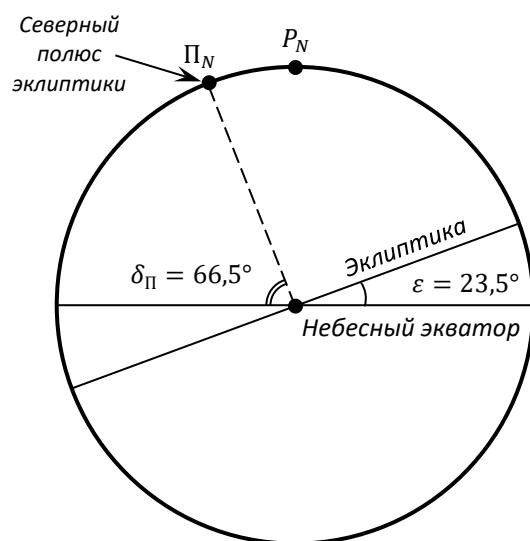


## Решения задач

*Приведенные баллы и схема оценивания – приблизительные, жюри может их менять по своему усмотрению. В случае возникновения вопросов либо замечаний по задачам обращайтесь по телефону +375 29 257 08 09.*

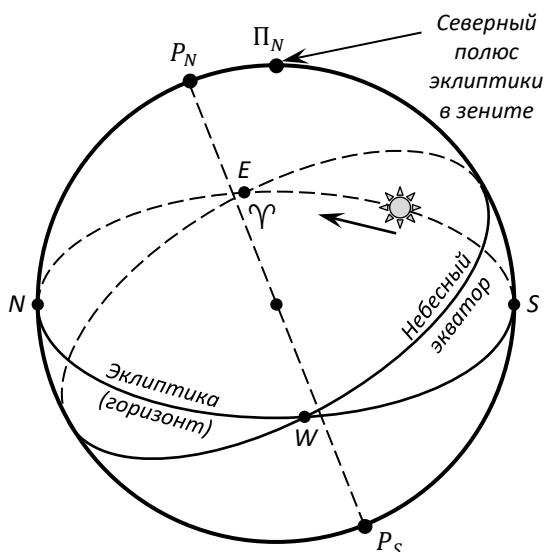
### ① (6 баллов за задачу)

**а) (2 балла)** Промежуток времени 23 ч 56 мин 4 с взят неспроста – это так называемые звездные сутки или период обращения Земли вокруг своей оси. Через этот промежуток времени картина звездного неба над головой в точности повторяется. Допустим, что мы увидели в какой-то момент времени восход Солнца. Солнце было на линии горизонта и при этом находилось еще и на линии эклиптики (эклиптика – это же и есть путь Солнца среди звезд). Через 23<sup>h</sup>56<sup>m</sup>4<sup>s</sup> Солнце снова на горизонте, но при этом оно снова и на эклиптике! Такое возможно только в одном случае – если в моменты восхода Солнца эклиптика лежит на горизонте. В зените тогда будет находиться северный полюс эклиптики – точка, направление на которую перпендикулярно эклиптической плоскости. А склонение полюса равно 66,5° (см. рисунок). Как известно, склонение светил в зените равно географической широте местности. Поэтому широта астронома составляла 66,5°.



**б) (2 балла)** В дни равноденствий продолжительность светового дня с указанными в задаче приближениями всегда составляет 12 часов, так как небесный экватор делится горизонтом пополам. Посчитав в дни солнцестояний высоту Солнца в верхней и нижней кульминации или вспомнив, что 66,5° – это северный полярный круг, можно сказать, что 21 июня долгота дня будет 24 часа (полярный день), а 21 декабря – 0 часов (полярная ночь).

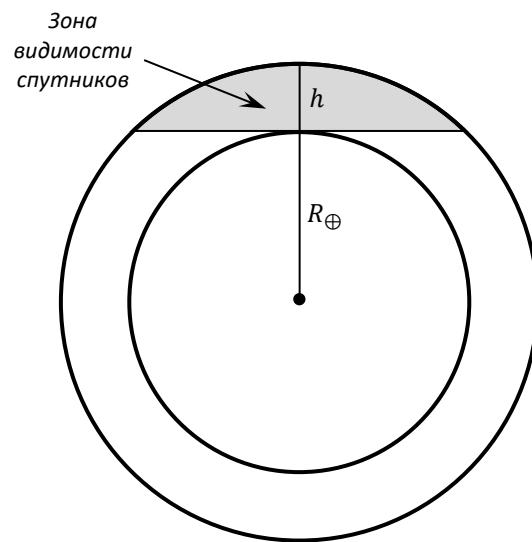
**в) (2 балла)** Давайте еще раз нарисуем небесную сферу в момент восхода Солнца. На восточном краю горизонта отмечено Солнце и направление его перемещения по эклиптике (если смотреть с северного полюса, то почти все в Солнечной системе вращается против часовой стрелки), совпадающей с горизонтом. Видим, что в точке востока Солнце будет переходить из южного полушария в северное – значит, это точка весеннего равноденствия. И описанная в задаче ситуация будет продолжаться, пока Солнце движется от точки зимнего солнцестояния к точке летнего через весну. Т. е., это возможно с 21.12 по 21.06. Примечание: автор задачи сознательно пишет 21.12 и 21.06 вместо принятых в учебниках 22.12 и 21.06, так как солнцестояния чаще всего приходятся именно на 21-е число. Но если участник написал 22-е либо просто ограничился фразой “от зимнего до летнего солнцестояния” – это также абсолютно правильный ответ.



- ② (5 баллов)** Для решения можно пойти двумя способами: либо оценить долю площади Земли, видимой со спутника, либо оценить долю поверхности сферы, покрытой спутниками, видимую из конкретной точки. Оба способа эквивалентны; давайте, например, выберем второй.

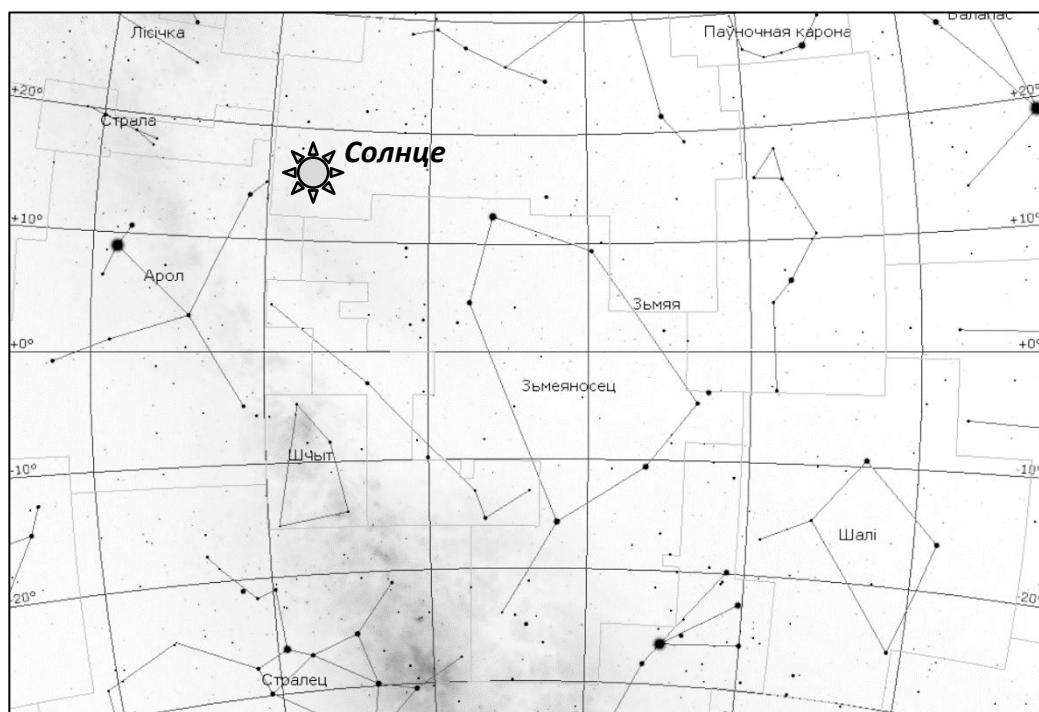
Спутников очень много, они расположены равномерно на высотах  $h = 550$  км, поэтому можно представить себе некую сферу радиусом  $R_{\oplus} + h$ , усыпанную этими спутниками. Если мы найдем долю площади этой сферы, видимую из какой-нибудь точки Земли, то, умножив ее на полное число спутников, мы получим, сколько из них видно из выбранной точки.

Видимая часть сферы – это как раз сферическая поверхность шарового сегмента, поэтому ее площадь составит  $S = 2\pi R_{\oplus} h$ . Площадь всей сферы равна  $S_0 = 4\pi R_{\oplus}^2$ . Получается, наблюдатель видит долю сферы, равную  $S/S_0 = h/(2R_{\oplus}) = 0,043$ . Т. е. в любой момент времени мы будем видеть примерно 4,3% от всех спутников, что составляет около 520 аппаратов. В реальности, если учесть, что полярные области практически не будут покрываться и, возможно, будет еще более высокая группировка спутников, это число станет еще больше. Отсюда и тревоги астрономов, что подобные системы (а их разворачивает не только США) будут серьезно мешать наблюдениям.



- ③ (6 баллов за задачу)**

**а) (2 балла)** Очевидно, что при наблюдении с Сириуса Солнце будет находиться в противоположной точке по сравнению с той, где мы наблюдаем Сириус. Прямое восхождение противоположной точки должно отличаться на  $12^h$ , а склонение иметь противоположный знак:  $\alpha_{\odot} = 18^h 45^m$ ,  $\delta_{\odot} = +16^{\circ}43'$ . Нанесем эту точку на карту и получим, что это территория Геркулеса. Однако эта точка расположена в лишенной ярких звезд области неба, а точное положение границ созвездий мало кто в мире знает наизусть. Поэтому за ответы Стрела, Лисичка, Орел или Змееносец также можно выставить полный балл.



**б) (2 балла)** Есть подозрение, что Сириус В будет гораздо ярче: ведь, несмотря на его скромную светимость, слишком уж он близок к Сириусу А. Рассмотрим самый неблагоприятный для спутника сценарий, когда он находится в апоцентре орбиты. Тогда его расстояние от главной звезды составит  $r_B = a(1 + e) = 31,9$  а. е. Блеск звезды пропорционален ее светимости и обратно пропорционален квадрату расстояния до нее. Тогда сравним блеск Солнца и Сириуса В:

$$\frac{E_B}{E_\odot} = \frac{L_B}{L_\odot} \cdot \left(\frac{r_\odot}{r_B}\right)^2$$

Расстояние до Солнца определим из параллакса Сириуса:  $r_\odot = 1/\pi = 2,64$  пк. В астрономических единицах это примерно 544 тыс. а. е. Подставляя все значения, получаем, что слабый Сириус В будет светиться в 7,6 млн раз ярче Солнца при наблюдении у поверхности Сириуса А. Это чуть больше 17 звездных величин!

Отметим, что можно было пойти через нахождение абсолютных и видимых звездных величин и получить точно такой же ответ. Кроме того, учитывать эксцентриситет, как видим, было совсем необязательно (и за неучет его не следует снимать баллы).

**в) (2 балла)** Очевидно, что скорость Солнца относительно Сириуса равна скорости Сириуса относительно Солнца. И тангенциальные компоненты скоростей также будут совпадать по модулю. Следовательно, собственное движение Солнца составит  $\mu = 1,33''/\text{год}$ .

#### ④ (8 баллов за задачу)

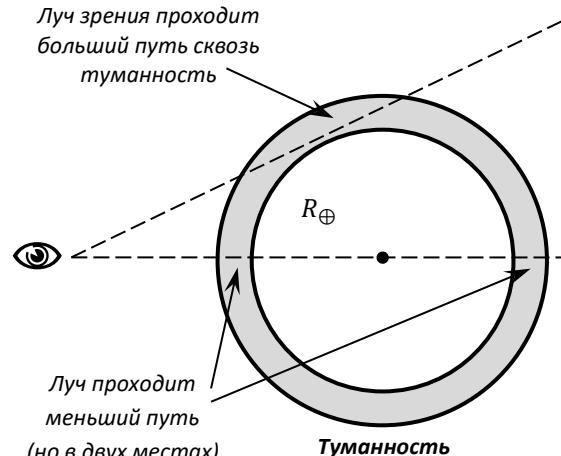
**а) (2 балла)** Очевидно, что если туманность представляет собой сферическую оболочку, то ближе к ее краю луч зрения будет проходить большее расстояние сквозь среду – от этого край и будет ярче (см. рисунок).

**б) (2 балла)** Чтобы найти линейный радиус, необходимо расстояние до туманности умножить на угловой радиус (в радианах):  $R = r \cdot \rho = 2100 \text{ пк} \cdot (77''/206265'') = 0,78 \text{ пк}$ . Планетарные туманности действительно имеют скромные линейные размеры, из-за чего в телескоп на небольшом увеличении их легко спутать со звездами.

**в) (2 балла)** Если мы станем в два раза ближе, то звезда станет в 4 раза ярче. Согласно формуле Погсона, в звездных величинах прирост яркости составит  $\Delta m = 2,5 \lg 4 = 1,5^m$ . Следовательно, блеск звезды после приближения составит  $14,0^m$ .

А вот с поверхностной яркостью дела обстоят интереснее. Представим, что мы наблюдаем какой-то участок туманности вблизи ее центра. Когда мы станем в два раза ближе к нему, он также станет в 4 раза ярче. Но и его угловые размеры станут в 2 раза больше, а угловая площадь (тесный угол) вырастет пропорционально квадрату угловых размеров в те же 4 раза. Следовательно, яркость с единицы площади не изменится и останется равной  $24,4^m/\square''$ .

**г) (2 балла)** В предыдущем пункте мы указали на то, что поверхностная яркость объектов не зависит от расстояния до них. Но когда мы окажемся в центре туманности, наш луч зрения будет пересекать ее уже не по диаметру (2 слоя), а по радиусу (1 слой). Следовательно, поверхностная яркость упадёт в два раза. В звездных величинах ослабление составит  $\Delta m = 2,5 \lg 2 = 0,75^m$ , а новая поверхностная яркость будет  $25,2^m/\square''$ .



**⑤ (6 баллов за задачу)**

**а) (2 балла)** Воспользуемся линейкой и оценим, какую долю диаметра лунного диска занимает рост человека. Диаметр Луны лучше измерять по горизонтали, так как нижняя его часть закрыта вершиной холма, к тому же по вертикали Луна сжата рефракцией. Измерения автора показали, что средний человек занимает 0,088 диаметра лунного диска (измерения участников, естественно, могут немного отличаться).

Определим угловой диаметр Луны:

$$d_{\text{Л}} = 2 \arcsin \frac{R_{\text{Л}}}{a_{\text{Л}}} \approx 0,52^\circ$$

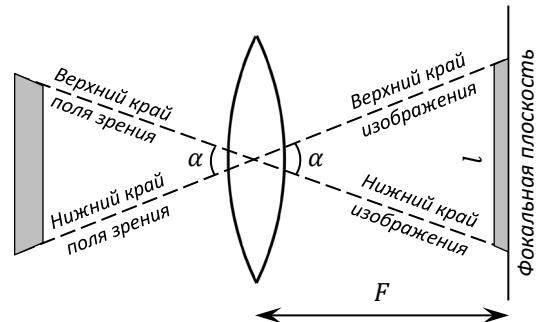
Следовательно, угловой размер человека составит  $d_{\text{ч}} = 0,088 \cdot 0,52^\circ = 0,046^\circ = 8,0 \cdot 10^{-4}$  рад. Тогда расстояние до человека составит  $r = h/d_{\text{ч}} = 1,70 \text{ м} / 8,0 \cdot 10^{-4} \text{ рад} \approx 2100 \text{ м}$ .

**б) (2 балла)** Теперь, сравнивая размеры кадра и размеры диска Луны на фото, определим поле зрения снимка по горизонтали. Ширина кадра примерно в 1,5 раза больше диаметра Луны, следовательно, поле зрения по горизонтали равно  $\alpha = 1,5 \cdot 0,52^\circ = 0,78^\circ$ . Нарисуем ход лучей от объекта до телескопа, ограничившись лишь лучами, проходящими через центр линзы; очевидно, что линейные размеры кадра  $l$  будут связаны с полем зрения формулой:

$$l = 2F \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$$

Подставляя  $l = 36 \text{ мм}$  и  $\alpha = 0,78^\circ$ , получаем  $F = 2,6 \text{ м}$ . Фотообъектив с таким фокусом трудно отыскать; скорее всего, съемка велась через телескоп.

**в) (2 балла)** Привычный нам вид полной Луны на фото изображен кверху ногами. Да, даже в наших широтах лунный экватор может быть сильно наклонен к горизонту во время восхода. Однако для Беларуси этот угол не превышает 60 с лишним градусов. На фото же практически «перевернутая» на 180 градусов Луна (участник олимпиады должен знать, как выглядит лунный диск) – подобную картину можно увидеть только в южном полушарии.

**⑥ (6 баллов) 1 – Дева, 2 – Большой Пес, 3 – Лев, 4 – Телец, 5 – Орел, 6 – Кассиопея.**

**Всего 37 баллов за олимпиаду**