## Задача 11-2 Фотоэлектронный умножитель (ФЭУ)

## 1. Развитие электронной лавины.

1.1 Число электронов, попадающих на анод, будет максимально, если на каждом диноде коэффициент размножения будет максимальным. Из графика зависимости коэффициента вторичной эмиссии от энергии падающих электронов следует, что его максимальное значение достигается при энергии падающих электронов равной 80 эВ. Большая часть вторичных электронов имеют энергию 4 эВ, поэтому оптимальным значением напряжения между соседними динодами является

$$\Delta U = 76B \tag{1}$$

Если пренебречь начальной энергией вторичных электронов, то оптимальным значением напряжения следует считать  $\Delta U = 80\,B$ . Отметим, что разность между этими значениями меньше 10%.

1.2 Максимально значение коэффициента вторичной эмиссии равно  $\sigma_{\max}=3,7$  (и может считаться постоянным при изменении энергии первичных электронов на величину порядка  $\pm 10$  эB). Следовательно, среднее число электронов после прохождения 10 этапов размножения равно

$$N = \sigma^{10} \approx 4.8 \cdot 10^5 \ . \tag{2}$$

1.3 В условии задачи оговорено, что движение электронов между соседними электродами можно считать равноускоренным. В этом приближении средняя скорость движения равна среднеарифметическому значению скоростей на границах рассматриваемого интервала времени, т.е.

$$\left\langle v\right\rangle = \frac{v_0 + v_k}{2}\,,\tag{3}$$

Где  $v_0, v_k$  - начальные и конечные скорости электронов при их движении между соседними электродами ФЭУ. Эти скорости выражаются через энергии электронов E (в электрон-вольтах) следующей формулой

$$\frac{mv^2}{2} = eE \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2eE}{m}} \tag{4}$$

Рассчитаем времена пролета между соседними электродами, используя эту формулу.

Энергия фотона, попадающего на фотокатод, равна  $E_{\phi} = \frac{hc}{\lambda} \approx 2,8$ эB. Поэтому, с учетом

работы выхода электрона при фотоэффекте, скорость электронов на выходе из фотокатода можно считать равной нулю. Поэтому время пролета от катода до первого динода примерно равно

$$t_{k-d} = \frac{2l}{\sqrt{\frac{2eE}{m}}} = 1{,}13 \cdot 10^{-8}c \tag{5}$$

Время пролета между соседними динодами, получим, полагая начальную энергию равной  $E_0 \approx 4$  эB (средняя энергия вторичных электронов),  $E \approx 80$  эB (энергия при которой коэффициент вторичной эмиссии максимален)

Поэтому времена пролета между соседними динодами будет равно (  $E_0 \approx 4$  эB ,  $E \approx 80$  эB )

$$t_{d-d} = \frac{2l}{\sqrt{\frac{2eE_0}{m} + \sqrt{\frac{2eE}{m}}}} = 9,25 \cdot 10^{-9} c.$$
 (6)

Наконец, время пролета от последнего динода до анода (  $E_0 \approx 43B$  ,  $E_A = 243B$  )

$$t_{d-a} = \frac{2l}{\sqrt{\frac{2eE_0}{m} + \sqrt{\frac{2eE_A}{m}}}} = 1,47 \cdot 10^{-8}c$$
 (7)

Итого, среднее время пролета равно

$$\overline{T} = t_{k-d} + 9t_{d-d} + t_{d-a} \approx 1,09 \cdot 10^{-7} c$$
. (8)

1.4 Длительность импульса определяется разностью времен прохождения через весь ФЭУ самых «медленных» и самых «быстрых» электронов. В свою очередь разброс в скоростях электронов определяется разбросом начальных энергий вторичных электронов (возникших в результате вторичной электроной эмиссии). Из приведенного графика распределения энергии вторичных электронов следует, что их энергии (по полувысоте функции распределения) лежат в диапазоне от  $E_{\min} \approx 1,5 \circ B$  до  $E_{\max} \approx 7,5 \circ B$ .

Проведем расчеты времен пролета различных участков ФЭУ для этих значений энергии.

Время пролета от катода до первого динода одинаково для всех электронов, поэтому при расчете длительности импульса (разности времен пролета) не учитывается.

Будем считать, что напряжение между динодами установлено в оптимальном режиме  $\Lambda U = 76B$ .

Средняя скорость при движении между динодами для самых «медленных» электронов

$$\overline{v}_{\min} = \frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{2eE_{\min}}{m}} + \sqrt{\frac{2e(E_{\min} + \Delta U)}{m}} \right) \approx 2,97 \cdot 10^6 \frac{M}{c}. \tag{9}$$

Средняя скорость при движении между динодами для самых «быстрых» электронов

$$\overline{v}_{\text{max}} = \frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{2eE_{\text{max}}}{m}} + \sqrt{\frac{2e(E_{\text{max}} + \Delta U)}{m}} \right) \approx 3,52 \cdot 10^6 \frac{M}{c}. \tag{10}$$

Разность времен пролета

$$\Delta t_{d-d} = \frac{l}{\overline{v}_{\min}} - \frac{l}{\overline{v}_{\max}} \approx 1,57 \cdot 10^{-9} c$$
 (11)

Аналогично рассчитаем разность времен между последним динодом и анодом (здесь  $\Delta U = 20\,B$ )

$$\Delta t_{d-a} \approx 4,59 \cdot 10^{-9} c$$
 (12)

Общая разность времен пролета (т.е. длительность импульса) оказывается равной

$$\tau = 9\Delta t_{d-d} + \Delta t_{d-a} \approx 1,87 \cdot 10^{-8} c.$$
 (13)

Если считать, что напряжение между динодами установлено равным 80 В (без учета начальной энергии вторичных электронов), то значения времен пролета оказываются равными  $t_{d-d}=9,07\cdot 10^{-9}\,c$ ; разброс времени движения  $\Delta t_{d-d}\approx 1,50\cdot 10^{-9}\,c$ .

Тогда время пролета и длительность

$$\overline{T} = t_{k-d} + 9t_{d-d} + t_{d-a} \approx 1,08 \cdot 10^{-7} c$$

$$\tau = 9\Delta t_{d-d} + \Delta t_{d-a} \approx 1,8 \cdot 10^{-8} c$$

Различия между результатами оказываются меньше допустимых 10%.

1.5 Среднее значение силы тока в импульсе рассчитывается «по определению»

$$\bar{I} = \frac{e\overline{N}}{\tau} \approx 4.1 \cdot 10^{-6} A. \tag{14}$$

1.6 Темновые импульсы с максимальной амплитудой будут инициированы электронами, испущенными с первого динода. Но и для них средний коэффициент размножения будет в  $\sigma$  раз меньше (т.е. примерно в 3 раза). Поэтому разумно установить пороговое значение в 2 раза меньшее среднего значения импульсов, которые появляются благодаря регистрации фотона

$$I_{nov.} \approx 2 \cdot 10^{-6} A. \tag{15}$$

1.7 В режиме счета фотонов импульсы тока, поступающие на вход счетного устройства, не должны перекрываться. Максимальная интенсивность падающего потока определяется именно этим условием. Итак, среднее время между появлениями электронов из фотокатода должно быть меньше длительности импульса:

$$\Delta t_{\phi_2} \approx \tau$$
 (16)

Тогда среднее время между попаданиями фотонов на катод должно быть меньше, чем

$$\Delta t_{\phi om} \approx \frac{\Delta t_{\phi \circ}}{\eta} = \frac{\tau}{\eta} \ . \tag{17}$$

Число фотонов, попадающих на катод в этом в единицу времени при выполнении условия (24), будет равно

$$\frac{\Delta N_{\phi}}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t_{dom}} = \frac{\eta}{\tau} \,. \tag{18}$$

Интенсивность света при этом будет равна (здесь  $S = \frac{\pi d^2}{4}$  - площадь катода):

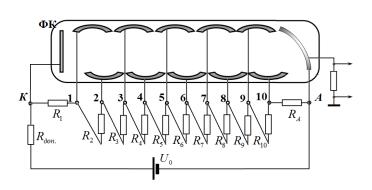
$$I = \frac{h \nu}{S} \frac{\Delta N_{\phi}}{\Delta t} = \frac{h c \eta}{\lambda S \tau}.$$
 (19)

Численное значение этой величины

$$I = \frac{hc\eta}{\lambda S\tau} \approx 1.9 \cdot 10^{-9} \frac{Bm}{M^2}$$
 (20)

## 2. Схема питания ФЭУ в режиме счета фотонов.

Напряжение имеющегося источника  $U_0$  необходимо «разделить» между имеющимися электродами. Для этого проще всего использовать делитель напряжения, состоящий последовательно соединенных резисторов (см. рис.). В такой схеме напряжение между соседними пропорционально электродами будет сопротивлению резистора. ФЭУ



содержит катод, 10 динодов и анод. Для оптимального режима работы ФЭУ напряжения должны быть следующими:

- напряжение динод-анод 20 B;
- напряжения между соседними динодами можно положить равными 80 В (точнее 76 в но это различие лежит в пределах допустимой погрешности);
  - напряжение катод- динод 80 В.

Итого, для питания ФЭУ требуется общее напряжение  $U = 10U_{d-d} + U_{d-a} \approx 820\,B$ . Поэтому излишние  $1000\text{-}820 = 180\ B$  необходимо «посадить» на дополнительном резисторе. Таким образом, получаем, что сопротивления резисторов в цепочке делителя должны быть равными:

$$R_{A} = 20r_{0}$$

$$R_{1} = R_{2} = ...R_{10} = 80r_{0}$$

$$R_{\partial on} = 180r_{0}$$
(21)

 $\Gamma$ де  $r_0$  - сопротивление, которое следует определить из дополнительных условий.

2.2 Общее сопротивление цепи питания равно  $1000 \, r_0$ , поэтому сила тока в этой цепи равна

$$I_{num.} = \frac{U_0}{1000r_0} \,. \tag{22}$$

Согласно первому условию, это значение должно быть больше, чем  $10\bar{I}$ , т.е.

$$\frac{U_0}{1000r_0} > 10\bar{I} \quad \Rightarrow \quad r_0 < \frac{U_0}{10^4\bar{I}} = \frac{1,0 \cdot 10^3 B}{10^4 \cdot 4 \cdot 10^{-6} A} \approx 25 \kappa O M. \tag{23}$$

2.3 Емкость конденсатора можно оценить по формуле для емкости плоского конденсатора

$$C \approx \frac{\varepsilon_0 S}{I} \approx 6 \cdot 10^{-14} \Phi . \tag{24}$$

2.4 Характерное время зарядки можно оценить по формуле

$$\tau_C \approx RC$$
. (25)

В этой формуле  $R=80\,r_{\!\scriptscriptstyle 0}$  - сопротивление между динодами. Выполнение второго условия

описывается неравенством  $\, au_{C} < rac{ au}{\,} \,$  , или

$$80r_0C < \frac{\tau}{2} \implies r_0 < \frac{\tau}{160C} \approx 2\kappa O_M$$
 (26)

2.5 Чтобы удовлетворить обоим условием необходимо выбрать меньшее из значений (23) и (26), т.е. выбрать значение  $r_0 \approx 2\kappa O M$ . В этом случае значения сопротивлений резисторов в цепи питания должны быть равными

$$R_{A} = 40 \ \kappa O M$$
  
 $R_{1} = R_{2} = ...R_{10} = 160 \ \kappa O M$ . (27)  
 $R_{\partial O n} = 360 \ \kappa O M$