



III этап республиканской олимпиады по астрономии

3 – 6 января 2008 года

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ТУРА

1 «Южный берег Крыма»

1.1. Для ответа на вопрос задачи рассчитаем дальность горизонта для путешественников. С помощью рисунка 1 можем записать:

$$d = \sqrt{(R_{\oplus} + H)^2 - R_{\oplus}^2} = \sqrt{R_{\oplus}^2 + 2R_{\oplus}H + H^2 - R_{\oplus}^2} \approx \sqrt{2R_{\oplus}H} \\ = 80 \text{ км.}$$

Таким образом, увидеть турецкие пляжи, которые существенно дальше, нельзя. Этот результат был проверен экспериментально в конце августа 2007 года в окрестностях Фороса при идеальной прозрачности воздуха. При оценивании учитывается только расчет дальности горизонта.

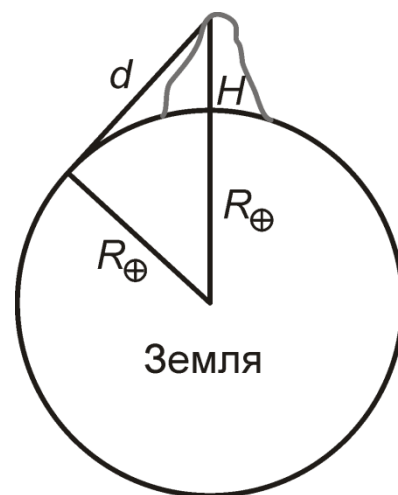


Рисунок 1

1.2. Для нахождения длительности захода Солнца участники олимпиады могут применять любой из известных методов, которые оцениваются одинаково. Рассмотрим один из самых простых и наглядных – графический. В дальнейшем будем пренебрегать рефракцией и считать участок небесной сферы, на котором происходит заход Солнца, плоским. С помощью линейки и циркуля строим чертеж в масштабе: изображаем математический горизонт, суточную параллель Солнца и само Солнце в начальный и конечный моменты (рисунок 2). При построениях можно принимать угол наклона суточной параллели к горизонту равным 45° . Так как угловой размер Солнца составляет около $30'$, измерение углового расстояния между первым и последним «контактами», выраженное во временных единицах, приведет к искомому результату. Производя измерения линейкой, получим $t \approx 3$ минуты.

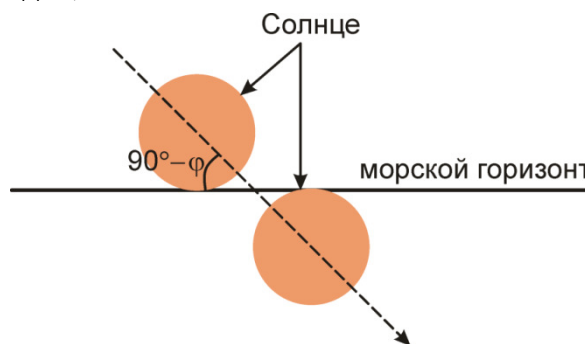


Рисунок 2

1. 3. В населенных пунктах Беларуси суточные параллели Солнца наклонены под меньшими углами к математическому горизонту, поэтому заход более длительный.

2 «Полет»

2.1. Двигаясь по большому кругу, самолет пролетит расстояние

$$l = 2\pi R_{\oplus \text{экв}} \times \Delta\lambda / 360^\circ / \cos 20^\circ = 2\pi \times 6378 \text{ км} \times 147^\circ / 360^\circ / \cos 20^\circ = 17\,410 \text{ км}$$

за время

$$t = l/V = 17\,410 \text{ км} / (1000 \text{ км/ч}) = 17,41 \text{ ч} \approx 17 \text{ ч } 25 \text{ мин.}$$

В полученных выражениях мы пренебрегали высотой полета самолета по сравнению с радиусом Земли. При учете высоты, результат может отличаться в пределах 4-5 минут. Эта точность и будет достаточной для конечного результата задачи.

По часам аэропорта отправления самолет совершит посадку в

$$t_1 = 9 \text{ ч } 00 \text{ мин} + 17 \text{ ч } 25 \text{ мин} = 26 \text{ ч } 25 \text{ мин} = 2 \text{ ч } 25 \text{ мин следующего дня.}$$

В этот момент на о-ве Маврикий $t_2 = t_1 - 9 \text{ ч} = 2 \text{ ч } 25 \text{ мин} - 9 \text{ ч} = 17 \text{ ч } 25 \text{ мин}$. Этот момент времени и является искомым. Самолет совершит посадку в день отправления.

3 «Комета Холмса»

3.1. Ответ на данный вопрос задачи в рамках школьных методов можно получить только в виде приблизительной оценки. Вариантов решений может быть несколько. Все из них оцениваются одинаково.

Рассмотрим одно из возможных решений. Прежде всего, найдем скорость кометы 31 декабря 2007 года, используя выражение для интеграла энергии:

$$V_c = \sqrt{2GM_{\odot} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{2a} \right)} = 20,27 \text{ км/с.}$$

Комета Холмса прошла перигелий своей орбиты в мае 2007 года, двигаясь вокруг Солнца против часовой стрелки, если смотреть с северного полюса эклиптики (участники олимпиады, которые интересуются астрономией, должны это знать), следовательно, она удаляется от Солнца и ее вектор скорости образует с радиус-вектором угол $>90^\circ$. Рисуя треугольник Солнце – Земля – Комета, убеждаемся, что угол с центром в Солнце – небольшой. Поэтому в качестве хорошей оценки можно считать, что комета находится в противостоянии. Тогда (рисунок 3),

$$V_{ct} \approx V_c - V_{\oplus} = 20,3 \text{ км/с} - 29,8 \text{ км/с} = -9,5 \text{ км/с.}$$

Угловое перемещение кометы за сутки 31 декабря:

$$(9,5 \text{ км/с} \times 24 \times 3600 \text{ с}) / (\Delta \times 1,496 \times 10^8 \text{ км}) \text{ радиан} = 9,6'.$$

Этот результат хорошо соответствует данным эфемерид, однако его следует интерпретировать как проекцию углового перемещения на эклиптику.

3.2. Выражение для синодического периода кометы:

$$\frac{1}{P} = 1 - a^{-3/2} \Rightarrow P = (1 - a^{-3/2})^{-1} = 1,17 \text{ года.}$$

3.3. В момент максимальной орбитальной скорости по второму закону Кеплера комета находится в перигелии орбиты, следовательно, ее истинная аномалия равна нулю.

4 «Космонавт»

4.1. Рассчитаем звездную величину, которую будет иметь освещенный Солнцем скафандр космонавта на низкой околоземной орбите (высота $H = 100 \dots 300 \text{ км}$). На основании полученных результатов сделаем вывод о возможности его увидеть невооруженным глазом, проникающую способность которого примем равной 6^m .

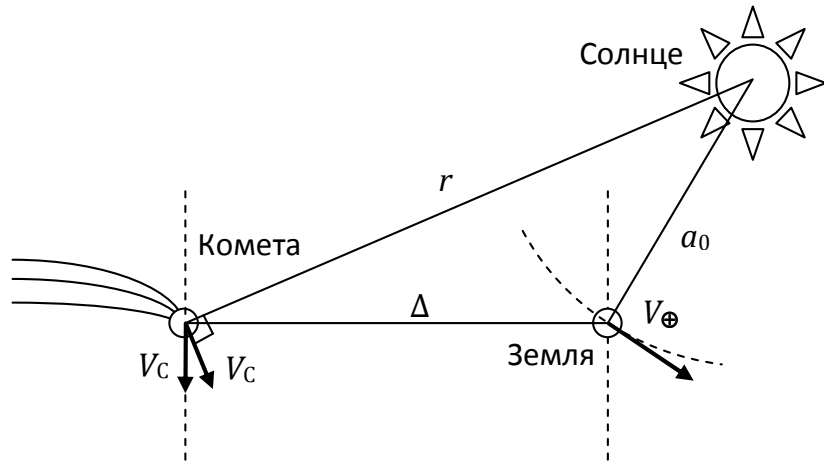


Рисунок 3

Рассмотрим абсолютно отражающий скафандр астронавта с эффективной площадью отражения солнечного излучения 1 м^2 (эта величина уже учитывает фазу, которая при самом оптимальном расположении космонавта и наблюдателя равна чуть больше 0,5).

Так как видимая звездная величина Солнца равна $-26,7^m$ (это значение участники олимпиады должны помнить) при наблюдении с расстояния 1 а. е., видимая звездная величина скафандра на высоте 100 км равна

$$-26,7^m + 2,5 \lg(4\pi(1,496 \times 10^{11} \text{ м})^2 / (1 \text{ м}^2) \times (100 \text{ км} / 1,496 \times 10^8 \text{ км})^2) = -26,7^m + 2,5 \lg(4\pi \times 10^{10}) \approx 1^m.$$

Учитывая неопределенность высоты и поперечного сечения скафандра, ограничимся одной значащей цифрой в полученном результате (1^m).

Таким образом, космонавт будет хорошо замечен невооруженным глазом.

При оценивании данной задачи рассматриваются и другие обоснованные модели.

5 «Цифровая астрофотография»

5.1. Разрешающую способность фотоаппарата будут определять два фактора: дифракционный предел объектива и минимальный угловой размер «изображения» на одном пикселе.

Разрешающая способность по критерию Рэля (дифракционный предел) равна

$$1,22 \frac{\lambda}{5,8/2,8 \text{ мм}} = 1,22 \frac{550 \times 10^{-6} \text{ мм}}{5,8/2,8 \text{ мм}} = 3,239 \times 10^{-4} \text{ радиан} = 67''.$$

Этот результат в совокупности с пояснением, что «цифровая» разрешающая способность может быть хуже дифракционного предела, является полным решением данного вопроса задачи. Дополнительные расчеты и обоснования также оцениваются.

На практике, современные фотоаппараты от 8 Мп и выше обеспечивают «цифровую» разрешающую способность на уровне критерия Рэля. Этот вывод был проверен автором путем расчета с использованием реальных параметров современных фотоаппаратов.

5.2. Поток излучения, попадающий на ПЗС приемник, будет прямо пропорционален времени экспозиции (для линейного участка световой характеристики) и обратно пропорционален квадрату диафрагмы. Проницающая способность как функция диафрагмы D и выдержки t равна:

$$m(t, D) = 5^m + 2,5 \lg \frac{t}{10 \text{ с}} - 5 \lg \frac{D}{2,8}.$$

5.3. Основными факторами, препятствующими фотографированию звездного неба, являются:

1. Суточное вращение небесной сферы растягивает точечные изображения звезд при длительных выдержках (на практике длиннее 10 секунд для экваториальных созвездий).
2. Длительные выдержки приводят к появлению шумов приемника, которые на изображении выглядят как фиолетовые пятна или полосы, заметно снижающие качество снимков.

Другие факторы также оцениваются проверяющей комиссией.

Схема оценивания заданий теоретического тура.

Задачи оцениваются по вопросам. Максимальное количество баллов определяется решением жюри. Количество баллов за каждый тур (теоретический/практический) составляет 50% от общего количества баллов. При необходимости, для достижения соотношения 1:1, допускается применение нормировочных множителей.

А. Л. Поплавский