



**Задания для заключительного этапа  
XIV республиканской олимпиады по астрономии  
24 – 29 марта 2008 года**

**25 марта 2008 года (вторник)**

## **ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР**

***Пожалуйста, прочитайте это в первую очередь:***

1. Время выполнения данного (теоретического) тура составляет пять часов. Вам предлагается 4 задания: 15 коротких вопросов и 3 длинные задачи.
2. Используйте только ручки синих цветов, простые карандаши, циркули, транспортиры, линейки и калькуляторы. Разрешается использование инженерных (но не программируемых!) калькуляторов. Запрещается использование карт звездного неба.
3. Вам выданы тетради, бланки **листов решений** и **листов ответов**.
4. Используйте для записи решений лицевую сторону **листов решений**. Пишите только внутри рамки. Каждое задание начинайте на новом листе.
5. Для каждого задания, в дополнение к **бланкам листов решений**, прилагаются **листы ответов**, где Вы должны вписать полученные результаты. Численные значения приводите с достаточной точностью.
6. Пожалуйста, ничего не вносите в прямоугольники Шифр и Сумма баллов за задание вверху каждого листа решений и ответов. В **листах решений** в прямоугольниках вверху указывайте номер задания; и для каждого задания: последовательный номер каждого листа (номер страницы) и общее число использованных **листов решений**. Пишите номер задания, которое Вы выполняете, вверху каждого листа. Если Вы испортили несколько **бланков листов решений**, и не хотите, чтобы они были оценены, перечеркивайте их большой буквой X на весь лист и не включайте в нумерацию.
7. Выданная Вам тетрадь – черновик, который не оценивается.
8. Пожалуйста, пишите разборчивым почерком. Проверяющая комиссия оставляет за собой право снижения оценок в случае невозможности прочтения Вашего текста.
9. В конце данного тура олимпиады вложите листы в тетрадь, предварительно упорядочив их следующим образом (по каждому заданию):
  - *Листы Ответов*
  - использованные *Листы Решений* по порядку
  - испорченные листы
  - неиспользованные листы.

## **Задание 1. КОРОТКИЕ ЗАДАЧИ**

- 1.1. В какой момент звездного времени Северный полюс эклиптики может находиться в зените?
- 1.2. Когда Северный полюс мира окажется в точке с современным значением эклиптической долготы  $\lambda = 0^\circ$ ?
- 1.3. Во сколько раз в течение года отличается минимальная длительность восхода Солнца на поверхности Земли?
- 1.4. Чему равно максимальное время наблюдения пролета спутника над данной точкой поверхности Земли, если высота его полета 300 км?
- 1.5. Какой из законов Кеплера оказывается справедлив в случае, когда Всемирное тяготение превращается во Всемирное отталкивание?
- 1.6. Найдите период обращения стационарного спутника на Меркурии.
- 1.7. Чему равнялся сидерический лунный месяц в эпоху начала кольцеобразных солнечных затмений?
- 1.8. Чему равна минимальная скорость удаления на бесконечность из центра однородной Земли?
- 1.9. Вам 17 лет, вашей бабушке-космонавтке 57. Через 50 лет вы становитесь ровесниками. Куда совершила полет ваша бабушка: к Бетельгейзе ( $\pi_1 = 0.005''$ ) или к т Кита ( $\pi_2 = 0.275''$ )?
- 1.10. Чему была бы равна видимая звездная величина звезды с блеском  $18^m$ , свет от которой идет к нам 19 лет, на расстоянии 1 а. е.?
- 1.11. Расстояние  $q$  от радианта Гиад до одной из звезд скопления с  $\mu = 0.103''$  составляет  $23.0^\circ$ , а ее тангенциальная скорость  $V_t = 45.0$  км/с. Найдите расстояние до скопления.
- 1.12. Комета Холмса имеет звездную величину  $m = +2.80^m$  на расстоянии  $r = 1.50$  а. е. от наблюдателя. На каком расстоянии она еще может наблюдаться в "Алькор" ( $D = 6.50$  см)? Комету считать точечным самосветящимся объектом, не меняющим блеск вследствие изменения расстояния от Солнца.
- 1.13. Температура фотосферы массивной пульсирующей звезды обратно пропорциональна объему в степени  $1/6$ . Как изменяется ее светимость?
- 1.14. Плотность одной черной дыры в четыре раза больше плотности второй:  $\rho_1/\rho_2 = 4$ . Чему равно отношение их масс  $M_1/M_2$ ? *Примечание: плотностью черных дыр считать массу в единице объема гравитационного радиуса.*
- 1.15. Красное смещение в спектре квазара  $\Delta\lambda/\lambda = 2.00$ . Найдите расстояние до него, приняв значение постоянной Хаббла  $H = 73.0$  км/(с · Мпк)

## **Задание 2. ДОРОГА В СУВАРНАБУМИ**

Самолет рейса «Москва – Бангкок» тайских авиалиний вылетел из аэропорта Домодедово в Москве 28 ноября 2007 года в 18:20 по московскому времени (UT+3h). Среди пассажиров на борту находилась группа белорусских астрономов в составе 7 человек. Полет проходил в спокойной обстановке на высоте  $H = 12$  км, с температурой за бортом  $t_{out} = -60$  °C. Посадка в аэропорту Суварнабуми (Бангкок, UT+7h) должна была состояться в 7:05 по часам данного аэропорта. Времени было достаточно, и белорусские пассажиры занимались изучением показаний имевшейся на борту электронной навигационной аппаратуры. Вскоре выяснилось, что в течение полета можно наблюдать ряд интересных атмосферных и астрономических эффектов.

2.1. Определите, во сколько раз атмосферное давление за бортом самолета меньше давления на поверхности Земли (под самолетом), где температура составляет +26 °C.

2.2. Рассчитайте в изотермическом приближении оптическую толщину  $\tau_H$  слоев воздуха выше самолета, если полная оптическая толщина атмосферы по нормали  $\tau_a = 0.1$ .

2.3. На сколько звездных величин в темное время суток блеск околзенитных светил казался ярче пассажирам самолета, по сравнению с наблюдателями в соответствующей точке на поверхности?

2.4. Могли ли наблюдать восход (заход) Солнца белорусские астрономы на борту самолета? Ответ обоснуйте с помощью математических расчетов.

Рефракцией и угловыми размерами диска Солнца пренебречь. Координаты аэропортов:

Домодедово в Москве:  $\varphi = 55^\circ 27'$  и  $\lambda = 37^\circ 45'$ ;

Суварнабуми в Бангкоке:  $\varphi = 13^\circ 41'$  и  $\lambda = 100^\circ 45'$ .

## **Задание 3. МАЛЕНЬКИЙ ПРИНЦ**

...Это было обычное утро Маленького Принца. Он проснулся на северном полюсе своей планеты массы  $M$  и радиуса  $R$ , прополол баобабы и вдруг вспомнил про свою любимую розу, которая росла на противоположном полюсе его планеты. Принц решил во что бы то ни стало посетить её. Для этого он надел огромные пружины и прыгнул под углом  $\alpha$  к горизонту.

3.1. Под каким углом к горизонту, и с какой начальной скоростью следует ему прыгнуть, чтобы достичь розы за минимальное время?

3.2. Сколько времени продлится полёт между полюсами по этой кратчайшей траектории?

3.3. Если бы Маленькому Принцу захотелось прыгнуть под другим углом, то какова должна быть его начальная скорость, чтобы попасть точно на розу? Выведите зависимость начальной скорости  $V_0$  от угла  $\alpha$ .

3.4. Каково максимальное значение угла  $\alpha$ , когда ещё возможно подобное путешествие между полюсами?

3.5. Смог ли бы Маленький Принц во время полета увидеть планету фонарика, когда расстояние до нее составляло 5 км, если известно, что с недавних пор фонарик использует лампу накаливания мощностью 200 Вт?

При расчётах считайте, что атмосферы на планете Маленького Принца нет, и она не вращается, а астероид фонарика давным-давно покрасили в чёрный цвет. Известно, что лишь 5% мощности, потребляемой лампой накаливания, приходится на излучение видимого диапазона.

#### **Задание 4. НЕПОСТОЯННАЯ ПОСТОЯННАЯ ХАББЛА**

Наблюдения далеких сверхновых, а в особенности последние данные эксперимента WMAP показали, что наша Вселенная расширяется ускоренно. Этот факт можно согласовать с теорией, если предположить, что Вселенная в основном заполнена веществом с отрицательным давлением – так называемой темной энергией.

Формально темную энергию можно описать как вещество с уравнением состояния, описываемым одним параметром  $w \equiv P/\rho$  ( $\rho$  – объемная плотность энергии), причем это отношение считается постоянным. Подобное уравнение состояния при определенных значениях  $w$  нам хорошо известно:  $w = 1/3$  – это излучение,  $w = 0$  – среда без давления (например, небарионная темная материя),  $w = -1$  – введенный еще самим Эйнштейном ковариантный  $\Lambda$ -член. Существующие в настоящее время результаты наблюдений хорошо объясняются при выполнении условия  $w < -1/3$ . При этом постоянная Хаббла  $H$  в зависимости от времени  $t$  равна:

$$H = \frac{H_0}{\frac{3}{2}H_0(1+w)t + 1}.$$

Данная формула определяет поведение постоянной Хаббла в будущем,  $H_0 = 73$  км/(с · Мпк) – ее значение в настоящий момент ( $t = 0$ ).

4.1. Определите размерность времени в формуле для постоянной Хаббла.

4.2. Выразите постоянную Хаббла  $H$  через величину безразмерного времени  $T \equiv t/t_H$ , где  $t_H$  – хаббловский возраст Вселенной ( $t_H \equiv 1/H_0$ ).

4.3. Рассчитайте значение хаббловского возраста Вселенной  $t_H$ .

4.4. В зависимости от значения параметра  $w$ , выделите качественно различные сценарии эволюции Вселенной.

4.5. Исследуйте эволюцию  $H$  в области  $w < -1$ . Для этого постройте график зависимости постоянной Хаббла от времени (в млрд. лет) для значения  $w = -5/3$ . Определите промежуток времени  $T_x$ , через который все расстояния во Вселенной увеличатся до бесконечности. Такой сценарий эволюции называется «Большой разрыв».

4.6. Используя результаты, полученные в вопросе 4.5., оцените, за какой промежуток времени  $\Delta t$  до «Большого разрыва» планета земной массы, находящаяся на круговой орбите радиуса 1 а.е. вокруг белого карлика ( $M = M_\odot$ ), навсегда покинет свое светило.

## СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ

<b>Основные постоянные и законы</b>	Гравитационная постоянная	$= 6.67259 \times 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ с}^{-2} \text{ кг}^{-1}$
	Скорость света в вакууме	$= 2.998 \times 10^8 \text{ м/с}$
	Постоянная Стефана-Больцмана	$= 5.67 \times 10^{-8} \text{ Вт м}^{-2} \text{ К}^{-4}$
	Постоянная Больцмана	$= 1.38 \times 10^{-23} \text{ Дж/К}$
	Постоянная Вина	$= 2898 \text{ К мкм}$
	Масса электрона	$= 9.109 \times 10^{-31} \text{ кг}$
	Масса протона	$= 1.673 \times 10^{-27} \text{ кг}$
	Масса нейтрона	$= 1.675 \times 10^{-27} \text{ кг}$
	Абсолютный нуль температурной шкалы, 0 К	$= -273.15 \text{ }^\circ\text{C}$
	Постоянная Хаббла	$= 73 \text{ км с}^{-1} \text{ Мпк}^{-1}$
	Распределение плотности воздуха по вы- соте в изотермической атмосфере (баро- метрическая формула)	$\rho(h) = \rho(0)e^{-\frac{mgh}{kT_a}},$ $g = 9.81 \text{ м/с}^2$ – ускорение свобод- ного падения вблизи поверхности Земли, $h$ – высота над поверхно- стью, $T_a$ – температура атмосферы.
<b>Единицы измерения</b>	1 астрономическая единица (а. е.)	$= 1.49597870 \times 10^{11} \text{ м}$
	1 парсек (пк)	$= 206\,265 \text{ а. е.}$
	1 световой год (св. г.)	$= 9.46 \times 10^{15} \text{ м}$
	1 ангстрем (Å)	$= 10^{-10} \text{ м}$
	1 электрон-вольт (эВ)	$= 1.602 \times 10^{-19} \text{ Дж}$
	1 тропический год	$= 365.2422 \text{ солнечных суток}$
<b>Солнечная система</b>	1 звездные сутки	$= 23 \text{ часа } 56 \text{ минут } 4.1 \text{ секунды}$
	Масса Меркурия	$= 3.28 \times 10^{23} \text{ кг}$
	Период вращения Меркурия вокруг своей оси	$= 58.8 \text{ суток}$
	Большая полуось орбиты Меркурия	$= 0.387 \text{ а. е.}$
	Масса Земли	$= 5.976 \times 10^{24} \text{ кг}$
	Средний радиус Земли	$= 6371 \text{ км}$
	Экваториальный радиус Земли	$= 6378 \text{ км}$
	Средняя температура изотермической атмосферы Земли ( $T_a$ )	$= 240 \text{ К}$
	Эксцентриситет орбиты Земли	$= 0.0167$
	Средняя скорость орбитального движе- ния Земли	$= 29.79 \text{ км/с}$
	Масса Солнца	$= 1.99 \times 10^{30} \text{ кг}$
	Радиус Солнца	$= 696\,000 \text{ км}$
	Солнечная постоянная	$= 1366 \text{ Вт м}^{-2}$
	Светимость Солнца	$= 3.842 \times 10^{26} \text{ Вт}$
	Видимая звездная величина Солнца в по- лосе V	$= -26.74^m$
	Большая полуось орбиты Луны	$= 384\,400 \text{ км}$
	Масса Луны	$= 7.35 \times 10^{22} \text{ кг}$
	Радиус Луны	$= 1740 \text{ км}$
	Сидерический период обращения Луны	$= 27.3 \text{ суток}$