U NIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ - UFPI
CENTRO DE TECNOLOGIA - CT
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA - PPGEE
DISCIPLINA: TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO (PARTE I)
PROFESSOR: RICARDO DE ANDRADE

Lista de Exercícios – Unidade II (Solução Numérica de Sistemas de Equações Algébricas Lineares)

Exercícios de Fixação (EF)

1 – Seja o sistema de três equações lineares (sistema linear de ordem 3):

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 9 \end{cases}$$

Verifique quais dos vetores constituem uma solução para o sistema de equações lineares:

a) $x = (1{,}0{,}0)^T$;

b) $x = (1{,}1,-1)^T$;

c) $x = (0{,}1,-2)^T$.

2 – Seja o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 5 \\ 4x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -1 \end{cases}$$

Determine a matriz aumentada ou matriz completa do sistema.

3 – Sejam os seguintes sistemas triangulares:

a) $$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 + x_4 = -10 \\ x_2 + x_3 - 2x_4 = -1 \\ 4x_3 - 5x_4 = 3 \\ 2x_4 = 2 \end{cases}$$

b) $$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 + x_4 = -10 \\ x_3 - 2x_4 = 0 \\ 4x_3 - 5x_4 = 3 \\ 2x_4 = 2 \end{cases}$$

c) $$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 + x_4 = -10 \\ x_3 - 2x_4 = -1 \\ 4x_3 - 5x_4 = 3 \\ 2x_4 = 2 \end{cases}$$

Determine o vetor solução de cada um dos sistemas lineares. Em cada caso, considerando que a classificação de um sistema linear é feita em função do número de soluções que ele admite (sistema compatível determinado, sistema compatível indeterminado, e sistema incompatível), determine a classificação de cada sistema linear.

4 – Determinar, pelo Método de Gauss, o vetor solução do sistema linear:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 5 \\ 4x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -1 \end{cases}$$

5 – Seja o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} 8{,}7x_1 + 3{,}0x_2 + 9{,}3x_3 + 11{,}0x_4 = 16{,}4 \\ 24{,}5x_1 - 8{,}8x_2 + 11{,}5x_3 - 45{,}1x_4 = -49{,}7 \\ 52{,}3x_1 - 84{,}0x_2 - 23{,}5x_3 + 11{,}4x_4 = -80{,}8 \\ 21{,}0x_1 - 81{,}0x_2 - 13{,}2x_3 + 21{,}5x_4 = -106{,}3 \end{cases}$$

a) Determinar, pelo Método de Gauss, o vetor solução do sistema linear ($\bar{x}$), retendo (durante os cálculos) duas casas decimais;

b) Seja $\bar{x}$ a solução do sistema linear obtida no item anterior. Determine o resíduo, o qual é dado por $r = b - A\bar{x}$;

c) Determine o valor da solução melhorada $\bar{x}^{(1)}$ e o novo resíduo $r^{(1)}$ produzido pela solução $\bar{x}^{(1)}$.

6 – Determinar, pelo Método de Jordan (Gauss-Jordan), o vetor solução do sistema linear:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 - x_3 = -1 \end{cases}$$

7 – A resolução de um sistema linear por meio dos métodos iterativos considera a transformação do sistema linear original $Ax = b$ para a forma equivalente $x = Bx + g$. Determine os valores das respectivas componentes da matriz B e do vetor g para os seguintes sistemas lineares:

a) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 = 1 \\ x_1 + 2x_2 = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 10x_1 + 2x_2 + x_3 = 7 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = -8 \\ 2x_1 + 3x_2 + 10x_3 = 6 \end{cases}$

8 – Determinar, pelo Método de Jacobi, o vetor solução do sistema linear (retenha, durante os cálculos, três casas decimais):

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 = 1 \\ x_1 + 2x_2 = 3 \end{cases};\ x^{(0)} = (0\,;0)^T, \epsilon = 10^{-2}, M = 10.$$

9 – Determinar, pelo Método de Gauss-Seidel, o vetor solução do sistema linear (retenha, durante os cálculos, três casas decimais):

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 = 1 \\ x_1 + 2x_2 = 3 \end{cases};\ x^{(0)} = (0\,;0)^T, \epsilon = 10^{-2}, M = 10.$$

10 – Determinar, por algum dos Métodos Iterativos (Jacobi ou Gauss-Seidel), o vetor solução dos sistemas lineares (retenha, durante os cálculos, três casas decimais):

a) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 1 \\ 4x_1 + 2x_2 = 2 \end{cases};\ x^{(0)} = (0\,;0)^T, \epsilon = 10^{-2}, M = 30.$

b) $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 = 3 \end{cases};\ x^{(0)} = (0\,;0)^T, \epsilon = 10^{-2}, M = 30.$

11 – Verificar se o sistema de equações lineares converge ou não (ou seja, se ele atende aos critérios de convergência dos métodos iterativos):

$$\begin{cases} 10x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 - 2x_6 = 6{,}57 \\ 4x_1 - 20x_2 + 3x_3 + 2x_4 - x_5 + 7x_6 = -68{,}448 \\ 5x_1 - 3x_2 + 15x_3 - x_4 - 4x_5 + x_6 = -112{,}05 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 + 8x_4 - x_5 + 2x_6 = -3{,}968 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + 9x_5 - x_6 = -2{,}18 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 - x_5 + 12x_6 = 10{,}882 \end{cases}$$

16 – Considere o sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 + 1{,}00001x_2 = 2{,}00001 \end{cases}$$

Determine o vetor solução e o vetor resíduo correspondente.

Considere o sistema de equações lineares ligeiramente modificado conforme a seguir:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 + 1{,}00001x_2 = 1{,}9999 \end{cases}$$

Determine o vetor solução e o vetor resíduo correspondente.

17 – Seja o sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} x_1 + 1{,}001x_2 = 2{,}001 \\ 0{,}999x_1 + x_2 = 1{,}999 \end{cases}$$

Determine o valor do resíduo para os seguintes valores de $\bar{x}$:

a) $\bar{x} = (2\,;0{,}001)^T$;

b) $\bar{x} = (1\,;1)^T$.

Exercícios Propostos (EP)

1 – Determine o vetor solução do sistema linear:

$$\begin{cases} 2x_1 + 0x_2 + 0x_3 = 2 \\ 1x_1 + 4x_2 - 0x_3 = -3 \\ 1x_1 + 1x_2 + 1x_3 = 0 \end{cases}$$

2 – Determinar, pelo Método de Gauss, o vetor solução do sistema linear:

$$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + x_3 = 7 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 - x_2 + 5x_3 = 5 \end{cases}$$

3 – Seja o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 + \alpha x_3 = 6 \\ 2x_1 - x_2 + 2\alpha x_3 = 3 \\ \alpha x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$$

Determinar, pelo Método de Gauss, o valor de α para que o sistema linear a seguir seja:

a) Compatível determinado;

b) Compatível indeterminado;

c) Incompatível.

4 – Seja o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 4 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 12 \end{cases}$$

Determinar o vetor solução do sistema linear pelos Métodos de Gauss e Jordan (Gauss-Jordan).

5 – Seja o seguinte sistema linear triangular superior:

$$\begin{cases} \boldsymbol{a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots + a_{1,n-1}x_{n-1} + a_{1n}x_n = b_1} \\ \boldsymbol{a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \ldots + a_{2,n-1}x_{n-1} + a_{2n}x_n = b_2} \\ \ldots \\ a_{ii}x_i + a_{i,i+1}x_{i+1} + \cdots + a_{in}x_n = b_i \\ \ldots \\ \boldsymbol{a_{nn}x_n = b_n} \end{cases}$$

A resolução de um sistema triangular superior é feita por substituição retroativa. Seja a i-ésima linha genérica, isto é $a_{ii}x_i + a_{i,i+1}x_{i+1} + a_{i,i+2}x_{i+2} + \ldots + a_{i,n-1}x_{n-1} + a_{in}x_n = b_i$. A variável x_i é calculada da seguinte forma: $x_i = \frac{[b_i - (a_{i,i+1}x_{i+1} + a_{i,i+2}x_{i+2} + \ldots + a_{i,n-1}x_{n-1} + a_{in}x_n)]}{a_{ii}}$ ou, na forma compacta, $x_i = \frac{b_i - \sum_{j=(i+1)}^{n} a_{ij}x_j}{a_{ii}}$.

O Esforço Computacional (EC) de um algoritmo é a quantidade de operações básicas/elementares necessárias para calcular a solução do problema para o qual foi desenvolvido. No caso do algoritmo que calcula a solução do sistema triangular superior por meio de substituições retroativas, as operações elementares são as operações de divisão, multiplicação e adição (ou subtração).

a) Admitindo-se que o sistema seja compatível determinado, obtenha a expressão matemática que determina o Esforço Computacional em função da ordem do sistema (n);
b) Na resolução de um sistema de equações lineares de ordem n = 3, cuja matriz dos coeficientes é triangular superior, determine a quantidade de operações envolvidas de divisão, multiplicação e adição ou subtração;
c) Na resolução de um sistema de equações lineares de ordem n = 10, cuja matriz dos coeficientes é triangular superior, determine a quantidade de operações envolvidas de divisão, multiplicação e adição ou subtração.

6 – Seja o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots + a_{1,n-1}x_{n-1} + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \ldots + a_{2,n-1}x_{n-1} + a_{2n}x_n = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \ldots + a_{3,n-1}x_{n-1} + a_{3n}x_n = b_3 \\ \ldots \\ a_{n-1,1}x_1 + a_{n-1,2}x_2 + a_{n-1,3}x_3 + \ldots + a_{n-1,n-1}x_{n-1} + a_{n-1,n}x_n = b_{n-1} \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \ldots + a_{n,n-1}x_{n-1} + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

Supondo que o sistema seja compatível determinado, obtenha a expressão matemática que determina o Esforço Computacional em função da ordem do sistema (n) considerando a resolução por meio do Método de Gauss e Método de Jordan. Obs.: para fins de "justiça", considere que no Método de Gauss os elementos da diagonal principal assumem valores unitários (as equações/linhas do pivô são divididas pelo pivô de maneira "similar" ao Método de Jordan).

7 – O Método de Eliminação de Gauss, também chamado de Método de Gauss Simples, consiste em transformar o sistema linear dado num sistema triangular equivalente por meio de uma sequência

de operações elementares sobre as linhas do sistema original. Considere o resultado da aplicação do 2º passo do Método de Gauss. A matriz aumentada/completa obtida é igual a:

$$\begin{bmatrix} a_{11}^{(1)} & a_{12}^{(1)} & a_{13}^{(1)} & a_{14}^{(1)} & \dots & a_{1n}^{(1)} & b_1^{(1)} \\ & a_{22}^{(2)} & a_{23}^{(2)} & a_{24}^{(2)} & \dots & a_{2n}^{(2)} & b_2^{(2)} \\ & & a_{33}^{(3)} & a_{34}^{(3)} & \dots & a_{3n}^{(3)} & b_3^{(3)} \\ & & a_{43}^{(3)} & a_{44}^{(3)} & \dots & a_{4n}^{(3)} & b_4^{(3)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & a_{n3}^{(3)} & a_{n4}^{(3)} & \dots & a_{nn}^{(3)} & b_n^{(3)} \end{bmatrix}$$

em que:

$$\begin{cases} a_{ij}^{(3)} = a_{ij}^{(2)} - a_{2j}^{(2)} \dfrac{a_{i2}^{(2)}}{a_{22}^{(2)}} \\ b_i^{(3)} = b_i^{(2)} - b_2^{(2)} \dfrac{a_{i2}^{(2)}}{a_{22}^{(2)}} \end{cases} \quad i = 3, 4, 5, \dots, n; j = 2, 3, 4, \dots, n$$

Baseado no exposto, determine a matriz aumentada/completa resultante da aplicação do kº passo do Método de Gauss.

8 – Determinar, pelos Métodos de Jacobi e Gauss-Seidel, o vetor solução dos sistemas lineares (retenha, durante os cálculos, cinco casas decimais):

a) $\begin{cases} 10x_1 + 2x_2 + x_3 = 14 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 11 \\ 2x_1 + 3x_2 + 10x_3 = 8 \end{cases}$; $x^{(0)} = (0\,;0\,;0)^T, \epsilon = 10^{-2}, M = 20.$

b) $\begin{cases} 20x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 33 \\ x_1 + 10x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 38{,}4 \\ x_1 + 2x_2 + 10x_3 + x_4 = 43{,}5 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 + 20x_4 = 45{,}6 \end{cases}$; $x^{(0)} = (0\,;0\,;0;0)^T, \epsilon = 10^{-4}, M = 10.$

9 – Considerando que o sistema linear $Ax = b$ tenha sido transformado no sistema equivalente da forma: $x = Bx + g$. A equação de iteração do Método de Jacobi pode ser escrita como: $x^{(k+1)} = (g_i - \sum_{j=1}^{i-1} h_{ij} x_j{}^{(k)} - \sum_{j=i+1}^{n} h_{ij} x_j{}^{(k)}), i = 1, 2, \dots, n.$

Determine a expressão correspondente da equação de iteração para o Método de Gauss-Seidel.

10 – Vários candidatos prestaram concurso para preenchimento de duas vagas numa empresa. Somente quatro dentre eles conseguiram aprovação. A classificação, com as respectivas notas e médias, foi divulgada por meio da seguinte tabela:

Candidatos	Português	Matemática	Informática	Legislação	Média	Classificação
A	8,0	9,2	8,5	9,3	8,58	1º
B	8,1	7,7	8,2	8,2	8,28	2º
C	8,9	7,3	7,8	8,6	8,22	3º
D	8,0	7,5	7,6	8,1	7,80	4º

Evidentemente, a empresa convocou os candidatos A e B para preencher as vagas. Inconformado com o resultado, o candidato C procurou o gerente da firma para se informar como as médias tinham sido calculadas, já que pôde verificar que não se tratava de média aritmética, pois, se assim o fosse, sua média seria 8,15 e não 8,22. Recebeu, então, como resposta, que o critério utilizado fora o da média ponderada. Baseado nesta informação, o candidato C requereu à Justiça a anulação do concurso, pois as médias não haviam sido calculadas corretamente. Justifique matematicamente (ou seja, se o critério da média ponderada foi ou não aplicado) qual o veredicto do juiz designado para o caso.

11 – Considere o sistema linear dado a seguir:

$$\begin{cases} 1{,}2969x_1 + 0{,}8648x_2 = 0{,}8642 \\ 0{,}2161x_1 + 0{,}1441x_2 = 0{,}1440 \end{cases}$$

Determine o vetor solução do sistema linear e o resíduo. O sistema é compatível determinado, indeterminado ou incompatível?

Seja $\bar{x} = (0{,}9911\,; -0{,}4870)^T$ uma solução "alternativa". Determine o vetor resíduo.

Exercícios para Implementação Computacional (EI)

1 – Implemente os procedimentos computacionais necessários para a resolução de um sistema triangular superior (substituição retroativa) e um sistema triangular inferior (substituição progressiva). A execução da implementação computacional deve fornecer o vetor solução do sistema linear (em caso de sistema compatível determinado), e deve informar ao usuário em caso de sistema incompatível ou compatível indeterminado. Os dados de entrada são:

a) Matriz dos coeficientes (A) e vetor dos termos independentes (b). A matriz A corresponde à matriz dos coeficientes do sistema já na "forma triangular" (superior ou inferior);
b) Ordem do sistema (n).

Os dados de saída são:

a) Vetor solução ($\bar{x}$);
b) Vetor resíduo (r).

Determine o vetor solução dos seguintes sistemas lineares:

i)
$$\begin{cases} 1x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 7x_4 + 0x_5 - 9x_6 + 6x_7 - 1x_8 = 6{,}25 \\ 0x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 1x_4 + 8x_5 + 6x_6 - 7x_7 + 4x_8 = 55{,}08 \\ 0x_1 + 0x_2 + 7x_3 + 4x_4 + 2x_5 - 4x_6 - 8x_7 + 2x_8 = -2{,}454 \\ 0x_1 + 0x_2 + 0x_3 - 3x_4 + 5x_5 + 9x_6 + 5x_7 + 1x_8 = 51{,}442 \\ 0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 2x_5 - 6x_6 - 4x_7 + 8x_8 = 0{,}000 \\ 0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 - 5x_6 + 0x_7 + 3x_8 = -0{,}008 \\ 0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 9x_7 + 5x_8 = 7{,}228 \\ 0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 0x_7 + 6x_8 = 24 \end{cases}$$

ii)
$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_1 + x_2 = -1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -1 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 3 \end{cases}$$

iii) $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_1 + x_2 = -1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3 \end{cases}$

2 – Implemente os procedimentos computacionais necessários para a resolução de um sistema linear por meio do Método de Gauss. A execução da implementação computacional deve fornecer o vetor solução do sistema linear (em caso de sistema compatível determinado), e deve informar ao usuário em caso de sistema incompatível ou compatível indeterminado. Os dados de entrada são:

a) Matriz dos coeficientes (A) e vetor dos termos independentes (b);
b) Ordem do sistema (n).

Os dados de saída são:

a) Vetor solução ($\bar{x}$);
b) Vetor resíduo (r).

Determine o vetor solução dos seguintes sistemas lineares:

i) $\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + x_3 = 7 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 - x_2 + 5x_3 = 5 \end{cases}$

ii) $\begin{cases} 8{,}7x_1 + 3{,}0x_2 + 9{,}3x_3 + 11{,}0x_4 = 16{,}4 \\ 24{,}5x_1 - 8{,}8x_2 + 11{,}5x_3 - 45{,}1x_4 = -49{,}7 \\ 52{,}3x_1 - 84{,}0x_2 - 23{,}5x_3 + 11{,}4x_4 = -80{,}8 \\ 21{,}0x_1 - 81{,}0x_2 - 13{,}2x_3 + 21{,}5x_4 = -106{,}3 \end{cases}$

iii) $\begin{cases} 0{,}8754x_1 + 3{,}0081x_2 + 0{,}9358x_3 + 1{,}1083x_4 = 0{,}8472 \\ 2{,}4579x_1 - 0{,}8758x_2 + 1{,}1516x_3 - 4{,}5148x_4 = 1{,}1221 \\ 5{,}2350x_1 - 0{,}8473x_2 - 2{,}3582x_3 + 1{,}1419x_4 = 2{,}5078 \\ 2{,}1015x_1 + 8{,}1083x_2 - 1{,}3232x_3 + 2{,}1548x_4 = -6{,}4984 \end{cases}$

iv) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$

v) $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 7{,}12 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 12{,}02 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 2x_4 = 14{,}90 \\ 4x_1 + 6x_2 + 2x_3 + x_4 = 20{,}72 \end{cases}$

vi) $\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 9x_4 - 7x_5 + 21x_6 - 7x_7 - 2x_8 = -10{,}79 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 + 8x_4 + 3x_5 - 13x_6 + x_8 = -2{,}14 \\ 2x_1 + x_2 + 9x_3 - 6x_4 - 6x_5 + 8x_6 - 3x_7 + 3x_8 = -130{,}608 \\ 4x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 5x_4 + 8x_5 - 6x_6 + 2x_7 - 4x_8 = 76{,}3 \\ -5x_1 + 6x_2 - 4x_3 + 4x_4 + 9x_5 - 10x_6 + x_7 + 5x_8 = -11{,}1 \\ 6x_1 + x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 15x_5 + 4x_6 - 9x_7 + 7x_8 = 0{,}135 \\ -9x_2 + x_3 + x_4 - 12x_5 + 2x_6 + 10x_7 + 8x_8 = -3{,}108 \\ 3x_1 + 10x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 3x_5 + x_6 + x_7 - 3x_8 = 632{,}5 \end{cases}$

vii)
$$\begin{cases} 3x_1 - 9x_3 + 6x_4 + 9x_5 + 4x_6 - x_7 = -0{,}108 \\ -9x_1 + 3x_2 + 8x_3 + 9x_4 - 12x_5 + 6x_6 + 3x_7 = 26{,}24 \\ x_1 - 9x_2 + x_3 - 3x_4 + x_5 - 5x_6 + 5x_7 = 92{,}808 \\ 4x_1 + 8x_2 - 10x_3 + 8x_4 - x_5 + 4x_6 - 4x_7 = 53{,}91 \\ -5x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 11x_4 + 3x_5 + 8x_6 + 7x_7 = 143{,}55 \\ 6x_1 - 2x_2 + 9x_3 - 7x_4 - 5x_5 - 3x_6 + 8x_7 = -6{,}048 \\ 8x_1 + 7x_2 + 2x_3 + 5x_4 + 2x_5 + x_6 - 3x_7 = 137{,}94 \end{cases}$$

3 – Implemente os procedimentos computacionais necessários para a resolução de um sistema linear por meio do Método de Gauss (pivotação completa/total). A execução da implementação computacional deve fornecer o vetor solução do sistema linear (em caso de sistema compatível determinado), e deve informar ao usuário em caso de sistema incompatível ou compatível indeterminado. Os dados de entrada são:

a) Matriz dos coeficientes (A) e vetor dos termos independentes (b);
c) Ordem do sistema (n).

Os dados de saída são:

a) Vetor solução ($\bar{x}$);
b) Vetor resíduo (r).

Determine o vetor solução dos seguintes sistemas lineares:

i)
$$\begin{cases} 8{,}7x_1 + 3{,}0x_2 + 9{,}3x_3 + 11{,}0x_4 = 16{,}4 \\ 24{,}5x_1 - 8{,}8x_2 + 11{,}5x_3 - 45{,}1x_4 = -49{,}7 \\ 52{,}3x_1 - 84{,}0x_2 - 23{,}5x_3 + 11{,}4x_4 = -80{,}8 \\ 21{,}0x_1 - 81{,}0x_2 - 13{,}2x_3 + 21{,}5x_4 = -106{,}3 \end{cases}$$

ii)
$$\begin{cases} 0{,}8754x_1 + 3{,}0081x_2 + 0{,}9358x_3 + 1{,}1083x_4 = 0{,}8472 \\ 2{,}4579x_1 - 0{,}8758x_2 + 1{,}1516x_3 - 4{,}5148x_4 = 1{,}1221 \\ 5{,}2350x_1 - 0{,}8473x_2 - 2{,}3582x_3 + 1{,}1419x_4 = 2{,}5078 \\ 2{,}1015x_1 + 8{,}1083x_2 - 1{,}3232x_3 + 2{,}1548x_4 = -6{,}4984 \end{cases}$$

4 – Implemente os procedimentos computacionais necessários para a resolução de um sistema linear por meio do Método de Jordan. A execução da implementação computacional deve fornecer o vetor solução do sistema linear (em caso de sistema compatível determinado), e deve informar ao usuário em caso de sistema incompatível ou compatível indeterminado. Os dados de entrada são:

a) Matriz dos coeficientes (A) e vetor dos termos independentes (b);
b) Ordem do sistema (n).

Determine o vetor solução dos seguintes sistemas lineares:

i)
$$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + x_3 = 7 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 - x_2 + 5x_3 = 5 \end{cases}$$

ii)
$$\begin{cases} 8{,}7x_1 + 3{,}0x_2 + 9{,}3x_3 + 11{,}0x_4 = 16{,}4 \\ 24{,}5x_1 - 8{,}8x_2 + 11{,}5x_3 - 45{,}1x_4 = -49{,}7 \\ 52{,}3x_1 - 84{,}0x_2 - 23{,}5x_3 + 11{,}4x_4 = -80{,}8 \\ 21{,}0x_1 - 81{,}0x_2 - 13{,}2x_3 + 21{,}5x_4 = -106{,}3 \end{cases}$$

iii)
$$\begin{cases} 0{,}8754x_1 + 3{,}0081x_2 + 0{,}9358x_3 + 1{,}1083x_4 = 0{,}8472 \\ 2{,}4579x_1 - 0{,}8758x_2 + 1{,}1516x_3 - 4{,}5148x_4 = 1{,}1221 \\ 5{,}2350x_1 - 0{,}8473x_2 - 2{,}3582x_3 + 1{,}1419x_4 = 2{,}5078 \\ 2{,}1015x_1 + 8{,}1083x_2 - 1{,}3232x_3 + 2{,}1548x_4 = -6{,}4984 \end{cases}$$

iv)
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$$

v)
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 7{,}12 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 12{,}02 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 2x_4 = 14{,}90 \\ 4x_1 + 6x_2 + 2x_3 + x_4 = 20{,}72 \end{cases}$$

vi)
$$\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 9x_4 - 7x_5 + 21x_6 - 7x_7 - 2x_8 = -10{,}79 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 + 8x_4 + 3x_5 - 13x_6 + x_8 = -2{,}14 \\ 2x_1 + x_2 + 9x_3 - 6x_4 - 6x_5 + 8x_6 - 3x_7 + 3x_8 = -130{,}608 \\ 4x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 5x_4 + 8x_5 - 6x_6 + 2x_7 - 4x_8 = 76{,}3 \\ -5x_1 + 6x_2 - 4x_3 + 4x_4 + 9x_5 - 10x_6 + x_7 + 5x_8 = -11{,}1 \\ 6x_1 + x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 15x_5 + 4x_6 - 9x_7 + 7x_8 = 0{,}135 \\ -9x_2 + x_3 + x_4 - 12x_5 + 2x_6 + 10x_7 + 8x_8 = -3{,}108 \\ 3x_1 + 10x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 3x_5 + x_6 + x_7 - 3x_8 = 632{,}5 \end{cases}$$

vii)
$$\begin{cases} 3x_1 - 9x_3 + 6x_4 + 9x_5 + 4x_6 - x_7 = -0{,}108 \\ -9x_1 + 3x_2 + 8x_3 + 9x_4 - 12x_5 + 6x_6 + 3x_7 = 26{,}24 \\ x_1 - 9x_2 + x_3 - 3x_4 + x_5 - 5x_6 + 5x_7 = 92{,}808 \\ 4x_1 + 8x_2 - 10x_3 + 8x_4 - x_5 + 4x_6 - 4x_7 = 53{,}91 \\ -5x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 11x_4 + 3x_5 + 8x_6 + 7x_7 = 143{,}55 \\ 6x_1 - 2x_2 + 9x_3 - 7x_4 - 5x_5 - 3x_6 + 8x_7 = -6{,}048 \\ 8x_1 + 7x_2 + 2x_3 + 5x_4 + 2x_5 + x_6 - 3x_7 = 137{,}94 \end{cases}$$

5 – Implemente os procedimentos computacionais necessários para a resolução de um sistema linear por meio do Método de Jacobi (Jacobi-Richardson). Os dados de entrada são:

a) Matriz dos coeficientes (A) e vetor dos termos independentes (b);
b) Ordem do sistema (n);
c) Aproximação inicial ($x^{(0)}$);
d) Tolerância (ϵ);
e) Número máximo de iterações (M).

Os dados de saída são:

a) Vetor solução ($\bar{x}$);
b) Vetor resíduo (r).

Determine o vetor solução dos seguintes sistemas lineares:

i)
$$\begin{cases} 10x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 - 2x_6 = 6{,}57 \\ 4x_1 - 20x_2 + 3x_3 + 2x_4 - x_5 + 7x_6 = -68{,}448 \\ 5x_1 - 3x_2 + 15x_3 - x_4 - 4x_5 + x_6 = -112{,}05 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 + 8x_4 - x_5 + 2x_6 = -3{,}968 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + 9x_5 - x_6 = -2{,}18 \\ -4x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 - x_5 + 12x_6 = 10{,}882 \end{cases}$$

ii) $$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + x_3 = 7 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 - x_2 + 5x_3 = 5 \end{cases}$$

iii) $Sistema$ "$esparso$"

6 – Implemente os procedimentos computacionais necessários para a resolução de um sistema linear por meio do Método de Gauss-Seidel. Os dados de entrada são:

a) Matriz dos coeficientes (A) e vetor dos termos independentes (b);

b) Ordem do sistema (n);

c) Aproximação inicial ($x^{(0)}$);

d) Tolerância (ϵ);

e) Número máximo de iterações (M).

Os dados de saída são:

a) Vetor solução ($\bar{x}$);

b) Vetor resíduo (r).

Determine o vetor solução dos seguintes sistemas lineares:

i) $$\begin{cases} 10x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 - 2x_6 = 6{,}57 \\ 4x_1 - 20x_2 + 3x_3 + 2x_4 - x_5 + 7x_6 = -68{,}448 \\ 5x_1 - 3x_2 + 15x_3 - x_4 - 4x_5 + x_6 = -112{,}05 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 + 8x_4 - x_5 + 2x_6 = -3{,}968 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + 9x_5 - x_6 = -2{,}18 \\ -4x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 - x_5 + 12x_6 = 10{,}882 \end{cases}$$

ii) $$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + x_3 = 7 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 - x_2 + 5x_3 = 5 \end{cases}$$

iii) $Sistema$ "$esparso$"

7 – Implemente os procedimentos computacionais necessários para a verificação da convergência pelo critério das linhas e critério das colunas de um sistema linear visando a resolução por meio de um método iterativo (Método de Jacobi e Método de Gauss-Seidel). Os dados de entrada são:

a) Matriz dos coeficientes (A) e vetor dos termos independentes (b);

b) Ordem do sistema (n).

Os dados de saída são:

a) Status do critério das linhas (verdadeiro/falso);

b) Status do critério das colunas (verdadeiro/falso).

Verifique se os seguintes sistemas lineares atendem ou não o critério de convergência:

i) $$\begin{cases} 10x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 - 2x_6 = 6{,}57 \\ 4x_1 - 20x_2 + 3x_3 + 2x_4 - x_5 + 7x_6 = -68{,}448 \\ 5x_1 - 3x_2 + 15x_3 - x_4 - 4x_5 + x_6 = -112{,}05 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 + 8x_4 - x_5 + 2x_6 = -3{,}968 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + 9x_5 - x_6 = -2{,}18 \\ -4x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 - x_5 + 12x_6 = 10{,}882 \end{cases}$$

ii) $$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + x_3 = 7 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 - x_2 + 5x_3 = 5 \end{cases}$$

OBSERVAÇÕES:

1 – A resolução das questões deve ser entregue em sequência, iniciando-se pelos Exercícios de Fixação (EF), seguindo-se pelos Exercícios Propostos (EP), finalizando-se com os Exercícios de Implementação Computacional (EI);

2 – A lista de exercícios pode ser resolvida em duplas. Se for o caso, entregar somente uma resolução com o nome dos dois integrantes. Os alunos devem assinar (ou rubricar) em todas as folhas de resolução.

3 – Em se tratando de Lista de Exercícios que tenha implementação computacional, deve-se anexar (em um único arquivo) o código-fonte do programa fonte referente à implementação computacional.