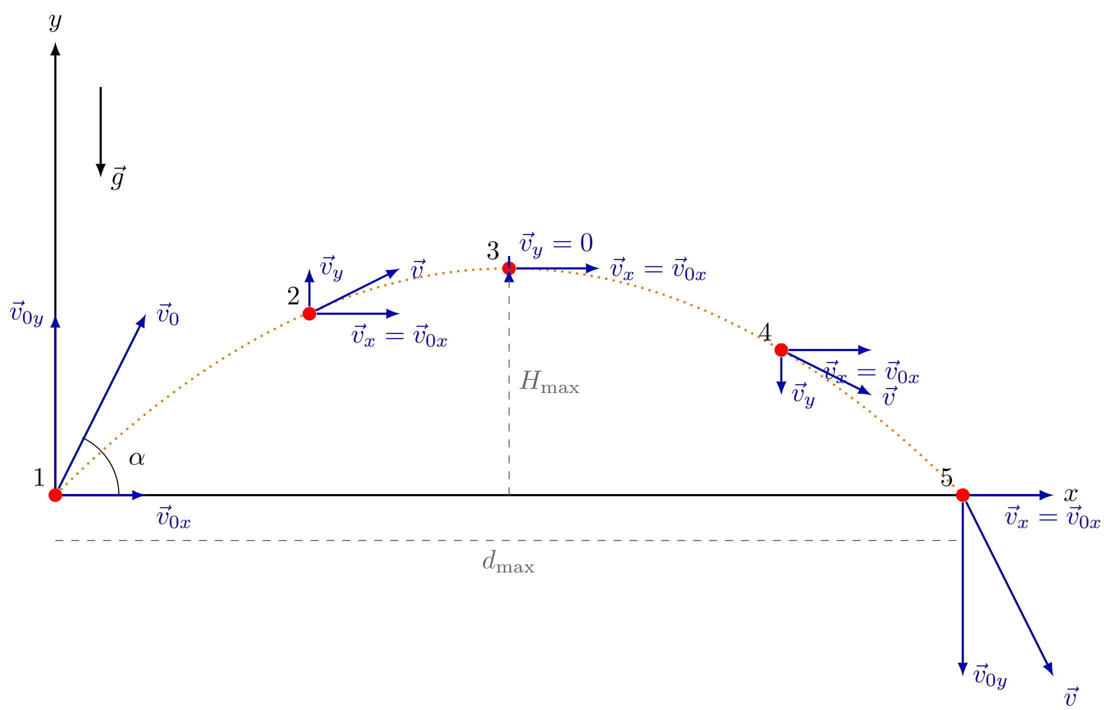
Lançamento Oblíquo

José Gonçalves

18 de dezembro de 2025



Introdução

O lançamento oblíquo de um projétil é um tipo de lançamento em que a velocidade inicial é oblíqua, fazendo um certo ângulo, α, com a direção horizontal. É o caso do movimento da bola da figura. Ao contrário do lançamento horizontal, neste lançamento a velocidade inicial tem duas componentes, uma horizontal e outra vertical. A figura mostra o esquema do movimento e respetiva imagem estroboscópica. A seguir escrevem-se as equações paramétricas do movimento no referencial indicado, assim como as componentes escalares da velocidade.

Estudo do movimento segundo o sistema coordenado

Condições iniciais

$$a_x = 0 \text{ e } a_y = -g$$

$$x_0 = 0 \text{ e } y_0 = 0$$

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha \text{ e } v_{0y} = v0 \sin\alpha$$

Tipos de movimento e respetivas equações
Na direção horizontal, a componente da resultante das forças é nula. Logo, vamos ter um movimento uniforme nesta direção.
Na direção vertical, a componente da resultante das forças não é nula, atuando sobre a bola a força da gravidade. Logo, vamos ter um movimento retardado nesta direção.
As equações que regem o movimento segundo essas direções são:

$$x(t) = v_0 \cos\alpha t \text{ e } y(t) = v_0 \sin\alpha t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$v_x = v_0 \cos\alpha \text{ e } v_y = v_0 \sin\alpha - gt$$

sendo $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

Altura máxima e alcance

Como mostra a figura, o módulo da componente escalar vertical da velocidade, v_y, diminui na subida e aumenta na descida, anulando-se no pontode altura máxima. Fazendo $v_y = 0$ na equação $v_y = v_0 \sin\alpha - gt$ obtém-se o tempo de subida do projétil:

$$t_{\text{subida}} = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$$

Consideremos o caso particular de um projétil que regressa ao plano horizontal de onde foi lançado. O tempo de subida é igual ao tempo de descida, pelo que o tempo de voo – tempo que o projétil permanece no ar – é o dobro do tempo de subida. Ou, fazendo $y(t) = 0$, obtém-se

$$t_{\text{voo}} = 2\frac{v_0 \sin\alpha}{g}$$

Podemos determinar uma expressão para a altura máxima: substitui-se o tempo de subida, $t_{\text{subida}} = v_0 \sin \alpha g$, na equação $y(t) = v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2$,obtendo-se

$$y_{\text{máx}} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

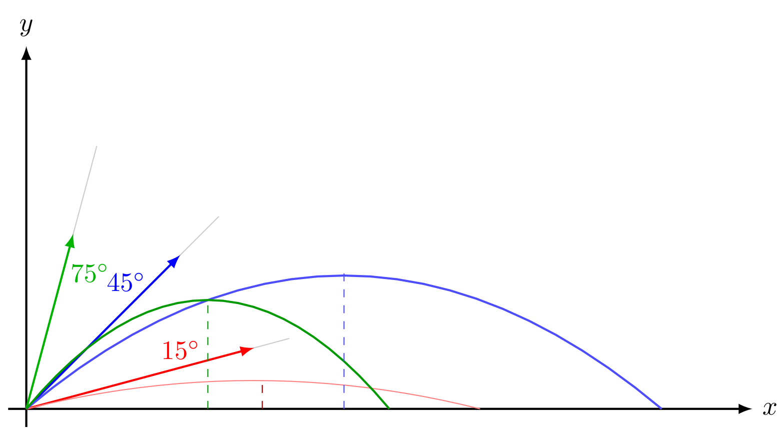
Para determinar uma expressão para o alcance do projétil substitui-se o tempo de voo, $t_{\text{voo}} = 2 v_0 \sin \alpha g$, na equação $x(t) = v_0 \cos \alpha t$, e, tendo emconta que $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, obtém-se

$$x_{\text{máx}} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

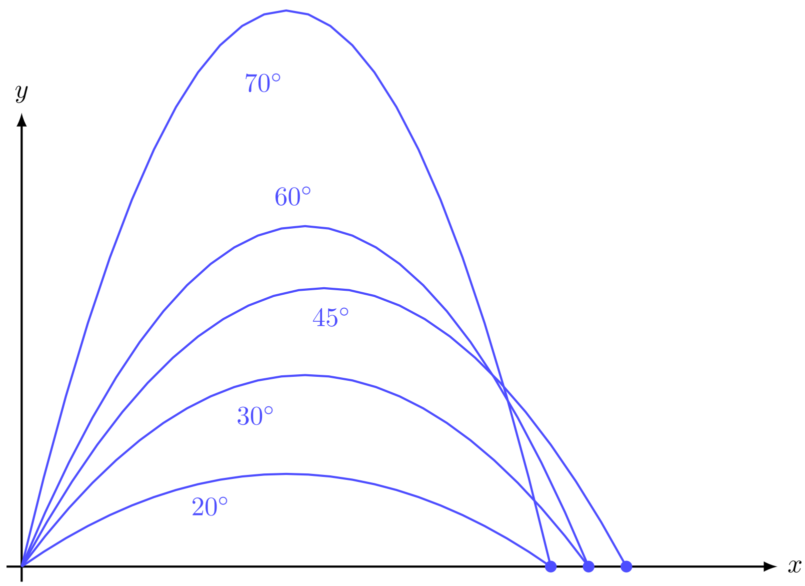
As expressões anteriores permitem-nos tirar algumas conclusões para este tipo de projétil.

Projétil lançado obliquamente que sai e regressa ao mesmo plano horizontal

Para a mesma velocidade inicial, v_0:



- a altura máxima, $y_{\text{máx}} = \dfrac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$, aumenta com o ângulo de lançamento α;
- o tempo de voo, $t_{\text{voo}} = \dfrac{2 v_0 \sin \alpha}{g}$, aumenta com o ângulo de lançamento α.



O alcance, $x_{\text{máx}} = \dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$:

- tem o valor máximo quando $\sin 2\alpha = 1 \Rightarrow 2\alpha = 90° \Rightarrow \alpha = 45°$,ou seja, para o ângulo de lançamento de 45°;
- é igual para ângulos de lançamento complementares (isto é,cuja soma é 90°): por exemplo, 20° e 70°, ou 30° e 60°, pois o seno toma o mesmo valor.

NOTA: Quando os efeitos da resistência do ar não são desprezáveis, as trajetórias deixam de ser parabólicas e tanto o alcance como a altura máxima são inferiores aos correspondentes valores sem resistência do ar.Também o ângulo para o alcance máximo deixa de ser 45°: por exemplo,numa bola de golfe, para a qual o efeito da resistência do ar não é desprezável, o alcance máximo ocorre para o ângulo de lançamento de cerca de 38°.