

트라이(Trie)의 탄생 배경

이진 검색 트리는 정수나 실수의 검색 효율이 좋지만 문자열 검색 시 효율이 좋지 않다.
트라이는 문자열의 검색 효율을 더 개선하기 위해 고안된 자료 구조이다.

N: 문자열 갯수

M: 최대 문자열 길이

- 일반적인 문자열 검색: $O(NM)$
- 정수/실수의 이진 검색 트리: $O(\log N)$
- 문자열 이진 검색 트리: $O(M \log N)$

트라이

일반 트리 자료구조 중 하나로, Digital Tree, Prefix Tree라고 불린다.

텍스트 자동 완성 기능과 같이 문자열을 저장하고 탐색하는데 유용한 자료 구조로 문자열 자동 완성에 주로 활용된다.

M: 최대 문자열 길이

- 장점: $O(M)$ 의 시간복잡도 (입력/검색)
- 단점: 공간 효율

트라이는 대개 Child 노드를 가르키는 포인터 목록을 가지고 있고, 이 목록은 입력에 등장할 수 있는 모든 문자에 각각 대응되는 원소를 갖는 고정 길이 배열로 구현된다. 따라서 알파벳 대문자만을 사용할 때, 트라이의 각 노드는 8byte * 26 알파벳 갯수 가 필요하다. 예를 들어 트라이에 입력되는 문자열 길이의 합이 1백만이라고 하면 최악의 경우 200MB의 메모리를 사용해야 한다.

트라이의 구현

```
package me.seongwoon.trie;

public class Trie {
    public static class TrieNode {
        private static final int ALPHABETS = 26;
        private static int charToIndex(char c) {
            // ascii table: http://www.asciitable.com/
            return c - 'A';
        }

        TrieNode[] children = new TrieNode[ALPHABETS];
        boolean terminal;
    }

    private final TrieNode root = new TrieNode();
```

```

public void insert(String key) {
    TrieNode node = root;
    for (char c : key.toCharArray()) {
        final int i = TrieNode.charToIndex(c);
        // 자식 노가 없을 경우 새로운 TrieNode를 생성하고 배열[i]에 담는다.
        if (node.children[i] == null) {
            node.children[i] = new TrieNode();
        }
        // 자식 노드가 있을 경우 현재 노드를 자식 노드로 변경한다.
        node = node.children[i];
    }
    // 모든 문자열 등록이 끝나면 Terminal을 True로 변경한다.
    node.terminal = true;
}

public TrieNode find(String key) {
    TrieNode node = root;
    for (char c : key.toCharArray()) {
        final int i = TrieNode.charToIndex(c);
        // 찾으려는 문자열이 없는 경우 null을 리턴한다.
        if (node.children[i] == null) {
            return null;
        }
        // 자식 노드가 있을 경우 현재 노드를 자식 노드로 변경한다.
        node = node.children[i];
    }
    // 탐색 대상 문자열 순회가 끝났을 때의 현재 노드를 리턴한다.
    return node;
}
}

```

```

package me.seongwoon.trie;

import static org.junit.Assert.assertFalse;
import static org.junit.Assert.assertTrue;

import org.junit.Test;

import me.seongwoon.trie.Trie.TrieNode;

public class TrieTest {

    @Test
    public void test() {
        final Trie trie = new Trie();
        trie.insert("BUS");
        trie.insert("BE");
        trie.insert("BET");
        trie.insert("TEA");
    }
}

```

```

        trie.insert("TEN");

        assertTrue(isTerminal(trie.find("BUS")));
        assertTrue(isTerminal(trie.find("TEN")));
        assertTrue(isTerminal(trie.find("BE")));
        assertTrue(isTerminal(trie.find("TEA")));
        assertTrue(isTerminal(trie.find("BET")));
        assertFalse(isTerminal(trie.find("TE")));
        assertFalse(isTerminal(trie.find("BU")));
        assertFalse(isTerminal(trie.find("HI")));
        assertFalse(isTerminal(trie.find("")));
    }

    private static boolean isTerminal (TrieNode trieNode) {
        // TrieNode가 null이 아닌 경우 Terminal 값을 리턴, 그렇지 않은 경우 false.
        return trieNode != null ? trieNode.terminal : false;
    }
}

```

추가 내용

- 사전(Dictionary) 자료 구조로 활용 가능
- 접미사 트리로 활용 가능
 - 하지만.. 접미사 배열을 쓰자

문제: 안녕히, 그리고 물고기는 고마웠어요! (SOLONG)

문제 요약

지느러미로 문자를 입력해야하는 돌고래를 위해 자동 완성이 지원되는 툴을 개발하였다.
돌고래가 특정 문장을 입력하는데 총 몇 번의 타이핑이 필요한가?

- 자동 완성 알고리즘은 미리 저장된 N개의 단어만을 사용
- 타이핑을 했을때 저장된 단어만을 추천
- 추천 우선순위는 단어의 출현 빈도 > 알파벳 순으로 결정
- 탭(tab)을 누르면 추천된 단어가 자동으로 입력됨
- 이미 입력한 단어를 편집하는 기능은 없음

제한

- 메모리: 64MB 이하
- 시간: 3초 이내

입력

- 첫 줄에는 테스트 케이스 수 $C(1 \leq C \leq 10)$ 이 주어짐

- 각 테스트 케이스의 첫 줄에는 사전에 포함된 단어의 수 $N(1 \leq N \leq 10000)$ 과 입력할 단어의 수 $M(1 \leq M \leq 20000)$ 이 주어짐
- 그 후 N 줄에는 한 줄에 하나의 문자열과 정수로 사전에 포함된 단어와 해당 단어의 출현 빈도를 사전 순서와 무관하게 줌
- 같은 단어는 주어지지 않고, 출현 빈도는 1~10만 사이의 정수
- 그 다음 줄에는 M 개의 단어로 입력할 문자열이 주어짐
- 모든 단어는 알파벳 대문자, 최대 길이는 10

```
package me.seongwoon.trie.problem;

public class SoLong {
    public static class TrieNode {
        private static final int ALPHABETS = 26;
        private static int charToIndex(char c) {
            return c - 'A';
        }

        TrieNode[] children = new TrieNode[ALPHABETS];
        int terminal = -1;
        int recommend = -1;
    }

    private final TrieNode root = new TrieNode();

    public void insert(String key, int id) {
        TrieNode currentNode = root;
        for (char c : key.toCharArray()) {
            final int i = TrieNode.charToIndex(c);
            if (currentNode.children[i] == null) {
                currentNode.children[i] = new TrieNode();
            }
            currentNode = currentNode.children[i];
            if (currentNode.recommend == -1) {
                currentNode.recommend = id;
            }
        }
        currentNode.terminal = id;
    }

    public TrieNode find(String key) {
        TrieNode currentNode = root;
        for(char c : key.toCharArray()) {
            final int i = TrieNode.charToIndex(c);
            if (currentNode.children[i] == null) {
                return null;
            } else {
                currentNode = currentNode.children[i];
            }
        }
    }
}
```

```

        return currentNode;
    }

    public int type(String key, int id) {
        TrieNode currentNode = root;
        int typingCount = 0;
        for(char c : key.toCharArray()) {
            final int i = TrieNode.charToIndex(c);
            if (currentNode.recommend == id) {
                typingCount += 1; // Tab Press Count
                break;
            }
            currentNode = currentNode.children[i];
            typingCount += 1; // Key Press Count
        }
        return typingCount;
    }
}

```

```

package me.seongwoon.trie.problem;

import java.io.BufferedReader;
import java.io.IOException;
import java.io.InputStreamReader;
import java.util.PriorityQueue;
import java.util.stream.IntStream;

import me.seongwoon.trie.problem.SoLong.TrieNode;

public final class SoLongTest {

    public static void main(String[] args) throws IOException {
        final BufferedReader br = new BufferedReader(new
InputStreamReader(System.in));
        // 테스트 케이스 수 C(1 <= C <= 10)
        int caseCount = Integer.parseInt(br.readLine());
        while (caseCount > 0) {
            // 사전에 포함된 단어의 수 & 입력할 단어의 수
            final String[] wordCounts = br.readLine().split(" ");
            // 사전에 포함된 단어의 수 N(1 <= N <= 10000)
            final int dicCounts = Integer.parseInt(wordCounts[0]);
            // 입력할 단어의 수 M(1 <= M <= 20000)
            final int inputCounts = Integer.parseInt(wordCounts[1]);

            final PriorityQueue<DicWord> dicWords = new PriorityQueue<>
(dicCounts);

            IntStream.range(0, dicCounts)
                .forEach(ignored -> {

```

```

        try {
            dicWords.add(new DicWord(br.readLine()));
        } catch (IOException e) {
            throw new RuntimeException();
        }
    });

    final String inputWords = br.readLine();

    final SoLong soLong = new SoLong();
    IntStream.range(0, dicCounts)
        .forEach(i -> soLong.insert(dicWords.poll().word, i));

    int count = inputCounts - 1;
    for (String word : inputWords.split(" ")) {
        count += countKeys(soLong, word);
    }

    System.out.println(count);
    caseCount -= 1;
}

private static int countKeys(SoLong soLong, String word) {
    final TrieNode trieNode = soLong.find(word);
    if (trieNode == null || trieNode.terminal == -1) {
        return word.length();
    }
    return soLong.type(word, trieNode.terminal);
}

private static class DicWord implements Comparable<DicWord> {
    String word;
    int frequency;

    DicWord(String readLine) {
        final String[] wordAndFrequency = readLine.split(" ");
        word = wordAndFrequency[0];
        frequency = Integer.parseInt(wordAndFrequency[1]);
    }

    @Override
    public int compareTo(DicWord target) {
        return frequency <= target.frequency ? 1 : -1;
    }
}
}

```

```

7 8
ALL 4
AND 3
FISH 8
FOR 6
SO 4
THANKS 9
THE 9
SO LONG AND THANKS FOR ALL THE FISH
7 8
ALL 4
AND 5
FISH 3
FOR 6
SO 8
THANKS 1
THE 2
SO LONG AND THANKS FOR ALL THE FISH
=====
28
29

```

시간 복잡도 분석

N: 문자열 갯수

K: 최대 문자열 길이

L: 타이핑할 문자열의 전체 길이

- 입력 단계
 - 문자열 정렬: $O(N \log N)$
 - 최대 길이 K의 문자열 정렬: $O(KN \log N)$
- 트라이 생성
 - insert: $O(KN)$
- 타이핑 수 확인
 - find: $O(M)$
 - type: $O(M)$
- 전체 시간 복잡도
 - 최대 길이 K의 문자열을 입력: $O(KN \log N + L)$

트라이를 이용한 다중 문자열 검색

KMP 문자열 검색 알고리즘(단일 패턴 매칭)

대표적인 단일 문자열 매칭 최적화 알고리즘이다. 문자열 검색 시 부분 문자열 테이블을 활용하여 모든 경우를 다 비교하지 않아도 탐색 대상 텍스트로 부터 검색하고자 하는 문자열(패턴)을 빠르게 찾아낼 수 있다.

N: 텍스트의 길이
M: 문자열 패턴의 길이

- 단순 매칭: $O(NM)$
- KMP 알고리즘: $O(N+M)$

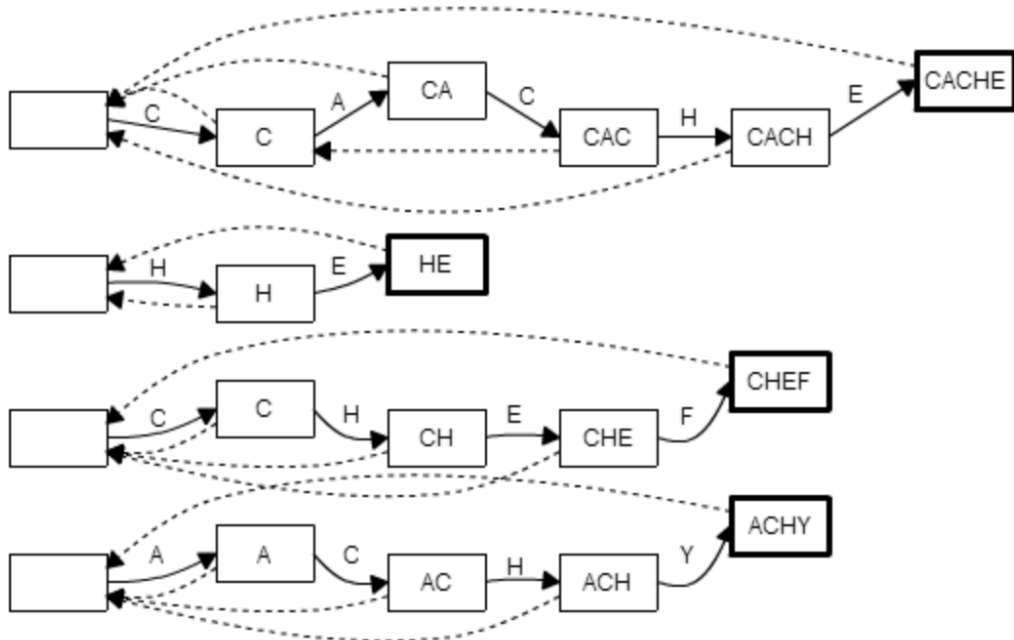
하지만 검색하고자 하는 문자열(패턴)의 개수가 늘어나면 문자열의 갯수만큼 탐색 대상의 텍스트를 재탐색 해야한다.

N: 텍스트의 길이
K: 문자열 패턴 갯수
L: 문자열 패턴 길이의 합

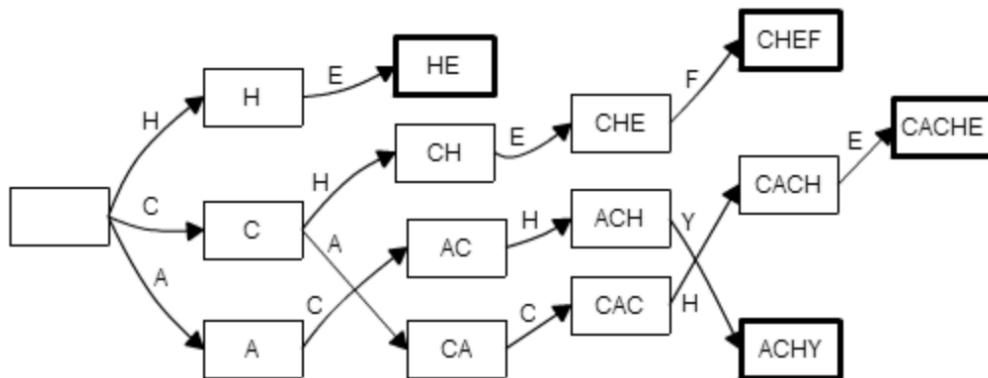
- k개의 문자열 검색: $O(NK+L)$
 - $O(N+m1+N+m2+...N+mk)$

실패 함수

네 개의 바늘 문자열("CACHE", "HE", "CHEF", "ACHY")에 대한 KMP 알고리즘의 전처리(실패 함수) 결과이다.

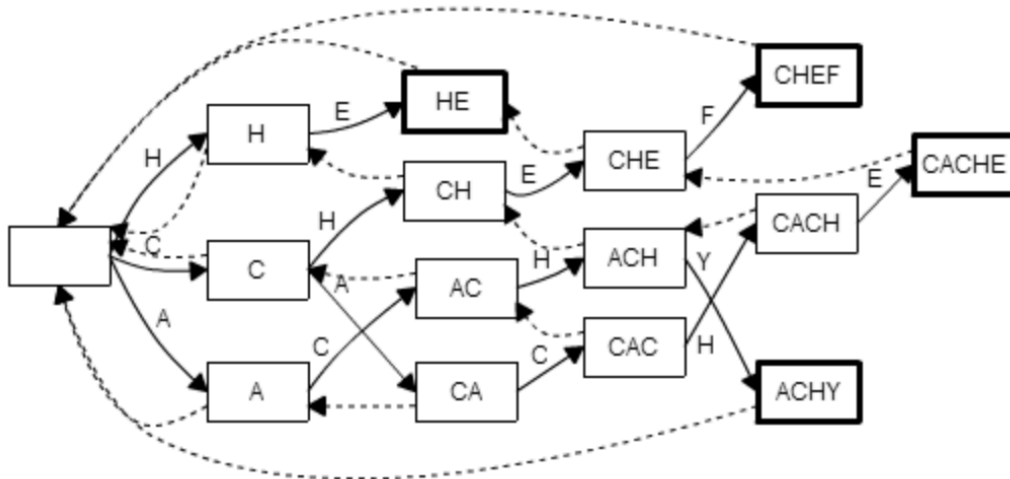


트라이를 이용해 겹치는 접두사를 정리하면 다음과 같은 모양이 된다.



실패 함수를 아래의 조건으로 재정의 한다.

$failure(s)$ = s 의 접미사이면서 트라이에 포함된 문자열 중 자기 자신 보다는 짧고 문자열 중에는 가장 긴 곳으로 연결



아호-코라식 문자열 검색 알고리즘(다중 패턴 매칭)

트라이에 실패 링크(Failure link), 출력 링크(Output link)를 더하여 다중 문자열 검색을 선형 시간 내에 탐색할 수 있도록 해준다.

길이 N 의 탐색 대상, 길이 M 의 문자열 k 개를 기준으로,

N : 텍스트의 길이

L : 문자열 패턴 길이의 합

P : 문자열 패턴의 출현 횟수

- 시간 복잡도: $O(N+L+P)$
 - $O(N+m_1+m_2+\dots+m_k+P)$

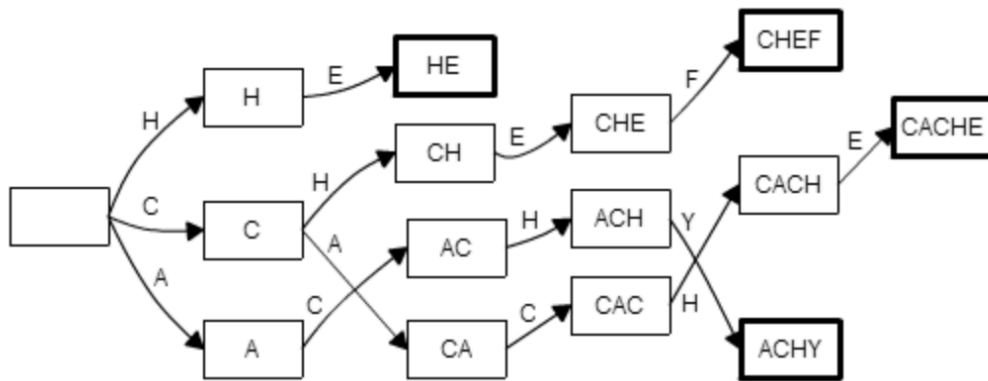
아호-코라식 알고리즘 문자열 매칭 영상

https://figshare.com/articles/Aho_Corasick_String_Matching_Video/771968

실패 함수의 계산

단순한 방법: 해당 노드 문자열의 모든 접미사 중 트라이에 포함되어 있는 첫번째 문자열을 찾는다.

더 빠른 방법: 부모 노드의 실패 연결을 이용하면 자식 노드의 실패 연결을 쉽게 알 수 있다.



1. 부모 노드의 실패 연결은 자식 노드의 실패 연결과 이어진다.

문자열 A(CAC)와 그 뒤에 글자 H를 붙인 문자열 Ax(CACH)가 트라이 상에서 부모 자식 관계라고 하자. Ax의 실패 연결이 루트가 아니라면 실패 연결을 따라가 만나는 문자열의 마지막 문자는 항상 x(H)이다. 따라서 실패 연결을 따라가 만난 문자열을 Bx(ACH)라고 할 수 있다. 여기서 x(H)를 떼어낸 B(AC)를 생각해 보면, B는 항상 A의 접미사가 된다. 따라서 부모 노드 A의 실패 연결 B에 x를 붙인 자손 Bx가 있는지를 확인해 Bx가 Ax의 실패 연결로 지정할 수 있다.

2. 실패 연결의 실패 연결을 찾아가라.

1번의 방법으로 모든 실패 연결을 찾을 수는 없다. 노드 "CACH"와 "CACHE"를 보자. "CACH"의 실패 연결인 "ACH"에는 E로 표시된 간선이 없기 때문에 1번의 규칙으로는 실패 연결을 제대로 지정할 수 없다. 이럴 때는 실패 연결인 "ACH"의 실패 연결을 한 번 더 따라가야 한다.

이러한 규칙을 이용하면 모든 노드의 실패 연결을 계산할 수 있지만, 자식 노드의 실패 연결을 알기 위해서는 부모 노드의 실패 연결이 필요하다. 따라서 실패 연결을 계산할 순서가 중요하다.

실패 연결을 따라갔을 때 만나는 문자열은 원래 노드의 문자열보다 항상 짧다라는 것에 주목해서 루트에서부터 시작해서 깊이가 낮은 노드들 부터 순서대로 실패 연결을 계산하면 위의 문제를 해결 할 수 있다.

- 루트에서 가까운 노드부터 탐색하기 위해 큐를 이용한 너비 우선 탐색(BFS)을 이용

아호-코라식 문자열 검색 알고리즘의 구현

```
package me.seongwoon.trie;

import java.util.ArrayList;
import java.util.LinkedList;
import java.util.List;
import java.util.Queue;

public class AhoCorasick {
    public static class TrieNode {
        private static final int ALPHABETS = 26;
        private static int charToIndex(char c) {
            return c - 'A';
        }

        TrieNode[] children = new TrieNode[ALPHABETS];
        TrieNode failureLink;
        int terminal = -1;
    }
}
```

```

        List<Integer> output = new ArrayList<>();
    }

    private final TrieNode root = new TrieNode();

    public void insert(String key, int id) {
        TrieNode node = root;
        for (char c : key.toCharArray()) {
            final int i = TrieNode.charToIndex(c);
            if (node.children[i] == null) {
                node.children[i] = new TrieNode();
            }
            node = node.children[i];
        }
        node.terminal = id;
    }

    public void match(String text) {
        TrieNode node = root;
        for (char c : text.toCharArray()) {
            final int i = TrieNode.charToIndex(c);
            while (node != root && node.children[i] == null) {
                node = node.failureLink;
            }
            if (node.children[i] != null) {
                node = node.children[i];
            }
            node.output.forEach(System.out::println);
        }
    }

    public void computeFailureFunction() {
        // 루트에서 가까운 노드부터 탐색하기 위해 큐를 이용한 너비 우선 탐색
        final Queue<TrieNode> searchQueue = new LinkedList<>();
        // 루트의 실패 함수는 루트
        root.failureLink = root;
        searchQueue.add(root);
        while (!searchQueue.isEmpty()) {
            final TrieNode node = searchQueue.remove();
            // 부모 노드의 모든 자식 노드에 대하여 실패 연결을 계산하고 큐에 집어넣음
            for (int i = 0; i < TrieNode.ALPHABETS; i++) {
                final TrieNode childNode = node.children[i];
                if (childNode == null) {
                    continue;
                }
                // 현재 노드가 1레벨 노드라면 실패 연결을 루트로 지정
                if (node == root) {
                    childNode.failureLink = root;
                } else {

```

```

        // 아닌 경우, 부모 노드의 실패 연결을 따라가며 실패 연결을 탐색
        TrieNode parentFailure = node.failureLink;
        // 실패 연결 노드가 루트가 아닌데 찾는 자식 노드가 없을 경우 실패 연결!
        while (parentFailure != root && parentFailure.children[i]
== null) {
            parentFailure = parentFailure.failureLink;
        }
        // 실패 연결 노드에 찾고있는 자식 노드가 있을 경우
        if (parentFailure.children[i] != null) {
            parentFailure = parentFailure.children[i];
        }
        childNode.failureLink = parentFailure;
    }
    childNode.output.addAll(childNode.failureLink.output);
    if (childNode.terminal != -1) {
        childNode.output.add(childNode.terminal);
    }
    searchQueue.add(childNode);
}
}
}
}

```

```

package me.seongwoon.trie;

import org.junit.Test;

public class AhoCorasickTest {

    @Test
    public void test() {
        final AhoCorasick ahoCorasick = new AhoCorasick();
        ahoCorasick.insert("HE", 1);
        ahoCorasick.insert("SHE", 2);
        ahoCorasick.insert("HIS", 3);
        ahoCorasick.insert("HERS", 4);

        ahoCorasick.computeFailureFunction();

        ahoCorasick.match("SHERS");
    }
}

```

```

1
2
4

```

문제: 문자열 집합 판별 (BJ9250)

문제

<https://www.acmicpc.net/problem/9250>

집합 S는 크기가 N이고, 원소가 문자열인 집합이다. Q개의 문자열이 주어졌을 때, 각 문자열의 부분 문자열이 집합 S에 있는지 판별하는 프로그램을 작성하라. 예를 들어, $S = \{"www", "woo", "jun"\}$ 일 때, "myungwoo"의 부분 문자열인 "woo"가 집합 S에 있으므로 'YES'이다. 하지만 "dooho"는 집합 S의 부분문자열이 아니므로 'NO'가 출력되어야 한다.

제한

- 메모리: 256MB 이하
- 시간: 2초 이내

입력

- 첫 줄에는 집합 S의 크기 N ($1 \leq N \leq 1000$)이 주어짐
- 다음 N개의 줄에는 집합 S의 원소들이 주어진다. 문자열의 길이는 100을 넘지 않음
- 다음 줄에는 판별해야 하는 문자열의 개수 Q ($1 \leq Q \leq 1000$)가 주어짐
- 다음 Q개의 줄에는 답을 판별해야 하는 문자열이 주어진다. 문자열의 길이는 10,000을 넘지 않음
- 입력 문자열은 모두 알파벳 소문자

문제: 보안종결자 (NH)

문제 요약

해커가 은행의 전산망을 해킹하려고 한다. 하지만 그 은행에는 네트워크 침입 감지 시스템(IDS)이 존재한다. 이 시스템은 네트워크 트래픽을 감시해서 특정 문자열이 포함되었는지 탐지한다.

은행의 전산망 비밀번호가 알파벳 소문자로 구성된 길이 n 의 문자열이고, IDS의 인식 패턴을 모두 알고있다고 가정할 때, IDS에 탐지되지 않는 문자열의 개수를 구해보자.

- 주어지는 패턴의 길이는 10이하
- 출력시 문자열의 수가 클 경우 10007로 나눔

제한

- 메모리: 64MB 이하
- 시간: 1초 이내