

Белорусские астрономические олимпиады

Решения задач теоретического тура

1. Короткие задачи

- 1.1 Кафе находилось точно на севере, а время наблюдения — истинный полдень.
- 1.2 Мы определяем парсек как расстояние, на котором 1 а.е. видна под углом 1''. Таким образом, число астрономических единиц в парсеке зависит только от числа угловых секунд в радиане, т.е.

$$1 \text{ мпк} = 206265 \text{ м.а.е.}$$

Поскольку $1 \text{ м.а.е.} = 1.524 \text{ а.е.} \Rightarrow$

$$1 \text{ мпк} = 1.524 \text{ пк} = 1.524 \times (206265 \text{ а.е.}) = 3.14 \times 10^5 \text{ а.е.}$$

- 1.3 4 (с учетом того, что у звезды может быть любое склонение, а наблюдатель может находиться на любой широте).

- 1.4 Угловой поперечник диска Харона равен 4.23° , Солнца — намного меньше, поэтому будут наблюдаваться затмения. При этом, для наибольшей продолжительности полной фазы Плутон должен находиться в афелии. Искомая продолжительность составляет 1.80 часов.

1.5

$$r_J m_J = r_\star m_\star,$$

$$(d - r_\star) m_J = r_\star m_\star,$$

$$r_\star = \frac{m_J}{m_J + m_\star} d,$$

$$v_\star = \frac{2\pi r_\star}{T},$$

$$\frac{d^3}{T^2(m_J + m_\star)} = 1.$$

Получим $v_\star = 94.1 \text{ м/с.}$

$$v_{res} = v_\star \cos(\theta) \Rightarrow \theta = 77.7^\circ \Rightarrow N = 173 \text{ звезды.}$$

2. Лед в протосолнечной туманности

- (a) На расстоянии 5 а.е. от центра плотность вещества составит $\rho = 1.1 \times 10^{-11}$ г/см³. Плотность паров воды:

$$\rho(H_2O) = \rho \times X \times (n_O/n_H) \times (m_{H_2O}/m_H) = 9.4 \times 10^{-14} \text{ г/см}^3 \simeq 9 \times 10^{-14} \text{ г/см}^3.$$

(b)

$$v \approx \sqrt{\frac{kT}{m_{H_2O}}} \simeq 0.2 \text{ км/с.}$$

(0.2 – 0.5 км/с с учетом оценки числа степеней свободы молекулы)

- (c) Предположим, что каждая молекула воды, сталкивающаяся с кристалликом льда, прилипает к нему. Скорость налипания может быть выражена как $4\pi r^2 v \rho_{H_2O}$, считая что относительная скорость между кристалликами и водяными молекулами определяется только тепловым движением молекул. Тогда:

$$\dot{m}_{ice} = \frac{\Delta}{\Delta t} (4\pi \rho_{ice} r^3 / 3) = 4\pi \rho_{ice} r^2 \dot{r}.$$

Решая относительно \dot{r} , получим:

$$\dot{r} = \rho_{H_2O} v / \rho_{ice} = 0.06 \text{ см/год.}$$

Результат является правдоподобным.

3. Двойная нейтронная звезда

- (a) Общая масса: $M = M_{NS} + M_P = 6.0 \times 10^{30}$ кг. Орбитальный период составляет 3×10^4 с. Относительная скорость одной из звезд: $V = V_{NS} + V_P$ (V_{NS} и V_P относятся к системе центра масс).

$$\begin{aligned} a^3 &= \frac{P^2 GM}{4\pi^2} \quad \text{и} \quad a = \frac{VP}{2\pi}, \\ \left(\frac{VP}{2\pi}\right)^3 &= \frac{P^2 GM}{4\pi^2}, \\ V &= \left(\frac{2\pi GM}{P}\right)^{1/3} = 4.4 \times 10^5 \text{ м/с} \simeq 4 \times 10^5 \text{ м/с.} \end{aligned}$$

- (b) Найдем скорость пульсара относительно центра масс:

$$V_P = \frac{V}{2} \simeq 2 \times 10^5 \text{ м/с.}$$

Используем нерелятивистский эффект Доплера и, с помощью несложных преобразований, получим ($P_p = 2$ с):

$$\begin{aligned} \frac{\Delta P_p}{P_p} &= \frac{V_P}{c} \Rightarrow \Delta P_p = 1.3 \times 10^{-3} \text{ с} \Rightarrow \\ \Delta P_p &= \pm 1 \times 10^{-3} \text{ с.} \end{aligned}$$

Таким образом, наименьший период равен 1.999 с, а наибольший составляет 2.001 с.