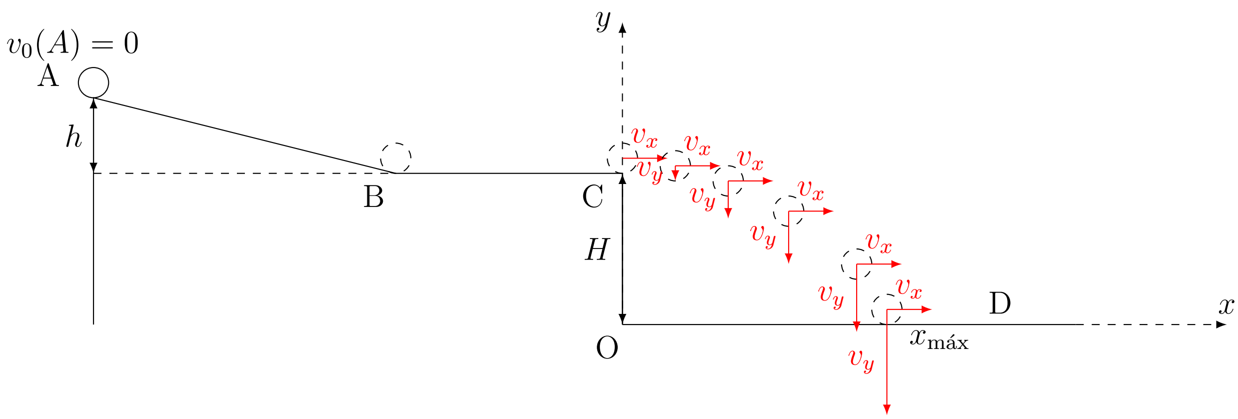
Lançamento Horizontal

José Gonçalves

17 de novembro de 2025



Movimento de A para C (com dissipação de energia)

Durante a descida da esfera no plano inclinado, parte da energia potencial gravitacional é dissipada sob a forma de calor e som, devido ao atrito e à deformação no contacto com o plano.
Assim, a conservação da energia mecânica deixa de ser exata, passando a escrever-se:

$$E_m(A) = E_m(C) + E_{\text{diss}} \Leftrightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_C^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + E_{\text{diss}}$$

Admitindo que a energia dissipada é uma fração η da energia potencial inicial ($E_{\text{diss}} = \eta\, mgh$), com $0 < \eta < 1$, temos:

$$mgh(1-\eta) = \frac{1}{2}mv_C^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}mr^2 \cdot \frac{v_C^2}{r^2}$$
$$\Rightarrow v_C = \sqrt{\frac{10}{7}(1-\eta)gh}$$

O valor de η representa a fração de energia perdida por dissipação durante a descida. Por exemplo, $\eta = 0{,}10$ corresponde a uma perda de 10% da energia mecânica.
Durante o movimento sobre o plano horizontal, pode também ocorrer dissipação adicional devido ao atrito de rolamento. Para incluir este efeito, admite-se que a velocidade da esfera diminui ligeiramente até ao ponto de lançamento, sendo $v_0 = \beta\, v_C$, com $0 < \beta \leq 1$.
O valor de β traduz a razão entre a velocidade real e a teórica sem perdas.

Movimento de C para D (desprezando a resistência do ar)

No movimento de lançamento horizontal, a esfera cai devido à aceleração da gravidade, g. Como tem velocidade inicial, na horizontal a sua velocidade mantém-se constante porque não existe nenhuma força a atuar nesta direção ($a_x = 0$). Na vertical a sua velocidade irá aumentar, devido à aceleração da gravidade ($a_y = -g$).

As condições iniciais são:

$$x_0 = 0 \quad \text{e} \quad y_0 = H$$
$$v_{0x} = v_C = v_0 \text{ e } v_{0y} = 0$$

As equações do movimento são:

$$x(t) = v_0 t \quad \text{e} \quad y(t) = H - \frac{1}{2}gt^2$$
$$v_x(t) = v_0 \quad \text{e} \quad v_y(t) = -gt$$
$$\text{sendo } v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

O tempo de queda será quando a posição y(t) = 0. Assim, usando a equação da posição, temos:

$$y(t) = H - \frac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow 0 = H - \frac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}gt^2 = H \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow t^2 = \frac{2H}{g} \Leftrightarrow t_{\text{queda}} = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Substituindo este tempo de queda na equação da posição segundo x temos o alcance máximo:

$$x_{\text{máx}} = v_0\sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Reunindo a informação com dissipação

A velocidade à saída da mesa é agora:

$$v_0 = \beta\sqrt{\frac{10}{7}(1-\eta)gh} \tag{1}$$

O alcance máximo passa a ser:

$$x_{\text{máx.}} = v_0\sqrt{\frac{2H}{g}} = \beta\sqrt{\frac{10}{7}(1-\eta)gh}\sqrt{\frac{2H}{g}} \tag{2}$$

Simplificando, a equação 2 fica:

$$x_{\text{máx.}} = \beta\sqrt{\frac{20}{7}(1-\eta)\,h\,H} \tag{3}$$

Atividade experimental

A atividade experimental foi realizada largando a esfera de duas alturas diferentes, para evitar qualquer tipo de erro acidental e testar a ligação entre o alcance e possível dissipação de energia.

Condições iniciais:
Altura do plano inclinado à mesa - $h = 0{,}145\,\mathrm{m}$
Altura da mesa ao chão - $H = 0{,}878\,\mathrm{m}$
$\beta = 1$ e $\eta = 0$

O alcance teórico, sem dissipação de energia, será:

$$\begin{aligned} x_{\text{máx.}} &= \sqrt{\frac{20}{7} h \cdot H} \\ &= \sqrt{2.85715 \cdot 0.145 \cdot 0.878} \\ &= \sqrt{2.85715 \cdot 0.1273} \\ &= \sqrt{0.36372} \\ &= 0.60307\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

A experiência foi realizada 5 vezes, obtendo-se os seguintes valores para o alcance:

Medição	$x_{\text{máx.}}/\mathrm{cm}$	$\delta_i x/\mathrm{cm}$
1	52,0	0,2
2	51,8	0,0
3	51,3	0,5
4	51,5	0,3
5	52,3	0,5

O valor médio obtido experimentalmente para o alcance da esfera foi de:

$$\bar{x}_{\text{exp.}} = (51,8 \pm 0,5)\mathrm{cm}$$

O erro experimental é dado por:

$$\begin{aligned} \epsilon_{\text{exp.}} &= \frac{\delta_a x}{\bar{x}} \times 100 \\ &= \frac{0,5}{51,8} \times 100 \\ &= 0,97\% \end{aligned}$$

Este resultado revela consistência nos resultados obtidos, ficando assim reduzidos erros acidentais. Significa, portanto, que a atividade foi bem executada.

O erro relativo foi de:

$$\begin{aligned}\varepsilon_r &= \frac{|x_{\text{máx.}} - x_{\text{exp.}}|}{x_{\text{máx.}}} \times 100 \\ &= \frac{|0.60307 - 0.518|}{0.60307} \times 100 \\ &= 14.1\%\end{aligned}$$

Numa tentativa de reduzir os efeitos dissipativos, aumentou-se a altura h em que foi largada a esfera.
Assim, para uma altura $h = 34{,}00\,\text{cm}$, esperava-se um alcance de $x_{\text{máx.}}(\text{teórico}) = 92{,}35\,\text{cm}$.

Os resultados experimentais estão indicados na tabela que se segue:

Medição	$x_{\text{máx.}}/\text{cm}$	$\delta_i x/\text{cm}$
1	85,00	0,91
2	86,50	0,59
3	86,45	0,54
4	86,30	0,39
5	85,30	0,61

O valor médio obtido experimentalmente para o alcance da esfera foi de:

$$\bar{x}_{\text{exp.}} = (85,91 \pm 0,91)\text{cm}$$

O erro experimental é dado por:

$$\begin{aligned}\epsilon_{\text{exp.}} &= \frac{\delta_a x}{\bar{x}} \times 100 \\ &= \frac{0,91}{85,91} \times 100 \\ &= 1,06\%\end{aligned}$$

Este resultado revela consistência nos resultados obtidos, ficando assim reduzidos erros acidentais. Significa, portanto, que a atividade foi bem executada.

O erro relativo foi de:

$$
\begin{aligned}
\varepsilon_r &= \frac{|x_{\text{máx.}} - x_{\text{exp.}}|}{x_{\text{máx.}}} \times 100 \\
&= \frac{|92,35 - 85,91|}{0.60307} \times 100 \\
&= 6,98\%
\end{aligned}
$$

Conclusão

Como o erro experimental foi significativo na primeira experiência, podemos concluir que existe dissipação de energia durante a descida da esfera no plano inclinado e no plano horizontal.
O erro experimental observado indica que $\eta > 0$ e/ou $\beta < 1$, isto é, há dissipação de energia tanto na descida como na deslocação sobre o plano horizontal.
Essas perdas explicam a diferença entre o alcance teórico e o valor experimental obtido.
Na segunda experiência as velocidades alcançadas pela esfera eram maiores, havendo menor dissipação de energia, como se pode aferir do erro relativo baixo.