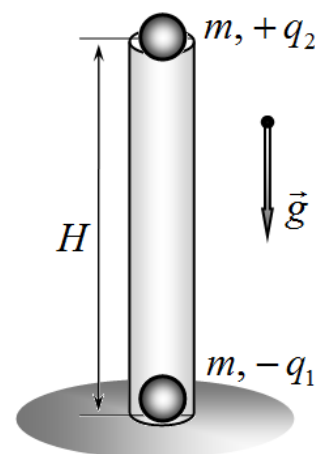


Задача 3. Шарики в трубе

На дне узкого вертикального цилиндрического стеклянного сосуда высотой H лежит небольшой проводящий шарик массы m , имеющий отрицательный электрический заряд $-q_1$. Радиус шарика значительно меньше высоты сосуда. К верхней части сосуда подносят такой же шарик, несущий положительный заряд $+q_2$, причем $|q_2| > |q_1|$. Нижний шарик отрывается от дна и в этот момент верхний шарик отпускают (можно считать, что начальные скорости шариков равны нулю). Через время τ нижний шарик опять оказывается на дне сосуда. Найдите высоту над дном сосуда h_1 , на которой в этот момент времени будет находиться второй шарик. Сопротивлением воздуха пренебречь.



Задача 10-2 «Закон Ома» для теплопередачи

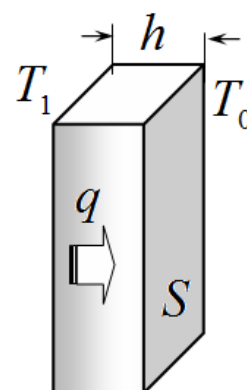
Все материалы способны проводить тепло, но по-разному! В данной задаче вам предстоит рассчитать теплофизические характеристики некоторых материалов. Закон теплопроводности полностью совпадает с законом Ома для участка цепи. Он был сформулирован французским физиком Жаном Батистом Жозефом Фурье в 1807 году.

Закон утверждает, что количество теплоты, протекающей через однородную пластину толщины h и площади S в единицу времени (т.е. мощность теплопередачи), определяется по формуле

$$q = \lambda S \frac{\Delta T}{h} \quad (1)$$

Коэффициент λ в этой формуле называется коэффициентом теплопроводности и является характеристикой вещества.

Замените в этой формуле температуру на электрический потенциал, поток теплоты на силу тока, коэффициент теплопроводности на удельную электрическую проводимость и... перед вами закон Ома.



Формула (1) справедлива, если коэффициент теплопроводности является постоянной величиной, если нет – разбивайте пластину на тонкие слои... и для каждого слоя пишите отдельные уравнения. Впрочем, удельное сопротивление также может изменяться, например, если проводник разогревается.

Во всех частях данной задачи мы будем рассматривать пластины одинаковых размеров $S = 1,00 \text{ м}^2$, $h = 10,0 \text{ см}$. Для воздушной пластины будем подразумевать, что воздух находится в коробке указанных размеров, масса воздуха внутри нее остается неизменной. Влиянием самой коробки на протекание рассматриваемых процессов будем пренебрегать. Также будем рассматривать одинаковые начальные условия: пластина имеет постоянную температуру $T_0 = 0,0^\circ\text{C}$. Одна сторона пластины все время поддерживается при этой температуре, затем вторую сторону пластины приводят в тепловой контакт с очень массивным телом (термостатом), находящимся при температуре $T_1 = 20,0^\circ\text{C}$. Координату холодной стороны полагаем равной нулю, координата второй – h . По прошествии некоторого промежутка времени тепловой поток через пластину становится стационарным, то есть не зависящим от времени. Процесс установления равновесия достаточно сложный,

нас он интересовать не будет, основное внимание уделяется стационарному распределению температур и тепловым потокам в стационарном режиме.

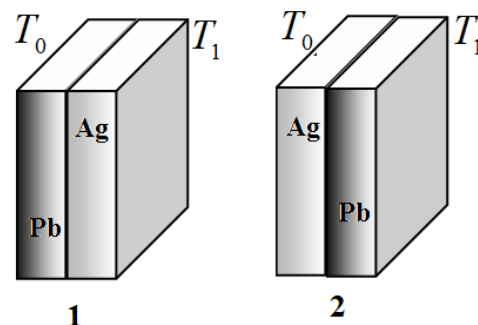
Часть 1. Металлические пластины.

В этой части рассматриваются две пластины указанных размеров, серебряная и свинцовая. Для металлов коэффициенты теплопроводности можно считать постоянными. Табличные характеристики выбранных металлов приведены в таблице.

Металл	Плотность ($\rho, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$)	Удельная теплоемкость ($C, \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$)	Коэффициент теплопроводности ($\lambda, \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$)
Серебро, <i>Ag</i>	$10,5 \cdot 10^3$	235	429
Свинец, <i>Pb</i>	$11,3 \cdot 10^3$	127	35,1

- 1.1 Рассчитайте потоки теплоты через каждую пластину в установившемся режиме q_{Ag} , q_{Pb} .
- 1.2 Рассчитайте количество теплоты, которое пошло на нагревание каждой пластины Q_{Ag} , Q_{Pb} .

Теперь соединим обе пластины. Сначала с холодной стороны находится свинцовая пластина (а серебряная с теплой), потом наоборот.



Для каждой составной пластины:

- 1.3 Рассчитайте потоки теплоты в установившемся режиме q_1 , q_2 .
- 1.4 Выразите значения q_1 , q_2 через значения потоков q_{Ag} , q_{Pb} , найденных в п.1.1.
- 1.5 Рассчитайте количества теплоты Q_1, Q_2 , которые пошли на нагревание пластин до установившегося режима (с одной стороны температура T_0 , с другой T_1).
- 1.6 Постройте графики зависимости температуры внутри пластин от координаты (на одном бланке).

Часть 2. Воздушная пластина.

Теплоемкость воздуха зависит от температуры, кроме того, внутри коробки может происходить и перераспределение плотностей воздуха, поэтому, на первый взгляд, задача становится не решаемой! Но попробуйте! Конвективные явления не учитывать!

Коэффициент теплопроводности воздуха при температуре $T_0 = 0,0^\circ\text{C}$ равен $\lambda_0 = 0,024 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$.

Молярная теплоемкость воздуха при постоянном объеме равна $C_v = \frac{5}{2}R$. Давление воздуха в коробке при начальной температуре $T_0 = 0,0^\circ\text{C}$ равно $P_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Математическая подсказка: при малых изменениях Δx справедливо равенство

$$x\Delta x = \frac{1}{2}\Delta(x^2)$$

Согласно упрощенной модели теплопроводности газов, их коэффициент теплопроводности должен определяться по формуле

$$\lambda = \frac{1}{3}\langle v \rangle \langle l \rangle \rho c_v \quad (2)$$

где $\langle v \rangle$ — средняя скорость теплового движения молекул, $\langle l \rangle$ — средняя длина свободного пробега молекулы, ρ — плотность газа, c_v — удельная теплоемкость газа в изохорном процессе.

2.1 Длина свободного пробега молекул зависит от эффективного диаметра молекулы d и концентрации молекул n . Установите вид зависимости длины свободного пробега от указанных параметров.

2.2 Коэффициент теплопроводности пропорционален абсолютной температуре в некоторой степени $\gamma = \beta T^z$. Определите показатель степени z в этой формуле.

Независимо от полученного вами результата далее считайте, что теплопроводность воздуха прямо пропорциональна абсолютной температуре, т.е. $z = 1$.

Итак, одна сторона воздушного слоя имеет температуру $t_0 = 0,0^\circ\text{C}$, вторая $t_1 = 20,0^\circ\text{C}$. Поток теплоты стал стационарным, газ в равновесии.

2.3 Рассчитайте поток теплоты через воздушный слой q_a , в предположении, что коэффициент теплопроводности воздуха постоянен (такой как при $t_0 = 0,0^\circ\text{C}$).

2.4 Нарисуйте схематический график зависимости температуры воздуха от координаты в установившемся режиме. (Здесь вам нет необходимости получать точную формулу, и даже вид зависимости).

2.5 Рассчитайте поток теплоты через воздушный слой, учитывая зависимость коэффициента теплопроводности от температуры.

2.6 Рассчитайте количество теплоты, которое пошло на нагревание воздуха от начальной температуры до установившегося распределения температур, при условии, что коэффициент теплопроводности зависит от температуры.