

напряженности поля, создаваемого тонким слоем заряда.

2.6 Используя (16), суммируя по слоям, найдем полный заряд, «сидящий» внутри резистора на всем его протяжении

$$q^* = \sum_{i=1}^n q_i^* = \sum_{i=1}^n \rho_i^* S \Delta x_i = \sum_{i=1}^n \varepsilon_0 j S \Delta \rho_i = \varepsilon_0 j S \sum_{i=1}^n \Delta \rho_i = \varepsilon_0 I a l = \frac{2\pi \varepsilon_0 a^2}{l} U = 1,7 \cdot 10^{-13} \text{ Кл} . \quad (17)$$

Интересно, что согласно (18), это соответствует динамической емкости резистора

$$C = \frac{q^*}{U} = \frac{2\pi \varepsilon_0 a^2}{l} = \frac{2\varepsilon_0 S}{l} = 1,1 \cdot 10^{-13} \text{ Ф} = 0,11 \text{ пФ} . \quad (18)$$

### Задача 10- 3. Просто цепь

Первоначально цепь может показаться симметричной относительно горизонтальной линии, проходящей через центр рисунка, что позволило бы отбросить участок цепи  $KE$  (рисунок 1), поскольку ток через него не идет. Однако такое предположение неверно, поскольку элементы с несимметричной вольтамперной характеристикой – диоды – включены навстречу друг другу. Если напряжение приложено к диоду в обратном направлении, то, согласно вольтамперной характеристике, ток через него не идет. Так, ток не пойдет через нижний диод  $D$ .

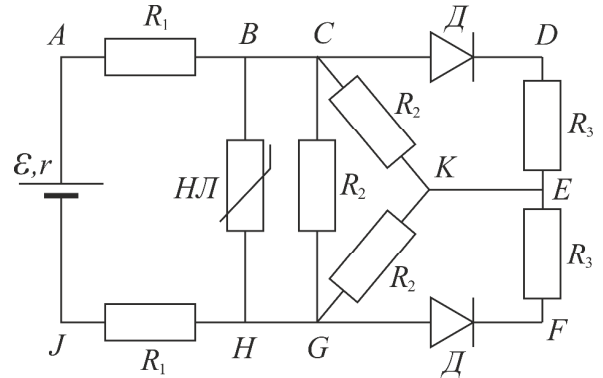


Рисунок 3 - Схема электрической цепи с обозначениями ключевых точек

Действительно, если предположить, что через оба диода ток в соответствующем направлении все же идет, то получим, что потенциал в точках  $C$  и  $G$  больше потенциала в точке  $E$ . Но тогда токи в узел  $K$  со всех сторон будут входить и никуда не выходить, чего быть не может. Таким образом, ток через нижний диод  $D$  на самом деле не будет проходить и, соответственно, ток через нижний резистор  $R_3$  равен нулю. Поскольку ток и напряжение резисторе связаны линейным соотношением, то напряжение на нижнем резисторе  $R_3$  также равно нулю. В силу отсутствия тока для дальнейшего изучения цепи участок  $GFE$  можно отбросить (рис. 2).

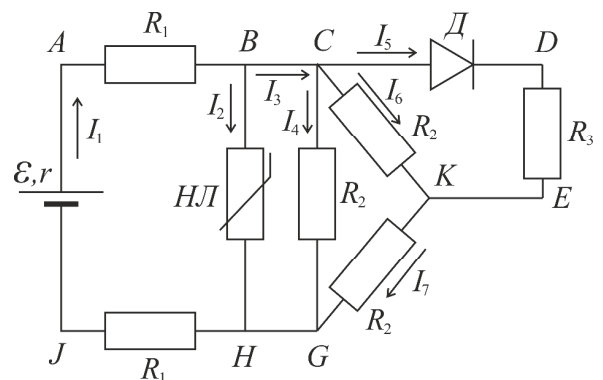


Рисунок 4 - Схема электрической цепи после отбрасывания участка с "закрытым" диодом

Так как вольт-амперная характеристика для нелинейного элемента задана графически, то для нахождения тока  $I_2$ , проходящего через него, будем использовать графический метод. Для этого необходимо найти связь между напряжением на нелинейном элементе  $U_{НЛ}$  и током через него  $I_2$ , определяемую всеми остальными элементами цепи.

Начнем рассмотрение с узла  $C$ . В нем разветвляется ток  $I_3$ , что позволяет записать следующее соотношение для токов:  $I_3 = I_4 + I_5 + I_6$ . Все токи можно выразить через соответствующие напряжения с помощью закона Ома для участка цепи с резисторами:

$$I_4 = \frac{U_{CG}}{R_2}; \quad I_5 = \frac{U_{DE}}{R_3}; \quad I_6 = \frac{U_{CK}}{R_2}$$

Изучая вольтамперную характеристику диода при его прямом включении можно заметить, что в случае напряжения на элементе, меньшего  $U_d = 0,70$  В, ток не пойдет. В противном случае через диод может проходить любой ток, при этом на элементе падение напряжения будет равно  $U_d$ . Будем считать, что через диод ток протекает. В случае неверного предположения мы получим явно некорректный результат в виде, например, обратного направления тока через оставшийся резистор  $R_3$ .

Получаем, что напряжение  $U_{DE}$  можно выразить:  $U_{DE} = U_{CK} - U_d$ . Поскольку в итоге мы хотим получить связь напряжения и тока в нелинейном элементе, то будем пытаться выразить все имеющиеся напряжения через  $U_{CG} = U_{BH}$ . Для участка  $KG$  с резистором  $R_2$  можно записать  $U_{KG} = I_7 R_2$ , что приводит к:

$$U_{CG} - U_{CK} = (I_5 + I_6) R_2 = \left( \frac{U_{DE}}{R_3} + \frac{U_{CK}}{R_2} \right) R_2 = \left( \frac{U_{CK} - U_d}{R_3} + \frac{U_{CK}}{R_2} \right) R_2$$

Отсюда можно выразить:

$$U_{CK} = \frac{U_{CG} + U_d \frac{R_2}{R_3}}{2 + \frac{R_2}{R_3}} = \frac{U_{CG} R_3 + U_d R_2}{2R_3 + R_2}$$

$$U_{DE} = U_{CK} - U_d = (U_{CG} - 2U_d) \frac{R_3}{2R_3 + R_2} \quad (1)$$

Тогда, возвращаясь назад к току  $I_3$ , получим:

$$I_3 = I_4 + I_5 + I_6 = \frac{U_{CG}}{R_2} + \frac{U_{DE}}{R_3} + \frac{U_{CK}}{R_2} = U_{CG} \frac{2R_2 + 3R_3}{R_2(R_2 + 2R_3)} - \frac{U_d}{R_2 + 2R_3}$$

Ток через источник разветвляется в узле  $B$  следующим образом:  $I_1 = I_2 + I_3$ . С другой стороны, этот ток можно определить из закона Ома для полной цепи:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{r + R}$$

Полное сопротивление всей цепи  $R$  можно записать как сумму сопротивлений двух резисторов  $R_1$ , включенных последовательно с источником, и сопротивления оставшейся цепи, которое выразим через закон Ома:

$$R = 2R_1 + \frac{U_{BH}}{I_1}$$

Тогда из последних двух выражений можно получить выражение для тока:

$$I_1 = \frac{\varepsilon - U_{BH}}{r + 2R_1} \quad (2)$$

Наконец, получаем выражение для тока через нелинейный элемент, учитывая равенство напряжений  $U_{BH} = U_{CG}$ :

$$I_2 = I_1 - I_3 = \frac{\varepsilon - U_{BH}}{r + 2R_1} - U_{BH} \frac{2R_2 + 3R_3}{R_2(R_2 + 2R_3)} + \frac{U_d}{R_2 + 2R_3} \quad (3)$$

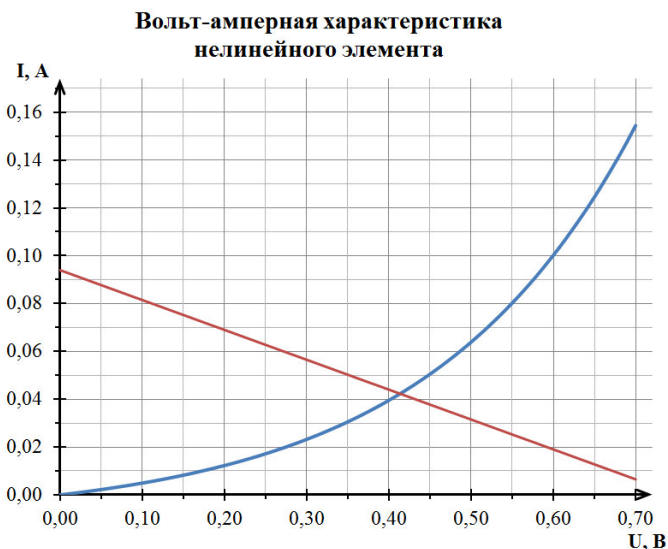
Полученное выражение представляет собой зависимость силы тока  $I_2$ , протекающей через нелинейный элемент  $HL$ , от напряжения на нем  $U_{BH}$ . Подставив численные значения характеристик, получим:

$$I_2 = 0,094 \text{ А} - 0,125 \text{ СМ} \cdot U_{BH}$$

Данная зависимость определяет прямую, которую можно провести на вольт-амперной характеристике нелинейного элемента (рисунок 3).

Координаты точки пересечения графиков как раз определяют ток и напряжение на нелинейном элементе. Получаем:  $I_2 \approx 0,042 \text{ A}$ ,  $U_{BH} \approx 0,41 \text{ V}$ . Тогда по формуле (1), полученной ранее, найдем напряжение на оставшемся резисторе  $R_3$ :

$$U_{DE} = (U_{BH} - 2U_d) \frac{R_3}{2R_3 + R_2} = -0,297 \text{ V}$$



**Рисунок 5 - Вольт-амперная характеристика нелинейного элемента с пересечением прямой, характеризующей цепь**

Полученный отрицательный результат говорит о том, что ток идет через резистор  $R_3$  в направлении, обратном предполагаемому, чего быть не может. Получаем, что допущение о том, что через верхний диод  $D$  ток идет, неверно. То есть напряжение на участке  $СК$  меньше, чем  $U_d$  (в этом можно убедиться, проведя расчеты по имеющимся формулам), что недостаточно для «открытия» диода. Таким образом, можно сделать вывод, что ток через оставшийся резистор  $R_3$  не пойдет и, соответственно, напряжение на нем будет равно нулю.

**Ответ:** токи и напряжения на обоих резисторах  $R_3$  равны нулю.

**Примечания:**

*Задачу можно было решить и альтернативным способом, с самого начала предположив, что токи через оба диода не пойдут. Тогда, проведя необходимые вычисления данной электрической цепи, необходимо было бы показать, что напряжение на участке  $СК$  меньше, чем  $U_d$ .*

*Наконец имеется еще один, самый короткий, способ решения. Руководствуясь значениями ЭДС источника, его внутреннего сопротивления и сопротивлений  $R_1$ , можно рассчитать, что максимально возможная сила тока в цепи составляет  $0,080 \text{ A}$ . Тогда, согласно вольт-амперной характеристике нелинейного элемента, максимальное напряжение на нем –  $0,55 \text{ V}$ . Отсюда следует, что напряжение на диодах не сможет превысить достаточного  $U_d = 0,70 \text{ V}$ , чтобы ток через них проходил. Отсюда сразу следует ответ данной задачи.*

После того, как участки цепи с диодами оказались выключенными, осталось рассчитать силу тока через резисторы  $R_1$ . Три резистора  $R_2$  можно заменить на резистор с сопротивлением  $\frac{3}{2}R_2$ . Тогда рассматриваемая схема приобретет вид, показанный на рис. 4.

Для расчета этой цепи можно воспользоваться уже использованным графическим методом, основанном на уравнениях (2)-(3). Так как участок цепи с диодами отключен, то в уравнении (3) следует положить  $R_3 \rightarrow \infty$ , в результате чего получим

$$I_2 = \frac{\varepsilon - U}{r + 2R_1} - \frac{3U}{2R_2}$$

Здесь обозначено  $U = U_{BH}$  - напряжение на нелинейном элементе. Подставляя численные значения, получим

$$I_2 = 0,080 - 0,155U$$

Построив график этой прямой на графике ВАХ нелинейного элемента, по координатам точки пересечения найдем силу тока  $I_2 \approx 7 \text{ мА}$  и напряжение  $U = U_{BH} \approx 0,14 \text{ В}$ . Это же напряжение приложено и к параллельно подключенному резистору, поэтому силу тока через него

$$I_3 = \frac{3U}{2R_2} \approx 10 \text{ мА}.$$

Искомая сила тока через резисторы  $R_2$  равна сумме

$$I_1 = I_2 + I_3 \approx 17 \text{ мА}.$$

