

Практическое задание по ОММ #1, вариант 2

Решить задачу:

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} - u \frac{\partial u}{\partial x} &= 0, \quad -1 \leq x < 0, \\ u(x, 0) &= 2 - \frac{4}{\pi} \arctan(x + 2), \\ u(0, t) &= (2 - \frac{4}{\pi} \arctan 2)e^{-t}\end{aligned}$$

Построим уравнение характеристик:

$$\frac{dt}{1} = \frac{dx}{-u} = \frac{du}{0},$$

откуда получаем:

$$\begin{aligned}du &= 0 \rightarrow u = \text{const}, \\ dt &= -\frac{1}{u}dx \rightarrow t - t_0 = -\frac{1}{u}(x - x_0)\end{aligned}$$

Подставив начальные условия, получаем уравнения для характеристик, выходящих из оси t :

$$x = (\frac{4}{\pi} \arctan 2 - 2)(t - t_0)e^{-t_0}, \quad (1)$$

и оси x :

$$x = x_0 - t(2 - \frac{4}{\pi} \arctan(x_0 + 2)) \quad (2)$$

Построим графики семейства характеристик:

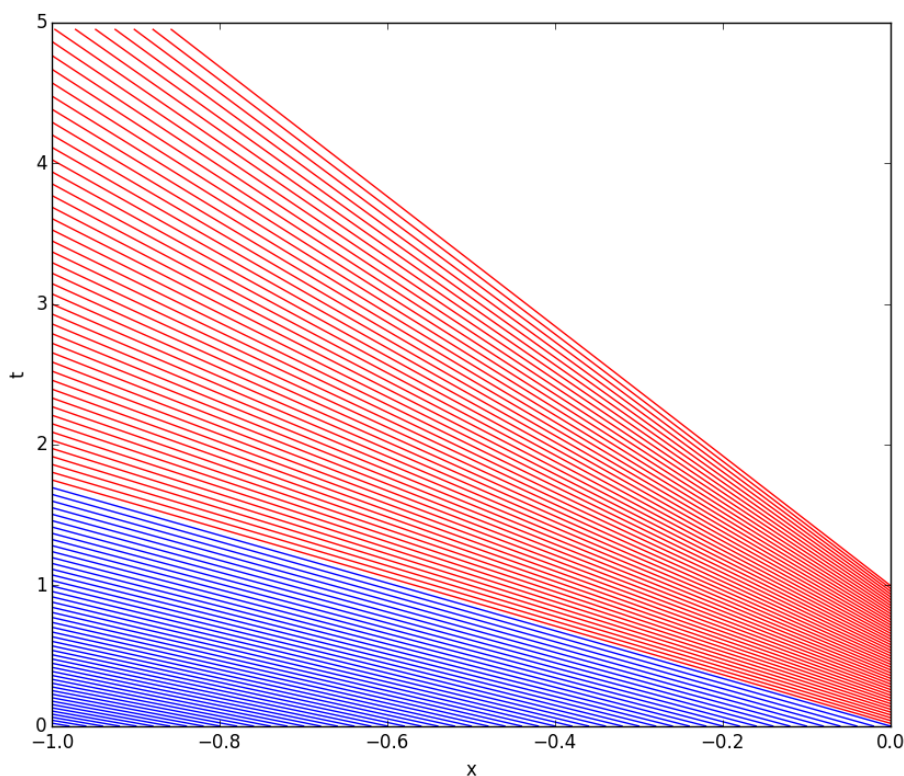


Рис. 1: Семейства характеристик, красные соответствуют (1), синие - (2)

Как видно из графика, в рассматриваемой области $-1 \leq x < 0$ характеристики не пересекаются.