

Белорусские астрономические олимпиады

II ЭТАП РЕСПУБЛИКАНСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО АСТРОНОМИИ МИНСКОЙ ОБЛАСТИ

Решения заданий

2011 – 2012 учебный год

По 5 баллов за каждую короткую задачу и за каждый вопрос длинной задачи. Если решение правильное, но ответ неверный: не более 3 баллов. За неправильное количество значащих цифр в ответе отнимается 1 балл. За отсутствие единиц измерения в ответе также отнимается 1 балл.

Задачи на разные темы (25 баллов)

- Пренебрегая рефракцией и угловыми размерами диска Солнца, вычислите наибольшую его высоту над горизонтом в Милане ($\varphi = 45^\circ 30'$) 31 декабря 2011 года, если его склонение в этот момент $\delta_\odot = -23^\circ 06'$.

$$h_\odot = 90^\circ - 45^\circ 30' - 23^\circ 06' = 21^\circ 24'.$$

- Оцените значение прямого восхождения звезд, видимых в Беларуси в верхней кульминации в полночь по минскому времени ($UTC+3h$) в день зимнего солнцестояния.

Для территории Беларуси в качестве оценки истинного солнечного времени возьмем $UTC+2^h$, т. е. $T_\odot \simeq 23^h$, тогда часовой угол Солнца $t_\odot = T_\odot - 12^h = 11^h$. В день зимнего солнцестояния прямое восхождение Солнца $\alpha_\odot = 18^h$. Тогда часовой угол t и прямое восхождение α звезд в верхней кульминации:

$$\alpha + t = \alpha + 0^h = \alpha_\odot + t_\odot = 18^h + 11^h = 5^h.$$

- Какая из двух планет, Меркурий или Венера, имеет наименьший синодический период для наблюдателя на Земле? Ответ обоснуйте.

Обозначим сидерические периоды Меркурия, Венеры и Земли соответственно T_M , T_V , T_E . При этом $T_M < T_V < T_E$. Тогда синодические периоды:

$$\frac{1}{P_{M,V}} = \frac{1}{T_{M,V}} - \frac{1}{T_E}.$$

Поскольку $1/T_M > 1/T_V$, то $1/P_M > 1/P_V$. Значит $P_M < P_V$, т. е. Меркурий имеет меньший синодический период.

- Космический аппарат *Hipparcos* способен измерять годичные параллаксы с точностью до $0.001''$. Вычислите, на каком расстоянии от наблюдателя должен находиться апельсин диаметром 7 см, угловой диаметр которого был бы равен данному углу.

$$x = \frac{7 \text{ см}}{\operatorname{tg}(0.001'')} = \frac{7 \text{ см} \times 206265''}{0.001''} = 1443855000 \text{ см} \simeq 10^9 \text{ см} = 10^4 \text{ км.}$$

5. Звезда δ Скорпиона имеет температуру $T = 2.8 \times 10^4$ К и радиус $R = 5.16 \times 10^9$ м. Определите светимость звезды в светимостях Солнца, если его температура и радиус соответственно равны $T_\odot = 5.8 \times 10^3$ К, $R_\odot = 6.96 \times 10^8$ м.

$$\frac{L}{L_\odot} = \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^2 \left(\frac{T}{T_\odot}\right)^4 \simeq 3.0 \times 10^4.$$

Комета Галлея (25 баллов)

Орбиты комет часто имеют большие эксцентриситеты, часто близкие к единице (иногда и превышающие ее). Комета Галлея имеет период $T = 76$ лет и эксцентриситет орбиты $e = 0.9673$.

- (a) Чему равна большая полуось орбиты кометы Галлея в а. е.?

Поскольку период указан в годах,

$$a = 76^{2/3} \text{ а. е.} = 17.9422 \text{ а. е.} \simeq 18 \text{ а. е.}$$

- (b) Используя орбитальные данные кометы, оцените массу Солнца.

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \implies M = \frac{4\pi^2 a^3}{GT^2} \simeq 2.0 \times 10^{30} \text{ кг.}$$

- (c) Вычислите расстояние от кометы до Солнца в перигелии и афелии в а. е.

$$r_p = a(1 - e) = 0.59 \text{ а. е.}$$

$$r_a = a(1 + e) = 35 \text{ а. е.}$$

- (d) Вычислите скорость кометы на конце малой полуоси ее орбиты. Скорость равна круговой для радиуса, равного большой полуоси.

$$v_b = \frac{2\pi a}{T} \simeq 7.0 \text{ км/с.}$$

- (e) Во сколько раз кинетическая энергия кометы в перигелии больше, чем в афелии?

Второй закон Кеплера:

$$v_p r_p = v_a r_a \Rightarrow \frac{v_p}{v_a} = \frac{r_a}{r_p}.$$

Тогда

$$\frac{K_p}{K_a} = \frac{v_p^2}{v_a^2} = \left(\frac{r_a}{r_p}\right)^2 = \left(\frac{1+e}{1-e}\right)^2 \simeq 3600.$$

Постоянная всемирного тяготения $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ м}^3 \text{с}^{-2} \text{кг}^{-1}$. Астрономическая единица 1 а. е. = 1.496×10^{11} м. Тропический год = 365.24 солнечных суток.

Звездное небо (20 баллов)

Не более 10 баллов за все созвездия и не более 10 баллов за яркие звезды. Более детальная схема составляется жюри.

На выданной Вам карте звездного неба подпишите названия созвездий (каждое название должно находиться внутри границы соответствующего созвездия) и обозначьте греческими буквами яркие звезды.

Карта с ответами прилагается.

Всего за олимпиаду: 70 баллов.