# Нейросетевой синтез текстур с трендами

Будакян Я.С. Научный руководитель к.т.н., доц. Грачев Е.А.

2017 г.

### Введение

Задача состоит в синтезе изображений среды, которые будут содержать в себе тренд, т.е. изменение некоторой статистической характеристики. Такими трендами могут быть, например, изменение интенсивности появления частиц среды вдоль изображения, или изменение пористости среды.

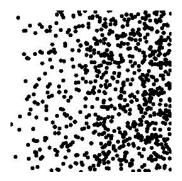


Рис.: Пример текстуры с трендом интенсивности частиц

#### Математическая постановка

С математической точки зрения, задача сводится к синтезу случайного изображения X' (и построению соотвествующей процедуры синтеза), принадлежащему распределению, близкому к желаемому:

$$P_{X'} \approx P_X$$

где  $P_X$  - распределение изображений с трендами, удовлетворяющих следующим ограничениям (для упрощения задачи):

- Это монохромные изображения 256 х 256 пикселей
- ullet Изменяющимся свойством является интенсивность появления частиц  $\lambda$
- ullet Тренд является линейным и направлен вдоль оси x:  $\lambda = \lambda_0 + kx$

Распределение  $P_X$  задается обучающей выборкой.

# Существующие подходы к решению задачи

Есть несколько подходов к решению задач подобного рода:

- 'Классический' статистический подход
- Базовый нейросетевой подход
- Генеративные состязательные сети (GAN)

# 'Классический' статистический подход

- Вводится параметризированное семейство распределений вероятности  $P_{\theta}(x)$
- Параметры  $\theta$  находятся из обучающей выборки:

$$\mathcal{L}_{\theta}(D) = \prod_{x \in D} P_{\theta}(x)$$

$$\theta^* = \arg\max_{\theta} \mathcal{L}_{\theta}(D)$$

• Генерируется семпл из  $P_{\theta^*}$ 

Этот подход приводит к проблемам:

- ullet Пространство параметров heta может быть огромной размерности
- Известной параметрической модели распределения может вообще не существовать

Простой пример - генерирование человеческих лиц, похожих на реальные: параметрической модели для такой задачи не существует.

## Базовый нейросетевой подход

- ullet Вводится параметризированное семейство распределений вероятности  $P_{ heta}(x)$ 
  - Вводятся скрытые переменные V и функция(нейросеть) для получения x из V (фактически, классификация, развернутая в другую сторону)
- Определяются параметры распределения (т.е. обучение нейросети)
- ullet Генерируются семплы из  $P_{ heta^*}$

Этот подход возможен, однако на практике трудноосуществим.

Изначальная задача: найти процеруду генерирования X' так, чтобы  $P_{X'}pprox P_X.$ Переформулируем:

$$\rho(P_{X'},P_X) \longrightarrow \min_{P_{X'}}$$

 Введем некоторые скрытые переменные с фиксированным распределением, например

$$V \sim U^n[-1,1]$$

• и параметризированную процедуру генерации:

$$X'=g_{\theta}(V)$$

Переформулируем:

$$\rho(P_{X'}, P_X) \longrightarrow \min_{P_{X'}}$$

$$\rho(g_{\theta}(V), P_X) \longrightarrow \min_{g_{\theta}(V)}$$

$$\rho(g_{\theta}(V), P_X) \longrightarrow \min_{a}$$

Остается вопрос: что использовать в качестве метрики похожести двух распределений  $\rho$ , где одно из распределений задано обучающей выборкой.

• В качестве метрики статистической похожести можно использовать loss-функцию обученного классификатора:

$$\rho(P_{X'}, P_X) \longrightarrow \min \Leftrightarrow \mathcal{L} \longrightarrow \max,$$

где  $\mathcal{L}$  - функция потерь обученного классификатора.

- Введем две нейросети:
  - $d_{\zeta}(x)$  классификатор для измерения расстояния, дискриминатор  $g_{\theta}(x)$  сеть, трансформирующая V в X', генератор
- Введем loss-функцию дискриминатора(например, кросс-энтропия):

$$L(X,X') = \frac{1}{2} \mathbb{E}_{x \sim X} I(d_{\zeta}(x),1) + \frac{1}{2} \mathbb{E}_{x' \sim X'} I(d_{\zeta}(x'),0) =$$

$$= -\frac{1}{2} (\mathbb{E}_{x \sim X} \log d_{\zeta}(x) + \mathbb{E}_{x' \sim X'} \log(1 - d_{\zeta}(x'))) =$$

$$= -\frac{1}{2} (\mathbb{E}_{x \sim X} \log d_{\zeta}(x) + \mathbb{E}_{v \sim V} \log(1 - d_{\zeta}(g_{\theta}(v)))) =$$

$$= L(\zeta,\theta)$$

Loss-функция обученного классификатора:

$$L^*(\theta) = \min_{\zeta} L(\zeta, \theta)$$

Научный руководитель к.т.н Нейросетевой синтез текстур с трендами

• Соответственно,

$$\begin{split} & \min_{\zeta} L(\zeta, \theta) \longrightarrow \max_{\theta} \\ & \theta^* = \arg\max_{\theta} \left[ \min_{\zeta} L(\zeta, \theta) \right] \end{split}$$

• Определим оптимальный дискриминатор:

$$d^*_{ heta} = d_{\zeta^*( heta)}$$
  $\zeta^*( heta) = rgmin_{\zeta} L(\zeta, heta)$ 

## Обучение GAN

В итоге, процесс обучения принимает следующий вид:

- Обучаем дискриминатор при замороженном генераторе
- Обучаем генератор при 'замороженном' дискриминаторе
- Повторяем много раз

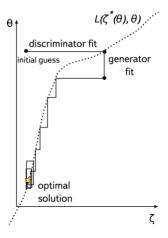


Рис.: Схематическое изображение процесса обучения  $\mathsf{GAN}$ 

### pix2pix GAN

Для решения задачи было попробовано применить модификацию GAN-сети под названием "pix2pix GAN". Общий функционал потерь для pix2pix GAN выглядит следующим образом:

$$\mathcal{L}(G, D) = \mathcal{L}_{adv}(G, D) + \eta \mathbb{E}_{s_1, s_2, r \sim p_{data}(s_1, s_2, r)}(\| r - G(s_1, s_2) \|_1)$$

$$\mathcal{L}_{adv}(G, D) = \mathbb{E}_{s_1, s_2, r \sim p_{data}(s_1, s_2, r)} \log D(s_1, s_2, r) + \\
+ \mathbb{E}_{s_1, s_2 \sim p_{data}(s_1, s_2)} \log(1 - D(s_1, s_2, G(s_1, s_2)))$$

где G, D - генератор и дискриминатор,  $(s_1,s_2,r)$  - тройка изображений (интенсивность слева, справа и реальное изображение с трендом),  $\mathbb{E}_{s_1,s_2,r\sim p_{data}(s_1,s_2,r)}$  - мат. ожидание логарифмического правдоподобия того, что тройка изображений  $(s_1,s_2,r)$  принадлежит вероятностному распределению реальных троек  $p_{data}(s_1,s_2,r)$ , а  $p_{data}(s_1,s_2)$  соответствует распределению реальных изображений  $s_1,s_2$ .

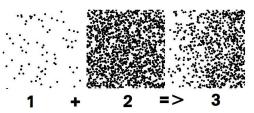


Рис.: Вход и желаемый выход нейросети

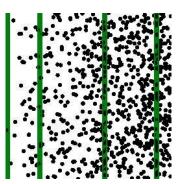
## Критерий качества

После обучения генератора, необходимо проверить, что сгенерированные им изображения действительно имеют искомые характеристики. Для этого нужно ввести специальную метрику, которая будет учитывать наличие в изображении тренда интенсивности частиц. Было решено использовать среднюю плотность черных пикселей в некотором окне, и проходить этим окном по изображению:

$$\xi_k = \frac{1}{Hw} \sum_{i=k}^{k+w} \sum_{j=0}^{H} \left| \frac{x(i,j) - 255}{255} \right|,$$
$$k = \overline{1, W - w + 1}$$

Построив график  $\xi(k)$  можно увидеть, как меняется плотность пикселей и прослеживается ли тренд. В качестве метрики можно взять среднеквадратичную ошибку:

$$\xi = \frac{1}{W - w} \sum_{k=1}^{W - w + 1} (\xi_k - \xi_{0k})^2,$$



где  $\xi_{0k}$  -  $\xi_k$ , усредненное по примерам из обучающей выборки.

## Результаты

Было проведено обучение нейросети описанной архитектуры при различных гиперпараметрах. Обучающей выборкой был массив из 3500 троек изображений.

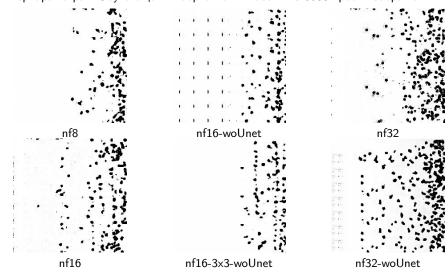
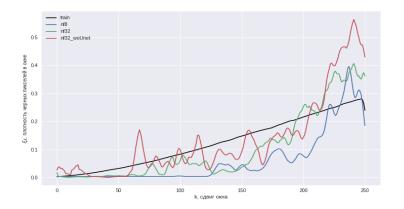


Рис.: Примеры сгенерированных текстур

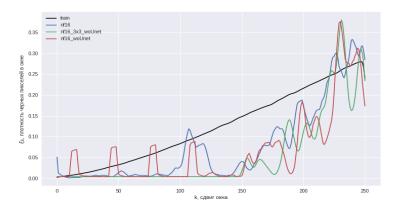
## Результаты

Для сгенерированных наборов текстур получились следующие результаты:



Сеть	Метрика
nf8	0.00825
nf32	0.00549
nf32-woUnet	0.00688

# Результаты



Сеть	Метрика
nf16	0.00606
nf16-woUnet	0.00881
nf16-3×3-woUnet	0.01034

#### Заключение

Полученные результаты показывают, что в принципе нейросеть способна уловить тренд и воспроизвести его, однако на данный момент качество генерации относительно невысоко. Необходимо провести дальнешее исследование оптимальных гиперпараметров, и, возможно, увеличить объем обучающей выборки. Также можно провести аналогичные эксперименты с другими архитектурами генераторов.