

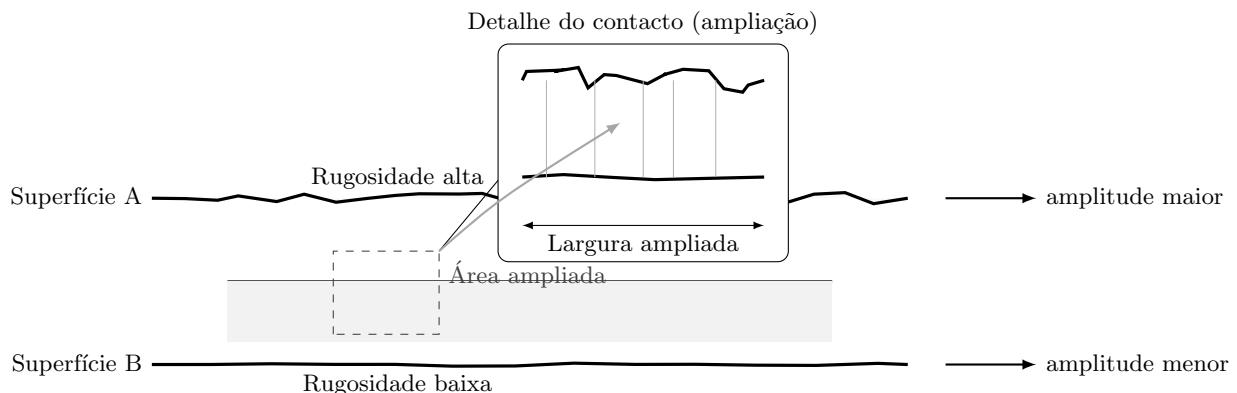
Atrito estático e cinético

José Gonçalves

11 de dezembro de 2025

Introdução

As forças de atrito entre sólidos dependem dos materiais das superfícies em contacto, mas não da área (aparente) dessas superfícies, devida às diferentes rugosidades dessas superfícies, em que vão existir interações eletromagnéticas entre os corpúsculos que as constituem. É possível obter os coeficientes de atrito estático e cinético de um par de superfícies em contacto de forma experimental. Para colocar um objeto em movimento a força que está a ser aplicada é maior do que quando o objeto se move, implicando que a força de atrito estático é superior à força de atrito cinético.



Macroscopicamente, podemos definir coeficientes de atrito (estático e cinético) entre duas superfícies que estão em contacto.

Ao exercer uma força sobre uma caixa (figura 1), esta não entra logo em movimento devido à dificuldade que existe em deslizar sobre a outra superfície. Existe uma força que contraria a força que está a ser aplicada. Denominamos esa força contrária ao movimento de **força de atrito**.

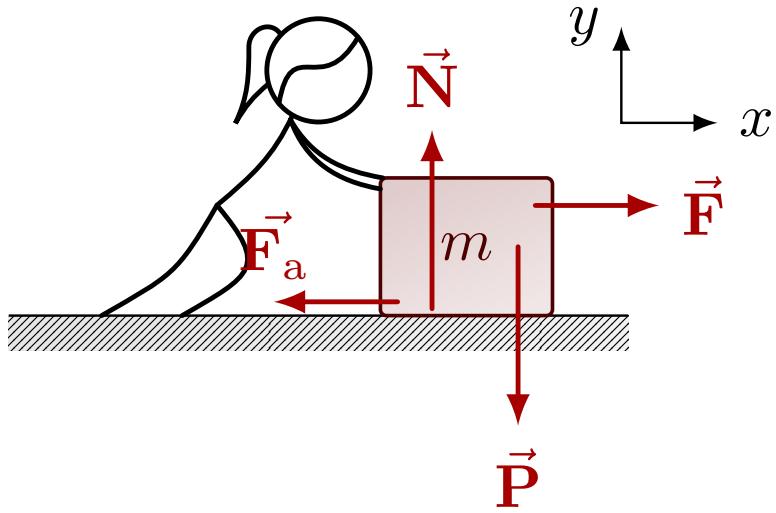


Figura 1: Forças exercidas ao empurrar uma caixa que está em contacto com uma superfície horizontal.

À medida que aumentámos o módulo da força aplicada sobre o caixote, o módulo da força de atrito estático aumenta até chegar a um valor máximo, em que a força aplicada colocará o objeto em movimento. Se aplicarmos essa força continuamente o objeto manterá o seu tipo de movimento. A força de atrito continua a existir, mas em módulo inferior ao módulo do atrito estático máximo (ver gráfico da figura 2). Chamamos a este atrito que ocorre no movimento, força de atrito cinético.

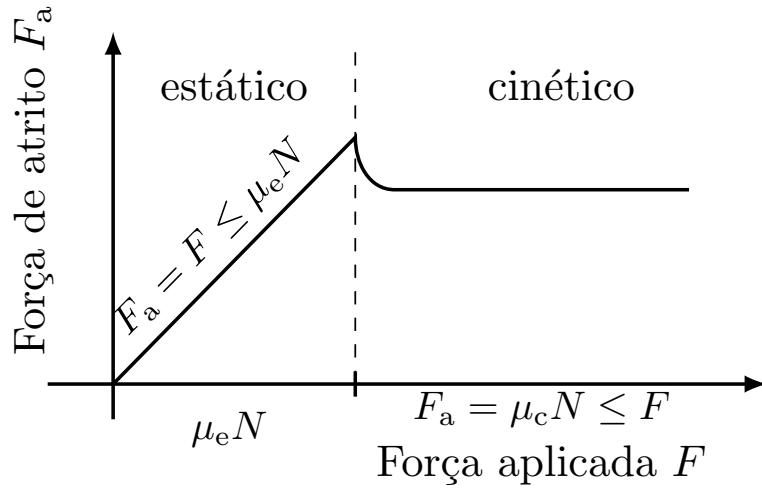


Figura 2: Gráfico da força de atrito em função da força aplicada.

1 Atrito estático

O **atrito estático** pode ser obtido mediante o estudo de um cubo, cujas superfícies laterais são de diferentes materiais, em repouso num plano inclinado (ver figura 3). À medida que aumentamos a inclinação do plano, a componente horizontal do peso aumenta, chegando a um instante em que será eminentemente o deslizamento do cubo no plano. A representação das forças está esquematizada na figura 3 (direita).

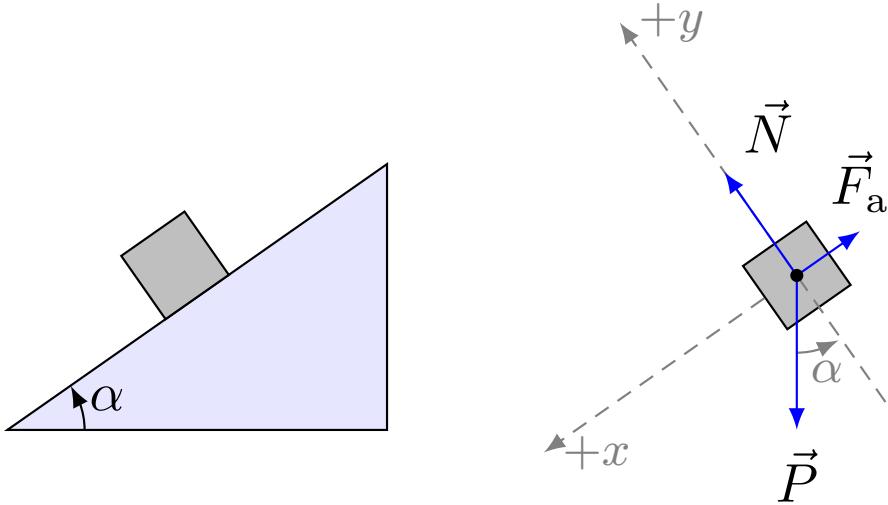


Figura 3: Representação do cubo em repouso num plano inclinado (direita) e representação das forças aplicadas no cubo (esquerda).

A força resultante neste caso será nula, $F_R = 0$, porque o cubo está em repouso.

Decompondo as forças, usando os eixos indicados, temos que

$$\begin{cases} F_R(x) = 0 \\ F_R(y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P_x - F_a = 0 \\ N - Py = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F_a = P \sin \alpha \\ N = P \cos \alpha \end{cases}$$

Dividindo ambos os termos fica

$$\begin{aligned} \frac{F_a}{N} &= \frac{\cancel{P} \cancel{g} \sin \alpha}{\cancel{P} \cancel{g} \cos \alpha} \\ &= \tan \alpha \end{aligned}$$

Deste modo, o coeficiente de atrito estático máximo ($\mu_e(\text{máx})$), nesta situação será

$$\mu_e = \frac{F_a}{N} = \tan \alpha$$

(1)

2 Atrito cinético

O mesmo cubo quando é colocado numa superfície horizontal, onde sofre uma força de atrito devido ao contacto entre as duas superfícies (base do cubo e mesa). Chamamos a esse atrito, **atrito cinético**.

Para manter o cubo (A) em movimento é possível ligar, através de um fio inextensível e de massa desprezável que passa numa roldana de massa e atrito desprezável, um corpo suspenso (B), de modo a que adquira um movimento retilíneo uniformemente acelerado (fig. 4).

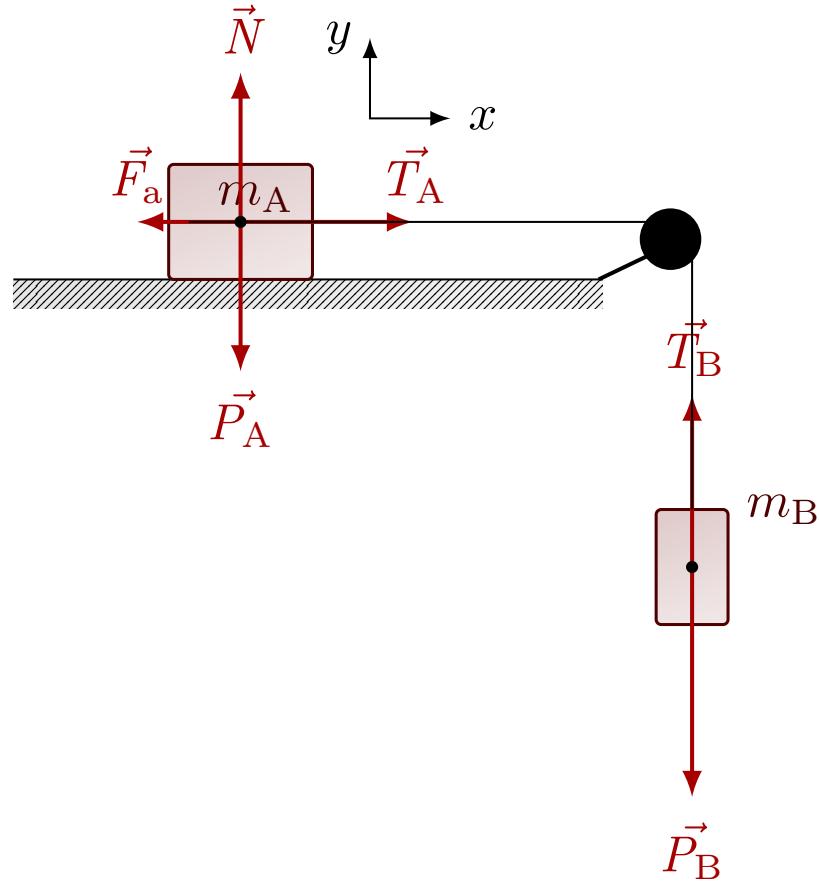


Figura 4: Representação do cubo em movimento num plano horizontal e as forças aplicadas.

Usando a segunda lei de Newton, temos para o cubo (A):

$$\begin{cases} F_R(x) = m_A a \\ F_R(y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T_A - F_a = m_A a \\ N - P_A = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T_A = F_a + m_A a \\ N = m_A g \end{cases}$$

Para o corpo B, temos:

$$F_R(B) = m_{BA} \Leftrightarrow P_B - T_B = m_{BA} \Leftrightarrow T_B = P_B - m_{BA} \Leftrightarrow T_B = m_B g - m_{BA}$$

Como o módulo das tensões dos fios são iguais $|\vec{T}_A| = |\vec{T}_B|$, podemos susbsituir a informação do corpo A no de B.

$$F_a + m_A a = m_B g - m_{BA} \Leftrightarrow F_a = -m_A a + m_B g - m_{BA} \Leftrightarrow F_A = m_B g - (m_A + m_B)a$$

Como o atrito cinético é dada pela relação $\mu = \frac{F_a}{N}$ e $N = P_A = m_A g$, podemos escrever na equação da força de atrito obtendo a relação para o coeficiente de atrito cinético.

$$F_A = m_B g - (m_A + m_B)a \Leftrightarrow \frac{F_a}{N} = \frac{m_B g - (m_A + m_B)a}{N} \Leftrightarrow \mu_e = \frac{m_B g - (m_A + m_B)a}{m_A g}$$

Logo, o atrito cinético é dado por

$$\mu_c = \frac{m_B g - (m_A + m_B)a}{m_A g}$$

(2)

3 Atividade experimental

A atividade foi desenvolvida em duas etapas:

- a primeira parte, consistiu na colocação de um cubo ou paralelepípedo para determinar o coeficiente de atrito estático (eq. 1), consoante o esquema indicado na figura 3. O objeto foi colocado num plano inclinado e foi medido o ângulo máximo, para o qual o objeto evidenciava iniciar o seu movimento;
- a segunda, consistiu na utilização do mesmo objeto, pousado numa superfície horizontal, consoante o esquema indicado na figura 4, para determinar o coeficiente de atrito cinético (2). Esse objeto estava ligado por um fio, inextensível e de massa desprezável, a um outro corpo em suspenso. O fio passava por uma roldana, com massa e atrito desprezáveis. A aceleração foi determinada mediante o traçado do gráfico de $x = f(t)$, dos dados recolhidos ao usar o Tracker nas filmagens efetuadas.

Para cada etapa foram recolhidas medições e repetidas cinco vezes.

Resultados

Atrito estático para a face de madeira:

| Madeira | | |
|--------------------------------------|---------|------------|
| $\theta_{\text{máx}}/^\circ\text{C}$ | μ_e | δ_i |
| 13 | 0,231 | 0,011 |
| 14 | 0,249 | 0,007 |
| 13,5 | 0,240 | 0,002 |
| 14 | 0,249 | 0,007 |
| 13,5 | 0,240 | 0,002 |

Tabela 1: Resultados para o coeficiente de atrito da face de madeira do cubo que estava em contacto com a superfície horizontal.

O valor médio para o coeficiente de atrito da madeira, a partir dos dados da tabela 1, foi de $\mu_e(\text{madeira}) = (0,242 \pm 0,011)$.

Agora é apresentado dados de uma das faces da segunda parte da experiência.

| Tabela de Massas | |
|------------------------|------------------------------------|
| m_{cubo} | $= 2,31 \times 10^{-1} \text{ kg}$ |
| $m_{\text{carga est}}$ | $= 6,85 \times 10^{-2} \text{ kg}$ |
| $m_{\text{carga cin}}$ | $= 8,88 \times 10^{-2} \text{ kg}$ |

Após a marcação dos pontos no tracker e importados para o Excel, obteve-se o seguinte gráfico de $x = f(t)$:

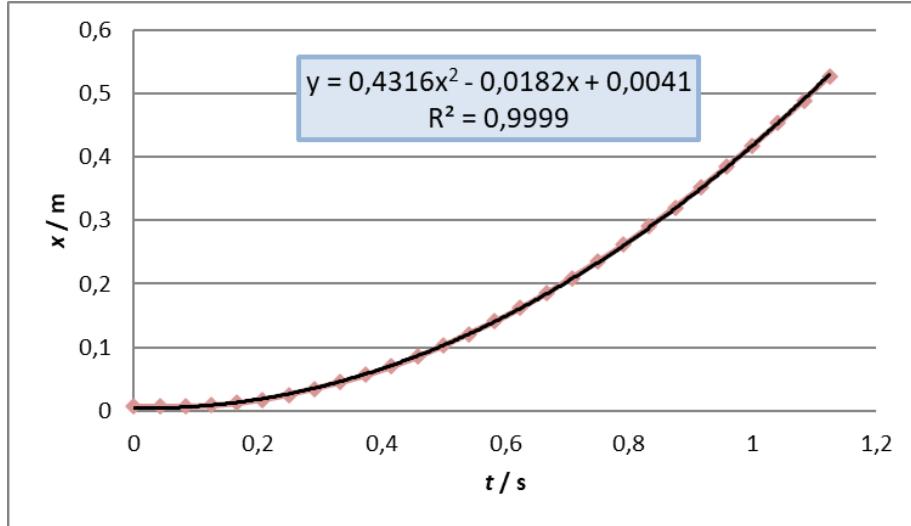


Figura 5: Gráfico da posição do cubo ao longo do tempo, cuja superfície metálica estava em contacto com a superfície horizontal.

Como o termo quadrático (usando as equações do movimento) corresponde a $a/2$. Então, determina-se a aceleração deste movimento $a = 2 \times 0,4316 = 0,8632 \text{ m s}^{-2}$

Assim, o coeficiente de atrito cinético para a superfície metálica foi de: $\mu_c = (0,262 \pm 0,001)$
Em laboratório foram obtidos os seguintes coeficientes de atrito, para as outras faces, indicados na tabela 2

| Resultados Gerais | | |
|-------------------|-------------------------|-------------------------|
| Material | $\mu_{\text{estático}}$ | $\mu_{\text{cinético}}$ |
| Metal | 0,2964 | 0,2623 |
| Acrílico | 0,2698 | 0,2605 |
| Lixa | 0,3812 | 0,3761 |

Tabela 2: Atrito estático e cinemático para diversas superfícies do cubo que ficaram em contacto com a superfície horizontal.

4 Conclusões

De acordo com os resultados obtidos podemos concluir que o coeficiente de atrito estático é sempre superior ao de atrito cinético, isto porque a aceleração influencia o coeficiente: quanto maior for a aceleração do cubo, menor é o coeficiente de atrito cinético.

Comparando os coeficientes de atrito correspondentes às diferentes faces dos cubos:

- $\mu_c(\text{lix}) > \mu_c(\text{met}) > \mu_c(\text{acrílico})$
- $\mu_e(\text{lix}) > \mu_e(\text{met}) > \mu_e(\text{acrílico})$

Sendo estes coeficientes diretamente proporcionais à força de atrito, o que é possível verificar pela equação:

$$F_a = \mu \times N,$$

sendo μ o coeficiente de atrito (estático ou cinético) e N a força normal. Também podemos concluir que a lixa é o material com maior força de atrito, por apresentar maior coeficiente de atrito, tanto cinético como estático. Por outro lado, o material que apresenta menor força de atrito é o acrílico.

$$F_a(\text{lix}) > F_a(\text{met}) > F_a(\text{acrílico})$$