

Онлайн калькулятор жесткостей обрезания и траекторий частиц

id-142

Белов С.М., Зобнин Г.И., Янке В. Г.

Email: Янке В.Г. (yanke@izmiran.ru), Белов С.М. (sfrovis@gmail.com)
Зобнин Г.И. (egorizzee@gmail.com) (ИЗМИРАН)

Skype Victor Yanke

В разные годы многими авторами разрабатывались уникальные программные пакеты для расчета жесткостей геомагнитного обрезания и асимптотических направлений прихода частиц. Такие программы используются для массовых расчетов и требуют некоторой квалификации. Однако часто необходимо провести единичные расчеты с той же точностью. С этой целью на основе разработанных программных пакетов созданы программы-калькуляторы. Одна из таких программ описана в настоящей работе.

Вехи в понимании магнитосферных эффектов космических лучей

1927 Дж. Клей открыл магнитосферный (широтный) эффект космических лучей при движении по маршруту Амстердам-Сидней.

1930 Штермер [Stormer, 1930] в дипольном приближении получил аналитическое выражение для траекторий космических лучей (правда, только для лежащих в экваториальной плоскости) и ввел понятие **запрещенных** траекторий.

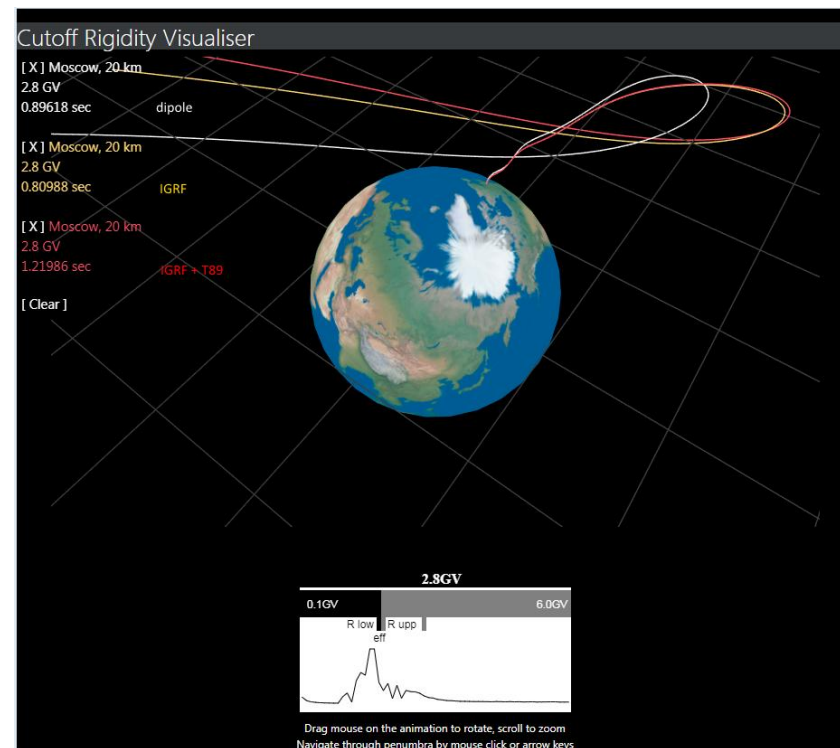
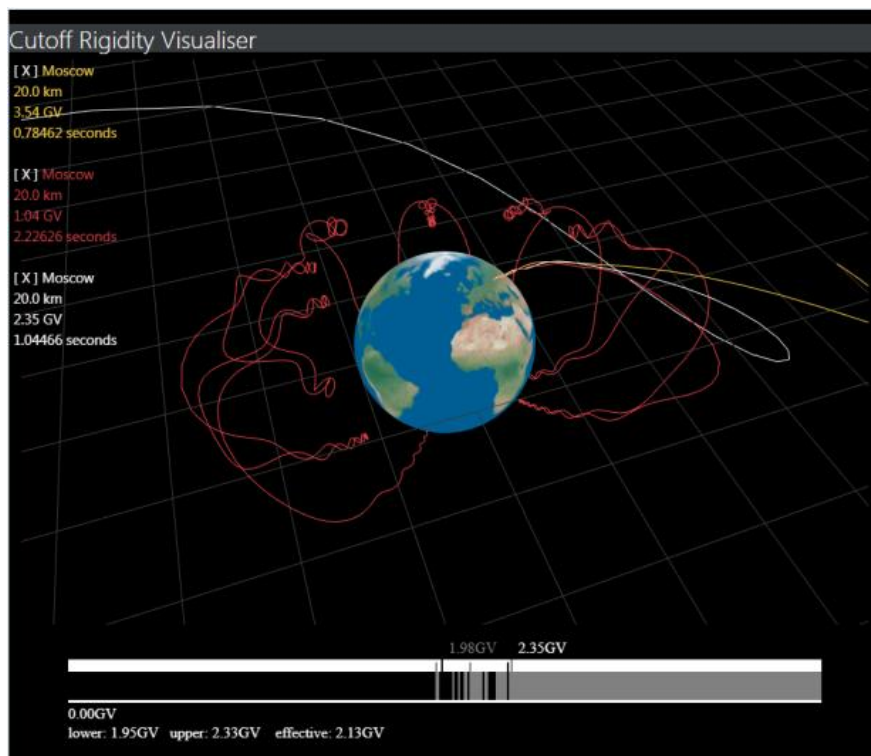
1933 Лемартре и Валларта (Lemaître & Vallarta, 1936), развивая теорию Штермера и концепцию запрещенного конуса, ввели понятие **разрешенного** конуса, когда все траектории разрешены, и понятие **основного** конуса, который включает разрешенный конус и область полутени (пенумбры), т.е. множество разрешенных и запрещенных траекторий. **Область пенумбры** была обнаружена при расчете в дипольном поле на аналоговых вычислительных машинах.

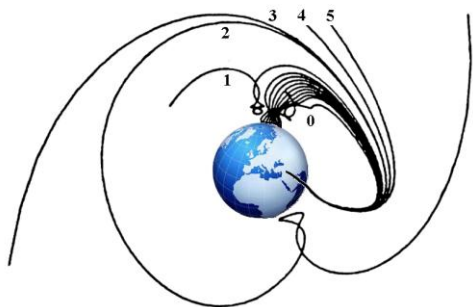
1956 Джори (Jory, 1956) впервые провел численные траекторные расчеты космических лучей в приближении дипольного поля с целью определения экватора космических лучей.

1962 МакКракен [McCracken et al., 1962] провели численные траекторные расчеты космических лучей уже в реальном геомагнитном поле, представленном шестью сферическими гармониками (шаг интегрирования 0.01, без учета первичного спектра вариаций космических лучей).

Обширные и наиболее полные и систематические исследования магнитосферных эффектов космических лучей, их долгопериодные изменения, проведены M. Shea и D. Smart. Были вычислены глобальные распределения вертикальной жёсткости геомагнитного обрезания с шагом $5^\circ \times 15^\circ$ по широте и долготе и для всех станций мировой сети для эпох с **1955 по 2000 г.** Для периода **2000-2020 и прогноз до 2050** такие вычисления были проведены в работах [Гвоздевский и др., 2016;]

Цель настоящей работы – создание калькулятора для расчета жесткостей геомагнитного обрезания с наиболее полным графическим представлением результатов расчета. Для проведения траекторных расчетов должны использоваться разработанные и отлаженные программные пакеты.





Метод расчета жесткостей обреза и модель геомагнитного поля

Пример возможных траекторий в геомагнитном поле.

Общепринятым в настоящее время и наиболее точным способом определения жесткости геомагнитного обреза является метод траекторных расчетов, основанный на решении уравнения движения заряженных частиц в геомагнитном поле.

Задача решается численно методом Рунге-Кутты 4 порядка точности с адаптивным шагом. Стартуют частицы с высоты 20 км. Интегрирование завершается в трех случаях:

- либо по истечении заданного времени (частица считается захваченной),
- либо частица пересекала поверхность магнитопаузы (вышла за пределы магнитосферы)
- или частица пересекла поверхность Земли (частица вернулась в атмосферу).

Во втором случае траектория помечается как разрешенная, в противном — запрещенная. В результате формируется дискретная функция, принимающая значения "0" и "1" для всех значений жесткостей с шагом 0.001 ГВ.

Используется модель главного магнитного поля IGRF, начиная с 1900 года по 2015 года с пятилетним интервалом.

С учетом вековой вариации магнитного поля модель продолжена до 2020 года [IGRF-12, 2015]. В целях прогноза поле продолжено также до 2050 года линейной экстраполяцией всех коэффициентов разложения.

Поле представлено 13-ю сферическими гармониками, но прогностическая модель ограничена 8-ю гармониками.

Движение заряженных частиц в геомагнитном поле.

Исходные уравнения

$$\dot{\vec{r}}m = \frac{e}{c} [\vec{r} \vec{B}]$$

$$m = m_0 (1 - v^2 / c^2)^{-1/2}$$

$$\vec{B} = \vec{B}_E + \vec{B}_M$$

$$\begin{cases} \frac{d\vec{v}}{dt} m = \frac{e}{c} [\vec{v} \vec{B}] \\ \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} \end{cases}$$

Сводится к системе 6 уравнений.
Относительно неизвестных

$$(\vec{r}, \vec{v}) = (x, y, z, v_x, v_y, v_z)$$

Эта работа магнитологов, наша задача - решить уравнение движения заряженной частицы в магнитном поле.

Представление внутреннего и внешнего поля в виде ряда Гаусса.

Скалярный потенциал магнитного поля U

$$U(r, \theta, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n R_E \left(\frac{R_E}{r} \right)^{n+1} (g_n^m \cos m\varphi + h_n^m \sin m\varphi) P_n^m(\cos \varphi) + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n R_E \left(\frac{r}{R_E} \right)^n (b_n^m \cos m\varphi + c_n^m \sin m\varphi) P_n^m(\cos \varphi)$$

Магнитное поле \vec{B} определяется через градиент потенциала $\vec{B} = -\nabla U$ или

$$X(r, \theta, \varphi) = -\frac{\partial U_2}{r \partial \theta} = -\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r_E}{r} \right)^{n+2} \sum_{m=0}^n (g_n^m \cos m\varphi + h_n^m \sin m\varphi) \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta}$$

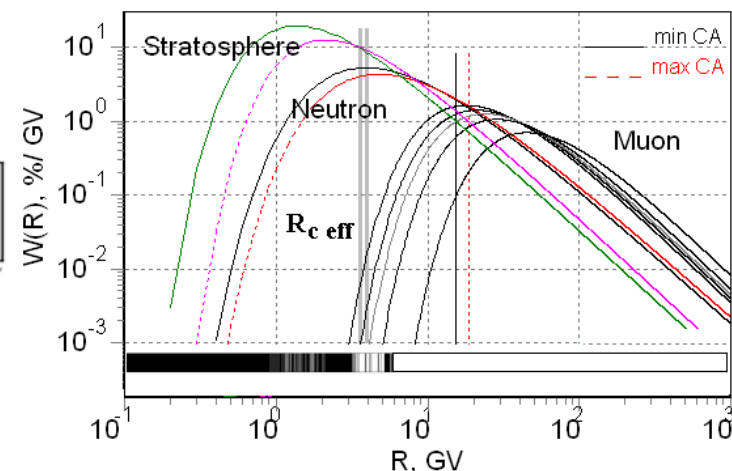
$$Y(r, \theta, \varphi) = -\frac{\partial U_2}{r \sin \theta \partial \varphi} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r_E}{r} \right)^{n+2} \sum_{m=0}^n (m g_n^m \sin m\varphi - m h_n^m \cos m\varphi) \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta},$$

$$Z(r, \theta, \varphi) = -\frac{\partial U_2}{\partial r} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r_E}{r} \right)^{n+2} (n+1) \sum_{m=0}^n (g_n^m \cos m\varphi + h_n^m \sin m\varphi) P_n^m(\cos \theta)$$

При n гармониках
число

коэффициентов
 g_n^m и h_n^m N=n(n+2)

Учет области пенумбры



Без учета влияния атмосферы. Для первичного спектра, например, $J(R)=aR^\gamma$, эффективная жесткость геомагнитного обрезания определяется из уравнения:

$$\int_{R_{\text{eff}}}^{R_H} J(R) dR = \int_{R_S}^{R_H} g(R) J(R) dR \cdots \Rightarrow R_{\text{eff}}^{\gamma+1} = R_H^{\gamma+1} - (\gamma+1) \int_{R_S}^{R_H} g(R) \cdot R^\gamma dR$$

В случае первичного спектра, не зависящего от энергии ("белый" или "плоский")

$$R_{\text{eff}} = R_H - \int_{R_S}^{R_H} g(R) dR$$

С учетом атмосферы. В этом случае для функции связи в области пенумбры $W(R)=cR^\eta$, эффективная жесткость геомагнитного обрезания определяется из уравнения:

$$\int_{R_{\text{eff}}}^{R_H} W(R, h) \cdot \delta J / J(R) \cdot dR = \int_{R_S}^{R_H} g(R) \cdot W(R, h) \cdot \delta J / J(R) \cdot dR$$

$$R_{\text{eff}}^{\gamma+\eta+1} = R_H^{\gamma+\eta+1} - (\gamma+\eta+1) \int_{R_S}^{R_H} g(R) \cdot R^{\eta+\gamma} dR$$

Некоторые версии уже разработанных калькуляторов. Калькулятор жесткостей обрезания.

Cutoff Rigidity Calculator

For a given lat/lon, this utility calculates the cutoff rigidity (GV) of incoming primary cosmic rays

Site Latitude: (-90° → 90°)

Site Longitude: (-180° → 180°)

IGRF Year:

Note: Calculations use algorithms from Smart and Shea (2001) and data from the [International Geomagnetic Reference Frame](#) and will take a while. Please be patient.

Results

Site Details:

Longitude = 37.32 deg, Latitude = 55.47 deg, Year = 2010

Cutoff Rigidity at site= 2.19 GV

Простой онлайн Интернет проект базируется на модели IGRF и рассматриваются только вертикально падающие частицы. Применяется алгоритм, описанный в работе Smart and Shea [2001]

— Не учитывается внешняя магнитосфера, только вертикальные, нет PLOT пенумбры, траекторий

Zreda Marek. COSMOS project
University of Arizona.

Некоторые версии уже разработанных калькуляторов.

Web Калькулятор

<http://www.geomagsphere.org>

Year

2010

DOY

181

Hour

0

Latitude

55.47

Longitude

37.32

Radius

1.00

Send

Cancel

Date (YYYY/DOY/DAY): 2010/181/0 Position (LAT/LONG): 55.47/37.32/1.00

Tsyganenko 96 input parameters:
2 Dst = -14 nT | Pdyn = 5.09 nP | BYimf = -3.70 nT | BZimf = 1.50 nT

ASYMPTOTIC COORDINATES
calculated by model of exter.field T96
Station with geo.latitude: 55.470 & longitude: 37.320 & radius : 1.00000
Direction of trajectory with latitude: 55.470 & longitude: 37.320
Datum: 2010 6 30 time: 0 hod 0 min 0 sec
Starting rigidity : 1.8000 GV Epsilon=0.01
Limit of total number of steps : 25000

rig : v : rad : eth : efi : ath : afi : time : length
1.900000 0.8967137337 25.001263 -8.612 22.826 -15.633 44.662 1.361873 366737.88
2.000000 0.9054007530 24.520781 -6.686 56.644 -17.096 82.647 1.422225 386572.78
2.100000 0.9130838513 25.001719 -15.651 37.040 -4.975 51.950 1.253977 344263.66
...
2.800000 0.9482257962 12.576576 -6.455 121.048 3.841 149.279 0.346203 98576.09
2.900000 0.9514833093 12.798639 -8.067 118.833 0.821 145.722 0.346006 98840.57
3.000000 0.9544504881 13.027905 -9.489 116.361 -1.986 142.277 0.333602 95596.41
3.100000 0.9571586847 13.292407 -10.480 113.578 -4.730 138.504 0.342222 98380.48
CUTOFF s rigidities P(S),P(C),P(M) are:

1.90000 1.90000 1.90000

Note: P(S) is low rigidity, P(C) is high rigidity, P(M) is effective rigidity
Note: particle trajectory data:
- rigidity [in gv]
- v [velocity in c units]
- rad is radius [in Earth radius units] of trajectory end point
- eth is asymptotic latitude of trajectory end point [in deg.]
- efi is asymptotic longitude of trajectory end point [in deg.]
- ath is asymptotic latitude of trajectory direction [in deg.]
- afi is asymptotic longitude of trajectory direction [in deg.]
- time [in second]
- length of trajectory[in km]

Онлайн Интернет проект базируется на более сложных моделях магнитосферы (Цыганенко T96 и Цыганенко и Ситнова TS05) с автоматическим привлечением необходимых для модели магнитосферы входных параметров межпланетной среды, что является очень полезной опцией.

Программа восстанавливает также траектории частиц внутри магнитосферы. Имеется также калькулятор вычисления ларморовского радиуса, R-E converter.

— Только вертикальные, нет PLOT пенумбры

Некоторые версии уже разработанных калькуляторов. Калькулятор “CutOff Rigidity”

<http://crsv.izmiran.ru/cutoff>

Model Date Time

Geographic coordinates:

Latitude Longitude

Direction

Altitude (km)

Azimuthal angle

Vertical angle

Maximum time of flight (s)

Comment:

Rigidity range

Start

End

Step

Configuration name

Cutoff rigidities: lower 1.732 upper 2.370 effective 2.149

This program calculate the geomagnetic cut off rigidity for fixed date and fixed geographic point. It can calculate trajectories by one of model of magnetosphere: **dipole**, **IGRF**, Tsyganenko models **IGRF+T89**, **IGRF+T96**, **IGRF+T02**. In result the program gives lowest R_S , upper R_H , effective R_c geomagnetic cut off rigidities and penumbra – set of allowed and forbidden rigidities between R_S and R_H with the step of 0.001 GV.

— Нет PLOT траекторий

Скриншот интерфейса калькулятора “CutOff Rigidity”. Smirnov D.V.

Некоторые версии уже разработанных калькуляторов.

Калькулятор “IGRF CutOff Rigidity”

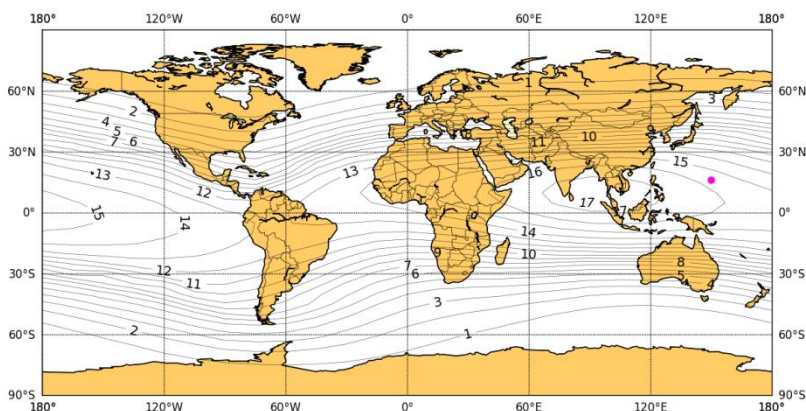
<http://tools.izmiran.ru>

date	07.2010		
latitude	55.47		
longitude	37.32		
<button>get rigidity</button>			
<hr/>			
date	latitude	longitude	rigidity
2010-07-01	55.47	37.32	2.1477

Screenshot of the interface of calculator “IGRF CutOff Rigidity”. Arkusha T.V.

Программа калькулятор вычисляет вертикальную жёсткость геомагнитного обрезания для заданной даты в интервале 1900-2050 годов и в заданных географических точках путем линейной интерполяции. Исходными данными являются предварительно рассчитанные таблицы вертикальных жесткостей с шагом по широте и долготе $5^\circ \times 15^\circ$ для эпох 1900-2050 с шагом 5 лет. Временная интерполяция также линейная. Расчет проводился для **IGRF** модели. Точность восстановленных по таблицам жесткостей вертикального геомагнитного обрезания 0.2 GV. Калькулятор может обрабатывать как одиночные точки, так и последовательность точек (например, по маршруту движения судна или траектории космического корабля). Для контроля одиночная точка или маршрут отображаются на карте. Входные и выходные данные обмениваются с калькулятором посредством текстового редактора.

— Только оценочные значения по таблице жесткостей.



Скриншот калькулятора “CutOff Rigidity”

<http://tools.izmiran.ru>

The screenshot shows a web-based calculator interface for determining cut-off rigidity. It is organized into several sections with input fields and buttons.

- Launch Date and Time:** Includes a dropdown for 'IGRF', a date input field (2020.06.30), and a time input field (12:00:00). A small note indicates the date format is 'yyyy.mm.dd'.
- Launch Direction:** Contains four input fields: 'Altitude (km)' (20.0), 'Vertical angle (deg)' (0.00), 'Azimutal angle (deg)' (0.00), and 'Particle flight time (seconds)' (8.0). A note specifies 'Height above sea level in kilometers'.
- Launch Location:** Features a 'Select station' dropdown, 'Latitude' and 'Longitude' input fields, and a 'Show on map' button.
- Rigidity:** Includes 'Lowest rigidity (GV)' (0.00) and 'Highest rigidity (GV)' (6.00) input fields, a 'Step: 0.1 GV' dropdown, and a blue 'Calculate' button.
- Visuals:** Contains 'Camera speed' (1), 'Energy' (0), and 'Record for (seconds)' (6.0) input fields, along with a 'Start recording' button.

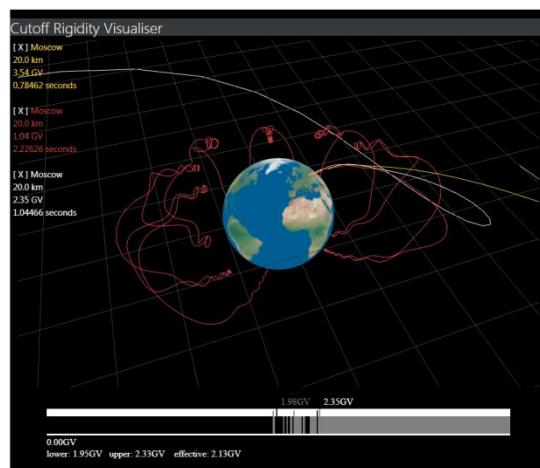
A horizontal grey bar is positioned between the 'Rigidity' and 'Visuals' sections.

Интерфейс программы-калькулятор CutOff-2050 позволяет установить все входные параметры и интуитивно понятен.

Программа калькулятор CutOff-2050

<http://tools.izmiran.ru>

Программа калькулятор **Cutoff-2050** вычисляет жёсткость обрезания и траекторию движения частиц для периода 1900-2015 с экстраполяцией до 2050 года для любой географической точки. С необходимой высоты под определенным зенитным и азимутальным углом выпускается “протон с обратным знаком” в некотором диапазоне жёсткостей, и прослеживается его траектория. Программа может считать траектории для моделей магнитосферы: **диполь**, **IGRF**, модели Цыганенко: **IGRF+T89**, **[IGRF+T96, IGRF+T02]**.



Model	Parametrs					Result			
	Kp	P _{sw} (nPa) , Solar wind dynamic pressure	D _{st} - index (nT)	IMF B _y and IMF B _z , nT	G ₁ and G ₂	Cutoff rigidities, GV			Calcu lation time for , sec
						lower	upper	effective	
Dipole						2.337	2.737	2.498	6
IGRF						1.765	2.416	2.185	33
IGRF+T89	4					1.582	2.190	1.922	42
IGRF+T96		2	-50.0	0 and 5		1.518	2.156	1.906	1188
IGRF+T02		2	-50.0	0 and 5	6 and 10	1.649	2.234	1.947	3964

Программа Cutoff-2050 рассчитывает жесткость геомагнитного обрезания и траектории движения. Она работает для определенной географической точки и направления запуска, для любой даты в период 1900–2015 годов с экстраполяцией до 2050 года. Используется техника отслеживания «отрицательного протона», запущенного из точки, для описания его траектории. Программа поддерживает несколько моделей магнитосферы, таких как: дипольные, IGRF и модели Цыганенко IGRF + T89, IGRF + T96, IGRF + T02. Для расчетов используется пакет программ, разработанный и описанный Гвоздевским.

Калькулятор выводит наименьшие R_s , верхние R_h , эффективные R_{ef} жесткости геомагнитного обрезания и пенумбру - набор допустимых и запрещенных жесткостей с графиком времени пролета частиц для каждой энергии с заданным шагом.

Приложение позволяет запросить траекторию частиц для любой жесткости этого набора. Траектория будет визуализирована, как показано на прилагаемых картинках.

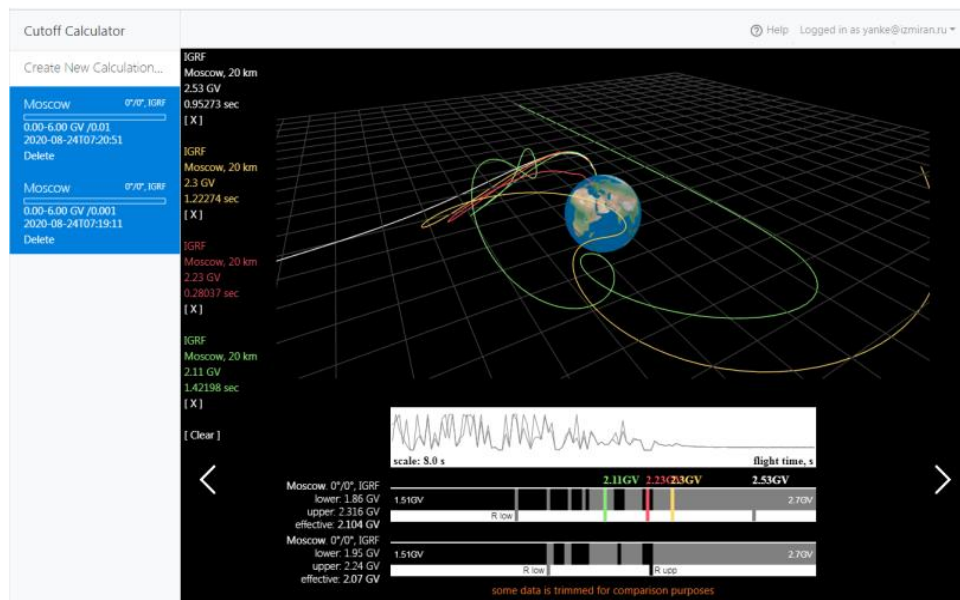
Эта программа размещена на <http://nmdb.izmiran.ru/cutoff2050/> как веб-приложение с некоторыми функциями, которые делают ее более удобной для использования. Пользователи могут зарегистрироваться со своей электронной почтой, чтобы их вычисления сохранялись на сервере. Это позволяет запрашивать расчеты с различными входными параметрами (такими как модель, время и т. д.), А затем, когда они завершены, сравнивать результаты (и / или следы), ~ имея визуализации обеих полутеней на одном экране ~ (E) , И эти результаты будут сохранены на сервере, чтобы вы могли вернуться к своим данным позже. Мы также планируем внедрить функциональность для совместного использования ваших собственных результатов в Интернете по ссылке или экспорта их в различные форматы.

Наша цель - сделать визуализацию и сравнение отдельных вычислений удобной, быстрой и простой в использовании, это решение может быть не лучшим для крупномасштабных вычислений. Но это может подходить для образовательных и презентационных целей.

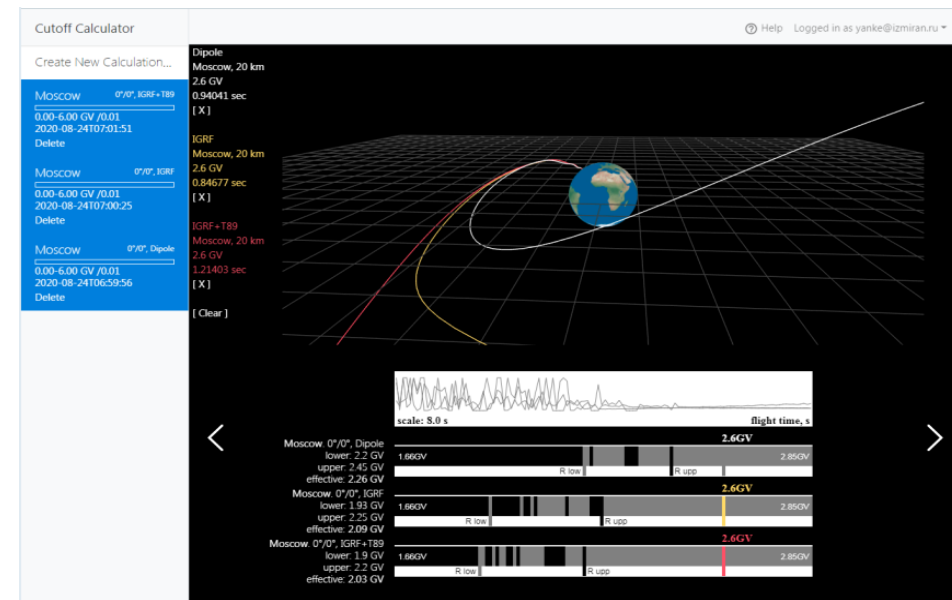
Этот продукт все еще находится в активной разработке, поэтому мы приносим свои извинения за возможные технические проблемы, которые могут появиться в ближайшие несколько месяцев. Если возникнут какие-либо проблемы, пожалуйста, напишите ~ TBD ~. Полное руководство пользователя и обновления доступны на сайте калькулятора.

Программа калькулятор CutOff-2050

<http://tools.izmiran.ru>



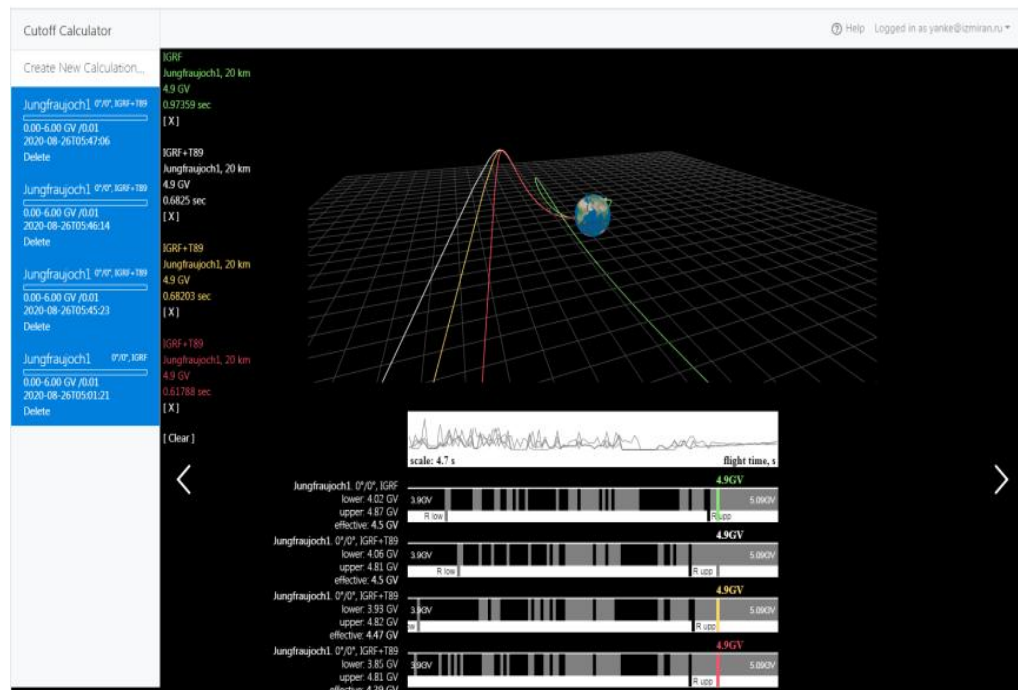
Сравнение жесткости вертикального геомагнитного обрезания на станции Москва, полученное с разными шагами интегрирования: 0,01 и 0,001 ГВ.



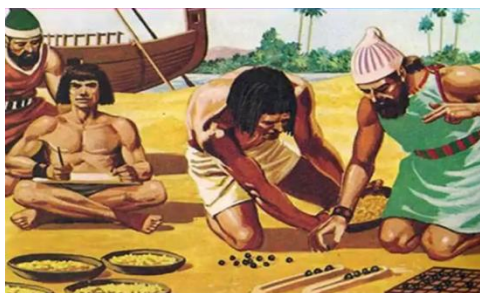
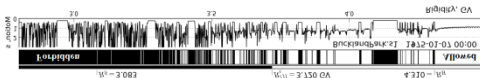
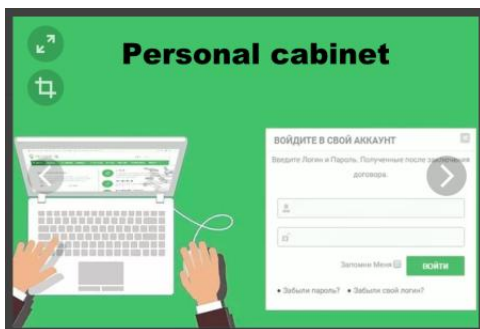
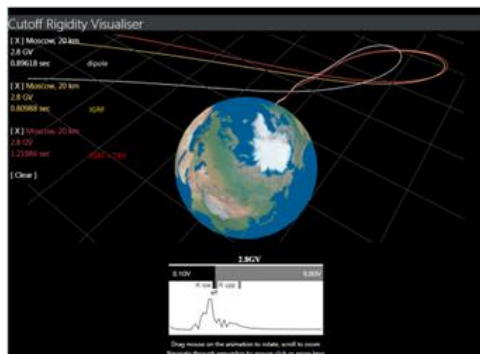
Сравнение жесткости вертикального геомагнитного обрезания на станции Москва, полученное с помощью для моделей: Диполь, IGRF, IGRF + T89 и шаг интегрирования 0,01 ГВ.

Интерфейс калькулятора позволяет наглядно проводить сравнительный анализ траекторий для различных моделей и параметров.

<http://tools.izmiran.ru>



Жесткость геомагнитного обрезания
станции Юнгфрауйох на моделях IGRF и
IGRF T89 ($K_p = 0, 2, 4$).



Выводы <http://tools.izmiran.ru>

1) Калькулятор **Cutoff-2050** вычисляет жёсткость геомагнитного обрезания и траектории движения частиц для заданной даты (1900 - 2050 год) и координат для моделей магнитосферы: диполь, IGRF, модели IGRF+T89 и IGRF+T96 и IGRF+T02, но последние требуют длительного расчетного времени.

2) Для постоянных пользователей имеется возможность организации на сервере личных кабинетов пользователей для накопления и хранения полученных результатов.

3) Выполнена визуализация всех полученных результатов: пенумбры, времени движения и траекторий частиц.

4) Калькулятор **Cutoff-2050** является эффективным инструментом для быстрого проведения единичных расчетов.

5) Интерфейс калькулятора позволяет наглядно провести сравнительный анализ траекторий для различных моделей.

6) У задачи есть существенный образовательный потенциал, поскольку калькулятор может быть использован для онлайн обучения студентов соответствующих специальностей.

References

- Bothe W., Kolhorster W., Das Wesen der Hohenstrahlung, Ztschr. Phys., Bd. 56, S. 751-777, 1929.
- Cooke D. J., Humble J. E., Shea M. A., Smart D. F., et al. "On Cosmic-Ray Cut-Off Terminology" *Il Nuovo Cimento C14*, pages 213 - 234 [1991](https://doi.org/10.1007/BF02509357).
<https://doi.org/10.1007/BF02509357>.
- Gvozdevsky Boris, Dorman Lev, Abunin Artem, Preobrazhensky Maxim, Gushchina Raya, Belov Anatily, Eroshenko Eugeniya, Yanke Victor, "Variations of the vertical cut off rigidities for the world wide neutron monitor network over the period of continues monitoring of cosmic rays", *Proc. 34th ICRC, Hague*, [PoS203](#), 2015.
- Gvozdevsky B.B., Abunin A.A., Kobelev P.G., Gushchina R.T., Belov A.V., Eroshenko E.A., Yanke V.G. Magnetospheric effects of cosmic rays. I. Long-term changes in the geomagnetic cutoff rigidities for the stations of the global network of neutron monitors // *Geomagnetism and aeronomy*: V. 56, No 4, P. 381-392. [doi: 10.1134/S0016793216040046](#). 2016.
- Gvozdevsky B., Belov A., Gushchina R., Eroshenko E., Preobrazhensky M., Yanke V. "The secular variations of cosmic ray cutoff rigidities, caused by century variations in geomagnetic field, and cosmic ray variations", 35th International Cosmic Ray Conference — ICRC 2017, 10–20 July, 2017, Bexco, Busan, Korea, <https://pos.sissa.it>, PoS(ICRC2017)067, [pdf](#), P.12–20 July, 2017.
- Gvozdevsky B.B., Belov A.V., Gushchina R.T., Eroshenko E.A., Kobelev P.G., Yanke V.G. Long-term changes in the vertical rigidity of the geomagnetic cutoff over the entire period of monitoring of cosmic rays // "Physics of Auroral Phenomena" *Proc. XL Annual Seminar, Apatity*, pp. 89-93, , [pdf](#), 2017.
- Gvozdevsky B.B., Belov A.V., Gushchina R.T., Eroshenko E.A., Danilova O.A., Yanke V.G. Peculiarities of long-term changes in the rigidity of geomagnetic cutoff of cosmic rays of inclined directions // "Physics of Auroral Phenomena" *Proc. 41st Annual Seminar, Apatity*, [pdf](#). P. 80-83, 2018a. [doi: 10.25702/KSC.2588-0039.2018.41.80-83](#).
- Gvozdevsky B.B., Belov A.V., Gushchina R.T., Kobelev P.G., Eroshenko E.A., Yanke V.G., "Long-Term Changes in Vertical Geomagnetic Cutoff Rigidities of Cosmic Rays", *Physics of Atomic Nuclei*, Vol. 81, No. 9, P. 1382-1389, 2018b. [doi: 10.1134/S1063778818090132](#).
- Gvozdevsky B.B., Belov A.V., Gushchina R.T., Eroshenko E.A., Yanke V.G. "Planetary long term changes of the cosmic ray geomagnetic cut off rigidities" (26th Extended ECRS + 35th RCRC, Barnaul, Russia, 6-10 July 2018. SH34). *Journal of Physics: Conference Series*, 012008, [doi: 10.1088/1742-6596/1181/1/012008](#), 2019.
- Jory F.S. Selected cosmic-ray orbits in the Earth's magnetic field // *Phys. Rev.* V.103. № 4. P. 1068–1075. 1956.
- Lemaître G.E. & Vallarta M.S. On the Geomagnetic Analysis of Cosmic Radiation // *Phys. Rev.* V. 49. P. 719-726. 1936.
- Lemaître G.E. & Vallarta M.S. On the Allowed Cone of Cosmic Radiation // *Phys. Rev.* V.50. P. 493-504. 1936a.
- McCracken K.G., U.R. Rao, and M.A. Shea The Trajectories of Cosmic Rays in a High Degree Simulation of the Geomagnetic Field // *M.I.T., Techn. Rep. 77, Lab. for Nucl. Sci. and Eng., Mass. Inst. of Technol., Cambridge*, 1962.
- Rossi B., "Method of Registrating Multiple Simultaneous Impuls of Several Geigers's Counters", *Nature*, 125, No. 3156, 636-636, [doi:10.1038/125636a0](#), 1930.
- Stormer C. On the trajectories of electric particles in the field of magnetic dipole with applications to the theory of cosmic radiation // *Astrophysics*. 1930; 1: 237.
- Shea M.A., Smart D.F., McCracken K.G. A study of vertical cutoff rigidities using sixth degree simulations of the geomagnetic field // *J.Geophys.Res.* - 1965. - V. 70. - N 17. - P.4117-4130.
- Shea M.A. and D.F. Smart "Vertical cutoff rigidities in the South Atlantic", *Space Res.*, 6, 177–187 (1966).
- Shea M.A. and Smart D.F. "Worldwide trajectory-derived vertical cutoff rigidities and their application to experimental measurements for 1955" // *JGR*, V72, No7, 2021-2028, 1967.
- Shea M.A. and D.F. Smart "A five by fifteen degree world grid of calculated cosmic ray vertical cutoff rigidities for 1965 and 1975", *Proc. 14th Int. Cosmic Ray Conf.*, Munchen, 4, 1298–1303 (1975).
- Smart D.F. and M.A. Shea "Geomagnetic cutoffs: A review for space dosimetry applications", *Adv. Space Res.*, 14, 10, 787– 796 (1994).
- Smart, D. F. and Shea, M. A.: Geomagnetic Cutoff Rigidity Computer Program: Theory, Software Description and Example, NASA Technical Reports Serve, Final Report, 199 pp., 18 January 2001, [ID: 20010071975](#), 2001.

SPARE SLIDES