

Unidade I - Conceitos e Princípios Gerais em Cálculo Numérico

TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO

Ricardo de Andrade Lira Rabêlo



Sumário

- Computação Numérica;
- Resolução do modelo matemático por meio de cálculo numérico;
- Conceitos básicos de cálculo numérico;
- Bibliografia.

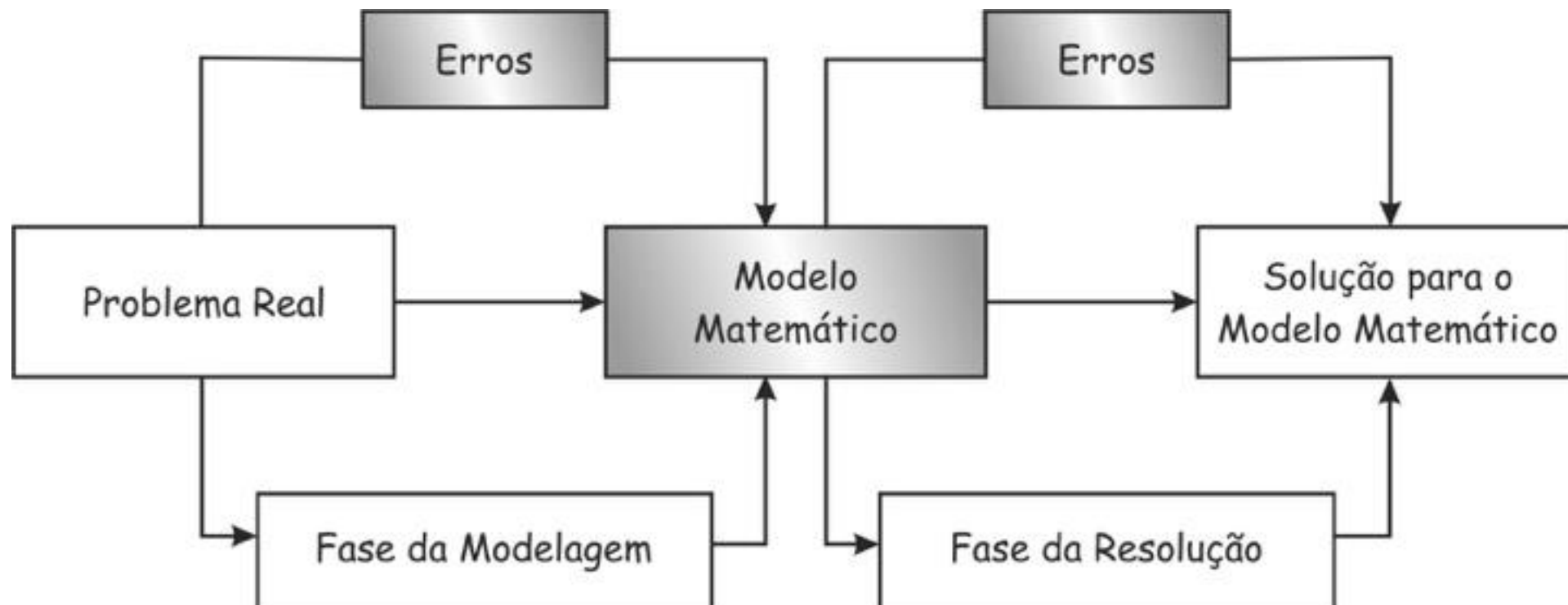


Computação Numérica

- Computação Numérica:
 - Tipicamente refere-se a algoritmos que resolvem problemas matemáticos por métodos que atualizam/ajustam estimativas da solução via um processo iterativo, ao invés de analiticamente derivar uma fórmula para fornecer uma expressão simbólica para a solução correta.
 - Operações comuns incluem (mas não apenas):
 - Otimização;
 - Resolução de sistemas de equações (lineares, não-lineares);
 - Aproximação de funções;
 - etc.

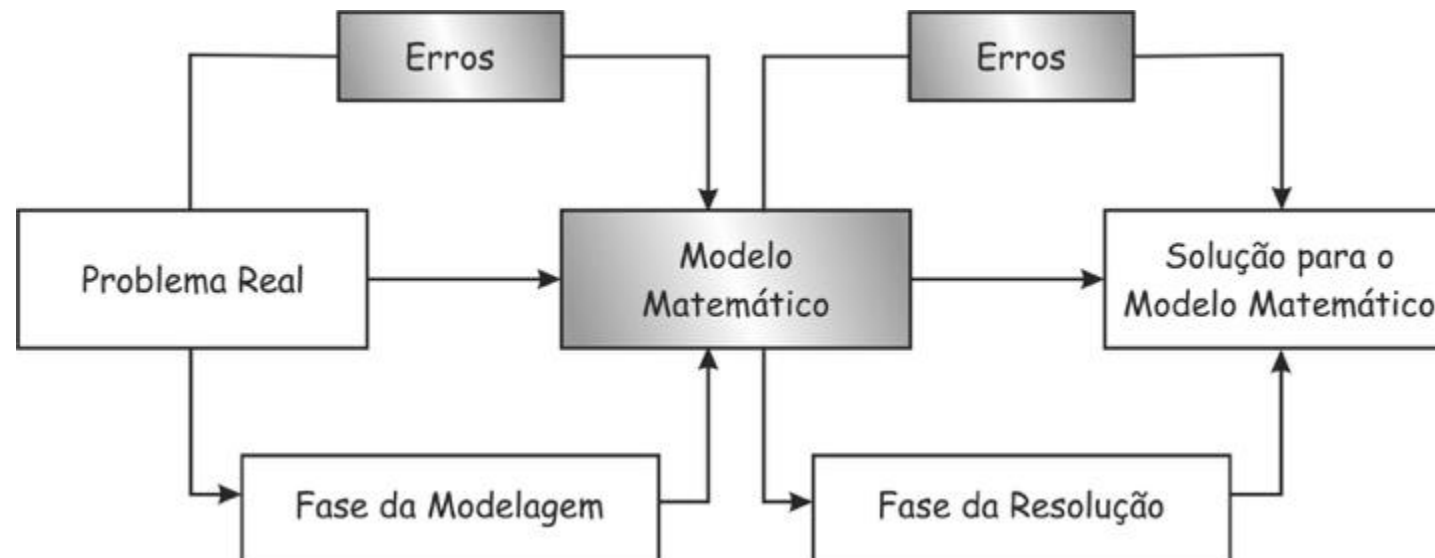
Computação Numérica

- Etapas da Computação Numérica na resolução de problemas:



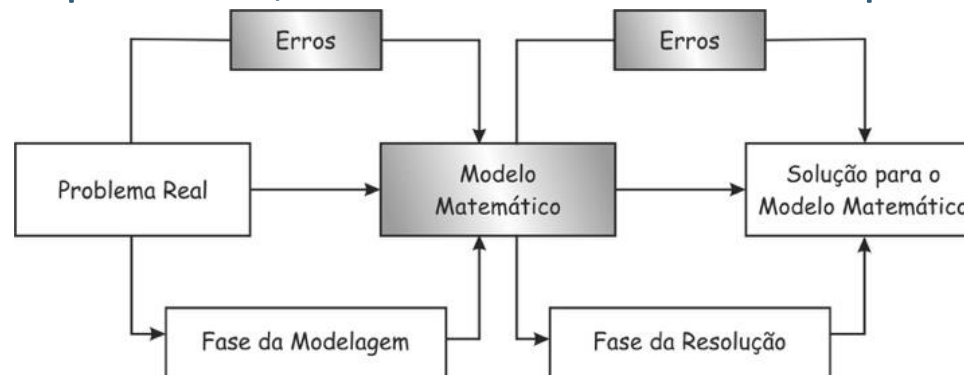
Computação Numérica

- Etapas da Computação Numérica na resolução de problemas:
 - Fase da modelagem;
 - Fase da resolução.



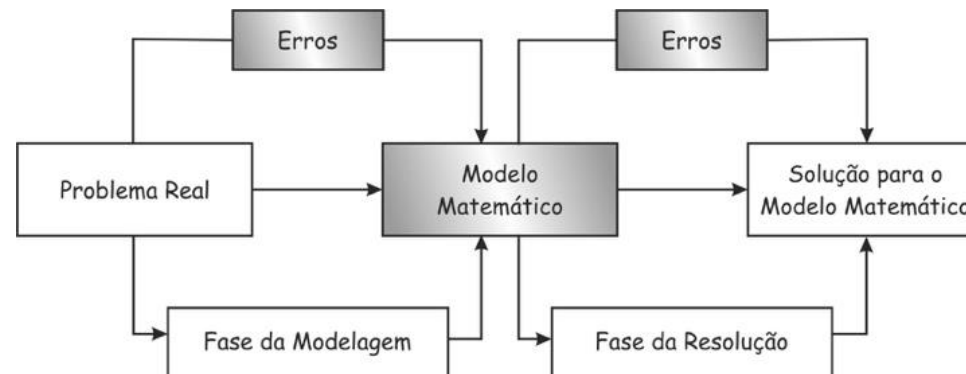
Computação Numérica

- Etapas da Computação Numérica na resolução de problemas:
 - Fase da modelagem:
 - A resolução de um problema passa inicialmente por uma fase de observação e entendimento do fenômeno (físico) envolvido.
 - Usando conhecimentos já estabelecidos (e até a experiência adquirida), procura-se, por meio de simplificações, quando necessárias, a construção de um modelo matemático que represente, com a maior fidelidade possível, o problema (EF-1a).



Computação Numérica

- Etapas da Computação Numérica na resolução de problemas:
 - Fase da resolução:
 - Com o problema representado por meio de um modelo matemático, procura-se, para a sua resolução:
 - Um método exato, quando possível (EF-1b) e (EF-3); ou
 - Um método numérico aproximado.



Resolução do modelo matemático por meio de cálculo numérico

- Nesta Unidade, apresentaremos conceitos e princípios gerais em cálculo numérico que entram nas etapas de resolução do modelo matemático;
- Após a modelagem matemática, a fase seguinte consiste na resolução do modelo matemático.
 - Mostrar se ele tem ou não solução, e se sua solução é única ou não, integra a fase de resolução (EF-4).
 - Admitindo isso, resolver o modelo matemático numericamente significa obter uma solução mesmo que aproximada, exclusivamente por processos numéricos.

Resolução do modelo matemático por meio de cálculo numérico

- Análise numérica:
 - Área da matemática que trata da concepção de processos (métodos) numéricos e estuda sua exequibilidade para encontrar aproximações para a solução do modelo matemático;
 - A disciplina de cálculo numérico tem como objetivo propiciar o conhecimento de processos (métodos) numéricos já concebidos pela análise numérica.

Resolução do modelo matemático por meio de cálculo numérico

- O cálculo numérico tem sua importância centrada no fato de que, mesmo quando a solução analítica é difícil de ser obtida, ele pode ser empregado sem maiores dificuldades.
 - Uma solução da equação pode, sem grandes dificuldades, ser obtida por meio do cálculo numérico, mesmo que seja complexo/difícil/impraticável encontrar uma solução analítica.
 - Exemplos:
 - $x^6 - 20x^5 - 110x^4 + 50x^3 - 5x^2 + 70x - 100 = 0$
 - $e^x - \sin x - 2 = 0$
 - $2x^3 + \ln x - 5 = 0$

Resolução do modelo matemático por meio de cálculo numérico

- O cálculo numérico tem sua importância centrada no fato de que, mesmo quando a solução analítica é difícil de ser obtida, ele pode ser empregado sem maiores dificuldades.
 - O valor da integral definida de uma função pode, sem grandes dificuldades, ser obtida por meio do cálculo numérico, mesmo que seja complexo/difícil/impraticável encontrar uma solução analítica (determinar a primitiva da função).
 - Exemplos:
 - $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}; I = \int_0^1 \frac{\cos x}{1+x} dx$
 - $I = \int_{3,0}^{3,6} \frac{dx}{x}$

Resolução do modelo matemático por meio de cálculo numérico

- Com o “surgimento” do computador, na década de 1940, a importância da análise numérica começou a ser notada, uma vez que, por meio de processamento eletrônico de dados, as técnicas numéricas se tornaram viáveis (EF-5).

Resolução do modelo matemático por meio de cálculo numérico

```
#coding: UTF-8
from math import factorial
#Leitura (Dados de Entrada)
x = float(input("Argumento: "))
qtde_termos = int(input("Quantidade de Termos: "))

#Inicializações
serie = 0

#Cálculo da Série
for i_loop in range(0, qtde_termos, 1):
    termo = (x ** i_loop) / factorial(i_loop)
    serie += termo

#Exibição dos Valores
print("Exponencial de {0} com {1} Termos = {2}".format(x, qtde_termos, serie))
```

Conceitos básicos de Cálculo Numérico

- Problema numérico:
 - O tipo de problema que se resolve por meio de cálculo numérico;
 - Tanto os dados (dados de entrada) como os resultados (dados de saída) para o problema são conjuntos numéricos finitos.
 - Existe, assim, uma relação funcional entre os dados de entrada, que são os parâmetros do modelo matemático (variáveis independentes), e os dados de saída, que são os resultados desejados (variáveis dependentes).

Conceitos básicos de Cálculo Numérico

- Problema numérico:
 - Exemplo:
 - Determinar as raízes da equação:
 - $x^6 - 20x^5 - 110x^4 + 50x^3 - 5x^2 + 70x - 100 = 0$
 - Este é um problema numérico, uma vez que os dados de entrada e de saída são conjuntos numéricos finitos.

Conceitos básicos de Cálculo Numérico

- Método numérico:
 - Conjunto de procedimentos para:
 - Transformar um modelo matemático em um problema numérico; ou
 - Resolver um problema numérico.
 - A escolha do método deve envolver os seguintes aspectos:
 - Precisão desejada para os resultados;
 - Capacidade do método em conduzir aos resultados desejados (velocidade de convergência); e
 - Esforço computacional despendido (tempo de processamento, economia de memória etc.).

Conceitos básicos de Cálculo Numérico

- Algoritmo:
 - Descrição sequencial dos passos que caracterizam um método numérico;
 - Fornece uma descrição completa das operações por meio das quais um conjunto de dados de entrada é transformado em dados de saída.
 - Por operações entendem-se as operações aritméticas e lógicas que um computador pode realizar.

Conceitos básicos de Cálculo Numérico

- Algoritmo:
 - Consiste em uma sequência de n passos, cada um envolvendo um número finito de operações.
 - Ao fim desses n passos, o algoritmo deve fornecer valores ao menos “próximos” daqueles procurados (E1-1).
 - O número n pode não ser conhecido *a priori*.
 - Em geral, tem-se para n apenas uma cota superior.

Conceitos básicos de Cálculo Numérico

- Iteração ou aproximação sucessiva:
 - Métodos numéricos são iterativos (uma grande parte).
 - Um método iterativo caracteriza-se por envolver os seguintes elementos:
 - Tentativa inicial: consiste em uma primeira aproximação para a solução desejada do problema numérico;
 - Equação de recorrência: equação por meio da qual são realizadas as iterações ou as aproximações sucessivas para a solução desejada;
 - Teste de parada: procedimento por meio do qual o método iterativo é finalizado.
 - (EI-2)

Conceitos básicos de Cálculo Numérico

- Esforço Computacional:
 - Esforço computacional de um método numérico é o número total de operações (multiplicações, divisões, adições) necessárias para a obtenção dos resultados.
 - Nosso objetivo, ao definir o esforço computacional, é apenas avaliar uma ordem de grandeza do volume de cálculo implicado, para efeitos comparativos.
 - Adicionalmente, o cálculo do esforço computacional exigirá uma análise minuciosa do processo.
 - (EF-6)
 - (EI-4)

Conceitos básicos de Cálculo Numérico

- (EI-5)
- Aproximação local:
 - Aproximação local de uma função por outra função, que seja de manuseio mais simples.
 - Exemplo: aproximar uma função não-linear por uma função linear em determinado intervalo do domínio das funções.

Bibliografia

- Franco, N. B. Cálculo Numérico. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006.
- Arenales, S., Darezzo, A. Cálculo Numérico: Aprendizagem com Apoio de Software. São Paulo: Thomson Learning, 2008.
- Sperandio, D., Mendes, J. T., Silva, L. H. M. Cálculo Numérico. 2ª Edição. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2014.
- Barroso, L. C., Barroso, M. M. A., Campos Filho, F. F., Carvalho, M. L. B. Cálculo Numérico (com Aplicações). 2ª Edição. Editora Harbra, 1987.
- Couto Filho, M. B., Brown, F. A. B. Métodos Numéricos: Fundamentos e Implementação Computacional. 1ª Edição. Rio de Janeiro: Elsevier, 2017.

Bibliografia

- Ruggiero, M. A. , Lopes, V. L. R. Calculo numérico: Aspectos Teóricos e Computacionais. 2ª Edição. Editora Pearson Universidades, 2000.
- Chapra, S. C. Métodos Numéricos Aplicados com MATLAB para Engenheiros e Cientistas. 3ª Edição. Editora AMGH, 2013.
- Chapra, S. C., Canale, R. P. Métodos Numéricos para Engenharia. 7ª Edição. Editora AMGH, 2016.
- Campos Filho, F. F. Algoritmos Numéricos: Uma Abordagem Moderna de Cálculo Numérico. 3ª Edição. Editora LTC, 2018.

Bibliografia

- Wazlawick, R. S. Introdução a Algoritmos e Programação com Python - Uma Abordagem Dirigida Por Testes. 1ª Edição. Elsevier, 2018.
- Goodfellow, I., Bengio, Y., Courville, A. Deep Learning. 1ª Edição. The MIT Press, 2016.

Unidade I - Conceitos e Princípios Gerais em Cálculo Numérico

Obrigado!

TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO

Ricardo de Andrade Lira Rabêlo

