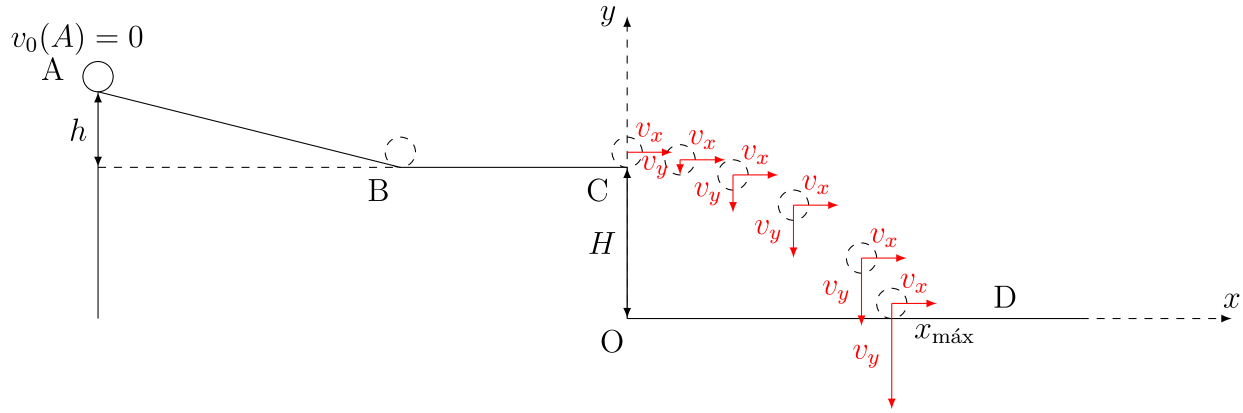
Lançamento Horizontal

José Gonçalves

20 de dezembro de 2025



Movimento de A para C

Admitindo que no plano inclinado e no plano horizontal não existe força de atrito, podemos determinar a velocidade à saída da mesa pela conservação da energia mecânica. A esfera é largada de uma altura h, relativamente ao plano da mesa, e tem no ponto C energia cinética e energia devida à rotação da esfera, dependente do momento de inércia, I.

$$
\begin{aligned}
E_m(A) = E_m(B) \Leftrightarrow mgh &= \frac{1}{2}mv_C^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow mgh &= \frac{1}{2}mv_C^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}mr^2 \cdot \frac{v_C^2}{r^2} \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow v_C &= \sqrt{\frac{10}{7}gh}
\end{aligned}
$$

Movimento de C para D

No movimento de lançamento horizontal, a esfera cai devido à aceleração da gravidade, g. Como tem velocidade inicial, na horizontal a sua velocidade mantém-se constante porque não existe nenhuma força a atuar nesta direção ($a_x = 0$). Na vertical a sua velocidade irá aumentar, devido à aceleração da gravidade ($a_y = -g$).

As condições iniciais são:

$$
\begin{gathered}
x_0 = 0 \quad \text{e} \quad y_0 = H \\
v_{0x} = v_C = v_0 \text{ e } v_{0y} = 0
\end{gathered}
$$

As equações do movimento são:

$$
\begin{gathered}
x(t) = v_0 t \quad \text{e} \quad y(t) = H - \frac{1}{2}gt^2 \\
v_x = v_0 \quad \text{e} \quad v_y = -gt \\
\text{sendo } v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}
\end{gathered}
$$

O tempo de queda será quando a posição y(t) = 0. Assim, usando a equação da posição, temos:

$$
\begin{aligned}
y(t) = H - \frac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow 0 = H - \frac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}gt^2 = H \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow t^2 = \frac{2H}{g} \Leftrightarrow t_{\text{queda}} = \sqrt{\frac{2H}{g}}
\end{aligned}
$$

Substituindo este tempo de queda na equação da posição segundo x temos o alcance máximo:

$$x_{\text{máx}} = v_0\sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Reunindo a informação

A velocidade à saída da mesa é:

$$v_C = \sqrt{\frac{10}{7}gh} \tag{1}$$

O alcance máximo é dado por:

$$x_{\text{máx.}} = v_C\sqrt{\frac{2H}{g}} \tag{2}$$

Substituindo a equação 1 na velocidade inicial com que a esfera sai da mesa, v_0, na equação 2, temos:

$$x_{\text{máx.}} = \sqrt{\frac{10}{7}gh} \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}} \tag{3}$$

Simplificando, a equação 3 fica:

$$x_{\text{máx.}} = \sqrt{\frac{20}{7}h \cdot H} \tag{4}$$

Atividade experimental

Condições iniciais:
Altura do plano inclinado à mesa - $h = 0{,}145\,\text{m}$
Altura da mesa ao chão - $H = 0{,}878\,\text{m}$

O alcance será:

$$
\begin{aligned}
x_{\text{máx.}} &= \sqrt{\frac{20}{7} h \cdot H} \\
&= \sqrt{2.85715 \cdot 0.145 \cdot 0.878} \\
&= \sqrt{2.85715 \cdot 0.1273} \\
&= \sqrt{0.36372} \\
&= 0.60307\,\text{m}
\end{aligned}
$$

O valor obtido experimentalmente para o alcance da esfera foi de:

$$x_{\text{exp.}} = 51{,}3\,\text{cm}$$

O erro relativo foi de:

$$
\begin{aligned}
\varepsilon_r &= \frac{|x_{\text{máx.}} - x_{\text{exp.}}|}{x_{\text{máx.}}} \times 100 \\
&= \frac{|0.60307 - 0.513|}{0.60307} \times 100 \\
&= 14.9\%
\end{aligned}
$$

Conclusão

Como o erro experimental foi significativo, podemos concluir que existe dissipação de energia durante a descida da esfera no plano inclinado e no plano horizontal.