Решения задач. 9 класс.

Задача 9-1. Собака и поводок

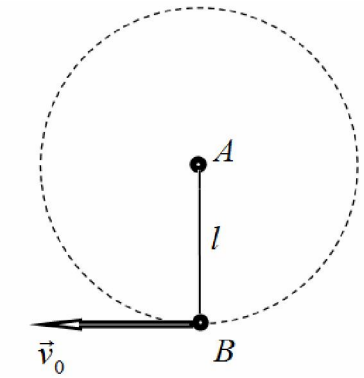
Часть 1. Очень медленное движение (ползком).

1.1 Для построения графика движения необходимо учесть, что точка B начинает двигаться, если ее расстояние до точки A начинает превышать длину поводка $l = 3{,}0$ м. При движении точки B, ее координата меньше координаты точки A на величину l при движении точки A в положительном направлении оси, и больше координаты точки на величину l при движении последней в отрицательном направлении. С помощью таких рассуждений построен график закона движения точки B, который показан на рис. 1.

1.2 Пути, пройденные рассматриваемыми материальными точками легко подсчитать по построенным графикам:

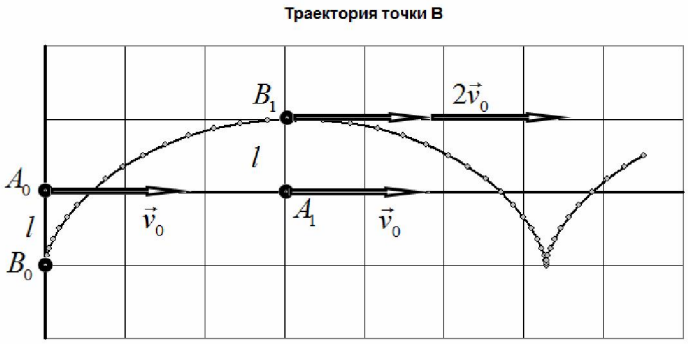
$$\begin{aligned} S_A &= 6+3+6+4+2+6 = 27\,\text{м} \\ S_B &= 3+3+3 = 9{,}0\ \text{м} \end{aligned} \quad . \qquad (1)$$

Часть 2. Движение без трения.



2.1 Эту часть задачи проще всего решить, если прейти в систему отсчета, связанную с точкой A. В этой системе отсчета в начальный момент времени точка B получает скорость v_0, направленную перпендикулярно веревке. Так как на точку B действует только сила натяжения веревки, то в этой системе отсчета эта точка будет двигаться по окружности радиуса l вокруг точки A (см. рис.)

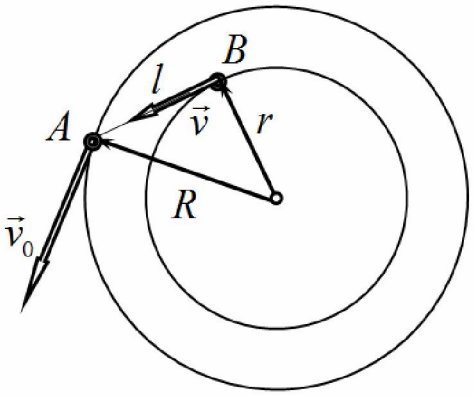
2.2 В исходной, неподвижной системе отсчета движение точки B будет являться суперпозицией движения по окружности с постоянной по модулю скоростью поступательного движения v_0 и поступательного движения центра окружности с той же скоростью v_0. Результатом такого наложения является движение по циклоиде, вид которой показан на следующем рисунке.



2.3 Скорость точки B будет максимальна, когда вектор ее скорости относительно точки A совпадет по направлению с вектором скорости точки A (на рисунке – это верхняя точка траектории B_1). В этот момент времени скорость точки будет равна

$$v_{max} = 2v_0 . \qquad (2)$$

Часть 3. Очень вязкое трение.



3.1 Из приведенной подсказки следует, что вектор скорости точки B направлен вдоль поводка, то есть, направлен на точку A. Не сложно сообразить, что в этом случае траекторией точки B также будет окружность, концентрическая с траекторией точки A. На рисунке показаны обе траектории и векторы скоростей обеих точек.

3.2 Из рисунка следует, что радиус окружности, по которой движется точка B, равен

$$r = \sqrt{R^2 - l^2} \approx 5{,}2\,\text{м} . \qquad (3)$$

3.3 Так как угловые скорости движения точек равны, то модуль скорости точки B оказывается равным

$$\frac{v_0}{R} = \frac{v}{r} \quad \Rightarrow \quad v = v_0 \frac{r}{R} \approx 5{,}2 \frac{\text{м}}{\text{с}} . \qquad (4)$$