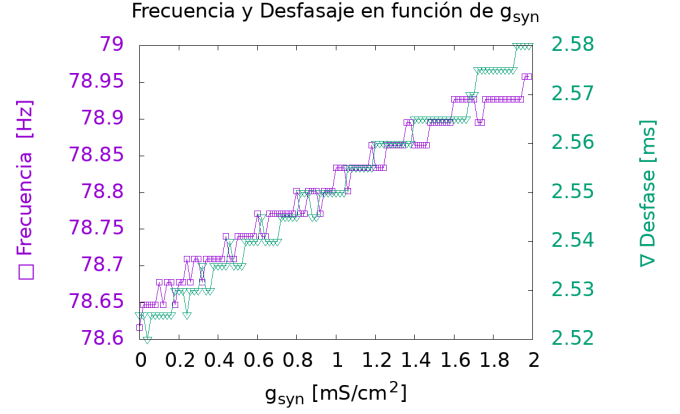


Fig. 2: Desfase y frecuencia de las neuronas en función de g_{syn} para $V_{syn} = -80 \text{ mV}$.

[1] Izhikevich E. M. Capítulo 2. Sección 2.3: Hodgkin-Huxley Model en *Dynamical Systems in Neuroscience: The Geometry of Excitability and Bursting* (2005). The Neurosciences Institute.

[2] Börgers C, Krupa M, Gielen S. The response of a classical Hodgkin-Huxley neuron to an inhibitory input pulse. *J Comput Neurosci*. 2010;28(3):509–526. doi:10.1007/s10827-010-0233-8

[3] https://github.com/astrocronopio/NN_IB/blob/master/pr-rn-2/Graficos/current_15.gif