

УТВЕРЖДЕНО

Заместитель председателя
оргкомитета заключительного этапа
республиканской олимпиады

_____ К. С. Фарино
«_____» декабря 2009 г.

Задания для III этапа
республиканской олимпиады по астрономии

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

12 января 2010 года



1. КОРОТКИЕ ЗАДАЧИ

1. Чему равна высота Дубхе ($\delta = 61^\circ 42'$) в верхней кульминации в Минске ($\varphi = 53^\circ 51'$)?
2. Найдите синодический период обращения Венеры (в средних солнечных сутках) вокруг Солнца для наблюдателя, находящегося на Марсе.
3. Рассчитайте круговую скорость движения Земли в системе центра масс системы Земля-Луна.
Подсказка: круговая скорость при движении тела по эллипсу рассчитывается по формуле $v_0 = \frac{2\pi a}{T}$, где a — большая полуось, T — период.
4. Какова большая полуось орбиты спутника, имеющего скорость $v = 10$ км/с на высоте $h = 700$ км от поверхности Земли.
5. Найдите эффективную температуру фотосферы звезды, радиус которой в девять раз больше солнечного, а абсолютная звездная величина $M = -1.0$.
6. Невращающаяся звезда, радиус которой 2.5×10^6 км эволюционирует в нейтронную звезду радиуса 25 км. Как изменится при этом магнитное поле на ее поверхности?
Подсказка: использовать сохранение магнитного потока через поверхность звезды в процессе ее эволюции.
7. На каком расстоянии Антарес (абсолютная звездная величина $M = -5.278$) имеет такую же видимую звездную величину, как и Солнце?
8. Собственное движение Сириуса $\mu = 1.339''/\text{год}$. Чему равна его тангенциальная скорость, если годичный параллакс $\pi = 0.3792''$?
9. На каком расстоянии от нас находится галактика, красное смещение в спектре которой составляет 1%.
10. Считая плотность Вселенной близкой критической, оцените ее массу (в массах Солнца) внутри «горизонта» (множества точек, от которых свет дошел до нас за 13 млрд. лет — время, прошедшее после Большого Взрыва).

2. ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ

«Светящаяся звезда с плотностью, равной плотности Земли и диаметром в 250 раз больше диаметра Солнца, не дает ни одному световому лучу достичь нас из-за своего тяготения; поэтому возможно, что самые яркие небесные тела во Вселенной оказываются по этой причине невидимыми».

«Изложение систем мира», П. Лаплас, 1795 год

Как вы уже догадались, в длинной задаче речь пойдет о черных дырах. Черной дырой мы называем область в пространстве-времени, гравитационное притяжение которой настолько велико, что покинуть ее не могут даже объекты, движущиеся со скоростью света. Граница этой области называется горизонтом событий, в простейшем случае ее радиус — это радиус Шварцшильда (R_g).

- (а) Рассчитайте радиус Шварцшильда для «звезды» из эпитафия.
- (б) Является ли описанная «звезда» черной дырой?

В 1974 году С. Хокинг показал, что существует квантовый процесс рождения частиц гравитационным полем черной дыры, приводящий к уменьшению массы и размера черной дыры. В обычных условиях в вакууме из-за квантовых эффектов постоянно происходит рождение пар частица — античастица, которые тут же сливаются. В поле тяготения черной дыры одна из возникших таким образом частиц может оказаться под горизонтом, а другая останется снаружи и улетит в космос, унося с собой часть энергии, а значит, и массы черной дыры. Согласно расчетам С. Хокинга черная дыра массы M полностью испарится за время:

$$t_e = \frac{5120\pi G^2 M^3}{\hbar c^4},$$

где \hbar — постоянная Планка.

- (с) Рассчитайте начальную массу черной дыры, которая полностью испарится за время данного теоретического тура.
- (д) В Большом Адронном Коллайдере планируются столкновения протонов с общей энергией до 14 ТэВ ($1 \text{ ТэВ} = 10^{12} \text{ эВ}$). Предположим ужасное, что во время одного из таких столкновений родилась черная дыра (в результате полного перехода данной энергии в массу покоя черной дыры). Определите массу образовавшейся черной дыры.
- (е) Известно, что минимально возможная масса микроскопической черной дыры равна планковской массе, т. е. величине:

$$M_P = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}}.$$

Сравните массу, полученную в предыдущем вопросе с M_P и сделайте вывод о том, могут ли рождаться черные дыры в Коллайдере.

СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ

Параметр	Значение
Скорость света в вакууме	3.00×10^8 м/с
Постоянная всемирного тяготения	6.67×10^{-11} м ³ ·кг ⁻¹ ·с ⁻²
Постоянная Планка \hbar	1.055×10^{-34} Дж·с
Постоянная Хаббла	75.0 км/(с·Мпк)
Постоянная Стефана – Больцмана	5.67×10^{-8} Вт · м ⁻² · К ⁻⁴
1 Электронвольт (эВ)	1.602×10^{-19} Дж
Масса Солнца	1.99×10^{30} кг
Радиус Солнца	6.96×10^5 км
Астрономическая единица	1.50×10^8 км
Солнечная постоянная	1.37×10^3 Вт·м ⁻²
Видимая звездная величина Солнца	–26.8
Масса Земли	5.97×10^{24} кг
Средний радиус Земли	6.37×10^3 км
Звездный год	365.26 ср. солнечных суток
Масса Луны	7.35×10^{22} кг
Большая полуось орбиты Луны	3.844×10^5 км
Сидерический месяц	27.32 суток
Большая полуось орбиты Меркурия	0.387 а. е.
Большая полуось орбиты Венеры	0.723 а. е.
Большая полуось орбиты Марса	1.524 а. е.