

★ Белорусские астрономические олимпиады ★

Задания для заключительного этапа  
XVI Республиканской олимпиады по астрономии  
*29 марта — 2 апреля 2010 года*

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР**

*30 марта 2010 года*



# КОРОТКИЕ ЗАДАЧИ

1. Учитывая изменение со временем масштабного фактора  $a(t)$ , определите расстояние в световых годах, которое фотон может пройти от момента Большого Взрыва до настоящего момента. Возраст Вселенной  $T$  составляет 13.7 млрд. лет, среднее за данный период значение величины обратной масштабному фактору  $\langle 1/a(t) \rangle = 3.4$ .

*Подсказка: Масштабный фактор – безразмерная величина, характеризующая увеличение расстояний во Вселенной вследствие ее космологического расширения, например  $a(t_2)/a(t_1) = 2$  показывает, что с момента  $t_1$  по момент  $t_2$  все собственные расстояния между объектами выросли в два раза. В настоящее время будем считать  $a(T) = 1$ , в начальный момент  $a(0) = 0$ .*

2. Наблюдатели каких географических широт могут видеть на небе звезду Канопус (без учета рефракции), склонение которой  $\delta = -52^\circ 42'$ ?
3. Каковы будут показания часов жителя Буэнос Айреса ( $-3$ -й часовой пояс) 26 мая 2010 года, если на Ваших часах в этот день 14:30?
4. 30 марта 2010 года в начале данного тура олимпиады (9:00 по минскому летнему времени) склонение Солнца  $\delta_{\odot} = +3^\circ 43'$ . Пренебрегая угловыми размерами Солнца и уравнением времени, вычислите координаты точки на поверхности Земли, где в данный момент времени оно будет наблюдаться в зените.
5. Пренебрегая угловыми размерами Солнца, рефракцией, неравномерностью истинных солнечных суток и считая Землю шаром, определите географическую широту в северном полушарии, на которой 30 марта 2010 года продолжительность дня является самой короткой.
6. Какая доля начальной массы звезды должна быть брошена в пространство после стадии красного гиганта, чтобы орбиты тел в планетной системе остались замкнутыми? Начальные орбиты тел считайте круговыми.
7. Чему равен радиус кривизны параболический орбиты кометы в перигелии на расстоянии 1 а. е. от Солнца?
8. Вычислите значение фазы Луны через 17 дней после новолуния, считая, что ее движение происходит с постоянной угловой скоростью.
9. Экваториальные координаты звезд двойной звездной системы  $\epsilon$  Лиры составляют:  $\alpha_1 = 18^h 44^m 41^s$ ,  $\delta_1 = +39^\circ 40' 52''$  и  $\alpha_2 = 18^h 44^m 43^s$ ,  $\delta_2 = +39^\circ 37' 26''$ . Вычислите угловое расстояние между компонентами в угловых секундах.
10. Галактики, находящиеся в противоположных точках небесной сферы, имеют красные смещения  $z_1 = 0.50$  и  $z_2 = 0.60$ . Чему равна относительная скорость их удаления в единицах скорости света?

11. Докажите, что при слиянии двух черных дыр сумма площадей их горизонтов событий не превышает площадь горизонта событий получившейся черной дыры.
12. С какой скоростью (в атомах на кубический парсек в секунду) должен в расширяющейся Вселенной появляться водород, чтобы ее средняя плотность ( $\rho = 1 \times 10^{-28} \text{ кг}/\text{м}^3$ ) оставалась неизменной?

## ГАЛО ТЕМНОЙ МАТЕРИИ

Наблюдения и результаты компьютерного моделирования показали, что плотность темной материи в гало галактик описывается степенной функцией расстояния  $r$  до центра галактики. Пусть в некоторой галактике профиль плотности темной материи имеет вид:

$$\rho(r) = \frac{A}{r/r_s},$$

где  $r_s$  — некоторый характерный радиус,  $A$  — постоянная величина.

- (a) Кратко (одним предложением) объясните физический смысл величины  $A$ .
- (b) Найдите массу темной материи внутри радиуса  $R$ .
- (c) Для оценки «края» гало в астрофизике используют понятие вириального радиуса, т. е. радиуса, внутри которого гало остается гравитационно связанный системой. В качестве такой величины часто выбирают  $r_{200}$  — расстояние от центра галактики, на котором плотность темной материи превышает критическую плотность Вселенной в 200 раз. Найдите величину  $r_{200}$ , выразив ее через параметр Хаббла  $H$ , гравитационную постоянную  $G$  и величины  $A$  и  $r_s$ .
- (d) Рассчитайте величину  $r_{200}$  (в кпк) для галактики с массой темной материи  $M = 10^{12} M_\odot$  внутри данного радиуса.

## СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ

Параметр	Значение
Скорость света в вакууме	$2.9979 \times 10^8$ м/с
Постоянная всемирного тяготения	$6.6743 \times 10^{-11}$ м <sup>3</sup> ·кг <sup>-1</sup> ·с <sup>-2</sup>
Постоянная Планка $h$	$6.6261 \times 10^{-34}$ Дж·с
Постоянная Больцмана	$1.380662 \times 10^{-23}$ Дж/К
Масса покоя протона	$1.67265 \times 10^{-27}$ кг.
Масса покоя электрона	$9.10953 \times 10^{-31}$ кг.
Параметр Хаббла	70.5 км/(с·Мпк)
Постоянная Стефана – Больцмана	$5.67 \times 10^{-8}$ Вт · м <sup>-2</sup> · К <sup>-4</sup>
Масса Солнца	$1.989 \times 10^{30}$ кг
Радиус Солнца	$6.9599 \times 10^8$ м
Масса Земли	$5.974 \times 10^{24}$ кг
Средний радиус Земли	$6.371 \times 10^6$ м
Астрономическая единица	$1.496 \times 10^{11}$ м
Парсек	$2.06265 \times 10^5$ а. е.
Сидерический год	365.26 ср. солнечных суток
Тропический год	365.24 ср. солнечных суток
Сидерический период обращения Луны	27.3 суток
Синодический период обращения Луны	29.5 суток