

## КОРОТКИЕ ЗАДАЧИ

1. Чему равна высота Дубхе ( $\delta = 61^\circ 42'$ ) в верхней кульминации в Минске ( $\varphi = 53^\circ 51'$ ).

Поскольку склонение Дубхе больше широты места наблюдения, которое находится в Северном полушарии, то верхняя ее кульминация происходит к северу от зенита, поэтому:

$$h = \varphi + 90^\circ - \delta = 53^\circ 51' + 90^\circ - 61^\circ 42' = 82^\circ 09'.$$

Ответ:  $h = 82^\circ 09'$ .

2. Найдите синодический период обращения Венеры (в средних солнечных сутках) вокруг Солнца для наблюдателя, находящегося на Марсе.

Используем третий закон Кеплера  $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$  для определения сидерических периодов обращения Венеры и Марса вокруг Солнца:

$$T_{\text{Венеры}} = T_{\text{Земли}} \left( \frac{a_{\text{Венеры}}^3}{a_{\text{Земли}}^3} \right)^{\frac{1}{2}} = 365,26 \cdot \left( \frac{0,723}{1,000} \right)^{\frac{3}{2}} = 224,55 (\text{ср.солн.суток}),$$

$$T_{\text{Марса}} = T_{\text{Земли}} \left( \frac{a_{\text{Марса}}^3}{a_{\text{Земли}}^3} \right)^{\frac{1}{2}} = 365,26 \cdot \left( \frac{1,524}{1,000} \right)^{\frac{3}{2}} = 687,19 (\text{ср.солн.суток}).$$

Поскольку Венера является для наблюдателя, который находится на Марсе внутренней планетой, то соответствующий синодический период рассчитываем по формуле:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_{\text{Венеры}}} - \frac{1}{T_{\text{Марса}}} = \frac{1}{224,55} - \frac{1}{687,19} \Rightarrow S = 333,53 (\text{ср.солн.суток}).$$

Ответ:  $S = 333,53 \text{ ср.солн.суток}$ .

3. Рассчитайте круговую скорость движения Земли в системе центра масс системы Земля-Луна.

Подсказка: круговая скорость при движении тела по эллипсу рассчитывается по формуле  $v_0 = \frac{2\pi \cdot a}{T}$ , где  $a$  - большая полуось,  $T$  - период.

Центр масс системы Земля-Луна находится на отрезке, соединяющем их центры в точке, которая делит его в отношении, обратно пропорциональном их массам. Поэтому, большая полуось орбиты Земли в системе центра масс системы Земля-Луна:

$$a_{\text{Земли}} = \frac{M_{\text{Луны}}}{M_{\text{Земли}} + M_{\text{Луны}}} \cdot (a_{\text{Земли}} + a_{\text{Луны}}) =$$

$$= \frac{7,35 \cdot 10^{22}}{5,97 \cdot 10^{24} + 7,35 \cdot 10^{22}} \cdot 384400 = 4670 (\text{км})$$

Периоды обращения Земли и Луны вокруг центра масс системы Земля-Луна равны между собой и, следовательно, равны периоду обращения Луны вокруг Земли, то есть, сидерическому месяцу, поэтому круговая скорость Земли в системе центра масс:

$$v_0 = \frac{2\pi \cdot a_{\text{Земли}}}{T} = \frac{2\pi \cdot 4670}{27,32 \cdot 86400} = 0,0124 \left( \frac{\text{км}}{\text{с}} \right) = 12,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ:  $v_0 = 12,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

4. Какова большая полуось орбиты спутника, имеющего скорость  $v = 10 \frac{\text{км}}{\text{с}}$  на высоте  $h = 700 \text{ км}$  от поверхности Земли.

Элементы орбиты спутника Земли связаны формулой:

$$v^2 = GM \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right).$$

Отсюда:

$$a = \frac{GM r}{2GM - r v^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot (6,37 \cdot 10^6 + 7,0 \cdot 10^5)}{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} - (6,37 \cdot 10^6 + 7,0 \cdot 10^5) \cdot 10^8} =$$

$$= 3,15 \cdot 10^7 (\text{м}) = 31500 \text{ км}$$

Ответ:  $a = 31500 \text{ км}$

5. Найдите эффективную температуру фотосферы звезды, радиус которой в девять раз больше солнечного, а абсолютная звездная величина ( $M = -5,0$ ).

Светимость звезды связана с ее радиусом и эффективной температурой фотосферы соотношением:

$$L = CR^2 T^4.$$

Для Солнца:

$$L_0 = CR_0^2 T_0^4.$$

С другой стороны, между светимостями и абсолютными звездными величинами имеем соотношение:

$$\frac{L}{L_0} = 2,512^{(M_0 - M)}.$$

Отсюда:

$$\frac{CR^2T^4}{CR_0^2T_0^4} = 2,512^{(M_0 - M)} \Rightarrow T = T_0 \left( \frac{R_0}{R} \right)^{\frac{1}{2}} 2,512^{\frac{M_0 - M}{4}}$$

Эффективную температуру фотосферы Солнца найдем с использованием значения солнечной постоянной:

$$\sigma 4\pi R_c^2 T_0^4 = 4\pi a^2 b$$

$$T_0^4 = \frac{a^2 b}{\sigma R_c^2} = \frac{(1,50 \cdot 10^{11})^2 \cdot 1,37 \cdot 10^3}{5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (6,96 \cdot 10^8)^2} = 1,12 \cdot 10^{15} (K^4)$$

$$T_0 = 5780 K$$

Абсолютная звездная величина Солнца:

$$M_0 = -26,8 + 5 + 5 \lg 206265 = 4,8$$

Эффективная температура фотосферы звезды:

$$T = 5780 \left( \frac{1}{9} \right)^{\frac{1}{2}} 2,512^{\frac{4,8+5}{4}} = 18400 (K)$$

Ответ:  $T = 18400 K$

6. Не вращающаяся звезда, радиус которой 2500000 км эволюционирует в нейтронную звезду радиуса 25 км. Как изменится при этом магнитное поле на ее поверхности?

Подсказка: использовать сохранение магнитного потока через поверхность звезды в процессе ее эволюции.

Из сохранения магнитного потока через поверхность звезды:

$$B_1 \cdot 4\pi R_1^2 = B_2 \cdot 4\pi R_2^2.$$

Отсюда:

$$\frac{B_2}{B_1} = \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^2 = \left( \frac{2500000}{25} \right)^2 = 10^{10}$$

Ответ: индукция магнитного поля увеличится в  $10^{10}$  раз.

7. На каком расстоянии Антарес ( $M = -5,278$ ) имеет такую же видимую звездную величину, как и Солнце?

Используем формулу

$$M = m + 5 - 5 \cdot \lg r .$$

Отсюда:

$$\lg r = 1 + 0,2(-26,8 + 5,278) = -3,304 ,$$

$$r = 4,91 \cdot 10^{-4}(pc) = 102 a.e.$$

Ответ:  $r = 4,91 \cdot 10^{-4} pc = 102 a.e.$

8. Собственное движение Сириуса  $\mu = 1,339 \frac{''}{год}$ . Чему равна его тангенциальная скорость, если годичный параллакс  $\pi'' = 0,3792''$  ?

Тангенциальная скорость движения звезды рассчитывается по формуле:

$$v_t = 4,74 \frac{\mu}{\pi''} = 4,74 \frac{1,339}{0,3792} = 16,74 \left( \frac{км}{с} \right) .$$

Ответ:  $v_t = 16,74 \frac{км}{с}$ .

9. На каком расстоянии от нас находится галактика, красное смещение в спектре которой составляет 1% .

Запишем закон Хаббла:

$$v = Hr .$$

Скорость удаления галактики определяем из формулы:

$$\frac{v}{c} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda} .$$

Отсюда;

$$v = 0,01 \cdot 3,00 \cdot 10^5 = 3000 \left( \frac{\text{км}}{\text{с}} \right)$$

Расстояние до галактики:

$$r = \frac{3000}{75} = 40 (\text{Mpc})$$

Ответ:  $r = 40 \text{ Mpc}$ .

10. Считая плотность Вселенной близкой критической, оцените ее массу (в массах Солнца) внутри "горизонта" (множества точек, от которых свет дошел до нас за 13 млрд. лет - время, прошедшее после Большого Взрыва).

Расстояние до "горизонта"

$$r = 13 \text{ млрд. св. лет} = \frac{13}{3,26} = 3,99 \cdot 10^9 \text{ pc} = 1,23 \cdot 10^{26} \text{ м}$$

Критическая плотность рассчитывается по формуле:

$$\rho = \frac{3H^2}{8\pi G} = \frac{3 \cdot 75^2}{(10^6 \cdot 206265 \cdot 1,5 \cdot 10^8)^2 \cdot 8 \cdot \pi \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}} = 1,05 \cdot 10^{-26} \left( \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right)$$

Масса Вселенной внутри "горизонта":

$$M = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho.$$

$$M = \frac{4}{3} \pi (1,23 \cdot 10^{26})^3 \cdot 1,05 \cdot 10^{-26} = 8,26 \cdot 10^{52} (\text{кг}) = 4,13 \cdot 10^{22} M_{\odot}$$

Ответ:  $M = 4,13 \cdot 10^{22} M_{\odot}$

## **Схема оценивания задач теоретического тура**

1. Каждая короткая задача и каждый вопрос длинной задачи: **5 баллов.**
2. Если решение есть, но ответ неверен: **2 балла.**
3. Если ответ верен, но решение отсутствует: **2 балла.**
4. Если в ответе неверно указана размерность : **–1 балл.**
5. Неверное число значащих цифр в ответе: **–1 балл.**

**Максимально возможное число баллов за задания теоретического тура: 75.**