

Вариант 2

Задания теоретического тура

Задание 1. Планетарная система с ретроградным движением

Как известно, все восемь классических планет Солнечной системы обращаются по орбитам вокруг Солнца против часовой стрелки, если смотреть на орбиту со стороны северного полюса. Такое движение называется прямым. Если обращение небесного тела происходит по часовой стрелке, такое движение называется ретроградным. В настоящее время в Солнечной системе обнаружено множество малых тел с ретроградным движением, однако наклонения плоскостей их орбит к плоскости эклиптике и величины эксцентриситетов орбит слишком велики для анализа особенностей их движения.

Рассмотрим модельную планетарную систему с одним объектом с ретроградным движением. В системе имеется звезда с массой $M = 2,3M_{\odot}$, одна планета с ретроградным движением ($a_1 = 0,8$ а.е., $e_1 = 0,005$) и две планеты с прямым движением ($a_2 = 1,8$ а.е., $e_2 = 0,004$; $a_3 = 2,4$ а.е., $e_3 = 0,003$). Здесь a и e – большая полуось и эксцентриситет орбиты планеты, соответственно. Наблюдатель располагается на второй планете, число $\pi = 3,142$.

В приближении круговых орбит с нулевыми наклонениями рассчитайте:

- 1) синодические периоды первой и третьей планеты в земных годах;
- 2) промежуток времени, за который первая планета переходит из восточной элонгации в нижнее соединение;
- 3) промежуток времени, за который третья планета переходит из соединения в западную квадратуру.

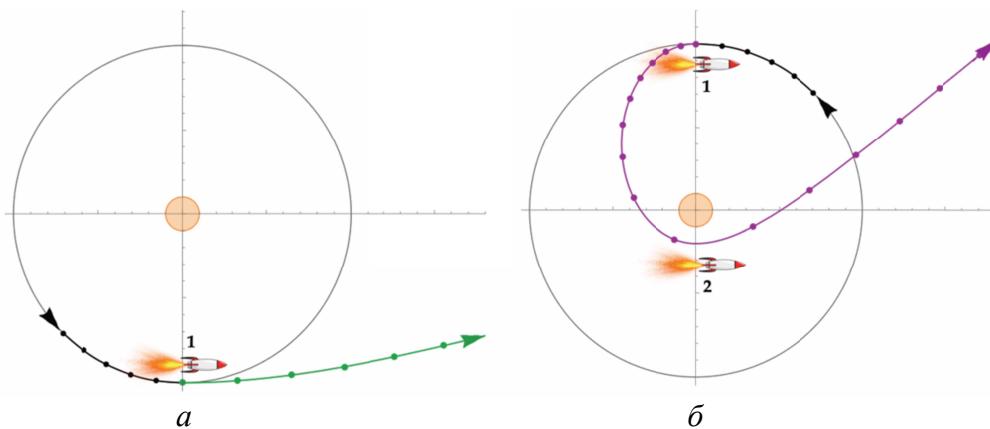
С учетом эллиптичности орбит рассчитайте:

- 4) возможный диапазон изменения угла элонгации первой планеты;
- 5) возможный диапазон изменения расстояния между второй и третьей планетами в квадратурах.

2. Космические манёвры

Космический аппарат (КА) обращается вокруг Луны по круговой орбите со скоростью v_0 . Необходимо отправить его на удалённое расстояние при наименьших затратах топлива так, чтобы конечная скорость КА была $v_\infty \neq 0$. Для этого необходимо сообщить КА дополнительную скорость Δv .

В первом случае происходит однократное включение двигателя (одноимпульсный режим, рис. *a*). Во втором случае (двуимпульсный режим, рис. *б*) сначала КА тормозится (первый импульс, положение 1 на рис. *б*), в результате чего КА переходит на эллиптическую орбиту. Затем в периселении этой орбиты (положение 2 на рис. *б*) КА получает второй, ускоряющий импульс. Предполагается, что изменения скорости происходят мгновенно.



1) Найдите зависимость $\frac{v_\infty}{v_0} = f\left(\frac{\Delta v_I}{v_0}\right)$ отношения конечной скорости v_∞ к начальной скорости v_0 от отношения дополнительной скорости Δv_I к начальной скорости v_0 в случае одноимпульсного включения двигателя.

2) Найдите зависимость $\frac{v_\infty}{v_0} = f\left(\frac{\Delta v_{II}}{v_0}\right)$ отношения конечной скорости v_∞ к начальной скорости v_0 от отношения дополнительной скорости Δv_{II} к начальной скорости v_0 в случае двухимпульсного включения двигателя.

3) Определите, при каком перигейном расстоянии r_p при заданной конечной скорости v_∞ выполняется условие $\frac{\Delta v_I}{v_0} = \frac{\Delta v_{II}}{v_0}$.

4) Найдите конечную скорость v_∞ , для которой выполняется условие из пункта 3).

5) Определите, при каких условиях двухимпульсный режим требует меньших затрат энергии по сравнению с одноимпульсным режимом для достижения заданной конечной скорости v_∞ . Ответ обоснуйте.

Задание 3. Солнечное затмение

При наблюдении солнечного затмения первый астроном увидел идеальное кольцевое затмение с прицельным расстоянием $\tau_{1,min} = 0'$, а второй – только частное затмение, при котором в максимальной фазе край диска Луны прошёл по центру диска Солнца. Угловые радиусы Солнца и Луны, их угловые скорости в этот период имели следующие значения: $r_\odot = 16'15''$, $r_\epsilon = 15'00''$, $\omega_\odot = 2,46'/\text{час}$, $\omega_\epsilon = 0,54^\circ/\text{час}$.

Определите по этим данным:

- 1) минимальное значение прицельного расстояния для второго астронома;
- 2) максимальные фазы солнечного затмения для обоих астрономов;
- 3) полную длительность процесса затмения для второго астронома;
- 4) длительность кольцеобразного затмения для первого астронома;
- 5) площадь видимой поверхности Солнца, не перекрытой диском Луны, при максимальной фазе для первого астронома.

Примечания: радиус Солнца $R_\odot = 696340$ км, число $\pi = 3,142$.

Задание 4. Транзит Венеры

Прохождение Венеры по диску Солнца (транзит) – это астрономическое явление, при котором Венера движется точно между Солнцем и земным наблюдателем. Транзиты Венеры – достаточно редкие события, наблюдения которых позволяют получить важные астрономические и астрофизические данные о планете. На рисунке 1 показан транзит Венеры 6 июня 2012 года.

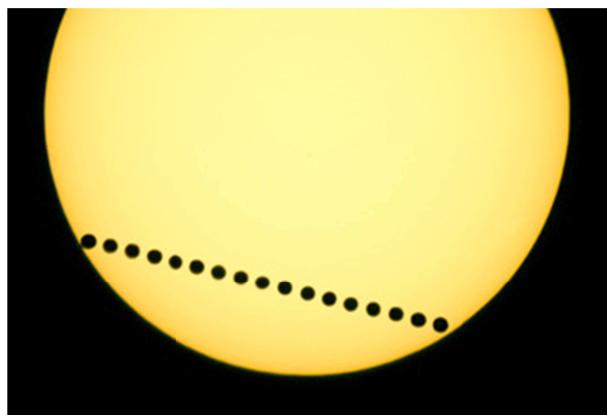


Рисунок 1

В результате наблюдения транзита можно определить видимый диаметр Солнца D_S , видимый диаметр Венеры D , длину траектории транзита L и время транзита t . Эти данные позволяют вычислить геометрические параметры транзита α и β :

$$\alpha = \frac{D}{D_S} \quad \text{и} \quad \beta = \frac{L}{D_S}.$$

В таблице приведены геометрические параметры α и β транзита Венеры 6 июня 2012 по результатам серии измерений. Продолжительность транзита $t = 6,67$ часа, в это время Земля была близка к афелию своей орбиты, т. е. $d_{ES} = 152,1$ млн. км; отношение $\frac{d_{ES}}{D_S} = 109,3$.

Таблица

№	α	β
1	0,0214	0,8018
2	0,0203	0,8010
3	0,0218	0,8039
4	0,0182	0,8020
5	0,0205	0,8008
6	0,0190	0,8018
7	0,0206	0,8015
8	0,0210	0,8026
9	0,0198	0,8010
10	0,0191	0,8017
11	0,0187	0,8037
12	0,0211	0,8057

Схема транзита Венеры показана на рисунке 2. Здесь L – видимая длина траектории транзита; D – видимый диаметр Венеры; RS – смещение Венеры за время транзита; TU – смещение Земли за время транзита; O – точка, в которой находился бы наблюдатель, если бы Земля была неподвижна; d_{EV} – расстояние между Землёй и Венерой во время транзита; d_{ES} – расстояние между Землёй и Солнцем во время транзита; d – расстояние между Зем-

лѣй и точкой O ; P и Q – точки, в которых находится центр Венеры в моменты начала и окончания транзита, соответственно.

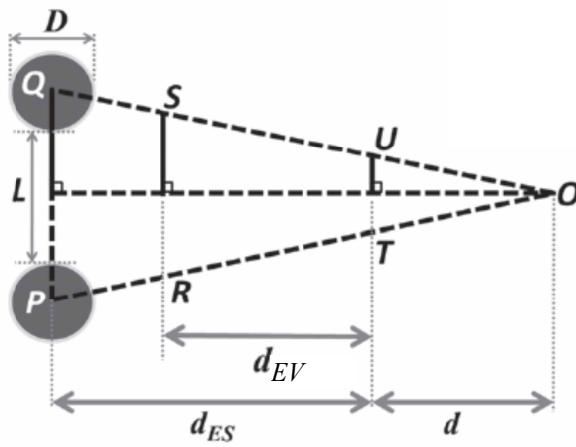


Рисунок 2

Определите по этим данным:

- 1) смещение Земли TU за время транзита;
- 2) расстояние d ;
- 3) расстояние между Венерой и Солнцем d_{VS} во время транзитов;
- 4) смещение Венеры RS за время транзита.

Считайте, что:

- поворотом Земли вокруг собственной оси за время транзита следует пренебречь;
- во время транзита Земля и Венера движутся равномерно по окружностям, лежащим в одной плоскости;
- периоды обращения Венеры и Земли равны $T_V = 224,7$ и $T_E = 365,25$ дней, соответственно.

Задание 5. Формула Планка

Модель абсолютно чёрного тела (АЧТ) применяется для описания теплового электромагнитного излучения звёзд. Физическая простота модели заключается в том, что единственным параметром звезды, определяющим характер излучения, является температура её поверхности.

Основополагающей физической характеристикой АЧТ является спектральная плотность мощности излучения с единицы поверхности ε_ν , которая говорит о том, как эта мощность распределена по частотам во всём диапазоне излучения. При этом излучательная способность АЧТ задаётся формулой Планка

$$\varepsilon_\nu d\nu = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu.$$

Также известно, что положение максимума функции ε_ν зависит от температуры в виде

$$\nu_{(max)} = \xi T,$$

где $\xi = 5,88 \cdot 10^{10} \text{ Гц}/\text{К}$.

На основе явного вида спектральной плотности ε_ν :

- 1) найдите размерность ε_ν в системе СИ и дайте определение единице измерения 1 Ян;
- 2) получите упрощенный вид ε_ν для области высоких частот (фиолетовая часть спектра и далее);
- 3) получите упрощенный вид ε_ν для области низких частот (инфракрасные волны и далее);
- 4) определить $\nu_{(max)}$ для звезды Ригель (β Ориона) с температурой $T_p = 12130 \text{ K}$;
- 5) для Ригеля рассчитайте мощность излучения в среднем инфракрасном диапазоне (MIR) с частотами от $7,5 \text{ ТГц}$ до 60 ТГц ;
- 6) для Ригеля определите более низкую частоту, на которой значение спектральной плотности составляет 10% своего максимума.

Примечания: скорость света в вакууме $c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$; постоянная Больцмана $k = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$; постоянная Планка $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж·с}$; число $\pi = 3,142$; число $e = 2,718$; радиус Ригеля $R = 79R_\odot$; радиус Солнца $R_\odot = 6,955 \cdot 10^8 \text{ м}$; фиолетовая граница спектра имеет $\nu = 790 \text{ ТГц}$; средина инфракрасного диапазона имеет $\nu = 0,6 \text{ ТГц}$.