

Задачи по Астрономии.

1. Перемещение по меридиану Земли на одну морскую милю (1852 м) в точности соответствует изменению географической широты на $1'$. Исходя из этого, найдите диаметр Земли.

Пусть R_{\oplus} – радиус Земли. Расстояние по меридиану от полюса до полюса равно πR_{\oplus} . Оно же в милях равно 180·60 миль

$$R_{\oplus} = \frac{180 \cdot 60 \cdot 1852}{\pi} \approx 6367 \text{ км.}$$

2. Объекты, каких размеров можно разглядеть на Луне невооруженным глазом, если ночное разрешение глаза зоркого человека составляет около $50''$.

Используя обозначения рисунка, имеем

$$l/L = \alpha''/206265'', \text{ где } L = 384000 \text{ км, } \alpha'' = 50''.$$

Отсюда

$$\lambda = \frac{50 \cdot 384000}{206265} = 93 \text{ км.}$$

Таковы размеры крупных кратеров и наиболее зоркие люди могут их видеть невооруженным глазом.

3. Какие планеты и другие интересные небесные объекты и где на небе Вы сможете наблюдать ночью 27.11.1999, если будет безоблачная погода?

27.11.1999 можно было наблюдать следующие объекты: в южной части неба Юпитер и Сатурн видны всю ночь (противостояние), а утром – Венера на юго-востоке (западная элонгация), Орион, Сириус – на юге, Юпитер, Сатурн – на западе. Полнолуние.

4. Может ли случится прохождение Марса по диску Солнца? Объяснить.

Прохождение Марса по диску Солнца произойти не может, так как Марс – внешняя планета, находится дальше от Солнца, чем Земля.

5. Будет ли на Земле происходить смена дня и ночи и как, если она перестанет вращаться вокруг оси?

Смена дня и ночи на Земле будет происходить, при этом 1 год = 1 суткам.

6. Когда космонавт на Луне видит затмение Солнца Землей? Что в это время видит земной наблюдатель?

На Луне наблюдается солнечное затмение, когда Земля встанет между Солнцем и Луной (по линии центров). В это же время на Земле наблюдается полное лунное затмение.

7. Как можно отличить возрастающую Луну от убывающей?

По внешнему виду: Луна в виде дуги в букве P – растущая, а в виде буквы C – старая.

8. Чем можно объяснить тот факт, что Луна постоянно обращена к Земле одной своей стороной?

Совпадением периодов осевого вращения и обращения вокруг Земли.

9. Какие явления описывает А.С. Пушкин в стихотворении «Месяц»?

«И тени легкие редели
Пред неожиданной зарей?
Зачем ты, месяц, укатился
И в небе светлом утонул?
Зачем луч утренний блеснул?»

В стихах описаны следующие астрономические явления:

- А) Восход Солнца
- Б) Утренняя заря
- В) Перемещение Луны
- Г) Фаза Луны – последняя четверть

10. По данным, полученным астрономами с помощью космических аппаратов, на одном из спутников планеты Солнечной системы имеются действующие вулканы, а другой спутник этой же планеты покрыт толстым слоем водяного льда. Как называется эта планета и ее упомянутые спутники?

Планета Юпитер и спутники Юпитера – Ио и Европа.

11. Нарисуйте, как Вы представляете себе Солнечную систему. Из каких объектов она состоит?

Изображения Солнца, планет, комет, двух поясов астероидов. Около планет могут быть изображены спутники планет.

12. Почему периоды хорошей вечерней видимости планет наступают обычно зимой и весной, а утренней – летом и осенью?

Именно в эти периоды планеты имеют склонение выше (в южном полушарии – ниже) солнечного, и могут быть хорошо видны даже при сравнительно небольшом угловом расстоянии от Солнца. Дуга эклиптики на небе в эти периоды поднимается высоко над горизонтом.

13. Почему на небе вблизи Млечного Пути наблюдается больше слабых звезд, а количество слабых галактик, наоборот, меньше, чем вдали от него?

Наблюдая области неба, близкие к Млечному Пути, мы видим звезды нашей Галактики, сконцентрированные в ее диске. Именно их излучение сливается в светлую полосу Млечного Пути. Много вдоль Млечного Пути наблюдается и молодых горячих звезд, которые рождаются из уплотненного в галактической плоскости межзвездного вещества. Однако все это вещество, точнее – его пылевая составляющая, поглощает свет более далеких объектов. Поэтому галактики практически и не видны вблизи полосы Млечного Пути.

14. 9 марта 1997 года в Восточной Сибири можно будет увидеть полное солнечное затмение. Опишите вид неба в момент полной фазы, учитывая, что затмение произойдет в первой половине дня.

Необходимо отметить: затмившееся Солнце невысоко на юго-востоке, справа, рядом с ним – Меркурий и Венера, чуть подальше – Юпитер, слева – Сатурн. Высоко над Солнцем – комета Хейла-Боппа. Видимые яркие звезды: Вега, Денеб, Альтаир, Арктур, Капелла.

15. Объясните, почему Титан – спутник Сатурна, смог сохранить свою атмосферу, а Меркурий – нет?

Титан и Меркурий имеют сходную массу и размеры, но Меркурий находится значительно ближе к Солнцу и получает от него намного больше тепла. В разогретой атмосфере частицы имеют большие скорости и легче уходят от планеты. Поэтому Меркурий не удержал атмосферу. Холодная атмосфера Титана значительно более устойчива.

16. Может ли Венера наблюдаваться в созвездии Близнецов? В созвездии Большого Пса? В созвездии Ориона?

Венера может наблюдаться в зодиакальном созвездии Близнецов. Также она может наблюдаваться в северной части созвездия Ориона, так как это всего на несколько градусов южнее эклиптики, а отклонение Венеры от эклиптики может достигать 8° . Венера была видна в созвездии Ориона в августе 1996 года. В созвездии Большого Пса, далеком от эклиптики, Венера находится не может.

17. Почему полные солнечные затмения очень интересны для наблюдателей комет?

Существует целый класс комет, имеющих очень малое перигелийное расстояние. Вдали от Солнца они могут быть очень слабыми, однако вблизи перигелия их блеск сильно увеличивается, нередко достигая отрицательных звездных величин. В это время они находятся вблизи Солнца, и во время полного солнечного затмения появляется единственная возможность найти эти кометы с помощью обычной оптики.

18. На какой максимальной высоте над горизонтом можно найти Меркурий невооруженным глазом? В какой сезон и на каких широтах это может произойти? Считать, что Меркурий становится видимым на сумеречном небе при погружении Солнца под горизонт, равном 6° .

Максимальное угловое расстояние Меркурия от Солнца составляет 28° . Поэтому если Солнце находится на глубине не менее 6 градусов под горизонтом, то Меркурий не может находиться на небе выше $28^\circ - 6^\circ = 22^\circ$ (если линия Солнце-Меркурий перпендикулярна горизонту). Причем на такой высоте Меркурий можно найти только в южных тропических широтах, потому что именно там эклиптика располагается перпендикулярно горизонту, и именно в этом случае (когда Меркурий находится к югу от Солнца по эклиптике) он находится вблизи афелия своей орбиты и его угловое расстояние от Солнца может достичь 28° . Это может произойти вечером в июле – сентябре или утром в феврале – апреле.

Однако Меркурий можно найти значительно выше (в пределе – в зените) во время полного солнечного затмения.

19. Планета движется по круговой орбите вокруг звезды. Каким станет эксцентриситет орбиты, если масса звезды мгновенно изменится в n раз?

Если $n < 1/2$, то орбита станет гиперболической (расчет e для школьников труден), если $n = 1/2$, то орбита станет параболической с $e = 1$, если $\frac{1}{2} < n < 1$, то орбита станет эллиптической, точка, где находилась планета – точкой периастра, а $e = (1 - n)/n$. Если $n > 1$, то орбита станет эллиптической, точка, где находилась планета – точкой апоастра, и $e = (n - 1)/n$. Для решения достаточно заметить, что скорость перпендикулярна радиус-вектору только в точках периастра и апоастра, и использовать законы сохранения момента импульса и энергии (для круговой орбиты $E_k = -1/2 E_p$).

20. Поезд движется со скоростью 60 км/ч на запад вдоль параллели 60° с. ш. Какую продолжительность светлого времени суток зафиксирует пассажир этого поезда 21 марта? Рефракцией пренебречь.

Скорость движения Земли вокруг своей оси равна $2\pi R \cos\phi / T = 834$ км/ч. Движение поезда на запад фактически замедляет эту скорость до 834 км/час – 60 км/час = 774 км/ч. Долгота дня для неподвижного наблюдателя 21 марта равна 12 часам (если пренебречь рефракцией), а для

пассажира она возрастет обратно пропорционально падению скорости вращения Земли и станет равной $12,93\text{ч} = 12\text{ч } 56\text{м}$.

21. Блеск Юпитера в противостоянии составляет $-2,8^m$, а блеск Урана в противостоянии $+5,7^m$. Сравнить альбедо Юпитера и Урана. Расстояние Юпитера от Солнца 5,2 а. е., Урана – 19,2 а. е., радиусы планет соответственно 71,4 и 25,4 тыс. км.

Яркость планеты в противостоянии пропорциональна

$$hR^2 / a^2(a-1)^2,$$

где h – альбедо, R – радиус планеты, а a – радиус орбиты в астрономических единицах. После вычислений получается, что альбедо Юпитера лишь на 20 % превосходит альбедо Урана.

22. Вега кульминировала в 4 часа по местному времени. Какой сейчас сезон года (с точностью до месяца)?

Если это верхняя кульминация, то начало мая, если нижняя – конец октября (ответ «начало ноября» тоже можно считать правильным).

23. Почему при наблюдении с Земли астрономы не смогли точно определить массу Венеры таким же способом, как они определяли массы большинства других планет?

Массу планеты можно определить очень точно, если у нее есть спутник. У Меркурия и Венеры спутников нет. Оценка массы планеты по ее влиянию на другие планеты и пролетающие рядом астероиды не дает высокой точности. Точно определить массу Венеры удалось лишь с помощью космических аппаратов.

24. Где сегодня день равен ночи?

Сегодня и всегда день равен ночи на экваторе. Но если сегодня день весеннего или осеннего равноденствия, то день равен ночи и во всех прочих местах Земли (кроме полюсов, конечно).

25. Какую часть суток проводит над горизонтом звезда, расположенная точно на небесном экваторе?

Если не учитывать атмосферную рефракцию, то половину суток независимо от широты наблюдателя (кроме полюсов, разумеется)

26. Какие астрономические инструменты можно встретить на карте звездного неба в виде созвездий? А названия каких еще приборов и механизмов можно встретить на этой карте?

Телескоп, Секстант – астрономические инструменты. Насос, Резец, Циркуль, Весы, Микроскоп, Компас.

27. «После захода Солнца стало быстро темнеть. Еще не зажглись на темно-синем небе первые звезды, а на востоке уже ослепительно сияла Венера». Все ли верно в этом описании?

Венера на нашем небе никогда не удаляется от Солнца более чем на 46° , следовательно, она не может быть на востоке, когда Солнце на западе.

28. Кеплер в книге «Лунная астрономия» писал: «Левания (Луна) состоит из двух полушарий: одно обращено к Земле, другое – в противоположную сторону. С первого всегда видна Земля, со второго Землю увидеть невозможно ... В Левании, как и у нас, происходит смена дней и ночей ...

Кажется, что Земля неподвижна». Верны ли сведения о Луне, приведенные Кеплером? Чему равны сутки на Луне?

Сведения, приведенные Кеплером, практически верны. На лунном небе Земля почти неподвижна. Для космонавта на большей части лунной поверхности она не восходит и не заходит. Солнечные сутки на Луне равны 29,5 земных суток, а звездные – 27,3 суток.

29. В каких точках горизонта восходит Солнце в дни весеннего равноденствия, летнего солнцестояния, осеннего равноденствия, зимнего солнцестояния?

- а) в дни весеннего и осеннего равноденствий Солнце восходит в точке востока.
- б) на широте Москвы (56°) в день летнего солнцестояния Солнце восходит на северо-востоке, а в день зимнего солнцестояния – на юго-востоке.

30. Какие явления характерны для Земли и Солнца в период высокой солнечной активности?

Для Солнца: большое количество солнечных пятен (в фотосфере), вспышек (в хромосфере) и протуберанцев (в короне). Усиленный солнечный ветер. Для Земли: повышенное количество и интенсивность полярных сияний и возмущений геомагнитного поля («магнитных бурь»).

31. Чему равны сутки на Луне, как видна Земля для космонавта на Луне и существуют ли области на Луне, где Земля восходит и заходит?

Солнечные сутки на Луне равны 29,5 земных суток. Земля на Луне практически неподвижно висит на небе и не совершает таких движений, как Луна на небе Земли. Это следствие того, что Луна всегда обращена к Земле одной своей стороной. Но благодаря физическим либрациям (покачиваниям) Луны, из областей около края лунного диска можно наблюдать регулярные восходы и заходы Земли. Земля восходит и заходит (приподнимается над горизонтом и опускается за горизонт) с периодом около 27,3 земных суток.

32. 23 февраля 1987 г. в Большом Магеллановом Облаке, удаленном от нас на 55 кпк, наблюдалась вспышка сверхновой звезды. В каком году взорвалась эта звезда?

Расстояние от Земли до галактики БМО составляет 55 000 пк. Как известно, 1 пк = 3,26 св. лет. Поэтому свет от взрыва звезды достиг Земли примерно через 180 000 лет после того, как он произошел. Вычислять точно год взрыва не имеет смысла, поскольку точность, с которой дано расстояние до галактики БМО, не превышает 1 %.

33. Какие явления описывает А.С. Пушкин в стихотворении «Надо мной в лазури ясной...»?

«Надо мной в лазури ясной
Светит звездочка одна,
Справа – запад темно-красный,
Слева – бледная луна».

Астрономические явления:

- Заход Солнца, сумерки
- Луна в фазе полнолуния

34. Какие планеты, в какой конфигурации и из каких мест на Земле можно наблюдать всю ночь, с вечера до рассвета?

Все верхние планеты видны с вечера до рассвета вблизи эпох их противостояний с Солнцем (если в данной точке они восходят над горизонтом). Однако подобная ситуация может сложиться

еще в одном случае: если планета имеет значительно большее (в южном полушарии – меньшее) склонение, чем Солнце, то она может стать незаходящей в полярных широтах, в то время как Солнце будет опускаться под горизонт довольно глубоко. Подобная ситуация сложилась весной 1996 года, когда внутренняя планета Венера была видна в течение всей ночи севернее 65° с. ш. Меркурий – планета значительно более слабая и не отходящая далеко от Солнца, и для нее такие «экзотические» условия наступают намного реже и только в южных полярных районах.

35. Период пульсара в Крабовидной туманности составляет 0,0334 секунды. В каких пределах и с какой периодичностью будет изменяться значение этого периода, измеренное на Земле? Когда оно будет достигать максимума и минимума?

Крабовидная туманность находится вблизи эклиптики. На наблюдаемый период будет влиять движение Земли вокруг Солнца. Изменение периода $\Delta P = P \cdot v/c$ (v – составляющая скорости Земли по направлению от туманности, c – скорость света). Максимальный период будет во время удаления Земли от Крабовидной туманности (март), минимальный – во время приближения (сентябрь). Однако амплитуда годичных колебаний будет всего равна 10^{-4} от величины периода, т.е. $3 \cdot 10^{-6}$ секунды.

36. Телескоп, установленный на широте 50° с. ш., имеет алт-азимутальную монтировку, на которой он может поворачиваться на 360° по азимуту и от 40° до 50° по высоте. Какая доля небесной сферы доступна наблюдениям с этим телескопом?

В этот телескоп в различные моменты времени можно наблюдать все звезды со склонением от 0° до $+90^{\circ}$, т.е. половину небесной сферы.

37. Блеск Венеры во время верхнего соединения равен $-3,9^m$, а во время наибольшей элонгации $-4,4^m$. Чему равен блеск Венеры в этих конфигурациях при наблюдении с Марса? Расстояние Венеры от Солнца равно 0,72 а. е., а Марса от Солнца 1,52 а. е.

Расстояние от Марса до Венеры во время верхнего соединения равно $1,52 \text{ а. е.} + 0,72 \text{ а. е.} = 2,24$ а. е., а во время наибольшей элонгации $(1,52 \text{ а. е.})^2 - (0,72 \text{ а. е.})^2 = 1.34$ а. е. Учитывая это получаем блеск Венеры в этих конфигурациях ($-3,3^m$ и $-3,0^m$).

38. Двигаясь невысоко над поверхностью Земли (от 200 до 1000 км), искусственный спутник испытывает заметное сопротивление атмосферы. Как при этом изменяется его скорость: увеличивается или уменьшается?

Казалось бы, под действием сопротивления воздуха скорость аппарата должна уменьшаться, как это происходит, например, с любым автомобилем, который катится по инерции. Но у спутника, в отличие от автомобиля, нет твердой опоры. Теряя энергию за счет сопротивления воздуха, он не может сохранить высоту полета и начинает приближаться к Земле. При этом за счет ее притяжения он разгоняется и увеличивает свою скорость.

39. Период обращения вокруг Солнца самой короткопериодической кометы Энке составляет 3.3 года. Почему же условия ее видимости повторяются с характерным периодом в 10 лет?

Через 10 лет комета сделает ровно 3 оборота по своей орбите, а Земля – ровно 10. Значит, оба небесных тела окажутся почти в тех же точках пространства, а значит, такими же будут условия видимости кометы на Земле.

40. Каков период обращения искусственного спутника Земли, движущегося на расстоянии 1600 км от поверхности Земли?

$$F = G \frac{mM}{(R+h)^2} - \text{сила притяжения ИСЗ}, F = \frac{v^2 m}{R+H}$$

$$G \frac{mM}{(R+h)^2} = \frac{v^2 m}{R+H},$$

отсюда период

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g} \left(1 + \frac{h}{R}\right)^3} = 7200 \text{ с} = 2 \text{ ч.}$$

41. Какое из двух астрономических явлений – касательное покрытие Луной звезды или касательное покрытие Луной планеты – является одним из самых интересных для науки астрономических явлений и почему?

Касательное покрытие звезды. В это время звезда может несколько раз появляться и исчезать за лунными горами. Его наблюдения позволяют изучать движение и фигуру Луны. А при касательном покрытии планеты мы можем наблюдать лишь частичное закрытие ее диска.

42. 21 сентября 1999 года произошло покрытие Урана Луной. В этот день Уран находился в созвездии Козерога. Какое из двух явлений – покрытие или открытие Урана – можно было легко наблюдать в небольшие телескопы?

Только покрытие. Созвездие Козерога видно в сентябре по вечерам, и Луна была растущая. Покрытие происходило у левого, темного лимба Луны, поэтому его можно было наблюдать. Открытие произошло у светлого края Луны, и увидеть слабый Уран (видимая звездная величина $6''$) было крайне трудно.

43. Известно, что иногда на фоне вечерней зари удается заметить Луну в возрасте менее 1 суток, а иногда, даже при хорошей погоде, не удается. От каких факторов это зависит и существует ли у них периодичность во времени?

Это зависит от двух факторов. Первый – сезон года. Лучше всего молодую Луну искать зимой и весной, когда ее склонение возрастает и к моменту наблюдений превышает солнечное. Второй фактор – расположение узлов лунной орбиты. Благоприятные условия складываются, когда вблизи новолуния орбита Луны располагается выше эклиптики. Разумеется, наилучшие условия наступают при сложении обоих факторов. Такое происходит раз в 18 лет и последний раз было в начале 90-х годов.

44. Параллакс Веги равен $0,12''$, а звездная величина – $0''$. На каком расстоянии от Солнца на прямой Солнце – Вега должен находиться наблюдатель, чтобы эти две звезды были одинаково яркими? Видимая звездная величина Солнца равна $-26.8''$.

Расстояние до Веги равно $D = 1/0,12'' = 8,3$ парсека или $1,7 \cdot 10^6$ а. е. Это расстояние в $1,7 \cdot 10^6$ а. е. раз больше, чем расстояние от Земли до Солнца (1 а. е.). Солнце, находясь на таком расстоянии, выглядело бы слабее, чем с Земли в

$$(D/1 \text{ а. е.})^2 = (1,7 \cdot 10^6)^2 = 2,9 \cdot 10^{12}$$

имело бы звездную величину

$$26,8'' + 2,5 \cdot \lg(2,9 \cdot 10^{12}) = +4,4''.$$

Вега имеет видимую звездную величину $0''$. Поскольку разность в 5 звездных величин означает различие по яркости в 100 раз, различие в 4,4 звездные величины означает, что Вега светит приблизительно в 58 раз ярче Солнца. Учитывая, что яркость звезды падает обратно пропорционально квадрату расстояния, получаем, что точка наблюдения находится на расстоянии 0,97 пк по направлению к Веге или 1,26 пк по направлению от Веги.

45. На Земле наблюдается частное солнечное затмение. Момент его наибольшей фазы наступил во время T , сама же наибольшая фаза наблюдается в пункте A . На какой высоте над горизонтом находится Солнце в этом пункте в это время? Как относительно диска Солнца располагается диск Луны?

Так как затмение частное, то линия, соединяющая центры Солнца и Луны, не попадает на Землю. В этом случае наибольшая фаза затмения будет наблюдаться в точке Земли, глубже всего вошедшей в лунную полутень. Если смотреть со стороны Луны, то эта точка будет находиться на краю диска Земли (ближайшему к центру тени и полутени). Это означает, что Солнце (и Луна) в этой точке Земли будут находиться на горизонте. Несложные геометрические рассуждения приводят к тому, что диск Луны будет находиться точно над диском Солнца, частично затмевая его сверху.

46. При нынешнем положении Луны океанские приливы и отливы чередуются приблизительно через каждые 6 часов и имеют вдали от берега высоту около 50 км. А что было бы, будь Луна вдвое дальше от Земли?

Приливная сила пропорциональна разности гравитационных воздействий Луны на переднюю и заднюю точки Земли. Нетрудно показать, что она обратно пропорциональна кубу расстояния от Земли до Луны. Поэтому при удалении Луны вдвое приливная сила уменьшится в 8 раз. В 8 же раз уменьшится и высота морских приливов, пропорциональная приливной силе.

47. Что называется солнечным ветром, как образуется этот ветер, как он действует на планеты и как далеко он «дует» в Солнечной системе?

Солнечный ветер – это потоки разреженного газа и плазмы, истекающие из атмосферы Солнца во всех направлениях. Его причиной служит сильный разогрев нижних слоев солнечной короны потоками электромагнитной и акустической энергии, поступающими из плотных нижних слоев атмосферы Солнца. В окрестности Земли скорость солнечного ветра около 400 км/с. Сталкиваясь с магнитосферами и атмосферами планет, солнечный ветер искажает их форму, вызывает в них химические реакции, ионизацию газа и его свечение. Солнечный ветер выдувает вокруг Солнца каверну, свободную от межзвездной плазмы (гелиосферу), которая простирается за орбиту Плутона; ее граница пока точно не установлена.

48. Какую долю земной поверхности может охватить взглядом космонавт с высоты 400 км?

Пусть точка O – центр Земли, K – космонавт и Γ – горизонт. Обозначим длины отрезков: OG через R и KG через D . Тогда длина отрезка KO будет равна $R + h$, где $h = 400$ км – высота орбиты. Расстояние до горизонта определим из прямоугольного треугольника ΓOK по теореме Пифагора: $(R + h)^2 = D^2 + R^2$, откуда $D^2 = 2Rh + h^2 = 2Rh(1 + h/2R)$. Поскольку $h \ll R$, второе слагаемое в этой формуле много меньше первого, поэтому им можно пренебречь. В результате получаем формулу для расстояния до горизонта при высоте наблюдателя $h \ll R$: $D = \sqrt{2Rh}$. Поскольку $D \ll R$, площадь поверхности Земли, доступную взгляду космонавта можно вычислить как площадь круга: $S = \pi D^2$, поскольку полная площадь поверхности Земли вычисляется как площадь шара: $S' = 4\pi R^2$. Отношение этих площадей составляет $S/S' = h/2R = 0,03$ (т.е. 3 %).

49. Две звезды имеют одинаковые размеры, но температура поверхности у первой звезды равна 30000 К, а у второй – 5000 К. Какая из этих звезд будет излучать больше энергии в синих лучах? В желтых? В красных?

Первая звезда излучает больше во всех диапазонах спектра. Это зависит только от температуры.

50. Будут ли одинаковы скорость вылета и дальность полета снаряда при выстреле из одной и той же пушки на Земле и на Луне? (сопротивлением земной атмосферы пренебречь)

Кинетическая энергия снаряда зависит только от энергии заряда и соотношения масс пушки (M) и снаряда (m). Если масса пушки велика, то снаряд уносит с собой всю энергию выстрела (E):

$$\vec{M}\vec{V} + \vec{m}\vec{v} = 0 \text{ -- закон сохранения импульса.}$$

$$\frac{MV^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = E \text{ -- закон сохранения энергии.}$$

откуда $V^2 = 2E/(M+m)$, поэтому скорость вылета снаряда не зависит от того, на каком небесном теле произведен выстрел. А вот дальность его полета – зависит. Пусть α – угол наклона ствола пушки к горизонту. Тогда дальность полета

$$L = \frac{2V_o^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}.$$

Как видим, при одинаковых α и v дальность полета обратно пропорциональна значению g . Например, на Луне та же пушка выстрелит в 6 раз дальше, чем на Земле (а с учетом сопротивления воздуха – еще дальше!)

51. Можно ли увидеть созвездие Южного Креста с территории России? А из северного полушария Земли?

В России – нет, но из северного полушария – да, созвездие полностью видно южнее 27-й параллели.

52. Блеск Солнца равен $-26,8''$. Найти блеск полной Луны, считая ее альбедо равным 0,1.

Задачу можно решить без сложных вычислений. Достаточно вспомнить, что видимые угловые диаметры Солнца и Луны практически совпадают, а плотность потока световой энергии, уходящего от Луны, равен 0,1 от плотности потока солнечной энергии на расстоянии Луны (или Земли), или $0,1 \cdot (r/R)^2$ от плотности потока солнечной энергии на поверхности Солнца (r – радиус Солнца, R – расстояние от Солнца до Луны (фактически равно 1.а. е). Подставляя значения и логарифмируя, получаем блеск полной Луны, равный $-12,6''$ – очень близкое к реальному значение.

53. Наблюдатель фиксирует вид неба регулярно в одно и то же звездное время и постоянно видит Солнце на горизонте. В каком месте Земли и в какое звездное время это может произойти?

Это происходит на северном полярном круге при звездном времени 18 часов или на южном полярном круге при звездном времени 6 часов.

54. Белый карлик имеет массу $0,6M_{\odot}$, светимость $0,001L_{\odot}$ и температуру $2T_{\odot}$. Во сколько раз его средняя плотность выше солнечной?

Как известно, светимость пропорциональна R^2T^4 . Плотность, таким образом, пропорциональна M/R^3 или $MT^6/L^{3/2}$. Плотность такого белого карлика в $1,2 \cdot 10^6$ раз превосходит солнечную.

55. На ясном небе темном
Видны соседние миры.
Взгляни на свет их ровный
Избавься от хандры!

Найди рогатое созвездье
И в его центр посмотри,
И два сияющих бриллианта

У взгляда встанут на пути:

Планета – сила светит ярче
Любой сияющей звезды.
Но ярче силы светит рядом
Богиня вечной красоты.

В созвездии тринадцатом
Еще два мира светят.
И лишь Сатурна нет нигде
На небе темном этом.
(О.Угольников)

В какой сезон года (с точностью до месяца) и в какое время суток могла наблюдаваться такая картина?

Эта задача – самая сложная и самая интересная. В стихах рассказано о положении на небе планет. «Рогатым созвездьем» может быть Овен, Телец или Козерог. В его центре находятся две планеты. «Богиня вечной красоты» – Венера. «Планета – сила» – Юпитер, а не Марс, который, находясь рядом с Венерой, недалеко от Солнца, не светил бы ярче «любой сияющей звезды». Сатурна в данный момент на небе нет, следовательно «еще два мира» – это Меркурий и Марс, и они находятся в «тринадцатом созвездии» – Змееносце.

Меркурий и Венера – внутренние планеты, не отходящие от Солнца дальше, чем на 28° и на 47° соответственно. Значит, они не могут отстоять более чем на 75° друг от друга. А так как Меркурий находится в созвездии Змееносца, то Венера не может быть видна в созвездиях Овна или Тельца, отстоящих почти на 180° . Ей остается находиться в центре «рогатого созвездья» – Козерога. Но и в этом случае угловое расстояние между Меркурием и Венерой не менее $45^{\circ} - 50^{\circ}$, т.е. они находятся по разные стороны от Солнца (или Меркурий будет очень близко к Солнцу), и тем не менее видны «на ясном небе темном». Солнце, находящееся между Меркурием и Венерой, не может быть глубоко под горизонтом. Остается единственный вариант – полное солнечное затмение, при этом Солнце находится в центре или на западе созвездия Стрельца (не далее 28° от Меркурия), т.е. картина могла наблюдаваться во второй половине декабря или в первой половине января только днем во время полного затмения Солнца.

56. Какова будет примерная форма Большой медведицы через 50000 лет и почему?

Из-за прецессии земной оси полюсы мира описывают вокруг полюсов эклиптики малые круги радиусом около 23,5 градусов за период около 26000 лет. Это означает, что через 50000 лет полюс мира будет направлен в ту же точку, что и 2000 лет назад. Это недалеко от звезды альфа в созвездии Дракона. Смена «полярной звезды» не приведет к изменению формы Большой Медведицы: 50000 лет слишком малый срок для того, чтобы стали заметны относительные смещения сильно удаленных звезд.