

Белорусские астрономические олимпиады

III ЭТАП РЕСПУБЛИКАНСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО АСТРОНОМИИ

Решения и схема оценивания заданий теоретического тура

3 – 6 января 2009 года

1. *Определите местоположение множества точек, равноудаленных от апекса Солнца и Северного полюса мира.*

Апекс Солнца имеет координаты $\alpha = 18^h$, $\delta = 30^\circ$. Точки, равноудаленные от апекса Солнца и Северного полюса мира лежат на большом круге небесной сферы, проходящем через точки: $\alpha_1 = 6^h$, $\delta_1 = -60^\circ$, $\alpha_2 = 12^h$, $\delta_2 = 0^\circ$, $\alpha_3 = 18^h$, $\delta_3 = 60^\circ$, $\alpha_4 = 0^h$, $\delta_4 = 0^\circ$.

Ответ: большой круг небесной сферы, проходящий через точки $\alpha_1 = 6^h$, $\delta_1 = -60^\circ$, $\alpha_2 = 12^h$, $\delta_2 = 0^\circ$, $\alpha_3 = 18^h$, $\delta_3 = 60^\circ$, $\alpha_4 = 0^h$, $\delta_4 = 0^\circ$.

2. *Чему равна юлианская дата момента наступления нового 2009 года в Беларуси по новому и старому стилю?*

Все расчеты проще проводить по юлианскому календарю. Юлианские дни ведут начало счета с 12 часов всемирного времени первого января 4713 года до нашей эры. При этом високосными годами до нашей эры были 1, 5, 9, 13, ... 4713: всего 1179 штук. В нашей эре число високосных лет в юлианском календаре равно 502. Итого $1179+502=1681$. С первого января 4713 года до нашей эры до 1 января 2009 года прошло $4713+2008=6721$. Таким образом, полное число суток $6721 \times 365 + 1681 = 2454846$ суток. В Беларуси Новый Год начинается на 14 часов раньше 12 часов всемирного времени, поэтому искомая юлианская дата наступления 2009 года по старому стилю в Беларуси $JD_J = 2454846 - \frac{14}{24} = 2454845.417$ суток. Новый Год по новому стилю наступает на 13 суток раньше, поэтому искомая юлианская дата наступления 2009 года по новому стилю в Беларуси $JD_J = 2454845.417 - 13 = 2454832.417$ суток.

Ответ: юлианская дата наступления нового 2009 года в Беларуси: 2454832.417 суток по новому стилю, а по старому стилю 2454845.417 суток.

3. *Рассчитайте продолжительность гражданских, навигационных и астрономических сумерек во время равноденствия на экваторе. Рефракцию и размеры диска Солнца не учитывать.*

Граница гражданских сумерек $h_C = -6^\circ$, граница навигационных сумерек $h_C = -12^\circ$, граница астрономических сумерек $h_C = -18^\circ$. Во время равноденствия на экваторе Солнце движется по вертикалу, поэтому продолжительность гражданских, навигационных и астрономических сумерек одинакова и составляет $6^\circ \iff 24$ минуты.

Ответ: продолжительность гражданских, навигационных и астрономических сумерек во время равноденствия на экваторе одинакова и составляет 24 минуты.

4. Найдите площадь сферического треугольника, вершинами которого являются Северные полюса мира и эклиптики, а также аспект Солнца.

Указанные в условии три точки имеют координаты $\alpha_1 = ?^h$, $\delta_1 = 90^\circ$, $\alpha_2 = 18^h$, $\delta_2 = 66^\circ 33(4)'$, $\alpha_3 = 18^h$, $\delta_3 = 30^\circ$, следовательно, все они лежат на одном большом круге небесной сферы, поэтому соответствующий сферический треугольник вырожден в дугу большого круга, то есть его площадь равна нулю.

Ответ: площадь данного сферического треугольника равна нулю.

5. У какой большой планеты синодический период на 14% превышает сидерический? ($a_{\text{Меркурия}} = 0.39 \text{ а. е.}$, $a_{\text{Венеры}} = 0.72 \text{ а. е.}$, $a_{\text{Марса}} = 1.52 \text{ а. е.}$, $a_{\text{Юпитера}} = 5.20 \text{ а. е.}$, $a_{\text{Сатурна}} = 9.54 \text{ а. е.}$, $a_{\text{Урана}} = 19.18 \text{ а. е.}$, $a_{\text{Нептуна}} = 30.06 \text{ а. е.}.$)

Находим сидерические периоды данных больших планет в звездных годах по формуле: $T = a^{1.5}$. Отсюда:

$$\begin{aligned} T_{\text{Меркурия}} &= 0.39^{1.5} = 0.244, \\ T_{\text{Венеры}} &= 0.72^{1.5} = 0.611, \\ T_{\text{Марса}} &= 1.52^{1.5} = 1.874, \\ T_{\text{Юпитера}} &= 5.201^{1.5} = 11.858, \\ T_{\text{Сатурна}} &= 9.54^{1.5} = 29.466, \\ T_{\text{Урана}} &= 19.18^{1.5} = 83.999, \\ T_{\text{Меркурия}} &= 30.06^{1.5} = 164.810, \end{aligned}$$

Синодические периоды S обращения планет находим по формуле:

$$\frac{1}{S} = \left| 1 - \frac{1}{T} \right|.$$

Отсюда:

$$\begin{aligned} S_{\text{Меркурия}} &= 0.322, \\ S_{\text{Венеры}} &= 1.570, \\ S_{\text{Марса}} &= 2.144, \\ S_{\text{Юпитера}} &= 1.092, \\ S_{\text{Сатурна}} &= 1.035, \\ S_{\text{Урана}} &= 1.012, \\ S_{\text{Меркурия}} &= 1.006. \end{aligned}$$

Все периоды получены в звездных годах.

В случае Марса:

$$\frac{S - T}{T} \times 100\% = \frac{2.144 - 1.874}{1.874} \times 100\% = 14\%.$$

Ответ: у Марса синодический период превышает сидерический на 14%.

6. Получите величину сароса 18 лет $11(10) \frac{1}{3}$ суток. (Сидерический месяц – 27.3217 суток, синодический месяц – 29.5306 суток, драконический месяц – 27.2122 суток, драконический год – 346.620 суток.) Почему в саросе число суток, прибавляемое к числу лет, зависит от даты начального затмения?

Продолжительность сароса определяем как наименьшее общее кратное (в сутках) от синодического и драконического месяца. Продолжительность сидерического месяца приведена в

условии "для отвода глаз". Имеем: 242 драконических месяца = 6585.36 суток; 223 синодических месяца = 6585.32 суток; 19 драконических лет = 6585.78 суток.

Данное число суток соответствует 18 годам, 11 суткам, если в течение сароса четыре раза 29 февраля, либо 10 суткам, если пять раз.

Ответ: сарос – это наименьшее общее кратное продолжительностей драконического и синодического месяца, с учетом драконического года, равное $6585\frac{1}{3}$ суток = 18 лет $11(10)\frac{1}{3}$ суток.

7. Оцените время путешествия к Плутону ($a = 39.5$ а. е.) по энергосберегающей орбите (без пертурбационных маневров) и сравните его со временем путешествия New Horizons (9 лет). Несферичность орбиты Плутона пренебречь.

Для нахождения времени полета к Плутону (в одну сторону), построим энергосберегающую орбиту, большая полуось которой равна полу сумме больших полуосей орбит Земли и Плутона:

$$a = \frac{1 + 39.5}{2} = 20.25 \text{ а. е.}$$

Из третьего закона Кеплера:

$$T = a^{1.5} = 20.25^{1.5} = 91.125 \text{ (звездных лет).}$$

В одну сторону в два раза меньше:

$$t = \frac{T}{2} = 45.56 \text{ звездных лет (1 звездный год} = 365.26 \text{ средних солнечных суток)}.$$

Космический зонд New Horizons изначально разогнан до значительно более высокой скорости, поэтому он и долетит быстрее.

Ответ: 45.56 лет.

8. Определите звездную величину шарового скопления, состоящего из N одинаковых звезд с видимой звездной величиной m_0 . Эффектом экранирования звезд пренебречь.

Если экранирование отсутствует, то светимости звезд суммируются: $L = NL_0$, где L_0 – светимость одной звезды.

Поскольку расстояния до всех звезд одного шарового скопления можно считать одинаковыми (его размеры значительно меньше расстояния до него), то:

$$\frac{L}{L_0} = 2.512^{m_0 - m},$$

Отсюда:

$$m = m_0 - 2.5 \log(N).$$

Ответ: видимая звездная величина данного шарового скопления равна $m = m_0 - 2.5 \log(N)$.

9. Какую видимую звездную величину имеет Галактика ($M = -21^m$) с расстояния 100 Мпк?

Используем формулу: $M = m + 5 - 5 \log r$. Отсюда: $m = M - 5 + 5 \log r = -21 - 5 + 5 \log 10^8 = 14$. Ответ: $m = 14$.

10. В настоящее время самым далеким наблюдаемым объектом является галактика с красным смещением $z \simeq 6.5$. Смог бы телескоп Хаббл ($m_{\text{прониц}} = 29^m$) увидеть с такого расстояния Млечный Путь? Принять значение постоянной Хаббла $75 \text{ км}/(\text{с Мпк})$.

Найдем скорость удаления галактики по формуле:

$$v = \frac{z^2 + 2z}{z^2 + 2z + 2} \times c = \frac{6.5^2 + 2 \times 6.5}{6.5^2 + 2 \times 6.5 + 2} \times 3 \times 10^5 = 289519.7 \text{ км/с.}$$

Расстояние до галактики:

$$r = \frac{v}{H} = \frac{289519.7}{75} = 3860.26 \text{ Мпк}$$

Абсолютная звездная величина Млечного Пути (Галактики) равна -21 (смотри предыдущую задачу). Видимую звездную величину рассчитываем по формуле:

$$m = M - 5 + 5 \log r = -21 - 5 + 5 \log 3860260000 = 22^m.$$

Поскольку видимая звездная величина Млечного Пути меньше проницающей телескопа Хаббла, то ответ положительный.

Ответ: да, видимая звездная величина Млечного Пути с данного расстояния $m = 22^m$.

Схема оценивания

- Каждая задача – **2 балла**.
- Если решение есть, но ответ неверен – **1 балл**.
- Если ответ верен, но решение отсутствует – **1 балл**.
- Если в ответе неверно указана размерность – ”минус” **0.4 балла**.
- Неверное число значащих цифр в ответе – ”минус” **0.4 балла**.

Максимально возможное число баллов – **20**.