

УТВЕРЖДЕНО

Заместитель председателя

оргкомитета заключительного этапа

республиканской олимпиады

К. С. Фарино

«\_\_\_\_» декабря 2009 г.

Задания для III этапа  
республиканской олимпиады по астрономии

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

*12 января 2010 года*



## 1. КОРОТКИЕ ЗАДАЧИ

1. Чему равна высота Дубхе ( $\delta = 61^\circ 42'$ ) в верхней кульминации в Минске ( $\varphi = 53^\circ 51'$ )?
2. Найдите синодический период обращения Венеры (в средних солнечных сутках) вокруг Солнца для наблюдателя, находящегося на Марсе.
3. Рассчитайте круговую скорость движения Земли в системе центра масс системы Земля-Луна.

*Подсказка: круговая скорость при движении тела по эллипсу рассчитывается по формуле  $v_0 = \frac{2\pi a}{T}$ , где  $a$  — большая полуось,  $T$  — период.*
4. Какова большая полуось орбиты спутника, имеющего скорость  $v = 10$  км/с на высоте  $h = 700$  км от поверхности Земли.
5. Найдите эффективную температуру фотосферы звезды, радиус которой в девять раз больше солнечного, а абсолютная звездная величина  $M = -1.0$ .
6. Невращающаяся звезда, радиус которой  $2.5 \times 10^6$  км эволюционирует в нейтронную звезду радиуса 25 км. Как изменится при этом магнитное поле на ее поверхности?

*Подсказка: использовать сохранение магнитного потока через поверхность звезды в процессе ее эволюции.*
7. На каком расстоянии Антарес (абсолютная звездная величина  $M = -5.278$ ) имеет такую же видимую звездную величину, как и Солнце?
8. Собственное движение Сириуса  $\mu = 1.339''/\text{год}$ . Чему равна его тангенциальная скорость, если годичный параллакс  $\pi = 0.3792''$ ?
9. На каком расстоянии от нас находится галактика, красное смещение в спектре которой составляет 1%.
10. Считая плотность Вселенной близкой критической, оцените ее массу (в массах Солнца) внутри «горизонта» (множества точек, от которых свет дошел до нас за 13 млрд. лет — время, прошедшее после Большого Взрыва).

## 2. ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ

*«Сияющая звезда с плотностью, равной плотности Земли и диаметром в 250 раз больше диаметра Солнца, не дает ни одному световому лучу достичь нас из-за своего тяготения; поэтому возможно, что самые яркие небесные тела во Вселенной оказываются по этой причине невидимыми».*

*«Изложение систем мира», П. Лаплас, 1795 год*

Как вы уже догадались, в длинной задаче речь пойдет о черных дырах. Черной дырой мы называем область в пространстве-времени, гравитационное притяжение которой настолько велико, что покинуть ее не могут даже объекты, движущиеся со скоростью света. Граница этой области называется горизонтом событий, в простейшем случае ее радиус — это радиус Шварцшильда ( $R_g$ ).

- (a) Рассчитайте радиус Шварцшильда для «звезды» из эпиграфа.
- (b) Является ли описанная «звезда» черной дырой?

В 1974 году С. Хокинг показал, что существует квантовый процесс рождения частиц гравитационным полем черной дыры, приводящий к уменьшению массы и размера черной дыры. В обычных условиях в вакууме из-за квантовых эффектов постоянно происходит рождение пар частица — античастица, которые тут же сливаются. В поле тяготения черной дыры одна из возникших таким образом частиц может оказаться под горизонтом, а другая останется снаружи и улетит в космос, унося с собой часть энергии, а значит, и массы черной дыры. Согласно расчетам С. Хокинга черная дыра массы  $M$  полностью испарится за время:

$$t_e = \frac{5120\pi G^2 M^3}{\hbar c^4},$$

где  $\hbar$  — постоянная Планка.

- (c) Рассчитайте начальную массу черной дыры, которая полностью испарится за время данного теоретического тура.
- (d) В Большом Адронном Коллайдере планируются столкновения протонов с общей энергией до 14 ТэВ (1 ТэВ =  $10^{12}$  эВ). Предположим ужасное, что во время одного из таких столкновений родилась черная дыра (в результате полного перехода данной энергии в массу покоя черной дыры). Определите массу образовавшейся черной дыры.
- (e) Известно, что минимально возможная масса микроскопической черной дыры равна планковской массе, т. е. величине:

$$M_P = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}}.$$

Сравните массу, полученную в предыдущем вопросе с  $M_P$  и сделайте вывод о том, могут ли рождаться черные дыры в Коллайдере.

## СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ

Параметр	Значение
Скорость света в вакууме	$3.00 \times 10^8$ м/с
Постоянная всемирного тяготения	$6.67 \times 10^{-11}$ м <sup>3</sup> ·кг <sup>-1</sup> ·с <sup>-2</sup>
Постоянная Планка $\hbar$	$1.055 \times 10^{-34}$ Дж·с
Постоянная Хаббла	75.0 км/(с·Мпк)
Постоянная Стефана – Больцмана	$5.67 \times 10^{-8}$ Вт · м <sup>-2</sup> · К <sup>-4</sup>
1 Электронвольт (эВ)	$1.602 \times 10^{-19}$ Дж
Масса Солнца	$1.99 \times 10^{30}$ кг
Радиус Солнца	$6.96 \times 10^5$ км
Астрономическая единица	$1.50 \times 10^8$ км
Солнечная постоянная	$1.37 \times 10^3$ Вт·м <sup>-2</sup>
Видимая звездная величина Солнца	–26.8
Масса Земли	$5.97 \times 10^{24}$ кг
Средний радиус Земли	$6.37 \times 10^3$ км
Звездный год	365.26 ср. солнечных суток
Масса Луны	$7.35 \times 10^{22}$ кг
Большая полуось орбиты Луны	$3.844 \times 10^5$ км
Сидерический месяц	27.32 суток
Большая полуось орбиты Меркурия	0.387 а. е.
Большая полуось орбиты Венеры	0.723 а. е.
Большая полуось орбиты Марса	1.524 а. е.