

★ Белорусские астрономические олимпиады ★

III ЭТАП РЕСПУБЛИКАНСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО АСТРОНОМИИ

Решения и схема оценивания заданий теоретического тура

17 января 2012 года

- 1.** На данной географической параллели небесный экватор должен быть наклонен под углом 1° к горизонту. Тогда

$$\varphi = 90^\circ - 1^\circ = 89^\circ \text{ (89°N).}$$

- 2.** Поскольку в день равноденствия Солнце находится на небесном экваторе, то его заход по истинному солнечному, а значит и по среднему солнечному времени, произойдет в $18^h 00^m$. Долгота города в часовой мере равна $(74.10/15)^h$. Заход по китайскому времени произойдет в

$$18^h - (74.10/15)^h + 8^h = 21.06^h \simeq 21^h 04^m.$$

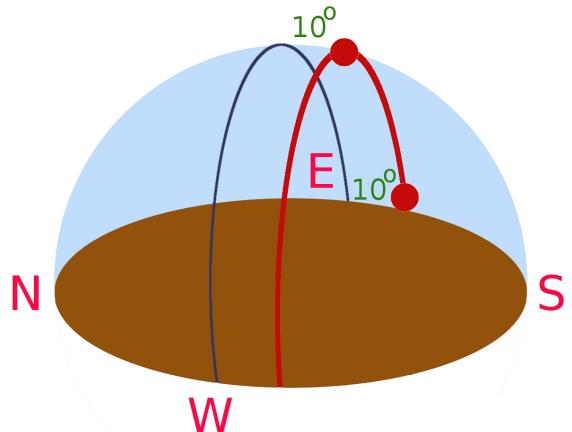
Широта для решения задачи не нужна, так как в день равноденствия продолжительность дня равна 12^h на всех широтах кроме полюсов.

- 3.** Азимут Солнца составляет 280° , т. е. оно восходит на 10° ближе к югу. На экваторе плоскость видимой суточной траектории Солнца перпендикулярна горизонту, следовательно, верхняя кульминация будет происходить на высоте $90^\circ - 10^\circ = 80^\circ$.

- 4.** Для ответа на вопрос задачи найдем полную механическую энергию тела:

$$\begin{aligned} \frac{E}{m} &= \frac{v_0^2}{2} - \frac{GM_\oplus}{R_\oplus + h_0} = \\ &\left(\frac{7420^2}{2} - \frac{6.674 \times 10^{-11} \times 5.974 \times 10^{24}}{6.371 \times 10^6 + 0.306 \times 10^6} \right) \text{ Дж/кг} = \\ &= -3.218 \times 10^7 \text{ Дж/кг} \simeq -3.22 \times 10^7 \text{ Дж/кг} < 0. \end{aligned}$$

Поскольку $E < 0$, орбита — замкнутая.



- 5.** Найдем большую полуось a замкнутой орбиты. По закону сохранения энергии:

$$\begin{aligned} \frac{E}{m} &= -\frac{GM}{2a}, \\ a &= -\frac{GM}{2(E/m)} \simeq 6.19 \times 10^6 \text{ м.} \end{aligned}$$

- 6.** На планету за единицу времени падает солнечная энергия $L_\odot / (4\pi a_V^2) \times \pi R_V^2$. Из нее доля $(1-\alpha)$ поглощается и переизлучается всей поверхностью по закону Стефана-Больцмана. Таким образом, уравнение энергетического баланса можно записать:

$$\frac{L_\odot}{4\pi a_V^2} \times \pi R_V^2 \times (1-\alpha) = \sigma T^4 \times 4\pi R_V^2,$$

откуда выразим и найдем равновесную чернотельную температуру планеты:

$$T = \left[\frac{L_{\odot}(1-\alpha)}{16\pi\sigma a_V^2} \right]^{1/4} = \left[\frac{3.846 \times 10^{26} \times (1-0.90)}{16\pi \times 5.6704 \times 10^{-8} \times (0.7233 \times 1.496 \times 10^{11})^2} \right]^{1/4} \text{ K} = 184.3 \text{ K} \simeq 180 \text{ K}.$$

7. Абсолютная звездная величина M связана с расстоянием d и видимой звездной величиной m следующим образом:

$$M = m + 5 - 5 \lg(d \text{ [пк]}) .$$

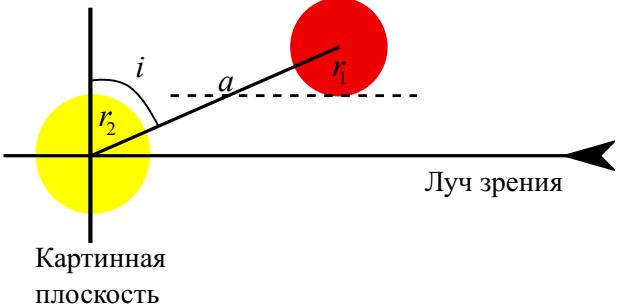
Звезда абсолютной звездной величины $M + \Delta M$ и видимой m находится на расстоянии $d - \Delta d$. Проделаем несложные преобразования:

$$\begin{aligned} M + \Delta M &= m + 5 - 5 \lg((d - \Delta d) \text{ [пк]}) \Rightarrow \\ \Delta M &= 5 \lg(d \text{ [пк]}) - 5 \lg((d - \Delta d) \text{ [пк]}) = -5 \lg(1 - \Delta d/d) \Rightarrow \\ 1 - \Delta d/d &= 10^{-0.2\Delta M} \Rightarrow \\ \boxed{\frac{\Delta d}{d} = 1 - 10^{-0.2\Delta M}} &= 1 - 10^{-0.1} \simeq 0.2. \end{aligned}$$

8. С помощью рисунка (справа) находим:

$$i = \arccos[(r_1 + r_2)/a].$$

9. Предельный поток излучения, собираемый двумя телескопами, вдвое слабее предельного потока, собираемого каждым из них. Тогда, по формуле Погсона найдем разность звездных величин: $\Delta m = 2.5 \lg(2) = 0.753$.



10. Предельный период вращения нейтронной звезды найдем из равенства центростремительного и гравитационного ускорений:

$$\frac{v_{lim}^2}{R} = \frac{GM}{R^2},$$

где v_{lim} — предельная линейная скорость вращения экватора, связанная с периодом,

$$T_{lim} = \frac{2\pi R}{v_{lim}}.$$

Объединяя данные выражения, получим:

$$T_{lim} = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}} = 2\pi \sqrt{\frac{20000^3}{6.674 \times 10^{-11} \times 2.5 \times 1.989 \times 10^{30}}} \text{ с} = 9.755 \times 10^{-4} \text{ с} \simeq 9.8 \times 10^{-4} \text{ с}.$$

11. Одна солнцеподобная звезда занимает объем $1/0.05$ пк 3 . Следовательно, среднее расстояние между двумя соседними звездами равно

$$(1/0.05)^{1/3} \text{ пк} \simeq 3 \text{ пк}.$$

12. С помощью нерелятивистского эффекта Доплера получим:

$$\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{v}{c} = 0.000677 \Rightarrow v = 0.000677c = 2.03 \times 10^5 \text{ м/с.}$$

Схема оценивания (Всего за теоретический тур: 60 баллов)

Каждая задача оценивается 5 баллами. Если решение правильное, но ответ неверный: не более 3 баллов. За неправильное количество значащих цифр в ответе отнимается 1 балл. За отсутствие единиц измерения в ответе также отнимается 1 балл.