III Этап республиканской олимпиады по астрономии

Решения и схема оценивания заданий теоретического тура

12 января 2010 года

ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ

(a) *Рассчитайте радиус Шварцшильда для «звезды» из эпиграфа.*

Для расчета R_g нам понадобится значение массы «звезды»:

$$\frac{M_{Star}}{M_{Earth}} = \frac{R^3_{Star}}{R^3_{Earth}} = \left(\frac{250R_\odot}{R_{Earth}}\right)^3 \implies$$

$$\implies M_{Star} = \left(\frac{250 \times 6.96 \times 10^5}{6.37 \times 10^3}\right)^3 \times 5.97 \times 10^{24}\ \text{кг} = 1.217 \times 10^{38}\ \text{кг}.$$

Радиус Шварцшильда равен:

$$R_g = \frac{2GM_{Star}}{c^2} = \frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \times 1.217 \times 10^{38}}{9.00 \times 10^{16}}\ \text{м} = 1.80 \times 10^{11}\ \text{м} = 1.20\ \text{а. е.}$$

(b) *Является ли описанная «звезда» черной дырой?*

Сравним полученный в предыдущем вопросе R_g с $250R_\odot$:

$$250R_\odot = 1.74 \times 10^{11}\ \text{м} < R_g.$$

Таким образом «звезда» Лапласа ***действительно является черной дырой***.

(c) *Рассчитайте начальную массу черной дыры, которая полностью испарится за время данного теоретического тура.*

Используем формулу для эффекта Хокинга:

$$M_{theory} = \left(\frac{t_e\hbar c^4}{5120\pi G^2}\right)^{1/3} = \left[\frac{5 \times 3600 \times 1.055 \times 10^{-34} \times (3.0 \times 10^8)^4}{5120\pi \times (6.67 \times 10^{-11})^2}\right]^{1/3} = 5.99 \times 10^6\ \text{кг}.$$

(d) *Определите массу образовавшейся в Большом Адронном Коллайдере черной дыры.*

$$14\ \text{ТэВ} = 2.243 \times 10^{-6}\ \text{Дж}.$$

$$2.243 \times 10^{-6}\ \text{Дж} = m_{BH}c^2 \implies m_{BH} = 2.49 \times 10^{-23}\ \text{кг}.$$

(e) *Сравните массу, полученную в предыдущем вопросе с M_P и сделайте вывод о том, могут ли рождаться черные дыры в Коллайдере.*

Рассчитаем планковскую массу:

$$M_P = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 2.18 \times 10^{-8}\ \text{кг}.$$

А поскольку $m_{BH} \ll M_P$, то ***черные дыры в Коллайдере рождаться не могут***.