Меры расстояния в космологии

Д. Хогг (США)

Перевод М.Х. Шульмана (shulman@dol.ru)

---

arXiv:astro-ph/9905116v4 16 Dec 2000

Distance measures in cosmology

David W. Hogg (hogg@ias.edu)

Institute for Advanced Study, 1 Einstein Drive, Princeton NJ 08540

---

1 Введение

В космологии (или, точнее, *космографии,* т.е. в науке об измерении Вселенной) существует много способов определить расстояние между двумя точками, поскольку из-за расширения Вселенной расстояния между сопутствующими (commoving) объектами постоянно изменяются, так что земные наблюдатели смотрят назад во времени, как если бы они смотрели на пространственные расстояния. Объединяющий аспект состоит в том, что все меры расстояния так или иначе служат для измерения промежутков между событиями вдоль радиальных траекторий с нулевым[1] интервалом, т.е. траекторий распространения фотонов, заканчивающихся в точке, где находится наблюдатель.

В данной публикации даются формулировки для многих различных космологических мер расстояния. Я трактую понятие “меры расстояния” весьма свободно. Так, например, время распространения света от объекта и сопутствующий объем рассматриваются как меры расстояния. Библиография, относящаяся к этой проблематике, может быть использована для различных выводов; это просто “шпаргалка”. Простейшие компьютерные программы, вычисляющие все эти расстояния, доступны для авторов с помощью соответствующих запросов. Комментарии и поправки всячески приветствуются, равно как благодарности или цитирование в исследованиях, которые используют эту сводку или соответствующий код.

2 Космографические параметры

Постоянная Хаббла H_0 – это коэффициент пропорциональности между скоростью разбегания v и расстоянием d в расширяющейся Вселенной:

$$v = H_0\, d \tag{1}$$

Индекс “0” указывает на значение параметра в современную эпоху, поскольку в общем случае величина H изменяется во времени. Размерность H_0 обратна размерности времени но обычно этот коэффициент записывается в виде

$$H_0 = 100\, h\ \mathrm{km\, s^{-1}\, Mpc^{-1}} \tag{2}$$

[1] В релятивистском смысле. – Примеч. пер.

где h – безразмерное число, параметризующее наше незнание. (Современная оценка – 0.6<h< 0.9). Обратная к постоянной Хаббла величина – это *время Хаббла* t_H

$$t_{\mathrm{H}} \equiv \frac{1}{H_0} = 9.78 \times 10^9\, h^{-1}\ \mathrm{yr} = 3.09 \times 10^{17}\, h^{-1}\ \mathrm{s} \tag{3}$$

и скорость света c, умноженная на время Хаббла, называется *расстоянием Хаббла* D_H

$$D_{\mathrm{H}} \equiv \frac{c}{H_0} = 3000\, h^{-1}\ \mathrm{Mpc} = 9.26 \times 10^{25}\, h^{-1}\ \mathrm{m} \tag{4}$$

Эти величины устанавливают шкалу для Вселенной, и часто космологи работают в геометрических единицах, где $c = t_{\mathrm{H}} = D_{\mathrm{H}} = 1$.

Плотность массы ρ во Вселенной и значение космологической постоянной Λ являются динамическими характеристиками Вселенной, влияющими на время эволюции метрики, но в данной публикации мы будем интерпретировать их как чисто кинематические параметры. Они могут быть представлены в виде безразмерных плотностей массы Ω_{M} и Ω_Λ в виде

$$\Omega_{\mathrm{M}} \equiv \frac{8\pi\, G\, \rho_0}{3\, H_0^2} \tag{5}$$

$$\Omega_\Lambda \equiv \frac{\Lambda\, c^2}{3\, H_0^2} \tag{6}$$

(Peebles, 1993, страницы 310–313), где индексы “0” указывают на соответствие (в общем случае эволюционирующих во времени) значений настоящей эпохе. Третий параметр плотности Ω_k характеризует “пространственную кривизну” и может быть определен с помощью соотношения

$$\Omega_{\mathrm{M}} + \Omega_\Lambda + \Omega_k = 1 \tag{7}$$

Эти параметры полностью определяют геометрию Вселенной в том случае, если она однородна, изотропна, и в ней преобладает материя [2]. Кстати сказать, значение критической плотности Ω = 1 соответствует $7.5 \times 10^{21}\, h^{-1}\, M_\odot\, D_{\mathrm{H}}^{-3}$, где $M_\odot$ – масса Солнца.

Как думает большинство, в некотором смысле “маловероятно”, чтобы все три из этих параметров плотности имели одинаковый порядок величины, и мы знаем, что Ω_{M} значительно больше нуля, так что многие считают, $(\Omega_{\mathrm{M}}, \Omega_\Lambda, \Omega_k) = (1, 0, 0)$, и при этом полагают $(\Omega_{\mathrm{M}}, 1 - \Omega_{\mathrm{M}}, 0)$ и $(\Omega_{\mathrm{M}}, 0, 1 - \Omega_{\mathrm{M}})$ в качестве второго приближения [3]. Если Ω_Λ = 0, то *параметр*

---

[2] А не излучение, как на ранней стадии эволюции Вселенной. – Примеч. пер.

[3] Эта фраза без изменения взята из первой редакции заметок и может быть использована историками космологии для точного указания первоисточника.

замедления q_0 в точности равен половине Ω_M, в противном случае q_0 не является полезным параметром. Когда я выполняю космологические расчеты и хочу охватить все варианты, я использую три модели мира

Наименование модели	Ω_M	Ω_Λ
Эйнштейна-де Ситтера	1	0
С низкой плотностью	0.05	0
С большой Λ	0.2	0.8

Эти три модели сдвигают наблюдательные пределы в различных направлениях. Некоторые могут возразить, что все три модели уже отвергнуты, первая – вследствие [реального] учета массы, вторая – вследствие обнаруженной анизотропии космического микроволнового фонового излучения, а третья – на основании статистики линзирования. Очень похоже, что истинная модель мира располагается где-то между ними (по крайней мере, если параметризация $\Omega_M, \Omega_\Lambda, \Omega_k$ сама по себе верна).

3 Красное смещение (Redshift)

Красное смещение z для некоторого объекта – это относительное доплеровское смещение частоты испущенного света вследствие радиального движения

$$z \equiv \frac{\nu_e}{\nu_o} - 1 = \frac{\lambda_o}{\lambda_e} - 1 \qquad (8)$$

где ν_o и λ_o – наблюдаемые частота и длина волны, а ν_e и λ_e – частота и длина волны испущенного света. В специальной теории относительности красное смещение связано с радиальной скоростью v соотношением

$$1 + z = \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}} \qquad (9)$$

где *c* – скорость света. В общей теории относительности выражение (9) истинно в одной частной координатной системе, но не в любой из традиционно используемых координатных систем. Многие уверены (в частности, по этой причине), что неверно рассматривать релятивистское красное смещение как обусловленное радиальными скоростями вообще (например, Harrison, 1993). Я не согласен с этим. С другой стороны, красное смещение непосредственно наблюдаемо, а радиальные скорости – нет; данная же публикация ориентируется на наблюдаемые величины.

Разница между измеренным красным смещением z_{obs} объекта и его *космологическим красным смещением* z_{cos} обусловлена его (радиальной) *пекулярной скоростью* v_{pec}; т.е. мы определяем космологическое красное смещение как часть красного смещения, обусловленная только расширением Вселенной, или *хаббловским потоком.* Пекулярная скорость связана с разницей в красном смещении соотношением

$$v_{\rm pec} = c\,\frac{(z_{\rm obs} - z_{\rm cos})}{(1+z)} \quad (10)$$

где я полагаю $v_{\rm pec} \ll c$. Это может быть выведено из (9) с помощью дифференцирования и использования формулы специальной теории относительности для сложения скоростей. Здесь мы полагаем $z = z_{\rm cos}$.

При малых v/c или малых расстояниях *d* в расширяющейся Вселенной скорость линейно пропорциональна расстоянию (а все меры расстояния, например, угловое, фотометрическое и др. близки):

$$z \approx \frac{v}{c} = \frac{d}{D_{\rm H}} \quad (11)$$

где D_H – расстояние Хаббла, определенное соотношением (4). Но это *справедливо только для малых красных смещений!* Важно отметить, что многие обзоры красных смещений галактик, в которых эти смещения представлены относительно радиальных скоростей, *всегда* используют нерелятивистское приближение $v = cz$, даже когда это может быть неоправданно с физической точки зрения (см., например, Fairall 1992).

В космографических терминах космологическое красное смещение непосредственно связано с масштабным фактором *a(t)*, или “размером” Вселенной. Для некоторого объекта с красным смещением *z*

$$1 + z = \frac{a(t_{\rm o})}{a(t_{\rm e})} \quad (12)$$

где $a(t_0)$ – размер Вселенной в момент наблюдения света, $a(t_e)$ – размер в момент времени, когда свет был испущен.

Красное смещение, как правило, всегда определено по отношению к нам (или в системе отсчета, центральной по отношению к нам, но стационарной относительно микроволнового фонового космического излучения), но можно определить красное смещение z_{12} между объектами 1 и 2, каждый из которых обладает собственным космологическим красным смещением относительно нас: красное смещение z_{12} объекта с красным смещением z_2 относительно гипотетического наблюдателя с красным смещением $z_1 < z_2$ дается выражением

$$1 + z_{12} = \frac{a(t_1)}{a(t_2)} = \frac{1+z_2}{1+z_1} \quad (13)$$

4 Радиальное сопутствующее состояние (line-of-sight comoving distance)

Малый элемент $\delta D_{\rm C}$ *сопутствующего расстояния* между двумя соседними объектами во Вселенной – это расстояние между ними, которое остается постоянным в течение промежутка времени, пока эти два объекта движутся в хаббловском потоке. Иными словами, это расстояние между ними, которое должно быть измерено линейкой в момент времени, когда они наблюдались (*собственное расстояние – proper distance*), деленное на отношение масштабных факторов Вселенной тогда и сейчас; т.е. это собственное расстояние, умноженное на (1+z). Полное радиальное сопутствующее состояние D_{C} от нас до удаленного объекта вычисляется с помощью интегрирования бесконечно малых приращений δD_{C} между соседними событиями вдоль радиального луча от z = 0 до объекта.

Следуя работе Пиблза (Peebles 1993, страницы 310–321) (он именует поперечное сопутствующее расстояние /transverse comoving distance/ сбивающим с толку названием "расстояние углового размера – angular size distance," которое *не является тем же,* что "угловое расстояние, или расстояние углового диаметра – angular diameter distance", вводимое ниже), мы определяем функцию

$$E(z) \equiv \sqrt{\Omega_{\mathrm{M}}\,(1+z)^3 + \Omega_k\,(1+z)^2 + \Omega_\Lambda} \tag{14}$$

пропорциональную производной по времени от логарифма масштабного фактора (т.е. $\dot{a}(t)/a(t)$, где z – красное смещение, Ω_{M}, Ω_k и Ω_Λ - три параметра плотности, определенные выше (по этой причине $H(z) = H_0\,E(z)$ является постоянной Хаббла, измеренной гипотетическим астрономом при красном смещении z). Поскольку $dz = da$, то $dz/E(z)$ пропорциональна времени распространения фотона вдоль интервала красного смещения dz, деленному на масштабный фактор в эту эпоху.

Поскольку скорость света – константа, то это является собственным расстоянием (proper distance), деленным на масштабный фактор, что является определением сопутствующего расстояния (comoving distance). Полное радиальное сопутствующее расстояние (total line-of-sight comoving distance) будет тогда даваться интегралом от этих вкладов, или

$$D_{\mathrm{C}} = D_{\mathrm{H}} \int_0^z \frac{dz'}{E(z')} \tag{15}$$

где D_{H} – расстояние Хаббла, определенное соотношением (4).

В некотором смысле радиальное сопутствующее расстояние (line-of-sight comoving distance) есть мера фундаментального расстояния в космографии, поскольку, как мы увидим ниже, все другие являются просто выводимыми из него. Радиальное сопутствующее расстояние между двумя соседними событиями (т.е. с близкими красными смещениями или расстояниями) является расстоянием, которое мы можем локально измерять между событиями сегодня, если эти две точки были заключены в хаббловском потоке. Это корректная мера расстояния для измерения аспектов крупно-масштабной структуры, отпечатавшейся в хаббловском потоке, например, расстояний между "стенками (walls)".

5 Поперечное сопутствующее расстояние (transverse comoving distance)

Поперечное сопутствующее расстояние между двумя событиями при одном и том же красном смещении или на одном или находящимся на одном и том же радиальном расстоянии, но разделенным на небосводе некоторым углом $\delta\theta$, равно $D_{\mathrm{M}}\,\delta\theta$, так это поперечное что сопутствующее расстояние D_{M} (обозначаемое так по причине, объясненное ниже) просто связано с радиальным сопутствующим расстоянием D_{C} соотношением:

$$D_M = \begin{cases} D_H \frac{1}{\sqrt{\Omega_k}} \sinh\left[\sqrt{\Omega_k}\, D_C/D_H\right] & \text{при} \quad \Omega_k > 0 \\ D_C & \text{при} \quad \Omega_k = 0 \\ D_H \frac{1}{\sqrt{|\Omega_k|}} \sin\left[\sqrt{|\Omega_k|}\, D_C/D_H\right] & \text{при} \quad \Omega_k < 0 \end{cases} \tag{16}$$

где тригонометрические функции sinh и sin учитывают то, что называются “кривизной пространства”. (Кривизна пространства не независима от координат; изменение координат делает пространство плоским; только независимая от координат кривизна является кривизной пространства-времени, которая связана с локальной плотностью массы-энергии или, в действительности, тензора массы-энергии). При $\Omega_\Lambda = 0$ существует аналитическое решение в виде

$$D_M = D_H \frac{2\left[2 - \Omega_M (1 - z) - (2 - \Omega_M)\sqrt{1 + \Omega_M z}\right]}{\Omega_M^2 (1 + z)} \quad \text{при } \Omega_\Lambda = 0 \tag{17}$$

(Weinberg, 1972, стр. 485; Peebles, 1993, стр. 320–321). Некоторые (например, Weedman, 1986, стр. 59–60) называют эту меру расстояния “собственным расстоянием (proper distance)”, что, несмотря на известное распространение, является дурным стилем[4]. (Хотя данные заметки основаны на выводе Пиблза /Peebles/, имеется качественно отличный метод, использующий параметр, известный как *угол эволюции* (*development angle*) χ, который растет по мере эволюции Вселенной. Специалисты по теории относительности в целом предпочитают именно этот метод; см., например, (Misner, Thorne & Wheeler 1973, стр. 782–785).

Поперечное сопутствующее расстояние оказывается эквивалентом *расстояния по собственному движению* (*proper motion distance*) (отсюда и обозначение D_M), определенного как отношение истинной *линейной* поперечной скорости некоторого объекта к его угловой скорости собственного движения (Weinberg, 1972, стр. 423–424)[5].

Расстояние по собственному движению изображено на рис. 1. Оно используется, например, при подсчете скоростей радио-джетов из движущихся центров космических объектов.

---

[4] Слово “собственное” имеет в теории относительности характерное использование. Собственное время между двумя соседними событиями – это время задержки между событиями в системе отсчета, в которой они расположены в одной и той же точке пространства, а собственное расстояние между ними в системе отсчета, где они происходят в один и тот же момент времени. В космологическом контексте это расстояние, измеренное линейкой в момент наблюдения. Поперечное сопутствующее расстояние D_M не является собственным расстоянием — это собственное расстояние, деленное на отношение масштабных факторов.

[5] В упомянутой книге Вайнберга это расстояние определяется через отношение истинной поперечной (к лучу зрения) *линейной* скоростью V_{tr} к поперечной же угловой скорости ω_{tr}. Первая равна $V_{tr}=D/\Delta t$ (где D–истинный собственный размер источника, Δt–интервал времени поперечного движения). Вторая равна $\omega_{tr}=(D/r)/\Delta t$, где r – радиальное расстояние до источника в момент излучения. Поэтому указанное радиальное расстояние по собственному движению будет равно r. – Примеч. пер.

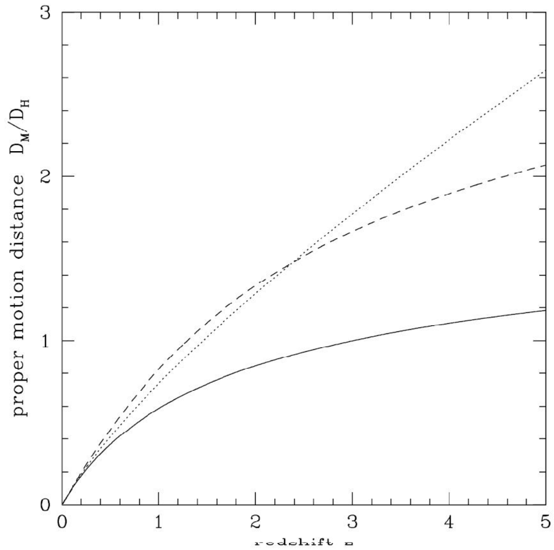

Рисунок 1: Безразмерное расстояние по собственному движению *D_M/D_H*. Три кривые отвечают трем моделям мира: Эйнштейна- де Ситтера $(\Omega_M, \Omega_\Lambda) = (1, 0)$, сплошная линия; с низкой плотностью (0.05, 0), пунктир; с большим значением лямбда (0.2, 0.8), штрих-пунктир.

6 Угловое расстояние, или расстояние по угловому диаметру (angular diameter distance)

Угловое расстояние (*расстояние по угловому диаметру – angular diameter distance*) D_A определяется как отношение поперечного физического размера к его угловому размеру (в радианах). Оно используется для преобразования угловых промежутков, видимых в телескоп, в собственные промежутки вблизи источника. Пользуется известностью тот факт, что оно не возрастает до бесконечности при $z \rightarrow \infty$; тенденция меняется при $z \sim 1$, после чего более удаленные объекты фактически кажутся больше по угловому размеру. Угловое расстояние связано с поперечным сопутствующим расстоянием соотношением

$$D_A = \frac{D_M}{1+z} \tag{18}$$

(Weinberg, 1972, стр. 421–424; Weedman, 1986, стр. 65–67; Peebles, 1993, стр. 325–327). Это расстояние изображено на рис. 2. При большом красном смещении угловое расстояние таково, что 1 угловая секунда по порядку величины равна 5 кпк.

Существует также расстояние по расстояние по угловому диаметру D_{A12} между двумя объектами при красных смещениях z_1 и z_2, часто используемое при анализе гравитационного линзирования. Оно *не равно* разности между двумя индивидуальными расстояниями по угловому диаметру! Правильная формула при $\Omega_k \geq 0$ выглядит так:

$$D_{\mathrm{A12}} = \frac{1}{1+z_2} \left[D_{\mathrm{M2}} \sqrt{1 + \Omega_k \, \frac{D_{\mathrm{M1}}^2}{D_{\mathrm{H}}^2}} - D_{\mathrm{M1}} \sqrt{1 + \Omega_k \, \frac{D_{\mathrm{M2}}^2}{D_{\mathrm{H}}^2}} \right] \tag{19}$$

где D_{M1} и D_{M2} - поперечные сопутствующие расстояния при z_1 и z_2, D_H – расстояние Хаббла, Ω_k - параметр плотности, зависящий от кривизны (Peebles, 1993, стр. 336–337). К сожалению, вышеприведенная формула *неверна* при Ω_k <0 (Phillip Helbig, 1998, частное сообщение).

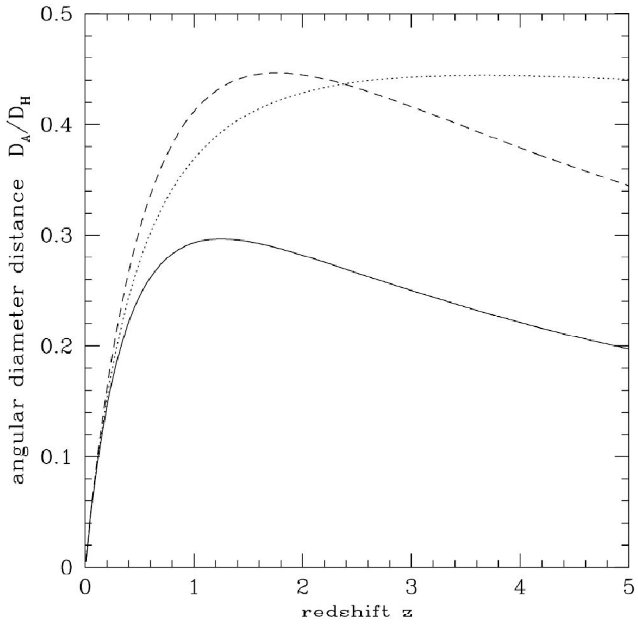

Рисунок 2: Безразмерное расстояние по угловому диаметру *D_A/D_H*. Три кривые отвечают трем моделям мира: Эйнштейна- де Ситтера $(\Omega_{\mathrm{M}}, \Omega_{\Lambda}) = (1, 0)$, сплошная линия; с низкой плотностью (0.05, 0), пунктир; с большим значением лямбда (0.2, 0.8), штрих-пунктир.

7 Фотометрическое расстояние (luminosity distance)

Фотометрическое расстояние D_L определяется соотношением между болометрическим (т.е. интегральным по всем частотам) потоком *S* и болометрической светимостью *L*:

$$D_{\mathrm{L}} \equiv \sqrt{\frac{L}{4\pi\, S}} \tag{20}$$

Оказывается, что это расстояние связано с поперечным сопутствующим расстоянием (transverse comoving distance) и расстоянием по угловому диаметру (angular diameter distance) следующим образом:

$$D_{\mathrm{L}} = (1+z)\, D_{\mathrm{M}} = (1+z)^2\, D_{\mathrm{A}} \tag{21}$$

(Weinberg, 1972, стр. 420–424; Weedman, 1986, стр. 60–62). Последнее соотношение следует из того факта, что яркость поверхности удаляющегося объекта снижается соответственно множителю $(1+z)^{-4}$, а угловая площадь падает как D_A^{-2}. Поведение фотометрического расстояния показано на рис. 3.

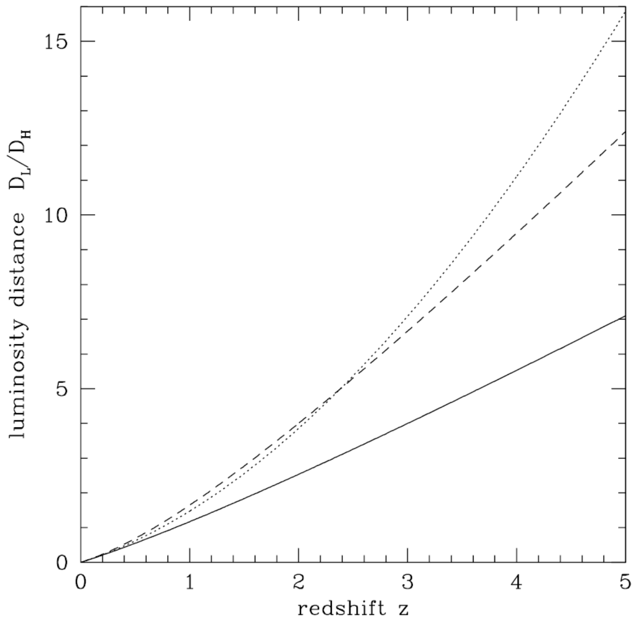

Рисунок 3: Безразмерное фотометрическое расстояние по угловому диаметру D_L/D_H. Три кривые отвечают трем моделям мира: Эйнштейна- де Ситтера $(\Omega_M, \Omega_\Lambda) = (1, 0)$, сплошная линия; с низкой плотностью (0.05, 0), пунктир; с большим значением лямбда (0.2, 0.8), штрих-пунктир.

Если рассматриваются не болометрические величины, а дифференциальный поток S_ν и светимость L_ν, что обычно в астрономии, то должна быть выполнена так называемая *k-коррекция* (*k-correction*) *к потоку или светимости*, поскольку подвергшийся красному смещению объект испускает поток в иной полосе, чем наблюдается. Эта k-коррекция зависит от спектра данного объекта и не требуется только в том случае, для спектра объекта выполнено условие $\nu L_\nu = \mathrm{constant}$.

Для любого другого спектра дифференциальный поток S_ν связан с дифференциальной светимостью L_ν соотношением

$$S_\nu = (1+z)\,\frac{L_{(1+z)\nu}}{L_\nu}\,\frac{L_\nu}{4\pi\,D_L^2} \qquad (22)$$

где z – красное смещение, соотношение светимостей выравнивает разницу в потоках между наблюдаемой и реальной полосами излучения, а множитель (1+z) учитывает красное смещение в полосе. Аналогично, для дифференциального потока на единицу длины волны

$$S_\lambda = \frac{1}{(1+z)}\,\frac{L_{\lambda/(1+z)}}{L_\lambda}\,\frac{L_\lambda}{4\pi\,D_L^2} \qquad (23)$$

(Peebles, 1993, стр. 330–331; Weedman, 1986, стр. 60–62). По мнению этих авторов, наиболее естественной единицей потока является дифференциальный поток на единицу логарифмической частоты или логарифмической длины волны $\nu S_\nu = \lambda S_\lambda$, для которого нет красного смещения полосы пропускания, так что

$$\nu S_\nu = \frac{\nu_e L_{\nu_e}}{4\pi D_L^2} \tag{24}$$

где $\nu_e = (1+z)\nu$ - частота излучения. Эти уравнения очевидным образом обобщают выражение для полосы пропускания конечной ширины.

Видимая магнитуда (*apparent magnitude*) *m* яркости некоторого астрономического источника в определенной фотометрической полосе пропускания определяется в виде отношения видимого потока от этого источника к видимому потоку от яркой звезды Вега в данной полосе (*не спрашивайте меня* об “AB магнитудах”). *Модуль расстояния* (*distance modulus*) DM определяется в виде

$$DM \equiv 5 \log \left(\frac{D_L}{10 \text{ pc}} \right) \tag{25}$$

поскольку это есть разность магнитуд между болометрическим потоком объекта и тем, что было бы, если бы объект был удален ровно на 10 парсек (однажды было установлено, что на таком расстоянии находится Вега).

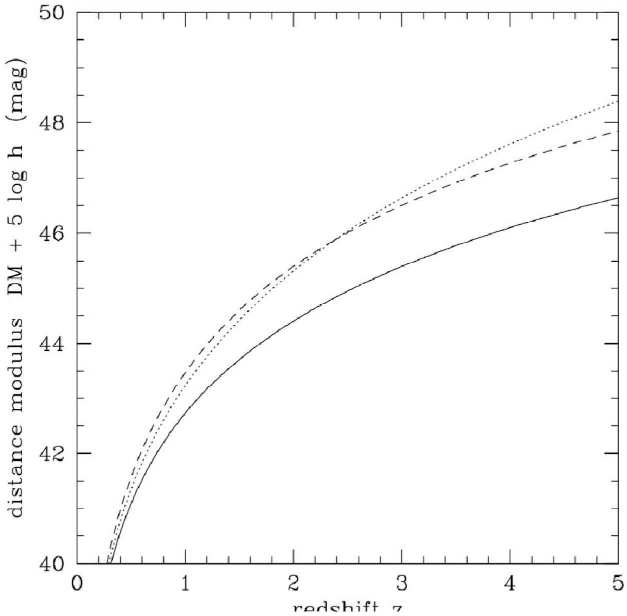

Рисунок 4: Безразмерный модуль расстояния *DM*. Три кривые отвечают трем моделям мира: Эйнштейна-де Ситтера $(\Omega_M, \Omega_\Lambda) = (1, 0)$, сплошная линия; с низкой плотностью (0.05, 0), пунктир; с большим значением лямбда (0.2, 0.8), штрих-пунктир.

Поведение модуля расстояния представлено на рис. 4. Абсолютная магнитуда M – это астрономическая мера яркости (или светимости), определенная как видимая магнитуда объекта, находящегося на расстоянии 10 парсек, так что

$$m = M + DM + K \tag{26}$$

где K соответствует k-коррекции

$$K = -2.5\,\log\left[(1+z)\,\frac{L_{(1+z)\nu}}{L_\nu}\right] = -2.5\,\log\left[\frac{1}{(1+z)}\,\frac{L_{\lambda/(1+z)}}{L_\lambda}\right] \tag{27}$$

(см., например, Oke & Sandage, 1968).

8 Расстояние по параллаксу (parallax distance)

Если бы можно было измерять параллаксы для объектов с большим красным смещением, то так измеряемое расстояние следовало бы назвать *расстоянием по параллаксу* D_P (Weinberg, 1972, стр. 418–420). Возможно, однажды удастся измерить параллаксы для далеких галактик с помощью гравитационного линзирования, хотя в таких случаях используется модифицированное расстояние по параллаксу, которое учитывает красные смещения как источника, так и линзы (Schneider, Ehlers & Falco, 1992, стр. 508–509), но обсуждение этого вопроса выходит за рамки нашей публикации.

9 Сопутствующий объем (comoving volume)

Сопутствующий объем (*comoving volume*) V_C – это мера объема, в котором числовая плотность неэволюционирующих объектов, заключенных в хаббловский поток, является постоянной при изменении красного смещения. Это собственный объем, умноженный на куб соотношения между современным и тогдашним масштабным фактором, или $(1+z)^3$. Поскольку производная сопутствующего расстояния по величине красного смещения равна 1/E(z), где функция E(z) определена соотношением (14), расстояние по угловому диаметру преобразует телесный угол *dΩ* в собственную площадь, а два множителя (1+z) преобразуют собственную площадь в сопутствующую площадь, элемент сопутствующего объема в телесном угле *dΩ* и в интервале величины красного смещения *dz* равен

$$dV_C = D_H\,\frac{(1+z)^2\,D_A^2}{E(z)}\,d\Omega\,dz \tag{28}$$

где D_A – расстояние по угловому диаметру при коасном смещении z, функция E(z) определена в (14) (Weinberg, 1972, стр. 486; Peebles, 1993, стр. 331–333). Сопутствующий элемент объема представлен на рис. 5. Интеграл от элемента сопутствующего объема от современного до тогдашнего смещения z дает полный сопутствующий объем суммарно по всему небосводу

$$V_C = \begin{cases} \left(\frac{4\pi\,D_H^3}{2\,\Omega_k}\right)\left[\frac{D_M}{D_H}\sqrt{1+\Omega_k\,\frac{D_M^2}{D_H^2}} - \frac{1}{\sqrt{|\Omega_k|}}\,\mathrm{arcsinh}\left(\sqrt{|\Omega_k|}\,\frac{D_M}{D_H}\right)\right] & \text{при}\quad \Omega_k > 0 \\ \frac{4\pi}{3}\,D_M^3 & \text{при}\quad \Omega_k = 0 \\ \left(\frac{4\pi\,D_H^3}{2\,\Omega_k}\right)\left[\frac{D_M}{D_H}\sqrt{1+\Omega_k\,\frac{D_M^2}{D_H^2}} - \frac{1}{\sqrt{|\Omega_k|}}\,\arcsin\left(\sqrt{|\Omega_k|}\,\frac{D_M}{D_H}\right)\right] & \text{при}\quad \Omega_k < 0 \end{cases} \tag{29}$$

(Carrol, Press & Turner, 1992), где D_{H}^3 иногда называют *объемом Хаббла* (*Hubble volume*). Элемент сопутствующего объема и его интеграл оба часто используются при вычислении числовой плотности светимости.

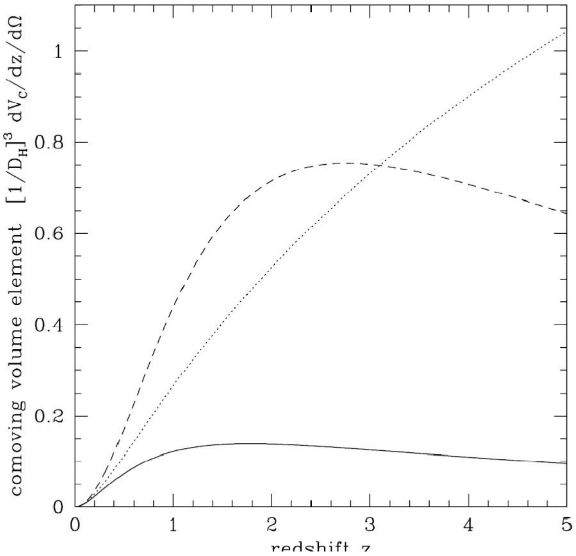

Рисунок 5: Безразмерный элемент $(1/D_{\mathrm{H}})^3\,(dV_{\mathrm{C}}/dz)$ сопутствующего объема. Три кривые отвечают трем моделям мира: Эйнштейна-де Ситтера $(\Omega_{\mathrm{M}}, \Omega_{\Lambda}) = (1, 0)$, сплошная линия; с низкой плотностью (0.05, 0), пунктир; с большим значением лямбда (0.2, 0.8), штрих-пунктир.

10 Время распространения света (lookback time)

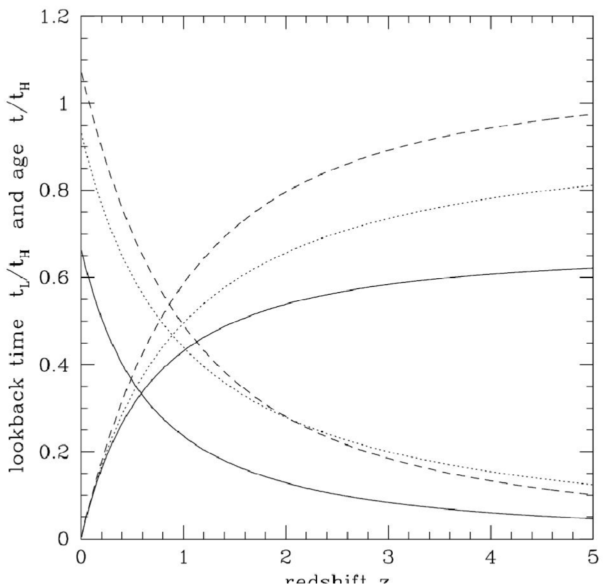

Рисунок 6: Безразмерные время распространения света t_L/t_H и возраст t/t_H. Кривые пересекаются при красном смещении, при котором Вселенная достигает половины своего современного возраста. Три кривые отвечают трем моделям мира: Эйнштейна-де Ситтера $(\Omega_{\mathrm{M}}, \Omega_{\Lambda}) = (1, 0)$, сплошная линия; с низкой плотностью (0.05, 0), пунктир; с большим значением лямбда (0.2, 0.8), штрих-пунктир.

Время распространения света (*lookback time*) t_L от объекта – это разница между современным возрастом Вселенной t_0 (при наблюдении) и ее возрастом t_e в тот момент, когда фотоны были испущены объектом. Оно используется для предсказания свойств объектов с высоким красным смещением в эволюционных моделях, таких, как модель пассивной звездной эволюции для галактик. Напомним, что E(z) – это производная по времени от логарифма масштабного фактора a(t); масштабный фактор пропорционален (1+z), так что произведение (1+z)E(z) пропорционально производной z в соответствии с временем распространения, или

$$t_L = t_H \int_0^z \frac{dz'}{(1+z')\,E(z')} \qquad (30)$$

(Peebles, 1993, стр. 313–315; Kolb & Turner 1990, стр. 52–56, дают некоторые аналитические решения этого уравнения, но они рассматриваются для возраста t(z), так что интегрирование осуществляется от z до ∞). Время распространения и возраст представлены на рис. 6.

11 Вероятность пересечения объекта с радиальным лучом зрения (probability of intersecting objects)

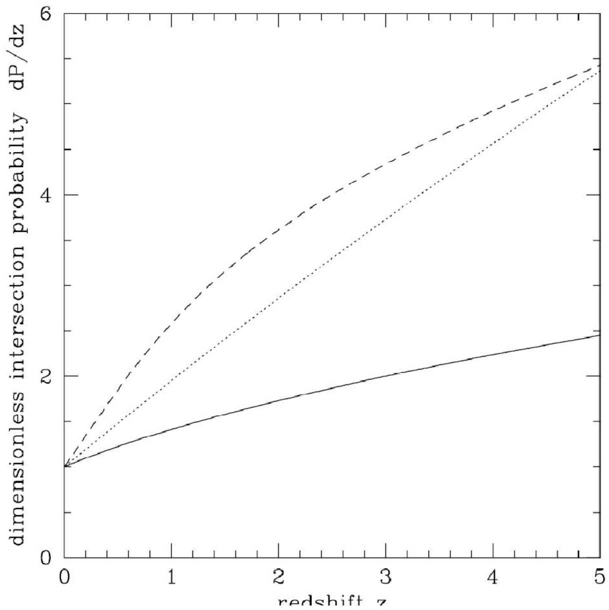

Рисунок 7: Безразмерные производные вероятности пересечения; безразмерность в смысле выполнения условия $n(z)\sigma(z)D_H = 1$. Три кривые отвечают трем моделям мира: Эйнштейна-де Ситтера $(\Omega_M, \Omega_\Lambda) = (1, 0)$, сплошная линия; с низкой плотностью (0.05, 0), пунктир; с большим значением лямбда (0.2, 0.8), штрих-пунктир.

Если дана популяция объектов с сопутствующей числовой плотностью *n(z)* (число объектов в единице объема) и поперечным сечением *σ(z)* (площадь), то каково будет приращение вероятности *dP* того, что линия взгляда пересечет один из объектов в интервале *dz* при красном смещении *z*? Вопросы такого рода часто возникают при изучении линий поглощения квази-звездных объектов или узкоугольных (pencil-beam) обзоров по красному смещению. Ответ таков:

$$dP = n(z)\,\sigma(z)\,D_{\rm H}\,\frac{(1+z)^2}{E(z)}\,dz \tag{31}$$

(Peebles, 1993, стр. 323–325). Безразмерная производная вероятности представлена на рис. 7.

Благодарности

Roger Blandford, Ed Farhi, Jim Peebles и Wal Sargent много внесли в мое понимание этого материала. Kurt Adelberger, Lee Armus, Andrew Baker, Deepto Chakrabarty, Alex Filippenko, Andrew Hamilton, Phillip Helbig, Wayne Hu, John Huchra, Daniel Mortlock, Tom Murphy, Gerry Neugebauer, Adam Riess, Paul Schechter, Douglas Scott и Ned Wright поправили ошибки, предложили дополнительный материал либо помогли мне улучшить изложение и терминологию. Я благодарю NSF и NASA за финансовую поддержку.

Ссылки

Blandford R. & Narayan R., 1992, Cosmological applications of gravitational lensing, *ARA&A*
30 311–358

Carroll S. M., Press W. H. & Turner E. L., 1992, The cosmological constant, *ARA&A* 30 499–542

Fairall A. P., 1992, A caution to those who measure galaxy redshifts, *Observatory* 112 286

Harrison E., 1993, The redshift–distance and velocity–distance laws, *ApJ* 403 28–31

Kayser R., Helbig P. & Schramm T., 1997, A general and practical method for calculating cosmological distances, *A&A* 318 680–686

Kolb E. W. & Turner M. S., 1990, *The Early Universe,* Addison-Wesley, Redwood City

Misner C. W., Thorne K. S. & Wheeler J. A., 1973, *Gravitation,* W. H. Freeman & Co., New York

Oke J. B. & Sandage A., 1968, Energy distributions, k corrections, and the Stebbins-Whitford effect for giant elliptical galaxies, *ApJ* 154 21

Peebles P. J. E., 1993, *Principles of Physical Cosmology,* Princeton University Press, Princeton

Schneider P., Ehlers J. & Falco E. E., 1992, *Gravitational Lensing,* Springer, Berlin

Weedman D. W., 1986, *Quasar Astronomy,* Cambridge University, Cambridge

Weinberg S., 1972, *Gravitation and Cosmolgy: Principles and Applications of the General Theory of Relativity,* John Wiley & Sons, New York