ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ИНФОРМАТИКИ

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

«НЕЙРОСЕТЕВАЯ РЕКОНСТРУКЦИЯ ПОРИСТЫХ ТЕЛ С СОХРАНЕНИЕМ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ И СТАТИСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ОБРАЗЦА»

Выполнил студент
235М группы:
Будакян Я. С.
____

Научный руководитель:
к.т.н., доц. Грачев Е. А.
____

Допущена к защите
Зав. кафедрой ____________

Москва

2019

Содержание

ВВЕДЕНИЕ 3

1 Нейронные сети 7
1.1 Математическая модель нейрона 7
1.2 Метод обратного распространения ошибки 8
1.3 Сверточные нейронные сети 9
1.4 Генеративные состязательные сети 10
1.4.1 Общая структура 10
1.4.2 Обучение GAN 12
1.4.3 Модификации “DCGAN” и “3D-DCGAN” 13

2 Градиентные методы оптимизации 14
2.1 Градиентный спуск 14
2.2 Стохастический градиентный спуск 14
2.2.1 RMSprop 14
2.2.2 Adam 15

3 Верификация 16
3.1 Функционалы Минковского 16
3.1.1 Расчет в дискретном случае 16
3.2 Двухточечная корреляционная функция 16

4 Результаты вычислительных экспериментов 17
4.1 Набор данных Berea 17
4.2 Описание эксперимента 17
4.2.1 Примеры синтеза 17
4.2.2 Топологические характеристики 17
4.2.3 Статистические характеристики 18
4.2.4 Анализ 18

ВЫВОДЫ 22

ЗАКЛЮЧЕНИЕ 23

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ 24

ПРИЛОЖЕНИЕ 26

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время для эффективной добычи полезных ископаемых (в частности, нефти и газа) широко применяется математическое моделирование для симуляции процессов переноса, происходящих в пласте. Однако, прямое моделирование невозможно как минимум из-за неполноты данных о среде, в которой эти процессы протекают (данных о структуре и геометрии пласта). Эти данные доступны только в некотором количестве точек (скважин), из которых забирают пробу среды - керн. Керны представляют собой очень небольшой объем среды; если же говорить о данных компьютерной томографии керна, то она доступна на ещё более мелких масштабах - порядка микрометров. Получение дополнительных данных (например, новых кернов, компьютерной томографии) связано с большими затратами. При этом, многие эксперименты в реальности с керном можно провести только один раз, поскольку они необратимым образом влияют на керн. Таким образом возникает проблема “апскейлинга” - правдоподобного переноса знаний о локальной структуре среды на большие масштабы, а так же проблема переиспользования керна для проведения разных экспериментов.

В последнее время исследуется возможность применения методов машинного обучения для решения задач в этой области. Одним из возможных подходов является реконструкция новых моделей геометрии среды на основе реальных образцов с использованием искусственных нейронных сетей. Керны на микромасштабе являются пористой средой, поэтому наличие устойчивого алгоритма реконструкции образцов пористой среды позволит:

- попробовать провести апскейлинг (реконструировать среду в большем размере, чем оригинальный доступный образец)

- проводить статистические эксперименты (моделировать процессы не только на оригинальном образце, но и на его реконструкциях, получая таким образом распределение а, не значение в одной точке)

Под образцом пористой среды в данном случае понимаются данные компьютерной томографии керна - трёхмерное бинарное изображение.

Широко известны подходы к задачам синтеза двухмерных изображений с помощью искусственных нейросетей [**?**, 3], что мотивирует попробовать применить ИНС для задач реконструкции 3D-изображений.

Математически сформулировать постановку такой задачи реконструкции можно с помощью так называемой вероятностной постановки задачи обучения [**?**, **?**].

Рассмотрим многомерное пространство X, содержащее множество всех трёхмерных бинарных изображений x: $X = \{x\}$. Пусть у нас есть обучающая выборка из изображений, содержащих в себе рассматриваемое множество интересующих нас образцов $D = \{x_i\}$. Тогда считается, что обучающая выборка изображений D задаёт в этом пространстве вероятностное распределение $P_X : X \longrightarrow [0, 1]$, устроенное таким образом, что точки, соответствующие изображениям из выборки, имеют высокую вероятность, а остальные - низкую. Таким образом задача реконструкции образца пористой среды сводится к синтезу случайного изображения x', принадлежащего распределению, близкому к задаваемому обучающей выборкой:

$$P_{X'} \approx P_X, \quad x' \sim X'$$

“Классический” статистический подход к решению подобного рода задач заключается в введении параметризированного семейства распределений вероятности и его подстройке на имеющихся данных:

- Вводится семейство распределений вероятности $P_\theta(x)$ с параметром θ
- Параметр θ находятся из обучающей выборки:

$$\mathcal{L}_\theta(D) = \prod_{x \in D} P_\theta(x)$$

$$\theta^* = \arg\max_\theta \mathcal{L}_\theta(D)$$

- Генерируется объект (изображение) из распределения P_{θ^*}

Этот подход подвержен проблемам:

- Пространство параметров θ может быть огромной размерности
- Для сложных случаев невозможно априорно задать модель распределения

Простой пример объекта со сложным пространством параметров - человеческое лицо. Задачу генерации изображения реалистичного человеческого лица долгое время не могли решить с удовлетворительным качеством. Однако последние достижения в области искусственных нейронных сетей привели к существенному улучшению качества генеративных моделей самого разнообразного типа. В частности, впечатляющие результаты были достигнуты с помощью генеративных состязательных сетей (GAN) [**?**, **?**, **?**, **?**], что мотивирует попытку применения нейросетей этой архитектуры в поставленной задаче.

Постановка задачи

Для достижения обозначенной во введении цели, поставить задачу работы можно так:

- Реализовать модифицированные для реконструкции образцов пористых сред архитектуры нейронных сетей
- Провести вычислительные эксперименты, связанные с обучением нейросетей (то есть, с решением задач многопараметрической оптимизации)
- Реконструировать с помощью обученных нейросетей новые образцы и провести их верификацию

Верификация реконструированных образцов основана на сохранении их топологических и статистических характеристик, а именно:

- 4 первых функционала Минковского:
  - Объем
  - Площадь поверхности
  - Средняя кривизна
  - Характеристика Эйлера-Пуанкаре
- Двухточечная корреляционная функция

Обзор

TODO

1 Нейронные сети

ИНС - искусственная нейронная сеть - это математическая модель, построенная по принципу организации и функционирования биологических нейронных сетей. Она представляет собой систему соединённых простых блоков - искусственных нейронов, каждый из которых имеет входы и выходы для взаимодействия с другими нейронами. Главное преимущество нейронных сетей перед традиционными алгоритмами в том, что они обучаются на некотором наборе данных, а не программируются в классическом смысле этого понятия. Процесс обучения заключается в нахождении оптимальных весовых коэффициентов между нейронами. С математической точки зрения, процесс обучения - это задача многопараметрической нелинейной оптимизации.

1.1 Математическая модель нейрона

Одиночный нейрон обычно представляет собой взвешенный сумматор с нелинейной функцией активации на выходе:

$$x_{out} = \phi(\vec{w} \cdot \vec{x}_{in}),$$

где $\vec{w}$ - вектор весовых коэффициентов связей, $\vec{x}_{in}$ - входной вектор, ϕ - нелинейная функция активации (Рис. 1).

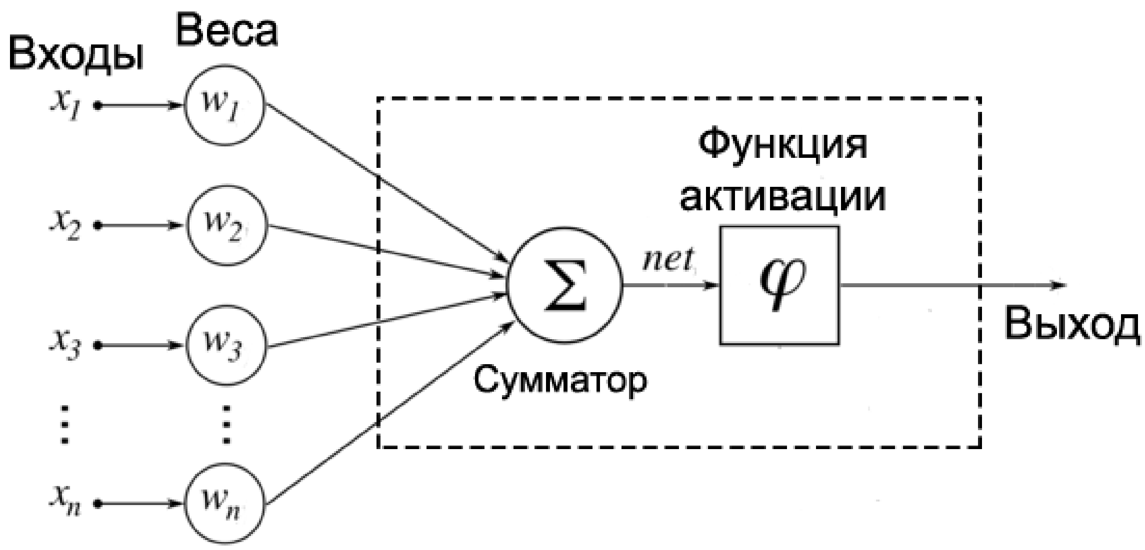


Рис. 1: Математическая модель нейрона

Функции активации могут выбираться разными в зависимости от задачи.

Наиболее часто используемые функции:

- Сигмоида (логистическая функция)

$$\sigma(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

- Гиперболический тангенс
- ReLU

$$ReLU(x) = \max(0, x)$$

- softmax

$$\sigma(\vec{x})_j = \frac{e^{x_j}}{\sum_{k=1}^{N} e^{z_k}}$$

Множество таких нейронов объединяется в сеть и обучается каким-либо методом оптимизации.

1.2 Метод обратного распространения ошибки

Метод обратного распространения ошибки (backpropagation) - самый широко используемый и успешный алгоритм обучения глубоких (многослойных) нейронных сетей. Суть метода заключается в распространении сигналов ошибки от выходов сети к ее входам в обратном к распространению сигнала в сети направлении. Это позволяет вычислить производные ошибки по весам сети, которые потом можно использовать в любом градиентном алгоритме оптимизации (например, градиентном спуске).

Обозначим множество входов сети как $\{x_1, \dots, x_n\}$, множество выходов - O, w_{ij} - вес, присвоенный ребру, соединяющему i-й и j-й узлы, y_k - известные (правильные) ответы, o_i - выход i-го узла. Введём функцию ошибки (например, сумма квадратов расстояний):

$$L(\vec{x}, W) = \frac{1}{2} \sum_{k \in O} (y_k - o_k)^2,$$

где $W = \{w_{ij}\}$ - матрица весовых коэффициентов

Рассмотрим сначала нейроны последнего слоя. Весовой коэффициент w_{ij} влияет на выход сети как часть суммы $S_j = \sum_i w_{ij}x_i$. Соответственно,

$$\frac{\partial L}{\partial w_{ij}} = \frac{\partial L}{\partial S_j}\frac{\partial S_j}{\partial w_{ij}} = x_i\frac{\partial L}{\partial S_j}$$

Аналогично, S_j влияет на общую ошибку только в рамках выхода j-го узла o_j, поэтому

$$\frac{\partial L}{\partial S_j} = \frac{\partial L}{\partial o_j}\frac{\partial o_j}{\partial S_j} = \left(\frac{\partial}{\partial o_j}\frac{1}{2}\sum_{k\in Out}(y_k - o_k)^2\right)\left(\frac{\partial \phi(S)}{\partial S}\bigg|_{S=S_j}\right)$$

Если узел j не находится на последнем слое, то у него есть набор связей с нейронами следующего слоя. Обозначим их множество как K_j. Тогда

$$\frac{\partial L}{\partial S_j} = \sum_{k\in K_j}\frac{\partial L}{\partial S_k}\frac{\partial S_k}{\partial S_j}$$

$$\frac{\partial S_k}{\partial S_j} = \frac{\partial S_k}{\partial o_j}\frac{\partial o_j}{\partial S_j} = w_{jk}\frac{\partial o_j}{\partial S_j}$$

$\frac{\partial L}{\partial S_k}$ - аналогичная поправка, но для нейрона следующего слоя. В итоге, получены выражения для производных ошибки по весам для нейронов выходного слоя, а аналогичные производные для нейронов внутренних слоев выражены через нейроны следующих слоев. Это и есть процесс обратного распространения ошибки - градиенты ошибки по весам вычисляются последовательно, начиная с выходного слоя и заканчивая первым.

1.3 Сверточные нейронные сети

Сверточные нейронные сети (CNN - convolutional neural networks) - это специальная архитектура нейронной сети, нацеленная на эффективное распознавание изображений, впервые предложенная Яном Лекуном [**?**]. Структура такой сети имеет некоторое сходство со строением зрительной коры головного мозга. Свое название CNN получили из-за наличия сверточных слоев, в которых каждый фрагмент изображения умножается на ядро свертки, полученный результат суммируется и записывается в аналогичную позицию выходного изображения. Одно отдельное ядро свертки обычно интерпретируют как кодирование какого-либо признака изображения. При этом сами ядра выучиваются сетью самостоятельно, а не закладываются человеком. В CNN чередуются сверточные и субдискретезирующие слои, таким образом более глубокие сверточные слои могут выделять абстрактные детали изображения, вплоть до общих понятий, таких как “кошка”, “собака”, и т.п. На данный момент CNN считаются базовым нейросетевым подходом при работе с изображениями.

1.4 Генеративные состязательные сети

Архитектура нейронной сети, получившая название генеративной состязательной сети (generative adversarial network - GAN), впервые была описана в 2014 году [**?**]. За последнее время сети такого типа добились больших успехов в задачах синтеза объектов из сложных распределений. Этим объясняется мотивация попытки применения данной архитектуры для решения поставленной задачи.

1.4.1 Общая структура

Переформулируем изначальную задачу нахождения такой процеруды синтеза X', что $P_{X'} \approx P_X$:

$$\rho(P_{X'}, P_X) \longrightarrow \min_{P_{X'}}$$

Введём параметризированную процедуру генерации:

$$X' = g_\theta(\cdot)$$

Получаем:

$$\rho(P_{X'}, P_X) \longrightarrow \min_{P_{X'}}$$

$$\rho(g_\theta(\cdot), P_X) \longrightarrow \min_{g_\theta(\cdot)}$$

$$\rho(g_\theta(\cdot), P_X) \longrightarrow \min_{\theta}$$

Возникает вопрос: что использовать в качестве метрики похожести двух распределений ρ, где одно задано обучающей выборкой. В качестве такой метрики можно использовать функцию потерь обученного классификатора, потому что естественно предположить, что чем чаще ошибается обученный классификатор, тем больше одно распределение похоже на другое. Тогда задача примет вид:

$$\rho(P_{X'}, P_X) \longrightarrow \min \Leftrightarrow L \longrightarrow \max,$$

где L - функция потерь обученного классификатора. Соответственно, можно ввести две нейросети:

- $d_\zeta(x)$ - классификатор для измерения расстояния, “дискриминатор”
- $g_\theta(x)$ - сеть, трансформирующая шум в элементы множества X', “генератор”

Суть использования двух сетей состоит в том, что они обучаются совместно, конкурируя друг с другом: генератор пытается имитировать целевое распределение, а дискриминатор пытается классифицировать поступающие от генератора и из обучающей выборки изображения на 2 класса: реальные (из изначального распределения P_X) и ложные (из $P_{X'}$, т.е. синтезированные генератором). Для дальнейшего рассмотрения введём функцию потерь дискриминатора (BCE - binary cross-entropy, logloss):

$$l_1 = l(d_\zeta(x), 1)$$

$$l_2 = l(d_\zeta(x'), 0)$$

$$L(X, X') = \frac{1}{2}\mathbb{E}_X l_1 + \frac{1}{2}\mathbb{E}_{X'} l_2 = -\frac{1}{2}(\mathbb{E}_X \log d_\zeta(x) + \mathbb{E}_{X'} \log(1 - d_\zeta(x'))) =$$
$$= -\frac{1}{2}(\mathbb{E}_X \log d_\zeta(x) + \mathbb{E}_V \log(1 - d_\zeta(g_\theta(v)))) = L(\zeta, \theta).$$

Функция потерь обученного классификатора:

$$L^*(\theta) = \min_\zeta L(\zeta, \theta)$$

Соответственно,

$$\min_\zeta L(\zeta, \theta) \longrightarrow \max_\theta$$

$$\theta^* = \arg\max_\theta \left[\min_\zeta L(\zeta, \theta)\right]$$

Определим оптимальный дискриминатор:

$$d_\theta^* = d_{\zeta^*(\theta)}$$

$$\zeta^*(\theta) = \arg\min_\zeta L(\zeta, \theta)$$

1.4.2 Обучение GAN

Итак, задача обучения GAN свелась к нахождению

$$\theta^* = \arg\max_\theta \left[\min_\zeta L(\zeta, \theta)\right]$$

В итоге, процесс обучения принимает следующий вид:

- Обучаем дискриминатор при фиксированном генераторе
- Обучаем генератор при фиксированном дискриминаторе
- Повторяем до сходимости параметров обеих моделей

Описанный процесс схематично изображён на (Рис. 2).

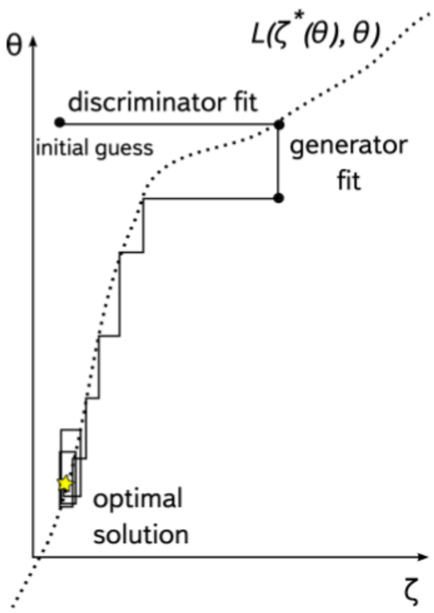
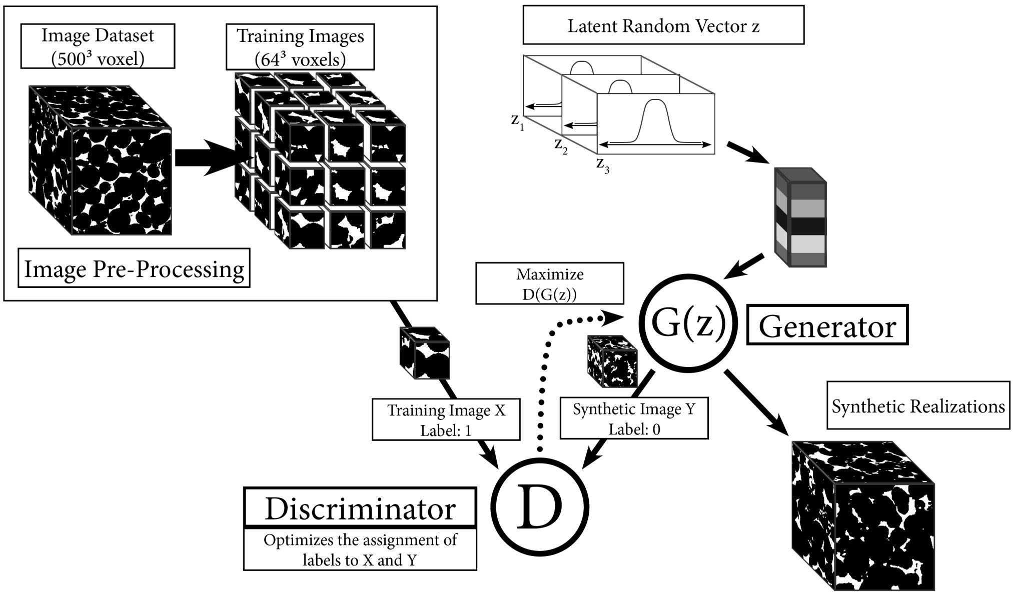


Рис. 2: Схематическое изображение процесса обучения GAN

1.4.3 Модификации “DCGAN” и “3D-DCGAN”

TODO



Ее обучение сводится к минимизации функционала:

$$\min_{\theta}\max_{\zeta}\ \mathbb{E}_{x\sim p_{data}}\log D_{\zeta}(x)+\mathbb{E}_{z\sim p_z}\log(1-D_{\zeta}(G_{\theta}(z)))$$

2 Градиентные методы оптимизации

Для обучения глубоких нейросетей применяется метод обратного распространения ошибки, который позволяет рассчитать градиенты весов, и различные алгоритмы стохастической оптимизации. В данной работе для обучения моделей применялось два алгоритма оптимизации под названиями “RMSprop” и “Adam”, являющихся некоторыми модификациями стохастического градиентного спуска (SGD).

2.1 Градиентный спуск

TODO

2.2 Стохастический градиентный спуск

Описание стохастического градиентного спуска есть в [**?**]. Стохастический градиентый спуск обновляет каждый параметр путем вычитания градиента целевой функции по соответствующему параметру и умножая его на гиперпараметр λ - шаг обучения. Градиент целевой функции подсчитывается не на всем наборе данных, а на его случайном подмножестве.

$$i \sim \mathcal{U}\{1, 2, ..., n\}$$

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \lambda \nabla L_i(\theta_t),$$

где L_i - целевая функция, вычисленная на i-ой части данных (mini-batch), индекс i выбирается случайно.

2.2.1 RMSprop

RMSprop (root mean square propagation) описан в [**?**]. Идея заключается в том, что для каждого параметра градиент перемасштабируется, учитывая прошлые значения градиентов для этого параметра. Производится это путем деления градиента на нормировочный множитель, который является корнем из среднего квадрата градиентов.

$$g_{t+1} = \gamma g_t + (1 - \gamma)(\nabla L_i(\theta_t))^2$$

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \frac{\lambda \nabla L_i(\theta_t)}{\sqrt{g_{t+1} + \epsilon}}$$

ϵ - это небольшая константа, введенная для численной стабильности.

2.2.2 Adam

Adam (adaptive moment estimation, описан в [**?**]). Этот алгоритм, помимо перемасшабирования, использует инерцию градиента, что позволяет смягчить быстрое изменение градиента, присущее стохастическому градиентному спуску.

$$m_{t+1} = \beta_1 m_t + (1 - \beta_1)\nabla L_i(\theta_t)$$

$$v_{t+1} = \beta_2 g_t + (1 - \beta_2)(\nabla L_i(\theta_t))^2$$

$$\hat{m}_t = \frac{m_t}{1 - \beta_1^t}$$

$$\hat{v}_t = \frac{v_t}{1 - \beta_2^t}$$

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \frac{\lambda \hat{m}_t}{\sqrt{v_t + \epsilon}}$$

Авторы статьи [**?**] пишут, что этот алгоритм достаточно устойчив к неоптимальному выбору параметров, поэтому во многих статьях в начале для обучения пробуют применить именно Adam.

3 Верификация

Верификация синтеза

3.1 Функционалы Минковского

Функционалы Минковского для трехмерных тел вводятся следующим образом:

- $V = M_0 = \int_X dV$
- $S = M_1 = \frac{1}{3}\int_{\delta X} dS$
- $B = M_2 = \frac{1}{6}\int_{\delta X} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) dS$
- $\xi = M_3 = \frac{1}{3}\int_{\delta X} \frac{1}{R_1 R_2} dS$

+ теория

3.1.1 Расчет в дискретном случае

Алгоритм расчета функционалов Минковского в дискретном случае: []

3.2 Двухточечная корреляционная функция

+ теория

4 Результаты вычислительных экспериментов

Архитектуры, описанные в пункте 1.4.3, а так же модификация процедуры обучения, описанная в 1.4.4 были реализованы в виде комплекса программ на языке Python с помощью библиотеки для глубокого обучения PyTorch. Использованные версии программных пакетов указаны в Приложении 1. Обучение проводилось на данных компьютерной томографии песчаника Berea.

4.1 Набор данных Berea

TODO

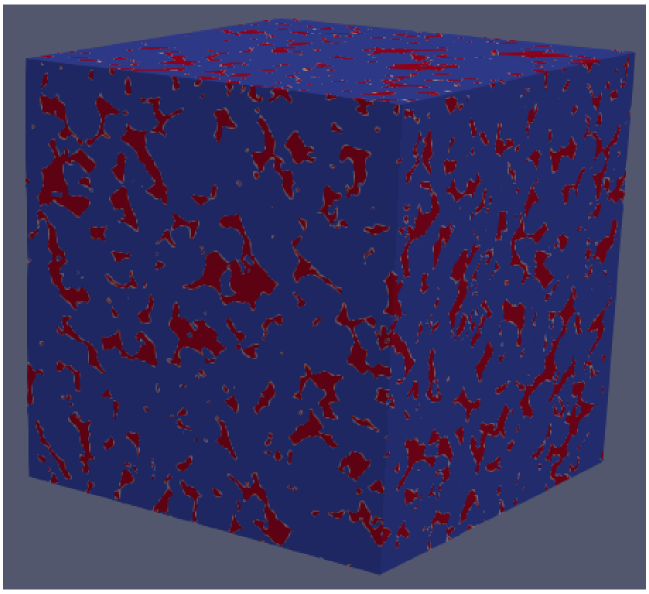


Рис. 3: Оригинальный образец

4.2 Описание эксперимента

Отличия в параметрах обучения нейросетей указаны в (Таб. 2).

4.2.1 Примеры синтеза

Примеры синтеза, полученные с помощью нейросетей с различными параметрами, приведены в (Таб. 3).

4.2.2 Топологические характеристики

Графики функционалов Минковского.

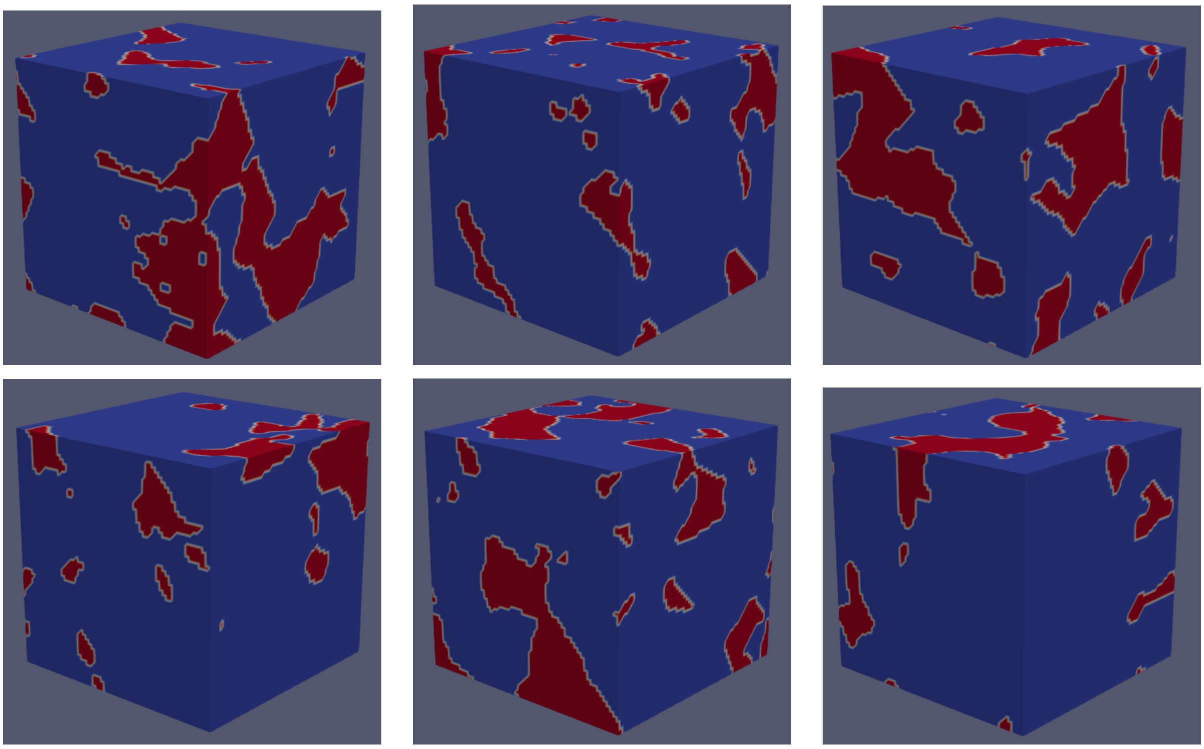


Таблица 1: Примеры из обучающей выборки

Эксперимент	Число фильтров G	Число фильтров D	Политика LR
1 (25/02)	64	64	Constant
2 (27/03)	64	64	Constant
3 (13/04)	64	64	LR scheduler
4 (16/04)	64	16	LR scheduler
5 (18/04)	64	64	LR scheduler
6 (29/04)	64	32	LR scheduler

Таблица 2: Отличия в параметрах обучения моделей

4.2.3 Статистические характеристики

Графики радиальной функции вероятности и двухточечной корреляционной функций:

4.2.4 Анализ

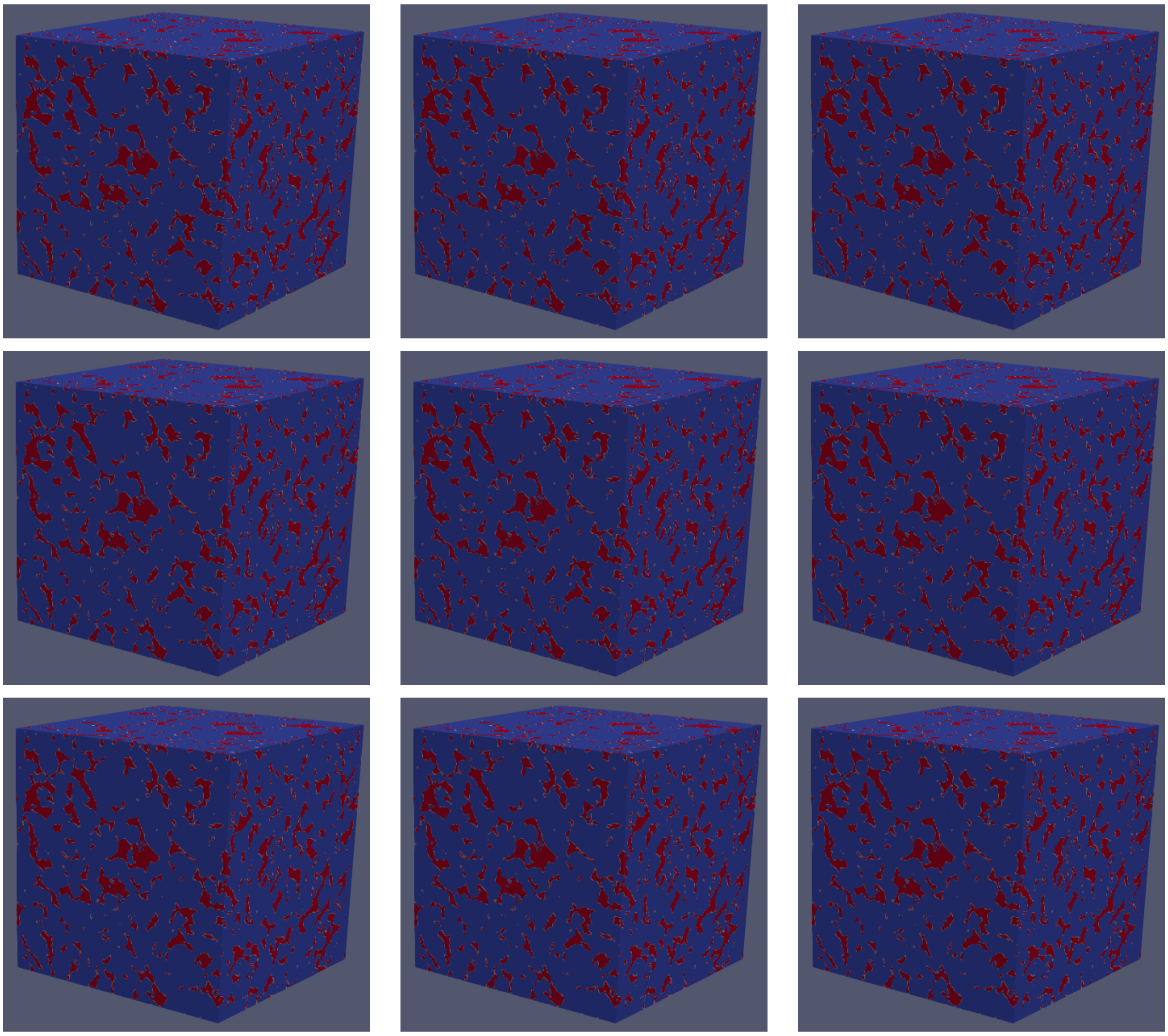


Таблица 3: Примеры реконструкции 64x64x64

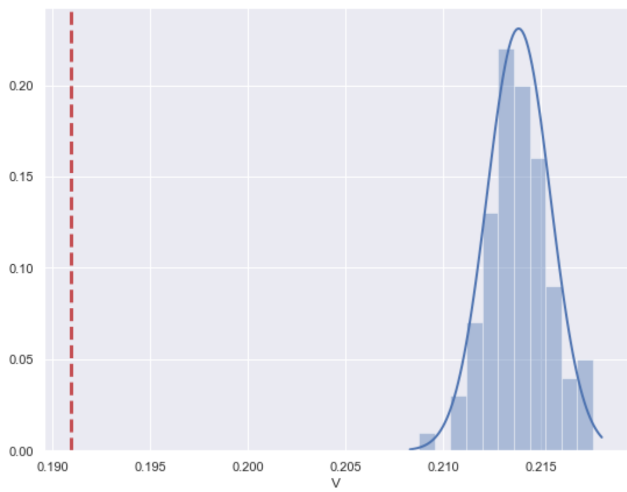


Рис. 4: V

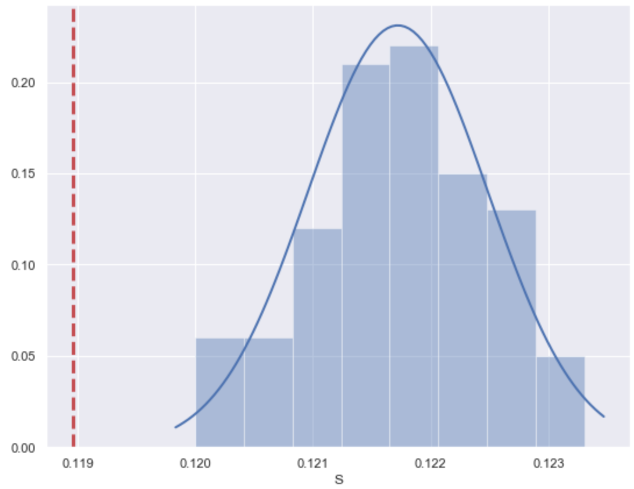


Рис. 5: S

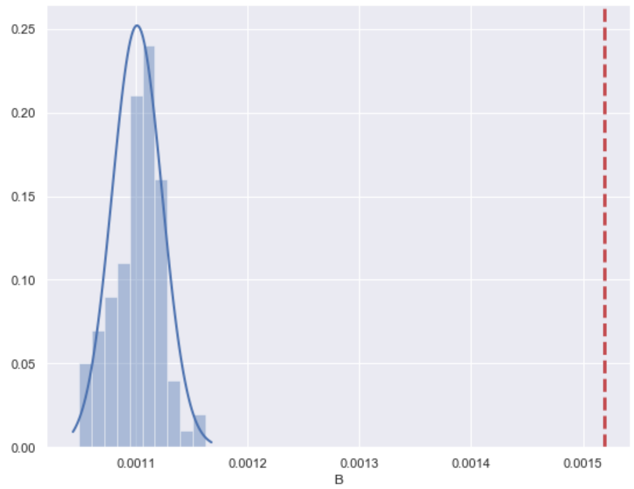


Рис. 6: B

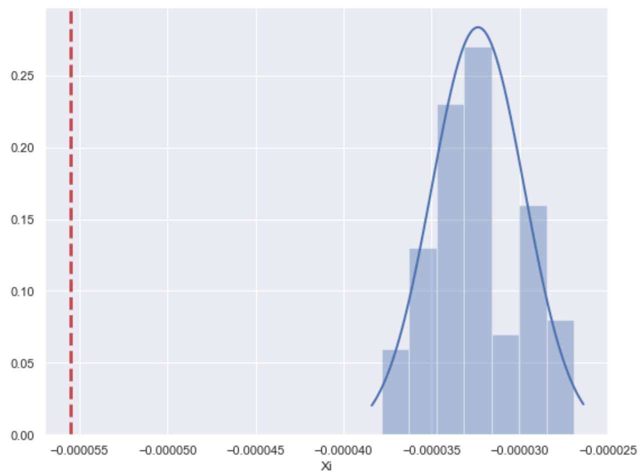


Рис. 7: Xi

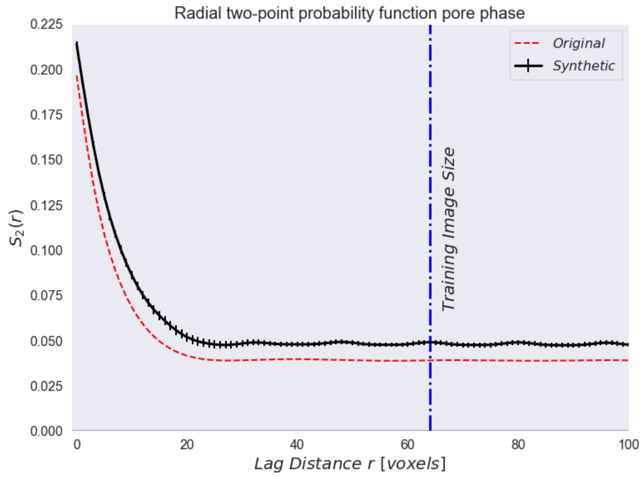


Рис. 8: radial avg

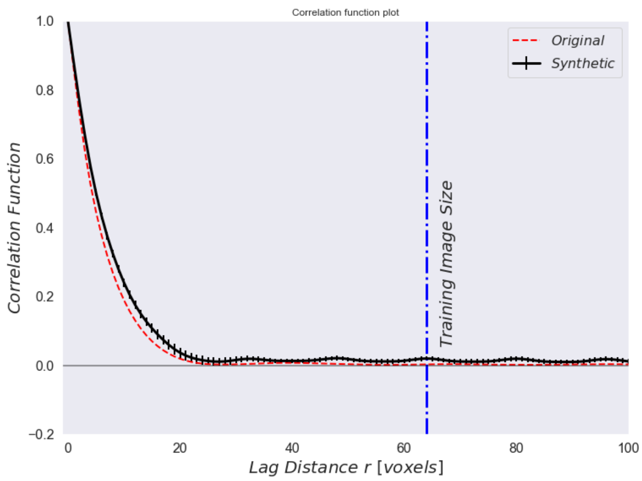


Рис. 9: corr func

ВЫВОДЫ

TODO

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

TODO

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

[1] Lukas Mosser, Olivier Dubrule, Martin J. Blunt: “Reconstruction of three-dimensional porous media using generative adversarial neural networks” // arXiv: 1704.03225 [cs.CV], 2017

[2] Leon A. Gatys, Alexander S. Ecker, Matthias Bethge: “Texture Synthesis Using Convolutional Neural Networks” // arXiv: 1505.07376 [cs.CV], 2015.

[3] Dmitry Ulyanov, Vadim Lebedev, Andrea Vedaldi, Victor Lempitsky: “Texture Networks: Feed-forward Synthesis of Textures and Stylized Images” // arXiv: 1603.03417 [cs.CV], 2016.

[4] Воронцов К. В.: “Математические методы обучения по прецедентам (теория обучения машин)”.

[5] Ian J. Goodfellow, Jean Pouget-Abadie, Mehdi Mirza, Bign Xu, David Warde-Farley, Sherjil Ozair, Aaron Courville, Yoshua Bengio: “Generative Adversarial Nets” // arXiv: 1406.2661 [stat.ML], 2014.

[6] Mehdi Mirza, Simon Osindero: “Conditional Generative Adversarial Nets” // arXiv: 1411.1784 [cs.LG], 2014.

[7] Jon Gauthier: “Conditional generative adversarial nets for convolutional face generation”, Tech. rep., 2015.

[8] Junbo Zhao, Michael Mathien, Yann LeCun: “Energy-based Generative Adversarial Networks” // arXiv: 1609.03126 [cs.LG], 2016.

[9] David Berthelot, Thomas Schumm, Luke Metz: “BEGAN: Boundary Equilibrium Generative Adversarial Networks” // arXiv: 1703.10717 [cs.LG], 2017.

[10] LeCun, Y., Boser, B., Denker, J.S., Henderson, D., Howard, R.E., Hubbard, W., Jackel, L.D.: “Backpropagation applied to handwritten zip code recognition” // Neural Comput. 1(4), 541–551, 1989.

[11] Phillip Isola, Jun-Yan Zhu, Tinghui Zhou, Alexei A. Efros: “Image-to-Image Translation with Conditional Adversarial Networks” // arXiv: 1611.07004 [cs.CV], 2016.

[12] Pedro Costa, Adrian Galdran, Maria Inês Meyer, Michael David Abràmoff, Meindert Niemeijer, Ana Maria Mendonça, Aurélio Campilho: “Towards Adversarial Retinal Image Synthesis” // arXiv: 1701.08974 [cs.CV], 2017.

[13] Olaf Ronneberger, Philipp Fischer, Thomas Brox: “U-Net: Convolutional Networks for Biomedical Image Segmentation” // arXiv: 1505.04597 [cs.CV], 2015.

[14] Amari, Shunichi: “A theory of adaptive pattern classifiers” // Electronic Computers, IEEE Transactions on 3, стр. 299-307, 1967.

[15] Tieleman, Tijmen, Geoffrey Hinton: “Lecture 6.5-rmsprop: Divide the gradient by a running average of its recent magnitude” // Coursera: Neural Networks for Machine Learning 4: 2, 2012.

[16] Diederik P. Kingma, Jimmy Lei Ba: “Adam: A method for stochastic optimization” // arXiv:1412.6980 [cs.LG], 2014.

[17] Martin Arjovsky, Soumith Chintala, Léon Bottou : “Wasserstein GAN” // arXiv: 1701.07875 [stat.ML], 2017

ПРИЛОЖЕНИЕ

Приложение 1. Использованные версии пакетов

- Python 3.7.3
- PyTorch 1.0.1
- ignite

Приложение 2. Дополнительные примеры генерации

КАРТИНКИ