

Задача 9-3 Опыты Георга Ома.

Часть 1. Экспериментальная установка.

Для ответа на поставленные вопросы требуется не только разобраться в принципах действия установки, но высказать некоторые предположения (почти очевидные) о характере исследуемых процессов.

1.1 Так как в этом положении в установке Г. Ома подвес также не закручен, то момент силы со стороны поля Земли равен нулю (так как в этом положении стрелка находится в

равновесии).

1.2 Измерения угла закручивания проводятся при направлении стрелки на север. В этом положении момент силы, действующий на стрелку со стороны поля Земли равен нулю, поэтому нет необходимости учитывать магнитное поле Земли.

1.3 При закручивании подвеса стрелка возвращается в исходное состояние если момент силы упругости уравнивает максимальный момент силы, действующей на стрелку со стороны магнитного поля тока. Так как измерения проводятся при ориентации стрелки строго вдоль направления тока, то момент силы, действующей со стороны тока, зависит только от силы тока. Наконец, момент силы упругости пропорционален углу закручивания. Отсюда следует, что при указанной методике измеряемый угол закручивания пропорционален силе тока.

Отметим, что при измерении угла отклонения стрелки необходимо знать зависимость моментов сил от угла поворота стрелки.

1.4 Ртутные контакты используются для уменьшения и стабилизации их сопротивления.

Часть 2. Теоретическое описание.

2.1 Из закона Ома следует, что сила тока в цепи описывается формулой

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_0}{rx + R_0}. \quad (1)$$

где rx - сопротивление подключенной проволоки

Тогда угол закручивания равен

$$X = cI = \frac{cU_0}{rx + R_0}. \quad (2)$$

2.2 Последнюю формулу можно переписать в форме, совпадающей с формой, предложенной Г. Омом

$$X = \frac{\left(\frac{cU_0}{r} \right)}{x + \frac{R_0}{r}}. \quad (3)$$

Из сравнения этой формулы с формулой Г. Ома $X = \frac{a}{x+b}$, находим формулы для параметров Ома

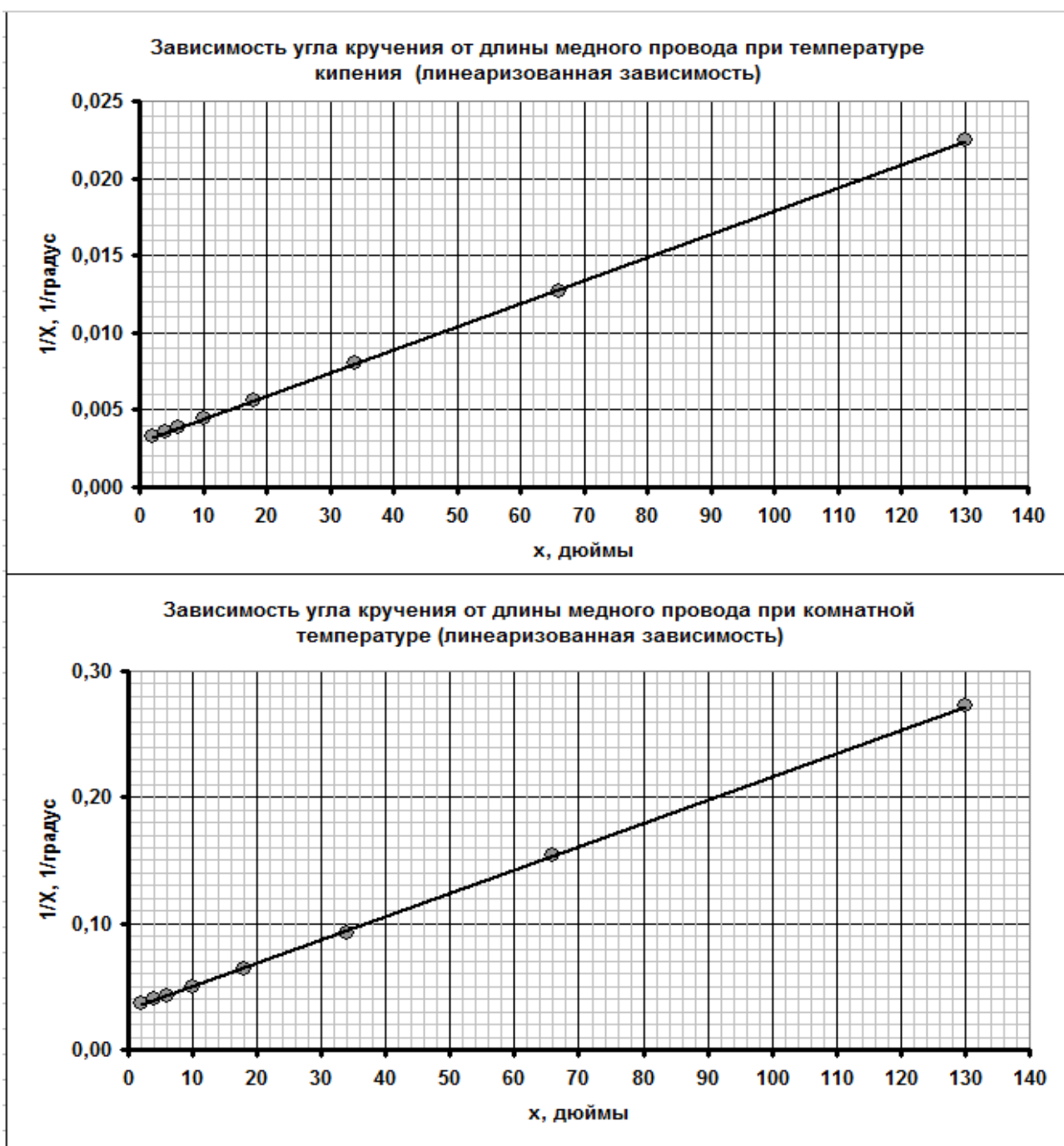
$$a = \frac{cU_0}{r}, \quad b = \frac{R_0}{r}. \quad (4)$$

Часть 3 Результаты измерений и их обработка.

Для того, чтобы получить линейную зависимость, удобно построить график зависимости величины X^{-1} от длины проволоки. Расчеты величин обратных углов закручивания приведены в Таблице 1. Соответствующие графики показаны на рисунках.

Таблица 1 Измерения с медной проволокой.

x , дюйм	2,0	4,0	6,0	10,0	18,0	34,0	66,0	130,0
X° (при $80^\circ R$)	305,25	281,50	259,00	224,00	178,50	124,75	79,00	44,50
X° (при $7,0^\circ R$)	27,00	25,00	23,33	20,00	15,50	10,75	6,50	3,67
X^{-1} (при $80^\circ R$)	0,0033	0,0036	0,0039	0,0045	0,0056	0,0080	0,0127	0,0225
X^{-1} (при $7,0^\circ R$)	0,0370	0,0400	0,0429	0,0500	0,0645	0,0930	0,1538	0,2725



Полученные графики являются линейными с высокой точностью, что подтверждает применимость формулы Ома для описания полученной зависимости.

3.2 Для расчета параметров a, b запишем полученную зависимость в виде

$$\frac{1}{X} = \frac{x+b}{a} = \frac{1}{a}x + \frac{b}{a} = Ax + B \quad (5)$$

Где A, B - параметры линейных зависимостей, представленных на графиках. Эти параметры могут быть найдены различными традиционными способами (МНК, по графикам, усреднением по всем точкам). Ниже приведены их значения, рассчитанные по методу наименьших квадратов.

Для первой зависимости (при температуре кипения):

$$A_1 = 1,50 \cdot 10^{-4} \text{ град}^{-1} \cdot \text{дюйм}^{-1}, \quad B_1 = 2,94 \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1}. \quad (6)$$

Для второй зависимости (при комнатной температуре):

$$A_2 = 2,85 \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1} \cdot \text{дюйм}^{-1}, \quad B_2 = 3,19 \cdot 10^{-2} \text{ град}^{-1}. \quad (6)$$

Из формул (5) следует, что параметры Ома для указанных зависимостей равны

$$a_1 = \frac{1}{A_1} = 6,68 \cdot 10^3 \text{ град} \cdot \text{дюйм}, \quad b_1 = a_1 B_1 = 19,6 \text{ дюйм}. \quad (7)$$

$$a_2 = \frac{1}{A_2} = 5,41 \cdot 10^2 \text{ град} \cdot \text{дюйм}, \quad b_2 = a_2 B_2 = 17,3 \text{ дюйм}. \quad (8)$$

3.3 Из формул (4) следует, что сопротивление R_0 пропорционально параметру b (в данном случае величина r постоянна)

$$R_0 = br. \quad (9)$$

Поэтому близость этих параметров для обеих зависимостей свидетельствует о близости значений R_0 . Действительно, оказалось, что значения параметров b_1 и b_2 близки, различия между ними составляют порядка 10%. Очевидной причиной их различия являются неизбежные погрешности измерений. Второй возможной причиной является зависимость сопротивления термобатареи от температуры.

3.4 Легко заметить, что параметр $b = \frac{R_0}{r}$ и является искомой величиной - длиной проволоки, которая имеет сопротивление R_0 , поэтому она равна $l = b_1 \approx 20 \text{ дюйм}$.

3.5 Величина параметра $a = \frac{cU_0}{r}$ пропорциональна напряжению термобатареи. Поэтому отношение этих параметров равно отношению напряжений. Используя полученные данные, находим, что

$$\frac{U_{01}}{U_{02}} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{6,68 \cdot 10^3}{5,41 \cdot 10^2} \approx 12. \quad (10)$$

С другой стороны отношение разностей температур равно отношению температуры кипения воды к комнатной температуре

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{80}{7,0} \approx 11,4. \quad (11)$$

Близость этих значений позволяет считать, что напряжение термобатареи примерно пропорционально разности температур ее концов.

3.6 Обработаем результаты измерений с латунной проволокой, так же как и ранее. Строим зависимость $X^{-1}(x)$ - расчеты в таблице 2, ниже график зависимости.

Таблица 2. Измерения с латунной проволокой.

x , дюйм	2,0	4,0	8,0	16,0
X° (при $80^\circ R$)	111,50	64,75	37,00	19,75
X^{-1} (при $80^\circ R$)	0,0090	0,0154	0,0270	0,0506



Рассчитываем значения параметров линейной зависимости

$$A_3 = 2,96 \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1} \cdot \text{дюйм}^{-1}, \quad B_3 = 3,31 \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1}. \quad (12)$$

И по ним значения параметров Ома

$$a_3 = \frac{1}{A_3} = 3,38 \cdot 10^2 \text{ град} \cdot \text{дюйм}, \quad b_3 = a_3 B_3 = 1,12 \text{ дюйм}. \quad (13)$$

В рассматриваемых сериях измерений неизменной остается напряжение батареи, но разные значения r . Поэтому для сравнения значений R_0 воспользуемся отношением параметров, которое следует из формул (4)

$$\frac{b}{a} = \frac{R_0}{cU_0}. \quad (14)$$

Как следует из этой формулы это отношение пропорционально R_0 . Рассчитаем эти отношения для двух случаев медной и латунной проволок (при постоянной разности температур)

$$\frac{b_1}{a_1} = \frac{19,6 \text{ дюйм}}{6,68 \cdot 10^3 \text{ град} \cdot \text{дюйм}} \approx 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1} \quad (15)$$

$$\frac{b_3}{a_3} = \frac{1,12 \text{ дюйм}}{3,38 \cdot 10^2 \text{ град} \cdot \text{дюйм}} \approx 3,3 \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1}. \quad (16)$$

По словам самого Г. Ома в данном случае параметры изменяются почти в 20 раз, а при этом их отношение «почти» не изменяется (всего на 12%), поэтому можно считать величину R_0 одинаковой в этих сериях экспериментов.

Отметим, что погрешность определения параметра b_3 по приведенным результатам измерений Г. Ома составляет 15%.

3.7 Требуемая величина может быть найдена как отношение величин r для латунной и медной проволок, которое в свою очередь равно отношению параметров a . Действительно,

$$a = \frac{cU_0}{r} \Rightarrow \frac{r_{\text{Л}}}{r_{\text{М}}} = \frac{a_1}{a_3} \approx 20. \quad (17)$$

Таким образом, сопротивление одного дюйма латунной проволоки примерно равно сопротивлению 20 дюймов медной проволоки.

Заметим, что теоретически это же отношение может быть найдено как отношение параметров b (по приведенным данным оно примерно равно 17). Но отношение параметров a дает более точный результат, так как обычно погрешности определения сдвигов линейных зависимостей (параметров B) заметно превышают погрешности определения коэффициентов наклона (параметров A).