

BLR-3 D-0 C-1

BLR-3 D-0 C
Syrakovash Artsemi

Theory

General Instructions

Cover sheet

Please return this cover sheet together with all the related question sheets.

Theory



BLR-3 D-0 G-1

G0-1
English (Official)

General instructions: Theory (250 points)

The theory exam lasts for 5 hours and is worth a total of 250 points.

Before the exam

- You must not open the marked envelope containing the problems before the signal indicating the beginning of the examination.
- The beginning and end of the examination will be marked by a signal from your supervisors, they will also let you know when there are fifteen minutes before the end of the exam.

During the exam

1. The Theory Exam consists of 15 questions. On your desk you should find a marked envelope. Inside the envelope you will find:
 - **Cover Sheet, your student code, and your name.** Example: Theory - GBR- 1 - John Smith (please make sure these are correct)
 - **Question Sheets (marked Q)**
 - **Answer Sheets (marked A)**
 - **Working Sheets (marked W)**
2. Dedicated IOAA **Answer Sheets (marked A)** are provided for writing your answers. Enter the final answers into the appropriate boxes in the corresponding **Answer Sheet**. Please write only on the printed side of the sheet. Do not use the reverse side. **Working Sheets (marked W)** are provided for calculations.
3. Use a black or blue pen for all answers and calculations, this will allow the markers to see your answers better after scanning. If you think you made a mistake cross it out.
4. Use as many mathematical expressions as you think may help the graders to better understand your solutions. The graders may not understand your language. If it is necessary to explain something in words, please use short phrases (if possible, in English).
5. You are not allowed to leave your working desk without permission. If you need any assistance (malfunctioning calculator, need to visit a restroom, etc.), please put up your hand to signal the supervisor.
6. At the end of the competition you must stop writing immediately. Sort your Answer Sheets and Working Sheets in order to leave them to be collected in the envelope and according to the supervisor's instructions. You are not allowed to take any sheet of paper out of the examination area.

Theory



BLR-3 D-0 G-2

G0-2
English (Official)

Standard Table of Constants

Fundamental Constants

Speed of light in vacuum	$c = 2.998 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Planck constant	$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ Js}$
Boltzmann constant	$k_B = 1.381 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
Stefan-Boltzmann constant	$\sigma = 5.670 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
Elementary charge	$e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Universal gravitational constant	$G = 6.674 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
Universal gas constant	$R = 8.315 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$
Avogadro constant	$N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Wien's displacement law	$\lambda_m T = 2.898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$
Mass of electron	$m_e = 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Mass of proton	$m_p = 1.673 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Mass of neutron	$m_n = 1.675 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Atomic mass unit (a.m.u.)	$= 1.661 \times 10^{-27} \text{ kg}$

Theory



BLR-3 D-0 G-3

G0-3
English (Official)

Astronomical Data

1 parsec	$1 pc$	$= 3.086 \times 10^{16} m$
		$= 206\,265 au$
		$= 3.262 ly$
1 astronomical unit	$1 au$	$= 1.496 \times 10^{11} m$
1 jansky	$1 Jy$	$= 10^{-26} W m^{-2} Hz^{-1}$
Hubble constant	H_0	$= 70 \text{ km s}^{-1} Mpc^{-1}$
Solar luminosity	L	$= 3.826 \times 10^{26} W$
Apparent angular diameter of Sun	θ	$= 32'$
Effective temperature of Sun	T_{eff}	$= 5778 K$
Obliquity of the ecliptic (Earth)	ε	$= 23.5^\circ$
Inclination of the lunar orbit w.r.t. ecliptic		$= 05^\circ 08' 43''$
Apparent visual magnitude of full moon		$= -12.74$
North Ecliptic Pole (J2000.0)	(α_E, δ_E)	$(18^h 00^m 00^s, +66^\circ 33' 39'')$
North Galactic Pole (J2000.0)	(α_G, δ_G)	$(12^h 51^m 26^s, +27^\circ 07' 42'')$
1 sidereal day		$= 23^h 56^m 04^s$
1 tropical year		$= 365.2422 \text{ solar days}$
1 sidereal year		$= 365.2564 \text{ solar days}$

Solar Magnitudes

Apparent visual	$= -26.75$
Absolute visual	$= +4.82$
Apparent bolometric	$= -26.83$
Absolute bolometric	$= +4.74$

Theory



BLR-3 D-0 G-4

G0-4
English (Official)

Solar System

Object	Mean radius (km)	Mass (kg)	Semi-major axis (au)	Eccentricity
Sun	695 500	1.988×10^{30}	---	---
Mercury	2 440	3.301×10^{23}	0.387	0.206
Venus	6 052	4.867×10^{24}	0.723	0.007
Earth	6 378	5.972×10^{24}	1.000000	0.016 710
Moon	1 737	7.346×10^{22}	0.002572	0.054 900
Mars	3 390	6.417×10^{23}	1.524	0.093
Jupiter	69 911	1.898×10^{27}	5.203	0.048
Saturn	58 232	5.683×10^{26}	9.537	0.054
Uranus	25 362	8.681×10^{25}	19.189	0.047
Neptune	24 622	1.024×10^{26}	30.070	0.009

Gauss's Formulae

Cosine theorem

:

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

Sine theorem

:

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$$

Rayleigh-Jeans law is $B_v = \frac{2k_B T}{c^2} v^2$
given by

which is the power emitted per unit emitting area,
per steradian, per unit frequency.

Theory



BLR-3 D-0 G-1

G0-1
BLR (Belarus)

Общие инструкции: Теоретический тур (250 баллов)

Этот тур длится 5 часов и оценивается из 250 баллов.

Перед началом тура

- Запрещается открывать помеченный конверт с проблемами до сигнала о начале исследования.
- Начало и конец экзамена будут отмечены сигналом от ваших руководителей, они также сообщат вам, когда до окончания экзамена останется пятнадцать минут.

Во время тура

1. Этот тур состоит из 15 заданий. На столе лежит конверт. Внутри конверта:
 - **Титульный лист**, на котором указаны **код и имя участника**
 - **Листы условия (Q)**
 - **Бланки ответов (A)**
 - **Бланки решений (W)**
2. **Бланки ответов (A)** заполняются ответами на каждый вопрос. Итоговые ответы вносите в специальные поля соответствующих бланков ответов. Пишите только на лицевой стороне бланка. **Бланки решений (W)** предназначены для вычислений и пояснений.
3. Для записей используйте чёрную или синюю ручку, это улучшит качество сканов. Ошибки исправляйте зачёркиванием.
4. Используйте язык математики для объяснения хода решения. Жюри не знает русский язык. Если что-то нужно объяснить словами, пишите кратко (желательно по-английски).
5. Не покидайте рабочее место без разрешения. Для привлечения внимания дежурного (если нужно в туалет, сломался калькулятор и т. п.) поднимите руку.
6. По окончании отведённого времени прекратите писать. Разложите бланки ответов и бланки решений в правильном порядке по задачам (включая пустые) и сложите в конверты. С собой бумаги забирать нельзя.

Theory



BLR-3 D-0 G-2

G0-2
BLR (Belarus)

Стандартная таблица констант

Фундаментальные постоянные

Скорость света в вакууме	$c = 2.998 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$
Постоянная Планка	$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ Js}$
Постоянная Больцмана	$k_B = 1.381 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
Постоянная Стефана-Больцмана	$\sigma = 5.670 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
Элементарный электрический заряд	$e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Гравитационная постоянная	$G = 6.674 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
Газовая постоянная	$R = 8.315 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$
Постоянная Авогадро	$N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Закон смещения Вина	$\lambda_m T = 2.898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$
Масса электрона	$m_e = 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Масса протона	$m_p = 1.673 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Масса нейтрона	$m_n = 1.675 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Атомная единица массы	$= 1.661 \times 10^{-27} \text{ kg}$

Theory



BLR-3 D-0 G-3

G0-3
BLR (Belarus)

Астрономические данные

1 парсек	$1 pc$	$= 3.086 \times 10^{16} m$
		$= 206\,265 au$
		$= 3.262 ly$
1 астрономическая единица	$1 au$	$= 1.496 \times 10^{11} m$
1 янский	$1 Jy$	$= 10^{-26} W m^{-2} Hz^{-1}$
Постоянная Хаббла	H_0	$= 70 km s^{-1} Mpc^{-1}$
Светимость Солнца	L	$= 3.826 \times 10^{26} W$
Видимый угловой диаметр Солнца	θ	$= 32'$
Эффективная температура Солнца	T_{eff} ,	$= 5778 K$
Наклон эклиптики к земному экватору	ε	$= 23.5^\circ$
Наклонение орбиты Луны к эклиптике		$= 05^\circ 08' 43''$
Видимая звёздн. величина полной Луны		$= -12.74$
Северный полюс эклиптики (J2000.0)	(α_E, δ_E)	$= (18^h 00^m 00^s, +66^\circ 33' 39'')$
Северный полюс Галактики (J2000.0)	(α_G, δ_G)	$= (12^h 51^m 26^s, +27^\circ 07' 42'')$
1 звёздные сутки		$= 23^d 56^m 04^s$
1 тропический год		$= 365.2422 solar days$
1 сидерический год		$= 365.2564 solar days$

Звёздные величины Солнца

Видимая визуальная	$= -26.75$
Абсолютная визуальная	$= +4.82$
Видимая болометрическая	$= -26.83$
Абсолютная болометрическая	$= +4.74$

Theory



BLR-3 D-0 G-4

G0-4
BLR (Belarus)

Солнечная система

Объект	Средний радиус (km)	Масса (kg)	Большая полуось (au)	Эксцентриситет
Солнце	695 500	1.988×10^{30}	—	—
Меркурий	2 440	3.301×10^{23}	0.387	0.206
Венера	6 052	4.867×10^{24}	0.723	0.007
Земля	6 378	5.972×10^{24}	1.000000	0.016 710
Луна	1 737	7.346×10^{22}	0.002572	0.054 900
Марс	3 390	6.417×10^{23}	1.524	0.093
Юпитер	69 911	1.898×10^{27}	5.203	0.048
Сатурн	58 232	5.683×10^{26}	9.537	0.054
Уран	25 362	8.681×10^{25}	19.189	0.047
Нептун	24 622	1.024×10^{26}	30.070	0.009

Формулы Гаусса

Теорема косинусов :

Теорема синусов :

Закон Рэлея–Джинса: $B_\nu = \frac{2k_B T}{c^2} \nu^2$

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$$

— выражение для мощности излучения в расчёте на единичную площадку излучающей поверхности в единичном интервале частот в единичный телесный угол (стериadian)

BLR-3 D-1 C-1

BLR-3 D-1 C
Syrakovash Artsemi

Theory

LIGO

Cover sheet

Please return this cover sheet together with all the related question sheets.

Theory



BLR-3 D-1 Q-1

Q1-1

English (Official)

LIGO (5 points).

The first detection of gravitational waves GW150414 was announced in 2016 by the collaboration LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory). The detected signal corresponds to the merger of two black holes with masses of $35M_{\odot}$ and $30M_{\odot}$, which when joined formed a black hole of $62M_{\odot}$. Ignoring the rotational energies of the black holes, you may assume that the energy released by this process (E_{GW}) is emitted solely in the form of gravitational waves, that were observed by the interferometer in 2015. You are given that the explosion of a supernova (SN) releases $E_{SN} = 2 \times 10^{44} J$.

- 1.1** To find out which of these two events (SN, GW) releases more energy, estimate 5.0pt
the energy ratio $\frac{E_{SN}}{E_{GW}}$.

Theory



BLR-3 D-1 Q-1

Q1-1

BLR (Belarus)

LIGO (5 баллов).'

В 2016 году коллаборация LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) объявила о первом обнаружении гравитационных волн (событие GW150414). Обнаруженный сигнал соответствует слиянию двух черных дыр с массами $35 M_{\odot}$ и $30 M_{\odot}$, в результате которого образовалась черная дыра с массой $62 M_{\odot}$. Пренебрегите энергией вращения черных дыр и считайте, что выделившаяся в процессе слияния энергия (E_{GW}) излучается только в виде гравитационных волн, которые и наблюдались на интерферометре в 2015 году.

При взрыве некоторой сверхновой (SN) выделяется энергия $E_{\text{SN}} = 2 \cdot 10^{44} \text{ J}$.

- 1.1** Оцените отношение $\frac{E_{\text{SN}}}{E_{\text{GW}}}$, чтобы определить, в каком событии (SN или GW) выделяется больше энергии. 5.0pt

Theory



BLR-3 D-1 A-1

A1-1
BLR (Belarus)

LIGO (5 points).

1.1 (5.0 pt)

$$\frac{E_{SN}}{E_{GW}} =$$

Theory



BLR-3 D-1 W-1

W1-1

do not write on the back of this page

BLR-3 D-2 C-1

BLR-3 D-2 C
Syrakovash Artsemi

Theory Temperature of the Earth

Cover sheet

Please return this cover sheet together with all the related question sheets.

Theory



BLR-3 D-2 Q-1

Q2-1

English (Official)

Temperature of the Earth (10 points).

For at least the last few million years, the Earth has been in roughly thermal equilibrium with the radiation from the Sun at the Earth's orbital distance.

2.1 Assuming our planet to be an ideal black body, calculate what the Earth's equilibrium temperature (in Celsius) would be. 4.0pt

2.2 The Earth's albedo is approximately 30%. Calculate the Earth's surface temperature (in Celsius) considering its albedo. 2.0pt

2.3 The Earth's absorbed radiation is reemitted as black body radiation from its surface, but its atmosphere re-absorbs 58% of that energy, causing a greenhouse effect. Considering this effect, calculate the Earth's surface temperature (which will be the same as the temperature of the lower atmosphere). Give your answer in Celsius. 4.0pt

For simplicity, consider the reabsorption effect as happening only once, and do not consider the atmosphere as a separate black body.

Температура Земли (10 баллов).

По крайней мере, последние несколько миллионов лет Земля находилась примерно в тепловом равновесии с излучением Солнца на орбитальном расстоянии Земли.

- 2.1** Считая Землю абсолютно чёрным телом, вычислите равновесную температуру Земли в такой модели (в градусах Цельсия). 4.0pt

- 2.2** Альбедо Земли составляет примерно 30%. Рассчитайте равновесную температуру поверхности Земли (в градусах Цельсия) с учетом ее альбедо. 2.0pt

- 2.3** Поглощенная радиация Земли переизлучается в виде излучения черного тела от ее поверхности, но ее атмосфера повторно поглощает 58% этой энергии, вызывая парниковый эффект. Учитывая этот эффект, рассчитайте температуру поверхности Земли (которая будет такой же, как температура нижней атмосферы). Ответьте в градусах Цельсия.
Для простоты рассмотрим, что эффект реабсорбции происходит только один раз, и не рассматривайте атмосферу как отдельное черное тело. 4.0pt

Theory



BLR-3 D-2 A-1

A2-1
BLR (Belarus)

Temperature of the Earth (10 points).

2.1 (4.0 pt)

$T =$

2.2 (2.0 pt)

$T_S =$

2.3 (4.0 pt)

$T_S =$

Theory



BLR-3 D-2 W-1

W2-1

do not write on the back of this page

Theory



BLR-3 D-2 W-2

W2-2

BLR-3 D-3 C-1

BLR-3 D-3 C
Syrakovash Artsemi

Theory Mars

Cover sheet

Please return this cover sheet together with all the related question sheets.

Theory



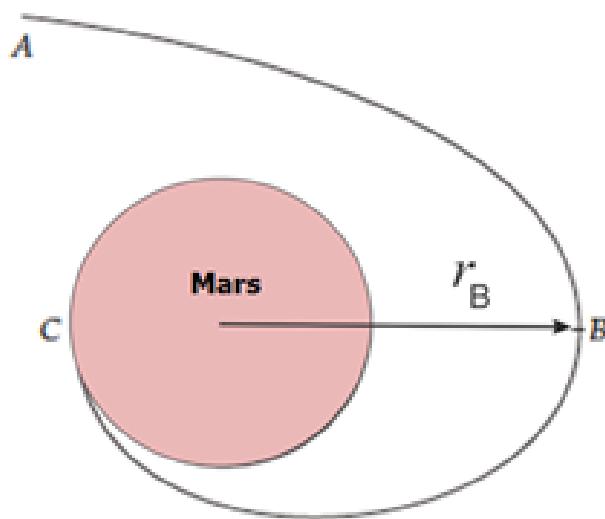
BLR-3 D-3 Q-1

Q3-1

English (Official)

Mars (10 points).

A spacecraft of mass $m=5.0 \times 10^4 \text{ kg}$ approaches in a parabolic orbit AB , with respect to Mars. When the spacecraft reaches point B of least distance to the center of Mars, $r_B = 6.8 \times 10^6 \text{ m}$, it undergoes an instantaneous deceleration using its rockets and goes into a perfectly calculated orbit so that it will touch the Martian surface exactly at point C , diametrically opposite B , as shown in the figure.



- | | | |
|------------|---|-------|
| 3.1 | Determine the speed (km s^{-1}) of the spacecraft at point B just before the deceleration. | 3.0pt |
| 3.2 | Calculate the total energy (J) of the spacecraft as it is moving between points B and C. | 4.0pt |
| 3.3 | Calculate the speed (km s^{-1}) of the spacecraft at point C . | 3.0pt |

Theory



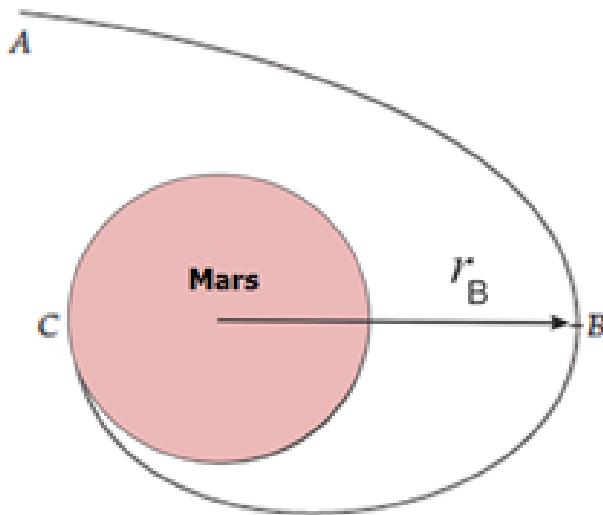
BLR-3 D-3 Q-1

Q3-1

BLR (Belarus)

Марс (10 баллов).

Космический аппарат массой $m = 5.0 \cdot 10^4 \text{ kg}$ подлетает к Марсу по параболической траектории AB (в системе отсчёта Марса). Пролетая точку B на минимальном расстоянии $r_B = 6.8 \cdot 10^6 \text{ m}$ от центра Марса, аппарат мгновенно тормозит и переходит на точно вычисленную орбиту, при движении по которой касается поверхности Марса в точке C , диаметрально противоположной точке B , как показано на рисунке.



- | | | |
|------------|--|-------|
| 3.1 | Вычислите скорость аппарата в точке B до манёвра (в km/s). | 3.0pt |
| 3.2 | Вычислите механическую энергию аппарата (Дж) при движении от точки B к точке C . | 4.0pt |
| 3.3 | Вычислите скорость аппарата в точке C (в km/s). | 3.0pt |

Theory



BLR-3 D-3 A-1

A3-1
BLR (Belarus)

Марс (10 баллов).

3.1 (3.0 pt)

$v_B =$

3.2 (4.0 pt)

$E_{bc} =$

3.3 (3.0 pt)

$v_C =$

Theory



BLR-3 D-3 W-1

W3-1

do not write on the back of this page

Theory



BLR-3 D-3 W-2

W3-2

BLR-3 D-4 C-1

BLR-3 D-4 C
Syrakovash Artsemi

Theory

ALMA - Calculating photons

Cover sheet

Please return this cover sheet together with all the related question sheets.

ALMA - Calculating photons (10 points).

ALMA is a radio observatory with a revolutionary design. It consists of 66 high-precision antennas, operating in the wavelength range from 0.32 mm to 8.60 mm . The principal array has fifty antennas of 12 m diameter each that can work together as a single telescope in the so-called interferometric mode. There is also another array of four 12 m antennas, and twelve smaller antennas of 7 m diameter each.

Imagine that a single 12 m antenna is being calibrated, pointing to a source with a known incident flux of $1 \times 10^{-20}\text{ W/m}^2$

- | | |
|------------|--|
| 4.1 | Assuming that all the flux arrives at the shortest wavelength of ALMA sensitivity, determine the average number of photons that would reach the detector every second. 2.0pt |
| 4.2 | Compare it to the average number of photons that would have reached the detector, if all the flux arrived at the longest wavelength of operation. 2.0pt |
| 4.3 | What is the angular resolution (in arcsec) of a single 12 m antenna, operating at 74.9 GHz ? 2.0pt |
| 4.4 | Imagine the principal array operating at 74.9 GHz in the interferometric mode. Assuming for simplicity that the spatial resolution is solely given by the longest baseline (largest distance between any pair of antennas), which turns to be $D_{\max} = 16\text{ km}$, what would be the angular resolution (in arcsec) in this case? Treat this case as a single slit aperture instead of a circular one. 2.0pt |
| 4.5 | For a radio antenna, the term SEFD refers to 'System Equivalent Flux Density', which is a characteristic energy flux density of the antenna, depending on its temperature and size. We also note that for energy estimation of radio photons, Rayleigh-Jeans approximation is valid. Assuming a system temperature of 691 K , what would be the SEFD of the full ALMA observatory in Jansky if all the 66 antennas could work together? 2.0pt |

ALMA - Счет фотонов (10 баллов).

ALMA — радиообсерватория нового типа из 66 высокоточных антенн, работающих в диапазоне от 0.32 mm до 8.60 mm. Главный массив антенн содержит 50 антенн диаметром 12 m каждая, которые могут работать в интерферометрическом режиме как одно целое. Также есть ещё один массив из четырёх 12-метровых антенн и 12 отдельных антенн поменьше (диаметр 7 m).

Представьте себе, что одиночную 12-метровую antennу в целях калибровки наводят на точечный источник, создающий освещённость $1 \cdot 10^{-20} \text{ W/m}^2$.

4.1 Предполагая, что весь поток прибывает у самой короткой длины волны чувствительности ALMA, определите среднее количество фотонов, которые будут достигать детектора каждую секунду. 2.0pt

4.2 Сравните это со средним числом фотонов, которые достигли бы детектора, если бы весь поток прибывал у самой длинной рабочей длины волны. 2.0pt

4.3 Вычислите угловое разрешение одиночной 12-метровой antennе на частоте 74.9 GHz (в угловых секундах). 2.0pt

4.4 Представьте себе основную решётку,ирующую на частоте 74,9 ГГц в интерферометрическом режиме. Предполагая для простоты, что пространственное разрешение определяется исключительно самой длинной базовой линией (наибольшее расстояние между любой парой антенн), которая оказывается $D_{\max} = 16 \text{ km}$, каково будет угловое разрешение (в угловых секундах) в этом случае? Рассматривайте этот случай как однощелевое отверстие вместо круглого. 2.0pt

4.5 Аббревиатура SEFD применительно к радиоантеннам расшифровывается как 'System Equivalent Flux Density'. Это характерная размерная величина, которая зависит от эффективной температуры и апертуры, — спектральная плотность потока энергии.

Пусть эффективная температура антенны составляет 691 K. Оцените SEFD при одновременном наблюдении на всех 66 антенных обсерватории ALMA — в янских.

Theory



BLR-3 D-4 A-1

A4-1
BLR (Belarus)

ALMA - Calculating photons (10 points).

4.1 (2.0 pt)

$$N_{\text{lowest-wavelength}} =$$

4.2 (2.0 pt)

$$N_{\text{largest-wavelength}} =$$

4.3 (2.0 pt)

$$\theta =$$

4.4 (2.0 pt)

$$\theta =$$

4.5 (2.0 pt)

$$SEFD =$$

Theory



BLR-3 D-4 W-1

W4-1

Theory



BLR-3 D-4 W-2

W4-2

BLR-3 D-5 C-1

BLR-3 D-5 C
Syrakovash Artsemi

Theory Under Pressure

Cover sheet

Please return this cover sheet together with all the related question sheets.

Under pressure (10 points).

Magnetic fields in the Sun are constantly shaping the structure of various different features in the Solar atmosphere. Inside any feature, the magnetic field (B) adds to the total pressure exerted by the gas. This so-called magnetic pressure is a function of the height z and can be expressed as:

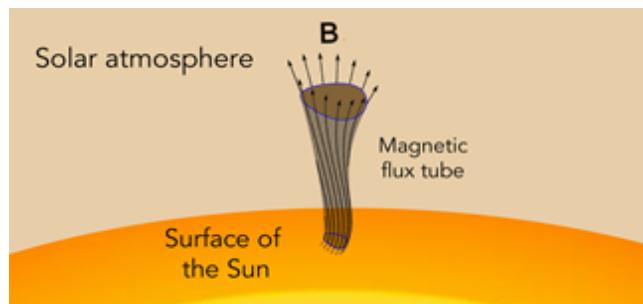
$$P_{mag}(z) = \frac{B^2(z)}{2\mu_0}$$

On the other hand, the gas can be considered to be in hydrostatic equilibrium and hence the gas pressure decays exponentially from an initial pressure value P_0 with increasing z . It can be expressed as,

$$P_{gas}(z) = P_0 e^{-z/H}$$

where H is the scale height, i.e. the height at which the pressure falls to $\frac{P_0}{e}$.

Consider one type of feature, a magnetic flux tube rising from the Solar surface up into an unmagnetized environment (see Figure below). Assuming that the total pressure of the material inside the tube and of the material outside it is in equilibrium,



- | | | |
|------------|--|-------|
| 5.1 | Find an expression for the magnetic field strength as a function of height z . | 7.0pt |
|------------|--|-------|

- | | | |
|------------|--|-------|
| 5.2 | If the magnetic field at the base of a flux tube is $0.3T$, and scale height H in a given solar model is 150 km , at what height will the magnetic field be reduced to $0.03T$? | 3.0pt |
|------------|--|-------|

Theory



BLR-3 D-5 Q-1

Q5-1

BLR (Belarus)

Под давлением (10 баллов).

Магнитные поля на Солнце постоянно формируют структуру различных элементов солнечной атмосферы. Общее давление складывается из давления газа и магнитного давления, оказываемого магнитным полем B . Величина магнитного давления — функция высоты z :

$$P_{mag}(z) = \frac{B^2(z)}{2\mu_0}$$

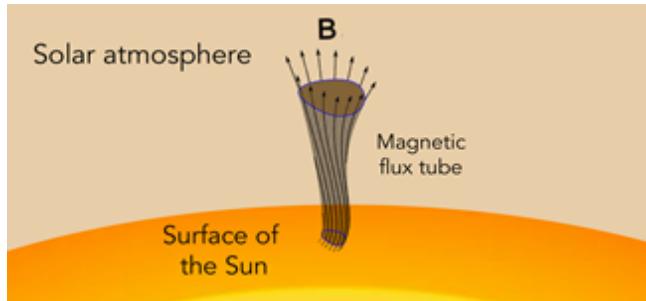
Газ можно считать находящимся в гидростатическом равновесии. Давление газа экспоненциально убывает с ростом высоты:

$$P_{gas}(z) = P_0 e^{-z/H}$$

где H — масштабный параметр — высота, при подъёме на которую давление убывает в e раз.

Рассмотрим магнитную трубку, поднимающуюся от поверхности Солнца вверх, в область без магнитного поля (см. рис. ниже).

С учётом того, что общее давление внутри и снаружи трубы одинаково...



5.1 Выразите величину индукции магнитного поля B как функцию высоты z . 7.0pt

5.2 Пусть магнитное поле в основании трубы 0.3 Т, а масштабный параметр в заданной модели Солнца $H = 150$ км. На какой высоте над основанием магнитное поле уменьшается до 0.03 Т? 3.0pt

Theory



BLR-3 D-5 A-1

A5-1
BLR (Belarus)

Под давлением (10 баллов).

5.1 (7.0 pt)

$$B(z) =$$

5.2 (3.0 pt)

$$z =$$

Theory



BLR-3 D-5 W-1

W5-1

do not write on the back of this page

Theory



BLR-3 D-5 W-2

W5-2

Theory



BLR-3 D-5 W-3

W5-3

BLR-3 D-6 C-1

BLR-3 D-6 C
Syrakovash Artsemi

Theory Macondo and Melquiades

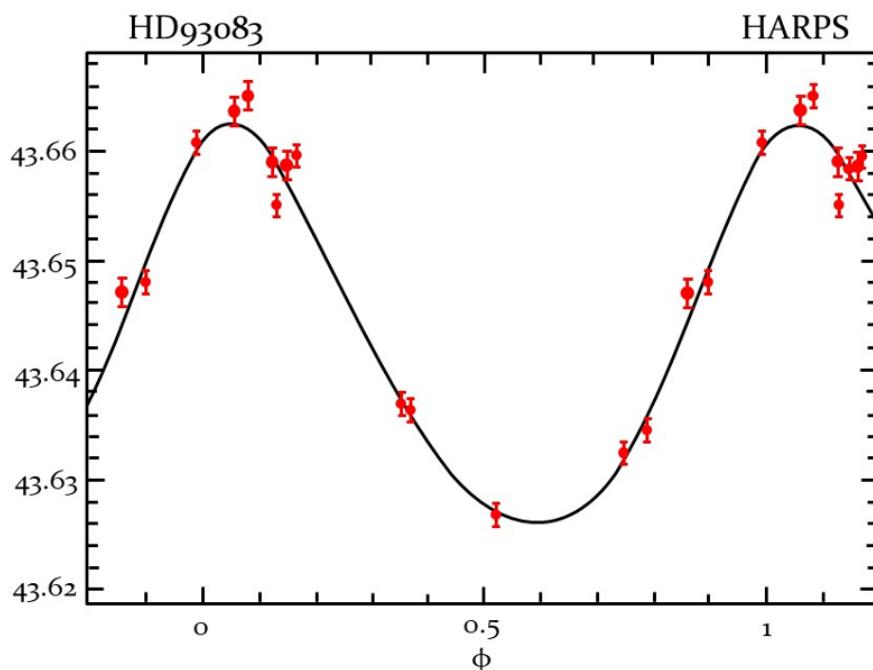
Cover sheet

Please return this cover sheet together with all the related question sheets.

Macondo and Melquiades (12 points).

In 2019, as a part of the NameExoWorlds campaign of the International Astronomical Union, Colombia was granted an opportunity to select a name for the star HD 93083 and its planetary system. HD 93083 is a K – type dwarf star and has one extrasolar planet orbiting it. Today they are officially known as Macondo (star) and Melquiades (planet), from the literary ideas of the Colombian writer Gabriel García Márquez.

This star has an effective temperature of 4995 K and an apparent visual magnitude of 8.3. As per GAIA DR2, the parallax for Macondo is 35.03 milliarcseconds. You may assume the orbit of Melquiades is perfectly circular. In the figure you can see the plot of radial velocity of Macondo with respect to the phase.



Radial velocity of Macondo (Y-axis in km s^{-1}) as a function of the phase (X-axis).

- | | |
|------------|---|
| 6.1 | Find the wavelength (in nm) of peak emission for Macondo in its rest frame (i.e., ignoring Doppler shifts). 2.0pt |
| 6.2 | Find the distance of this system from the Earth (in parsecs) and the absolute visual magnitude (M_V) of the star. 2.0pt |
| 6.3 | Calculate the mean radial velocity of Macondo (in km s^{-1}). 2.0pt |

Theory



BLR-3 D-6 Q-2

Q6-2

English (Official)

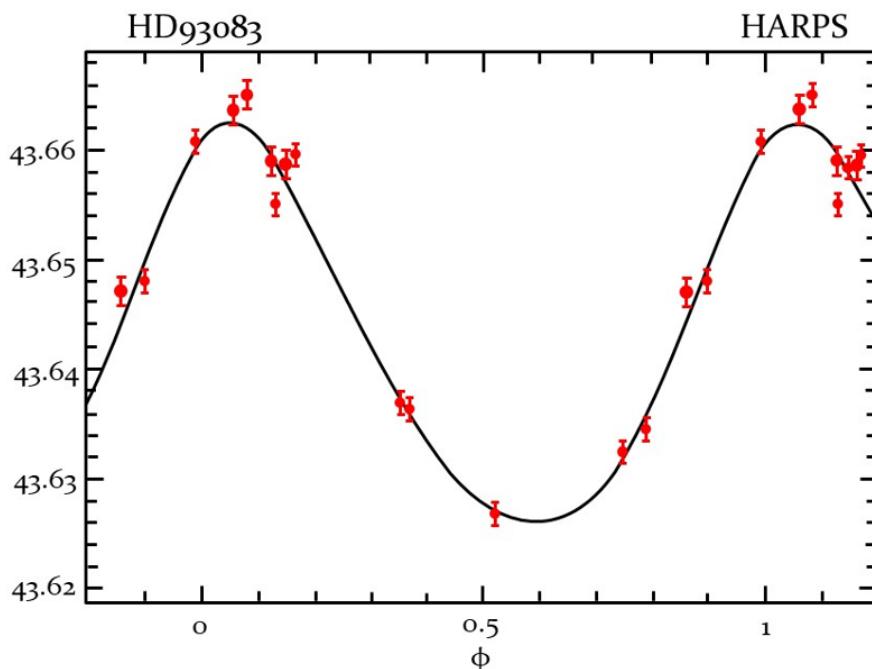
- 6.4** Calculate the orbital velocity (in km/s) of Melquiades (v_p), if mass of the star (m_s) is $0.7 M_\odot$ and the mass of exoplanet (m_p) is $7 \times 10^{26} kg$. Assume that the orbital plane of the system is edge-on with respect to our line-of-sight. 2.0pt

- 6.5** Find the orbital radius of Melquiades (in au) and its orbital period (in days). 4.0pt

Макондо и Мелькиадес (12 баллов).

В 2019 году в рамках кампании NameExoWorlds Международного астрономического союза Колумбии была предоставлена возможность выбрать имя для звезды HD 93083 и ее планетной системы. HD 93083 - карликовая звезда K-типа, вокруг которой вращается одна внесолнечная планета. Сегодня они официально известны как Макондо (звезда) и Мелькиадес (планета), из литературных идей колумбийского писателя Габриэля Гарсия Маркеса.

Эффективная температура поверхности звезды составляет 4995 К, видимая визуальная звёздная величина 8.3. По данным GAIA DR2 параллакс Макондо равен 35.03 mas. Орбиту Мелькиадеса считайте круговой. На рис. 1 приведена зависимость лучевой скорости Макондо от фазы.



Лучевая скорость Макондо (ось Y, км/с) в зависимости от фазы (ось X).

- | | |
|--|-------|
| 6.1
Определите длину волны максимума излучения звезды Макондо (в нм) в системе отсчета Макондо, пренебрегая доплеровским смещением. | 2.0pt |
| 6.2
Определите расстояние от системы Макондо до Земли (в парсеках) и абсолютную визуальную звёздную величину звезды Макондо (M_V). | 2.0pt |
| 6.3
Рассчитайте среднюю лучевую скорость Макондо (в км / с). | 2.0pt |

Theory



BLR-3 D-6 Q-2

Q6-2
BLR (Belarus)

- 6.4** Вычислите орбитальную скорость Мелькиадеса (v_p , в км/с), если масса звезды $m_s = 0.7 M_\odot$ и масса экзопланеты $m_p = 7 \cdot 10^{26}$ kg. Считайте, что мы наблюдаем взаимную орбиту компонентов системы с ребра, то есть наш луч зрения лежит в плоскости орбиты. 2.0pt
- 6.5** Определите радиус орбиты Мелькиадеса (в а. е.) и его орбитальный период (в сутках). 4.0pt

Theory



BLR-3 D-6 A-1

A6-1
BLR (Belarus)

Macondo and Melquiades (12 points).

6.1 (2.0 pt)

$$\lambda =$$

6.2 (2.0 pt)

$$d =$$

$$M_v =$$

6.3 (2.0 pt)

$$v_r =$$

6.4 (2.0 pt)

$$v_\theta =$$

6.5 (4.0 pt)

$$a =$$

$$T =$$

Theory



BLR-3 D-6 W-1

W6-1

do not write on the back of this page

Theory



BLR-3 D-6 W-2

W6-2

Theory



BLR-3 D-6 W-3

W6-3

BLR-3 D-7 C-1

BLR-3 D-7 C
Syrakovash Artsemi

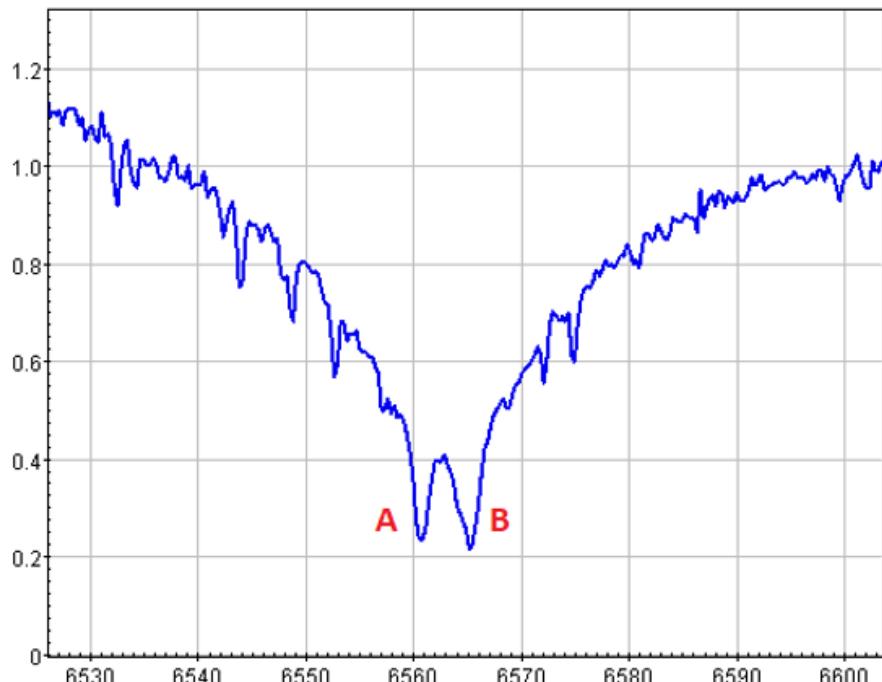
Theory Menkalinan (β Aurigae)

Cover sheet

Please return this cover sheet together with all the related question sheets.

Menkalinan (β Aurigae) (13 points).

Almost half of the stars that we see are either binary or multiple star systems. A well-known example of this is Menkalinan (Beta Aurigae), which was initially thought to be a single star, but today recognised as a binary system comprising two stars that we will refer to as Menkalinan A and B. In the following figure, a spectrum of the system (obtained by the observatory of the Universidad de los Andes, in Bogotá) is shown:



Spectrum of Menkalinan binary system in the region of $H\alpha$. Y-axis is for the relative flux, and X-axis measures wavelengths. Menkalinan A is marked as A in the graph, and Menkalinan B is marked as B.

Answer the following questions using the plot and noting that the wavelength of $H\alpha$ line in the laboratory frame is 656.28 nm. Assume circular orbits, and assume that the binary system as a whole is at rest with respect to the observer.

- | | |
|--|-------|
| <p>7.1 In the spectrum, we can see the $H\alpha$ line for each star in the system. Calculate the line-of-sight velocity of each star (km/s) and determine, at the time of this observation, which of the two stars is moving towards us.</p> | 5.0pt |
|
 | |
| <p>7.2 The binary system is located 81.1 light years from Earth and has an orbital period of 3.96 days. The semi-major axis for Menkalinan B (smaller star) was measured to be 3.35 milliarcseconds. If the mass ratio of the two components is 1.026, find the total mass of the system (in solar masses).</p> | 4.0pt |

Theory



BLR-3 D-7 Q-2

Q7-2

English (Official)

- 7.3** Calculate the individual masses of Menkalinan *A* and *B* in solar masses. 2.0pt

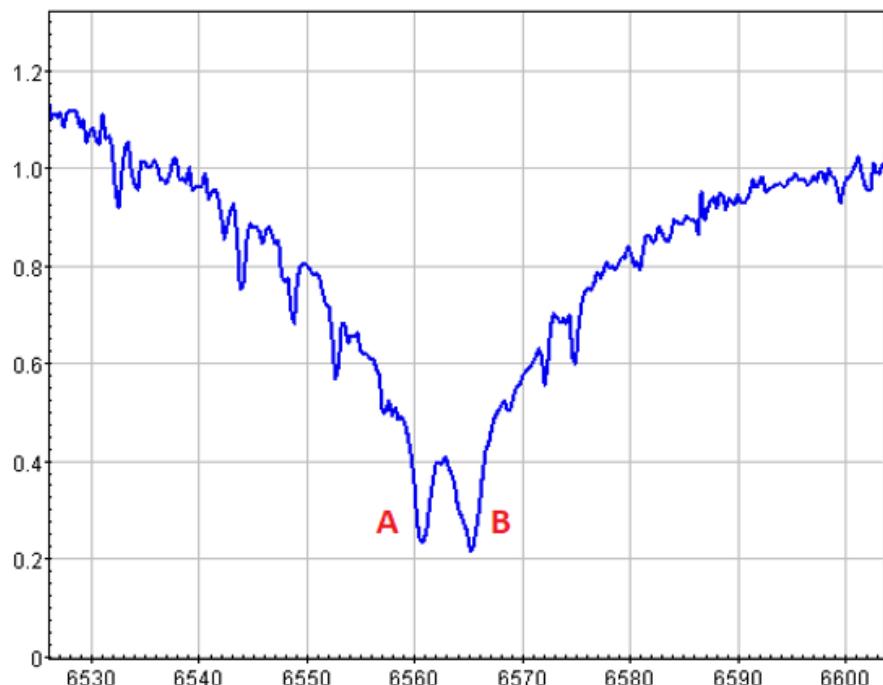
- 7.4** Since Menkalinan *A* and *B* are main sequence stars, use the relation: 2.0pt

$$\frac{L}{L_{\odot}} = \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{3.5}$$

to estimate the luminosity of each star (in solar luminosity).

Менкалинан (β Возничего) (13 баллов)

Почти половина звезд, которые мы видим, являются либо двойными, либо кратными звездными системами. Хорошо известным примером этого является Менкалинан (Бета Возничего), который первоначально считался одиночной звездой, но сегодня признан двойной системой, состоящей из двух звезд, которые мы будем называть Менкалинан А и Б. На следующем рисунке, показан спектр системы (полученный обсерваторией Университета де лос Андес в Боготе):



Спектр двойной системы Менкалинан в области $\text{H}\alpha$: зависимость потока в условных единицах от длины волн. Линия от компонента А отмечена на графике буквой А, то же для компонента В.

Лабораторная длина волны линии $\text{H}\alpha$ — 656.28 nm. Считайте орбиты компонентов круговыми, а систему в целом — покоящейся относительно наблюдателя. Используя вышеприведённый график, ответьте на следующие вопросы.

- 7.1** В спектре наблюдается линия $\text{H}\alpha$ каждого из компонентов. Вычислите лучевую скорость каждой звезды (в km/s) и определите, какая из двух звёзд движется в нашу сторону на момент наблюдения. 5.0pt

- 7.2** Система расположена на расстоянии 81.1 св. года от Земли. Период обращения составляет 3.96 суток. По данным измерений большая полуось орбиты компонента Менкалинан В (меньшая звезда) равна 3.35 mas. Считая отношение масс компонентов равным 1.026, определите полную массу системы и выражите её в массах Солнца. 4.0pt

Theory



BLR-3 D-7 Q-2

Q7-2
BLR (Belarus)

- 7.3** Вычислите массы отдельных компонентов Менкалинан А и В (в массах Солнца). 2.0pt

- 7.4** Поскольку Менкалинан А и В являются звёздами главной последовательности, используйте соотношение 2.0pt

$$\frac{L}{L_{\odot}} = \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{3.5}$$

для оценки светимости каждого из компонентов. Светимости выразите в светимостях Солнца.

Theory



BLR-3 D-7 A-1

A7-1
BLR (Belarus)

Menkalinan (β Aurigae) (13 points).

7.1 (5.0 pt)

$$v_{line-of-sightA} =$$

$$v_{line-of-sightB} =$$

7.2 (4.0 pt)

$$M_{TOT} =$$

7.3 (2.0 pt)

$$M_A =$$

$$M_B =$$

7.4 (2.0 pt)

$$L_A =$$

$$L_B =$$

Theory



BLR-3 D-7 W-1

W7-1

do not write on the back of this page

Theory



BLR-3 D-7 W-2

W7-2

BLR-3 D-8 C-1

BLR-3 D-8 C
Syrakovash Artsemi

Theory IOAA Logo Cover sheet

Please return this cover sheet together with all the related question sheets.

Theory



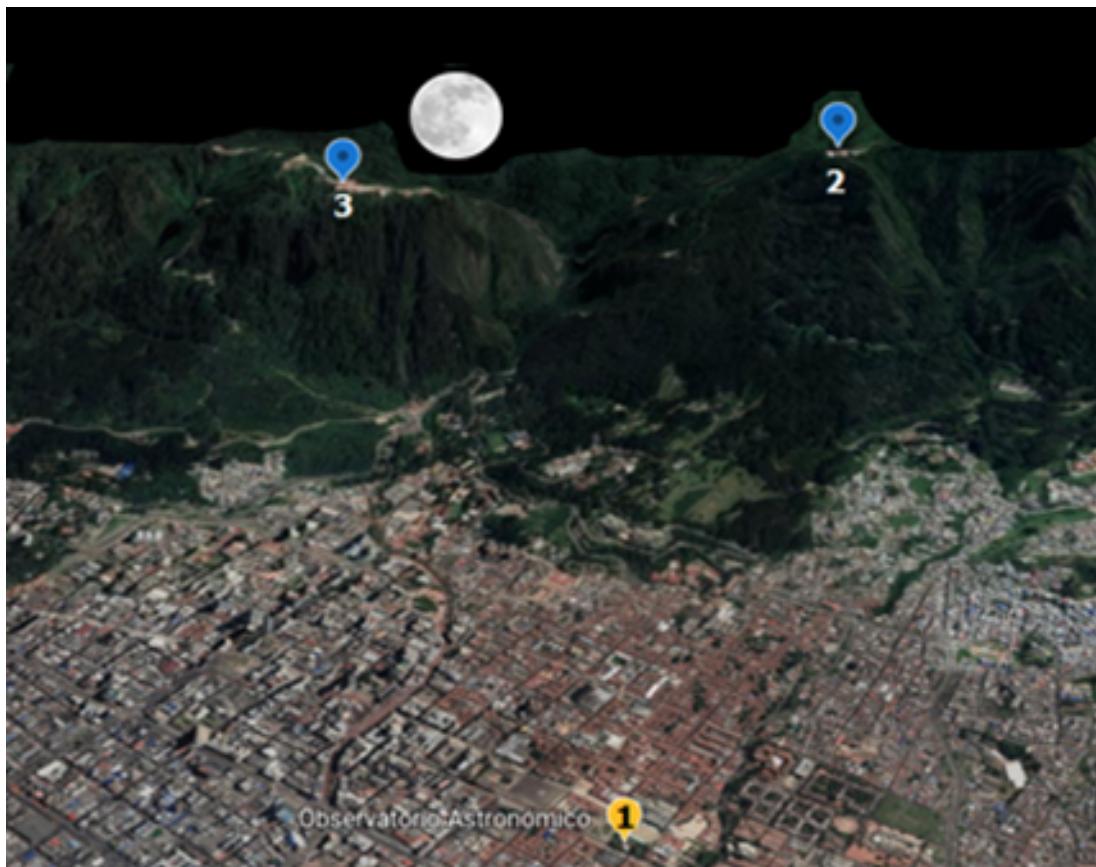
BLR-3 D-8 Q-1

Q8-1

English (Official)

IOAA Logo (15 points).

The IOAA2021 logo is formed by the acronym IOAA, where the first letter is represented by the silhouette of the building of the National Astronomical Observatory (OAN) of Colombia, the oldest observatory in America. This observatory is located in Bogota, where it was founded in 1803. The capital city of Colombia is bordered by two famous hills, Monserrate and its neighbor Guadalupe, which are icons of Bogota's cityscape that decorate the logo's background.



Aerial view of Bogota City. Numbers show locations for the quoted places: 1 is for OAN; 2 is for Guadalupe; and 3 is for Monserrate.

Theory



BLR-3 D-8 Q-2

Q8-2

English (Official)

Point	Latitude	Longitude	Elevation (m.a.s.l)
1	4° 35' 53" N	74° 04' 37" W	2607
2	4° 35' 30" N	74° 03' 15" W	3296
3	4° 36' 18" N	74° 03' 19" W	3100

- 8.1** Estimate the distance (in km), between points 2 (Guadalupe) and 3 (Monserrate). 3.0pt

- 8.2** Estimate the angular separation (in degrees) between Guadalupe (2) and Monserrate (3) as observed from the National Astronomical Observatory of Colombia (1). 6.0pt

- 8.3** From the OAN, on September 21 at 8:00 p.m. the Moon was observed towards the eastern hills (between Monserrate and Guadalupe). The measured ecliptic coordinates (longitude and latitude) of the Moon are shown in the table. Determine the equatorial coordinates of the Moon at the time of observation. 6.0pt



Theory



Q8-3

English (Official)

BLR-3 D-8 Q-3

Local Time: 8:00 p.m.

Az : +90°42'59" / Alt : +19°01'42"

λ : +12°20'16" / β : -04°24'14"

Note: Azimuth measured from North to East.

Theory



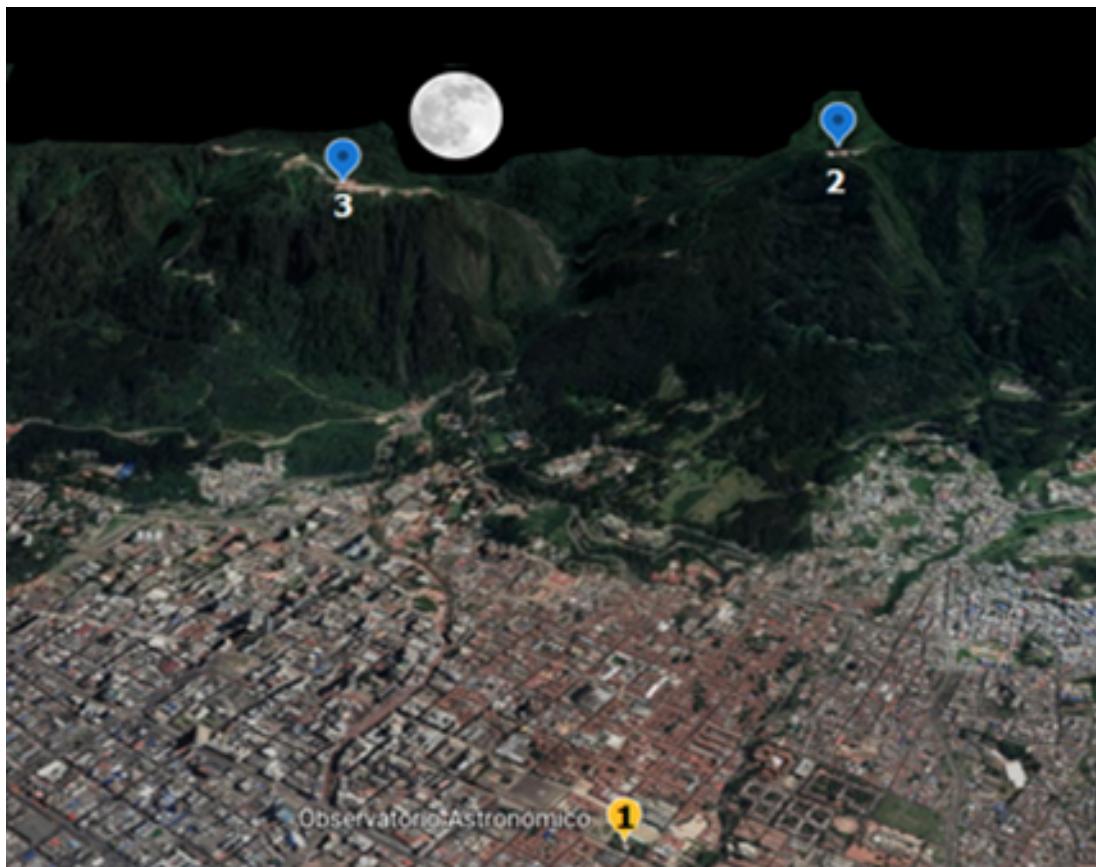
BLR-3 D-8 Q-1

Q8-1

BLR (Belarus)

Логотип IOAA (15 баллов).

Логотип IOAA2021 образован аббревиатурой IOAA, где первая буква представлена силуэтом здания Национальной астрономической обсерватории (OAN) Колумбии, старейшей обсерватории в Америке. Эта обсерватория расположена в Боготе, где она была основана в 1803 году. Столица Колумбии граничит с двумя знаменитыми холмами, Монсеррат и соседним холмом Гваделупе, которые являются символами городского пейзажа Боготы, украшающими фон логотипа.



Аэроснимок Боготы. Цифрами отмечены: 1 – обсерватория, 2 — холм Гваделупе, 3 — холм Монсеррат.

Theory



BLR-3 D-8 Q-2

Q8-2

BLR (Belarus)

Пункт	Широта	Долгота	Высота (м)
1	4° 35' 53" N	74° 04' 37" W	2607
2	4° 35' 30" N	74° 03' 15" W	3296
3	4° 36' 18" N	74° 03' 19" W	3100

- 8.1** Оцените расстояние (в км) между точками 2 (Гваделупе) и 3 (Монсеррат) с учетом кривизны Земли. 3.0pt

- 8.2** Оцените угловое расстояние (в градусах) между точками 2 (Гваделупе) и 3 (Монсеррат) при наблюдении из НАО Колумбии (1). 6.0pt

- 8.3** При наблюдении из НАО 21 сентября в 20:00 Луна находилась в направлении восточных холмов (между Монсеррат и Гваделупе). Измеренные эклиптические координаты (долгота и широта) Луны приведены в таблице. Определите экваториальные координаты Луны на момент наблюдения. 6.0pt



Theory



BLR-3 D-8 Q-3

Q8-3
BLR (Belarus)

Местное время: 20:00

Az : +90°42'59" / Alt : +19°01'42"

λ : +12°20'16" / β : -04°24'14"

Замечание: азимут отсчитывается от севера к востоку.

Theory



BLR-3 D-8 A-1

A8-1
BLR (Belarus)

Логотип IOAA (15 баллов)

8.1 (3.0 pt)

$d =$

8.2 (6.0 pt)

$\theta =$

8.3 (6.0 pt)

Склонение / Declination:

Прямое восхождение / Right ascension:

Theory



BLR-3 D-8 W-1

W8-1

do not write on the back of this page

Theory



BLR-3 D-8 W-2

W8-2

Theory



BLR-3 D-8 W-3

W8-3

BLR-3 D-9 C-1

BLR-3 D-9 C
Syrakovash Artsemi

Theory

Pluto Satellites

Cover sheet

Please return this cover sheet together with all the related question sheets.

Pluto Satellites (15 points).

9.1

The mass of Charon, the biggest satellite of Pluto, is 1/8th the mass of Pluto. Both bodies move in a circular orbit around a common center of mass. In addition, they both are tidally-locked.

The distance between the center of the planet and the center of the satellite is $R = 19\,640\text{ km}$ and radius of the satellite is $r = 593\text{ km}$.

Let g_0 be the gravitational acceleration on the surface of Charon due only to its mass. Let A be the point on Charon surface directly facing Pluto, and B the point diametrically opposite. Compute the percentage difference between gravitational acceleration at A and B respect to g_0 .

Спутники Плутона (15 баллов).

- 9.1** Масса Харона, крупнейшего спутника Плутона, в 8 раз меньше массы Плутона. Оба тела движутся по круговым орбитам вокруг общего центра масс. Кроме того, они оба повернуты одной стороной друг к другу, и, следовательно, их вращение подобно вращению твердого тела. 15.0pt

Расстояние между центром планеты и центром спутника $R = 19640$ km.
Радиус спутника $r = 593$ km.

Пусть g_0 — гравитационное ускорение на поверхности Харона, обусловленное исключительно его собственным притяжением. Обозначим: A — самая близкая к Плутону, B — самая удалённая от Плутона точка на поверхности Харона (точки A и B диаметрально противоположны).

Какова разница в процентах между гравитационными ускорениями в точках A и B относительно g_0 ?

Theory



BLR-3 D-9 A-1

A9-1
BLR (Belarus)

Pluto Satellites

9.1 (15.0 pt)

Theory



BLR-3 D-9 W-1

W9-1

do not write on the back of this page

Theory



BLR-3 D-9 W-2

W9-2

Theory



BLR-3 D-9 W-3

W9-3

BLR-3 D-10 C-1

BLR-3 D-10 C
Syrakovash Artsemi

Theory Terrestrial Transit Cover sheet

Please return this cover sheet together with all the related question sheets.

Theory



Q10-1

BLR-3 D-10 Q-1

English (Official)

Terrestrial Transit (15 points).

Note: Assume perfect circular orbits in both questions below.

- | | | |
|-------------|---|--------|
| 10.1 | An alien astronomer from a distant planetary system is observing the Sun. Suddenly, the brightness of the Sun drops due to the transit of the Earth in front of it. What is the maximum duration that this transit may last (in hours)? Assume that the planet where the astronomer observes from, does not move relative to the Sun. | 5.0pt |
| 10.2 | Imagine that the transit of a given exoplanet as seen from Earth lasts 31 minutes. The host star is a red dwarf, with mass and radius that are 10% of the mass and radius of the Sun. What is the minimum orbital period this exoplanet may have (in days)? | 10.0pt |

Theory



BLR-3 D-10 Q-1

Q10-1

BLR (Belarus)

Наземный транзит (15 баллов).

Примечание: считайте, что орбиты идеальные круговые в обоих пунктах задачи.

- | | |
|-------------|---|
| 10.1 | Инопланетный астроном с далекой планетной системы наблюдает за Солнцем. Внезапно яркость Солнца падает из-за прохождения Земли перед ним. Какова максимальная продолжительность этого транзита (в часах)? Предположим, что планета, с которой наблюдает астроном, не движется относительно Солнца. 5.0pt |
| 10.2 | Предположим, что транзит некоторой экзопланеты по диску материнской звезды при наблюдении с Земли длился 31 минуту. Материнская звезда — красный карлик с массой и радиусом, равными 10 % солнечных. Каков минимальный возможный орбитальный период этой экзопланеты (в сутках)? 10.0pt |

Theory



BLR-3 D-10 A-1

A10-1
BLR (Belarus)

Земной транзит (15 баллов)

10.1 (5.0 pt)

$t =$

10.2 (10.0 pt)

$T =$

Theory



BLR-3 D-10 W-1

W10-1

Theory



BLR-3 D-10 W-2

W10-2

Theory



BLR-3 D-10 W-3

W10-3

Theory



BLR-3 D-10 W-4

W10-4

BLR-3 D-11 C-1

BLR-3 D-11 C
Syrakovash Artsemi

Theory

Minimum velocity of a projectile

Cover sheet

Please return this cover sheet together with all the related question sheets.

Theory



BLR-3 D-11 Q-1

Q11-1

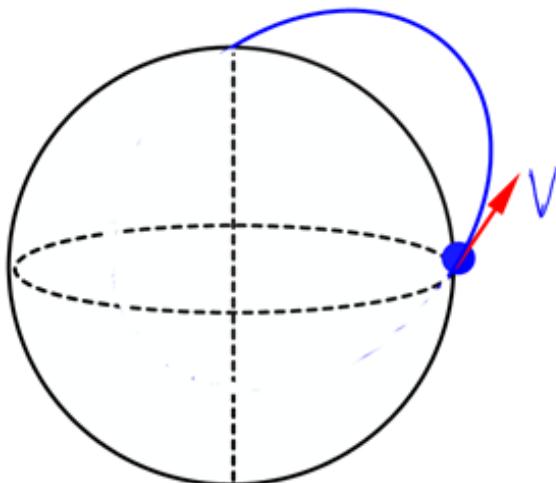
English (Official)

Minimum velocity of a projectile (15 points).

- 11.1** What is the minimum speed with which a projectile must be launched from the Earth's surface at the equator such that the projectile reaches the north pole? 12.0pt

- 11.2** Find the eccentricity of the trajectory described by the projectile 3.0pt

You may ignore the rotation of the Earth. Also assume the earth surface is spherical.



Reference Chart

Theory



BLR-3 D-11 Q-1

Q11-1

BLR (Belarus)

Минимальная скорость снаряда (15 баллов).

- 11.1** Какова минимальная скорость, с которой нужно запустить снаряд с поверхности Земли на экваторе для того, чтобы он достиг Северного полюса? 12.0pt

- 11.2** Определите эксцентриситет такой траектории. 3.0pt

Вращением Земли пренебрегите. Поверхность Земли считайте сферической.

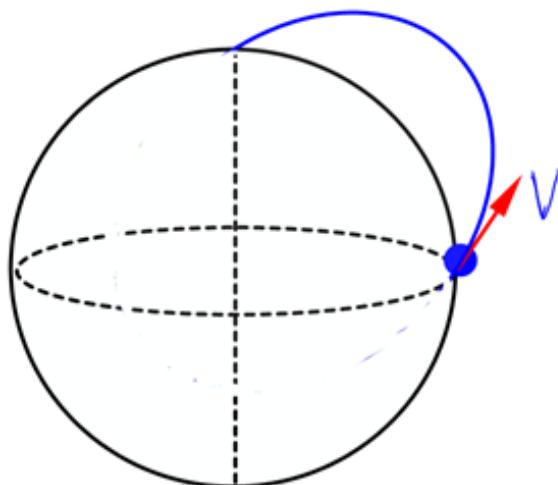


Схема полёта мысли

Theory



BLR-3 D-11 A-1

A11-1
BLR (Belarus)

Minimum velocity of a projectile (15 points).

11.1 (12.0 pt)

$$v_{min} =$$

11.2 (3.0 pt)

$$e =$$

Theory



BLR-3 D-11 W-1

W11-1

do not write on the back of this page

Theory



BLR-3 D-11 W-2

W11-2

Theory



BLR-3 D-11 W-3

W11-3

Theory



BLR-3 D-11 W-4

W11-4

BLR-3 D-12 C-1

BLR-3 D-12 C
Syrakovash Artsemi

Theory Hodograph

Cover sheet

Please return this cover sheet together with all the related question sheets.

Hodograph (15 points).

In curvilinear motion of a planet around a star, the direction of the velocity vector changes continuously. This can be represented by a so-called "trajectory in velocity space" and is obtained as follows: for each point on the spatial trajectory, the corresponding velocity vector is drawn so that its starting point is at the origin of the velocity space, and its magnitude and direction is the same as the velocity vector at that point. The tip of this variable velocity vector generates a curve in velocity space. (The name 'hodograph' was given to this curve by Hamilton in 1846.)

As an example, see figures 1 and 2 below. For a circular orbit (Figure 1), the magnitude of the velocity is constant and therefore, the hodograph (Figure 2) of the velocity vector for Keplerian circular motion is also a circle, the center of which is located at the origin of the velocity space. The radius of this circle is equal to the constant magnitude of the circular velocity.

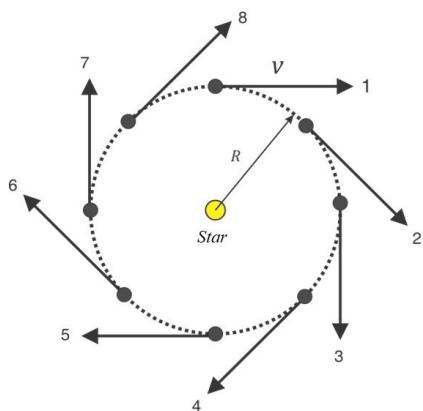


Fig. 1 Spatial trajectory of the Planet with Uniform Circular Motion around the star.

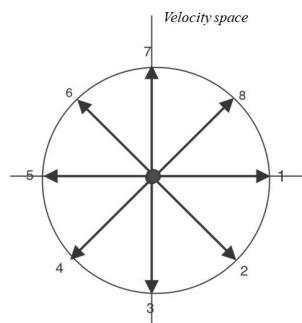


Fig. 2 Corresponding hodograph

Theory



BLR-3 D-12 Q-2

Q12-2

English (Official)

- 12.1** Write an expression for the radius of the hodograph in Fig. 2, as a function of the mass M of the star, and the radius R of the circular orbit of the planet's motion. 1.0pt

- 12.2** For a planet in a Keplerian trajectory, write the expression for centripetal acceleration vector (\vec{a}) and the magnitude of angular momentum (L). For any Keplerian trajectory, it is true that 4.0pt

$$|\Delta v| = k\Delta\theta \quad (1)$$

Where k is a constant for each type of Keplerian trajectory. Find the expression for the constant k as a function of the masses M and m of the star and the planet, respectively, and the angular momentum, L .

(Eq.1) allows us to conclude that for any Keplerian trajectory, the hodograph (v as a function of θ) is a circle, but except for circular motion, the centre of the hodograph does not coincide with the star. It is not necessary to prove this result, you may simply accept it as a given. For the hodograph of uniform circular motion, the compliance with (eq.1) is completely obvious, as evidenced in Fig. 3

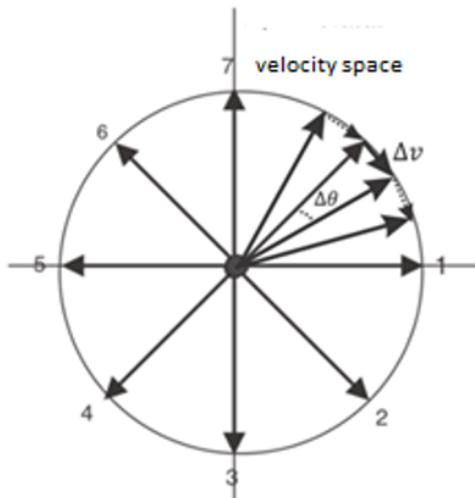


Fig. 3

- 12.3** Determine the expression of the constant k for the hodograph of circular planetary motion. 2.0pt

Theory



BLR-3 D-12 Q-3

Q12-3

English (Official)

- 12.4** Given that the hodograph of the Keplerian elliptical motion is a circle, determine the radius of this hodograph and the distance between the center of the hodograph and the position of the star, as a function of the velocities at periastron and apoastron. Draw a rough sketch of the hodograph in the answer sheet as per the schematic shown in Fig. 4. The black circle is the star. 4.0pt

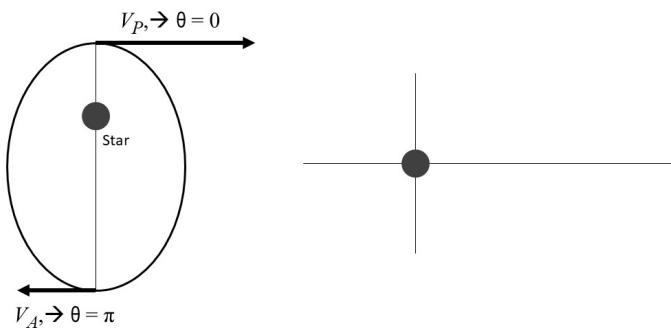


Fig. 4

- 12.5** Similarly, for the parabolic Keplerian trajectory, determine the radius of the corresponding hodograph and the distance from the center of that hodograph circle to the star. Express the radius as a function of the velocity at periastron. Draw a rough sketch of the hodograph circle in the answer sheet. 4.0pt

Годограф (15 баллов).

При криволинейном движении планеты вокруг звезды направление вектора скорости непрерывно изменяется. Это может быть представлено так называемой «траекторией в пространстве скоростей» и получается следующим образом: для каждой точки на пространственной траектории рисуется соответствующий вектор скорости, так что его начальная точка находится в начале пространства скоростей, и его величина и направление совпадают с вектором скорости в этой точке. Кончик этого вектора переменной скорости образует кривую в пространстве скоростей. (Название «годограф» было дано этой кривой Гамильтоном в 1846 году.)

В качестве примера см. Рисунки 1 и 2 ниже. Для круговой орбиты (рисунок 1) величина скорости постоянна, и поэтому годограф (рисунок 2) вектора скорости для кеплеровского кругового движения также является окружностью, центр которой расположен в начале координат скорости. Космос. Радиус этого круга равен постоянной величине круговой скорости.

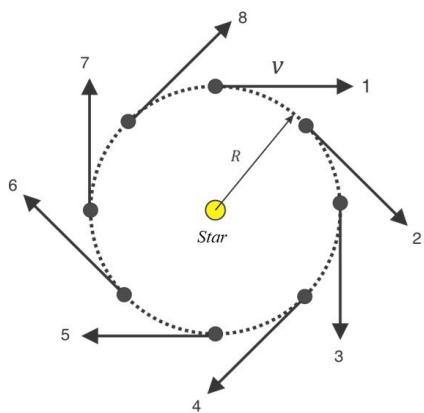


Рис. 1 Пространственная траектория планеты с равномерным круговым движением вокруг звезды.

Theory



BLR-3 D-12 Q-2

Q12-2

BLR (Belarus)

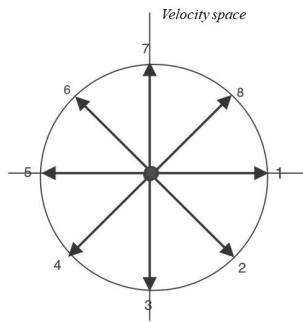


Рис.2 Соответствующий годограф

- 12.1** Напишите выражение для радиуса годографа на рис. 2 как функции массы звезды M и радиуса R круговой орбиты движения планеты. 1.0pt

Theory



BLR-3 D-12 Q-3

Q12-3

BLR (Belarus)

- 12.2** Для планеты на кеплеровской траектории запишите выражение для вектора центростремительного ускорения (a_{\perp}) и величины углового момента (L). Для любой кеплеровской траектории верно, что 4.0pt

$$|\Delta v| = k\Delta\theta \quad (1)$$

где k — постоянная, зависящая от траектории движения. Выразите k через массу звезды M , массу планеты m и орбитальный момент импульса L . (Уравнение 1) позволяет нам заключить, что для любой кеплеровской траектории годограф (ваза-функция θ) представляет собой круг, но, за исключением кругового движения, центр годографа не совпадает со звездой. Этот результат не обязательно доказывать, его можно просто принять как данность. Для годографа равномерного кругового движения соответствие (уравнение 1) совершенно очевидно, что подтверждается рис.3.

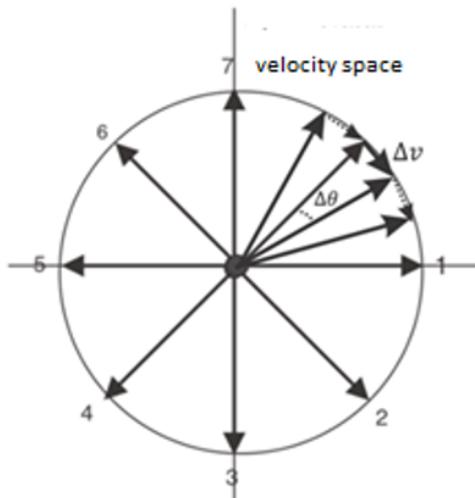


Fig. 3

- 12.3** Получите выражение для k при движении по круговой орбите. 2.0pt

Theory



BLR-3 D-12 Q-4

Q12-4

BLR (Belarus)

- 12.4** Учитывая, что годограф кеплеровского эллиптического движения представляет собой окружность, определите радиус этого годографа и расстояние между центром годографа и положением звезды как функцию скоростей в периастре и апоастре. Нарисуйте примерный набросок годографа на листе ответов согласно схеме, показанной на рис. 4. Красный кружок - это звезда.

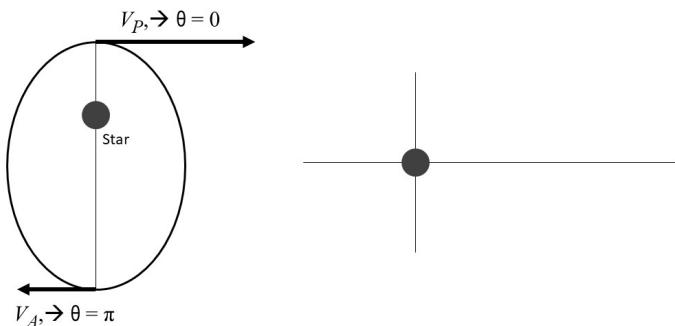


Fig. 4

- 12.5** Аналогичным образом для параболической кеплеровской траектории определите радиус соответствующего годографа и расстояние от центра этого круга годографа до звезды. Выразите радиус как функцию скорости в перигелии. Нарисуйте приблизительный набросок окружности годографа на листе ответов.

Theory



BLR-3 D-12 A-1

A12-1
BLR (Belarus)

Hodograph (15 points).

12.1 (1.0 pt)

12.2 (4.0 pt)

$\vec{a} =$

$L =$

$k =$

12.3 (2.0 pt)

$k =$

12.4 (4.0 pt)

Theory



BLR-3 D-12 A-2

A12-2
BLR (Belarus)

12.5 (4.0 pt)

Theory



BLR-3 D-12 W-1

W12-1

do not write on the back of this page

Theory



BLR-3 D-12 W-2

W12-2

Theory



BLR-3 D-12 W-3

W12-3

Theory



BLR-3 D-12 W-4

W12-4

do not write on the back of this page

BLR-3 D-13 C-1

BLR-3 D-13 C
Syrakovash Artsemi

Theory
Lucy: The First Mission to the Trojan
Asteroids
Cover sheet

Please return this cover sheet together with all the related question sheets.

Lucy: The First Mission to the Trojan Asteroids (15 points).

CCD cameras on space probes are very sensitive and exposed to space weather conditions. Intense radiation passing through the CCD produces electron-hole pairs in the silicon of the CCD chip. The rate at which these pairs are produced is an important parameter when operating cameras on board spacecraft and can be calculated for radiation of any given energy.

A high energy particle or photon of radiation passing through the CCD will deposit some energy in the chip with each electron-hole pair it creates. The 'stopping power' of silicon for a given type of particle can be measured as the energy per areal density (*areal density = mass per unit area*) that the silicon 'takes away' from the travelling particle.

NASA's Lucy mission will be the first to study the Trojan asteroids and will revolutionize our understanding of the formation of the Solar System. One of the instruments on board is L'LORRI (Lucy LOng Range Reconnaissance Imager), which contains a sensitive CCD in order to produce detailed images of the Trojan asteroids. Unfortunately, the radiation around Jupiter is very intense and it can generate a lot of 'noise' in the pixels of the CCD.

Let us assume that an average charged particle trapped in Jupiter's magnetic field has an energy of 15 MeV and that the flux of such particles in this region is equivalent to about $600 \text{ electrons } s^{-1} cm^{-2}$. Also assume that for each electron-hole pair which a particle passing through a pixel creates, it deposits exactly the excitation energy of the pair in that pixel. After the pixel crosses a threshold number of electron-hole pairs it is 'excited' and no more pairs can be produced in that pixel. Any remaining energy in the particle is passed to the next pixel (and so on).

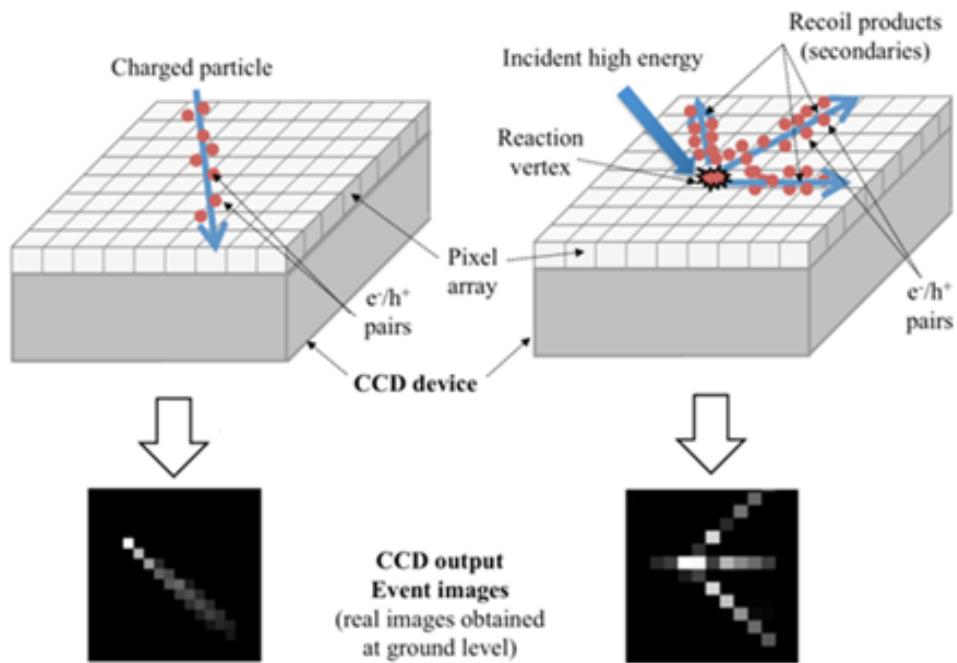
Using the data given below for the CCD chip in the L'LORRI camera, answer the following questions:

- 13.1** How many pixels will be excited by one such particle of radiation passing through the CCD when the spacecraft is near Jupiter's orbit? 10.0pt

- 13.2** Given the radiation flux near Jupiter, what percentage of the total number of pixels in an image will be excited? 5.0pt

CCD Data:

- **Exposure time of an image = 30 ms**
- **Pixels on the CCD = 1024 x 1024**
- **CCD Area = 13 mm x 13 mm**
- **CCD chip thickness = 0.06 cm**
- **Density of silicon, $\rho = 2.34 \text{ g cm}^{-3}$**
- **Excitation energy of single pair = 2.36 eV**
- **Excitation threshold of a single pixel = 250 pairs**
- **Stopping power' of silicon for a 15 MeV electron = $3.012 \text{ MeV g}^{-1} \text{ cm}^2$**



Lucy: первая миссия к троянцам (15 баллов)

ПЗС-камеры на космических зондах очень чувствительны и подвержены влиянию космической погоды. Интенсивная радиация, проходящая через ПЗС-матрицу, создаёт электронно-дырочные пары в кремнии ПЗС-матрицы. Темп, с которым образуются эти пары, является важным параметром для работы камер; он может быть рассчитан для излучения с любой заданной энергией.

Частица с высокой энергией или фотон, проходящие через ПЗС-матрицу, передают некоторую энергию матрице при каждом создании электронно-дырочной пары. «Тормозящую способность» кремния для данного типа частиц можно определить как энергию, которую кремний «забирает» у движущейся частицы, в расчёте на поверхностную плотность материала (поверхностная плотность — масса на единицу площади).

Космическая миссия NASA Lucy станет первой миссией по изучению троянских астероидов и (возможно) пролёт свет на историю образования Солнечной системы. Частью установленного на борту приемника L'LORRI (Lucy LOng Range Reconnaissance Imager) является чувствительная ПЗС-матрица, позволяющая получать детальные изображения троянцев. К сожалению, радиации в окрестностях Юпитера много, она может создавать много «шума» в пикселях ПЗС-матрицы.

Предположим, что средняя заряженная частица, захваченная магнитным полем Юпитера, обладает энергией 15 МэВ, а поток таких частиц в окрестностях Юпитера эквивалентен примерно 600 электронам на см^2 за секунду. При прохождении частицы через пиксель она может возбудить электрон-дырочную пару, затратив для этого часть своей энергии. После того, как количество электронно-дырочных пар в пикселе превзойдет пороговое значение, пиксель переходит в «возбуждённое» состояние и больше не может создавать электронно-дырочные пары. Остаточная энергия частицы передаётся соседнему пиксели (и так далее).

Используя нижеприведённые данные о ПЗС-матрице в камере L'LORRI, ответьте на следующие вопросы:

13.1 Сколько пикселей будет переведено в возбуждённое состояние одной частицей, проходящей через ПЗС-матрицу, когда космический аппарат находится в окрестностях Юпитера? 10.0pt

13.2 Учитывая поток излучения вблизи Юпитера, оцените долю, которую составляют возбуждённые пиксели от общего числа пикселей изображения, в процентах. 5.0pt

Theory



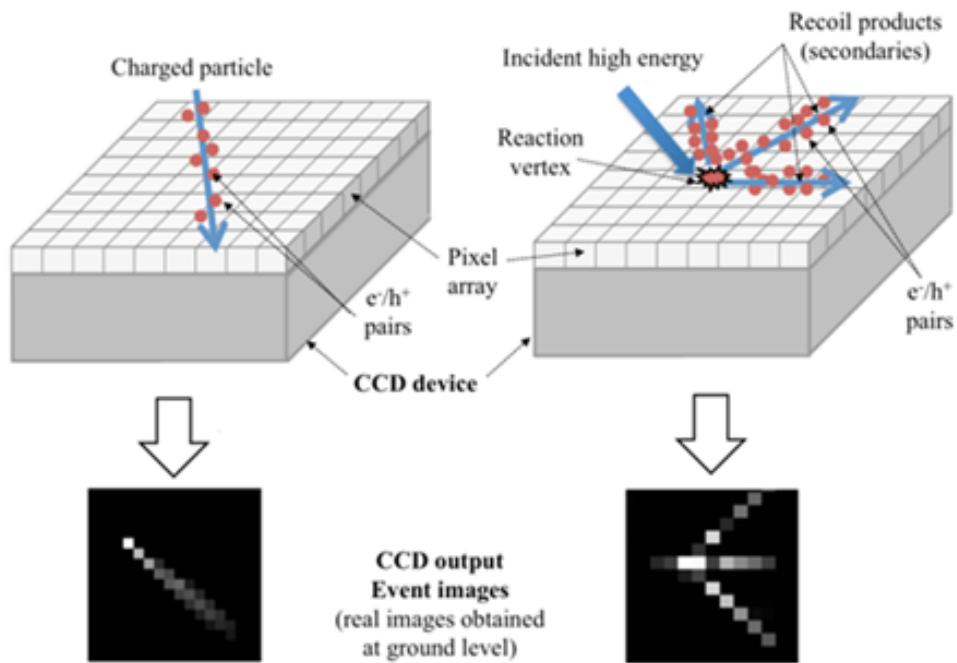
BLR-3 D-13 Q-2

Q13-2

BLR (Belarus)

Данные о ПЗС-матрице:

- Время экспозиции для получения изображения = 30 миллисекунд
- Количество пикселей на ПЗС-матрице = 1024×1024
- Размеры ПЗС-матрицы = 13 мм × 13 мм
- Толщина ПЗС-матрицы = 0.06 см
- Плотность кремния $\rho = 2.34 \text{ г/см}^3$
- Энергия возбуждения одной пары = 2.36 эВ
- Пороговое значение для количества пар в пикселе = 250 пар
- «Тормозящая способность» кремния для электрона с энергией 15 МэВ = $3.012 \text{ МэВ}\cdot\text{г}^{-1}\cdot\text{см}^2$



Theory



BLR-3 D-13 A-1

A13-1
BLR (Belarus)

Lucy: The First Mission to the Trojan Asteroids (15 points).

13.1 (10.0 pt)

$n =$

13.2 (5.0 pt)

Theory



BLR-3 D-13 W-1

W13-1

do not write on the back of this page

Theory



BLR-3 D-13 W-2

W13-2

Theory



BLR-3 D-13 W-3

W13-3

Theory



BLR-3 D-13 W-4

W13-4

BLR-3 D-14 C-1

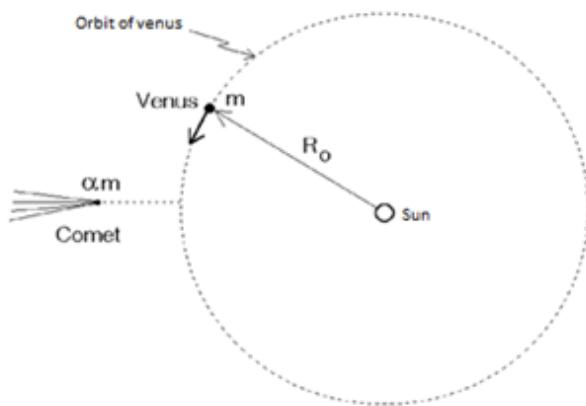
BLR-3 D-14 C
Syrakovash Artsemi

Theory Formation of the Venus Cover sheet

Please return this cover sheet together with all the related question sheets.

Formation of the Venus-2 (35 points).

A comet of mass αm is heading ("falls") radially towards the Sun. It is known that the total mechanical energy of the comet is zero. The comet crashes into Venus, whose mass is m . We further assume that the orbit of Venus, before the collision, is circular with radius R_0 . After the crash, the comet and Venus form a single object, called "Venus-2".



- | |
|--|
| 14.1 Find the expression in terms of M_{sun} and R_0 for the orbital speed, v_0 , of Venus before the collision. 1.0pt |
| 14.2 Find an expression for the total mechanical energy of Venus in its orbit before colliding with the comet. 1.0pt |
| 14.3 Find an expression for the radial velocity, v_r , the angular momentum, L , of "Venus-2" immediately after the collision. 10.0pt |
| 14.4 Find an expression for the mechanical energy of the combined object "Venus-2" and express it in terms of energy before the collision, E_i , and α . 5.0pt |
| 14.5 Show that the post-collision orbit of "Venus-2" is elliptical and determine the semi-major axis of the orbit. 5.0pt |
| 14.6 Determine if the year for the inhabitants of "Venus-2" has been shortened or lengthened because of collision with the comet. Write the ratio between the period of Venus-2 and Venus. 3.0pt |

Theory



BLR-3 D-14 Q-2

Q14-2

English (Official)

14.7 What should be the value of α such that the post-collision orbit of Venus-2 would make it crash in the Sun? We will call this as α_c 5.0pt

14.8 A comet with $\alpha = \alpha_c$ collided with Venus. Calculate the percentage change in the magnitude of Venus' velocity (δv) and the change in the direction of the velocity vector ($\delta\theta$) immediately after the collision. 5.0pt

Theory



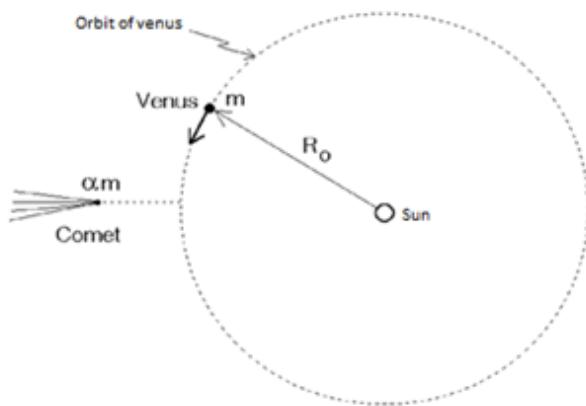
BLR-3 D-14 Q-1

Q14-1

BLR (Belarus)

Формирование Венеры-2 (35 баллов).

Комета массы αm движется («падает») радиально к Солнцу. Известно, что полная механическая энергия кометы равна нулю. Комета врезается в Венеру, масса которой равна m . Далее мы предполагаем, что орбита Венеры до столкновения круговая с радиусом R_0 . После столкновения комета и Венера образуют единый объект, получивший название Венера-2.



14.1 Выразите орбитальную скорость v_0 Венеры перед столкновением через M_{sun} и R_0 . 1.0pt

14.2 Выразите полную орбитальную механическую энергию Венеры E_i до столкновения с кометой. 1.0pt

14.3 Найдите выражение для радиальной скорости v_r и момента импульса L Венеры-2 сразу после столкновения. 10.0pt

14.4 Найдите выражение для механической энергии Венеры-2 и выразите его через энергию до столкновения (E_i) и α . 5.0pt

14.5 Покажите, что орбита Венеры-2 эллиптическая, и определите её большую полуось. 5.0pt

14.6 Определите, уменьшится или увеличится продолжительность года для «венерианцев» после столкновения с кометой. Запишите отношение орбитальных периодов Венеры-2 и Венеры. 3.0pt

Theory



BLR-3 D-14 Q-2

Q14-2

BLR (Belarus)

14.7 При каком значении α Венера-2 зацепила бы Солнце? Обозначим эту величину как α_c . 5.0pt

14.8 Комета с $\alpha = \alpha_c$ столкнулась с Венерой. Вычислите процентное изменение величины скорости Венеры (δv) и величину изменения направления вектора скорости ($\delta\theta$) сразу после столкновения. 5.0pt

Theory



BLR-3 D-14 A-1

A14-1
BLR (Belarus)

Formation of the Venus (35 points).

14.1 (1.0 pt)

$$v_0 =$$

14.2 (1.0 pt)

$$E_i =$$

14.3 (10.0 pt)

$$v_r =$$

$$L =$$

14.4 (5.0 pt)

$$E =$$

14.5 (5.0 pt)

14.6 (3.0 pt)

Theory



BLR-3 D-14 A-2

A14-2
BLR (Belarus)

14.7 (5.0 pt)

$\alpha_c =$

14.8 (5.0 pt)

Theory



BLR-3 D-14 W-1

W14-1

do not write on the back of this page

Theory



BLR-3 D-14 W-2

W14-2

Theory



BLR-3 D-14 W-3

W14-3

Theory



BLR-3 D-14 W-4

W14-4

Theory



BLR-3 D-14 W-5

W14-5

BLR-3 D-15 C-1

BLR-3 D-15 C
Syrakovash Artsemi

Theory Cosmic Strings

Cover sheet

Please return this cover sheet together with all the related question sheets.

Cosmic String (55 points).

Introduction

According to our current understanding, just after the Big Bang, when the Universe was extremely hot, the electromagnetic force, the strong nuclear force as well as the weak nuclear force were unified as one Grand Unified (GUT) force.

When the Universe cooled down to $T_{GUT} = 10^{29} K$, the strong nuclear force decoupled from the electroweak force. Later, when the temperature reduced to $T_{EW} = 10^{15} K$, the weak force decoupled from the electromagnetic force. These transitions happened in a rapid succession within a small fraction of a second after the Big Bang. It is thought that these phase transitions produced a variety of peculiar objects, called vacuum defects, which may still be observed today.

This question will discuss properties of one such possible type of defect called cosmic strings and their observational effects.

Note 1. Unless otherwise stated use the laws of Newtonian Mechanics

Note 2. You will use the following constants:

- Stefan Boltzmann Constant

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15 h^3 c^2} = \frac{\pi^2 k_B^4}{60 \hbar^3 c^2}$$

- The reduced Planck constant

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

- Universal Radiation Constant

$$a = \frac{4\sigma}{c} = 7.5657 \times 10^{-16} J m^{-3} K^{-4}$$

- Planck Temperature

$$T_{pl} = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G k_B^2}} = 1.416784 \times 10^{32} K$$

Note 3. Recall that the gravitational field \vec{g} satisfies the Gauss theorem:

$$\vec{g} \cdot \vec{A} = -4\pi G M_{in}$$

Where M_{in} is the mass enclosed by the surface A.

Theory



BLR-3 D-15 Q-2

Q15-2

English (Official)

Part A: Gravitational Field of a Cosmic String (22 points).

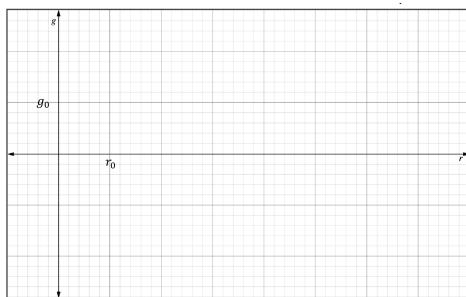
As a first approximation, let us consider a cosmic string as an infinitely long cylinder of radius r_0 and mass per unit length μ .



- A.1** Write an expression in terms of the constants G , μ and r_0 for the gravitational field produced by the string, $\vec{g}(r)$.
Consider the cases $r_0 < r$ and $r_0 > r$ independently 6.0pt

- A.2** Write an expression in terms of the constants G , μ and r_0 for $g_0 \equiv |\vec{g}(r_0)|$. 1.0pt

- A.3** Let g be defined as $\vec{g}(r) \cdot \hat{r}$. Draw a rough sketch of g vs. r in the figure given in the answer sheet 3.0pt



Theory



BLR-3 D-15 Q-3

Q15-3

English (Official)

- A.4** It is possible to define a stable orbit around a Cosmic String. For circular orbits of radius $R > r_0$ and period τ , the following relation is attained 4.0pt

$$R = A\tau^\alpha$$

where A and α are constants. Find A and α in terms of G and μ

The following three questions refers to a classical newtonian particle moving with speed v when at a distance $r > r_0$ from the string. You will need to use the result below:

$$\int_{x_0}^x \frac{dx}{x} = \ln\left(\frac{x}{x_0}\right)$$

- A.5** Show that the gravitational potential energy of the particle is 3.0pt

$$U = Gm\mu \ln\left(\frac{r}{b}\right)$$

where b is any fixed distance.

- A.6** What is the maximum distance, R_{\max} , from the string, that the particle can reach? 4.0pt

- A.7** Is it possible for the particle to escape the gravitational field? Write YES/NO in the answer sheet. 1.0pt

Theory



BLR-3 D-15 Q-4

Q15-4

English (Official)

Part B: Cosmic string as a photon gas (17 points).

Consider now a cosmic string as a photon gas inside a very long cylinder of radius r_0 with adiabatic walls, and in thermal equilibrium at temperature T .

- B.1** What is the energy density ρ of the string in terms of T , \hbar , k_B and c ? 2.0pt

- B.2** The radius r_0 is related to the temperature T via 4.0pt

$$r_0 = \frac{\hbar^{n_1} c^{n_2}}{k_B T},$$

where \hbar is the reduced Planck constant, and c is the speed of light in vacuum, k_B is the Boltzmann constant, and n_1 and n_2 are integer numbers. Determine n_1 and n_2

- B.3** What is the mass per unit length, μ , of the string in terms of ρ and r_0 ? 2.0pt

- B.4** Express the inequality for the weak field condition, defined as 5.0pt

$$\frac{2G\mu}{c^2} \ll 1,$$

only in terms of T and T_{pl} .

- B.5** Calculate $\frac{2G\mu}{c^2}$ for 3.0pt

$$\bullet T = T_{EW}$$

$$\bullet T = T_{GUT}$$

- B.6** Does the weak field condition hold for T_{EW} ? Answer YES or NOT. 1.0pt
Does the weak field condition hold for T_{GUT} ? Answer YES or NOT.

Theory



BLR-3 D-15 Q-5

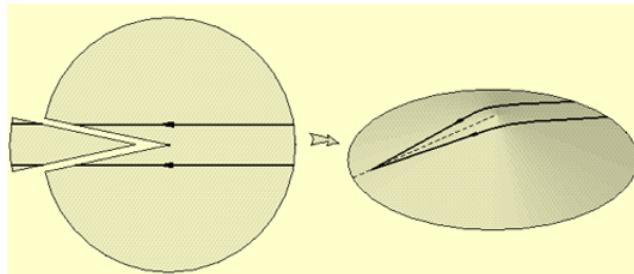
Q15-5

English (Official)

Part C: Gravitational Lensing from cosmic Strings (16 points).

So far, in part A and B, we have neglected the internal pressure of the photon gas inside the string. If we include it in our analysis, we need to consider the General Theory of Relativity.

After solving the Einstein field equations, one finds that the spacetime around a cosmic string is conical as if a narrow wedge were removed from a flat sheet and the edges connected, as shown below.



http://www.ctc.cam.ac.uk/outreach/origins/cosmic_structures_five.php

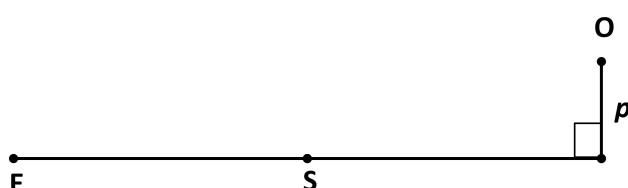
A remarkable result of this model is light deflection by a cosmic string, which leads to the possibility of detection through gravitational lensing.

The angle of deflection (in radians) of a light ray coming from a distant quasar (O in the figure below), as the light passes close to a cosmic string (S in the figure below) and eventually reaching an observer on the Earth, (E in the figure below), is

$$\delta\phi = \frac{4\pi G\mu}{c^2}$$

and is independent of the parameter, p , as shown in the figure below:

In the figure E and O are in a plane perpendicular to the string. The distance between the observer and the string is D_{ES} and the distance between the observer and the source is D_{OE}



- C.1 Although the angle of deflection does not depend on parameter p , an Earth-based observer will be able to see more than one image only if the value of p is within a certain range. Find a condition on the value of the parameter p in terms of D_{ES} , D_{OE} , and temperature T , for an Earth-based observer to see more than one image of the object O 6.0pt

- C.2 In case the observer sees more than one image, what is the angular separation between each pair? Find an expression in terms of D_{ES} , D_{OE} and $\delta\phi$ 6.0pt

Theory



BLR-3 D-15 Q-6

Q15-6

English (Official)

- C.3** If $D_{OE} = 2D_{ES}$, determine the minimum size of an optical telescope needed to resolve this lensing event produced by GUT string. 4.0pt

Космическая струна (55 баллов).

Введение

Согласно нашему нынешнему пониманию, сразу после Большого взрыва, когда Вселенная была чрезвычайно горячей, электромагнитное взаимодействие, сильное ядерное взаимодействие, а также слабое ядерное взаимодействие были объединены в одну силу Великого Объединения (GUT).

Когда Вселенная охладилась до $T_{GUT} = 10^{29}$ К, сильное взаимодействие «отвалилось» от электромагнитного. Затем, при температуре $T_{EW} = 10^{15}$ К, разделились слабое и электромагнитное. Эти события произошли очень быстро, в течение долей секунды после Большого Взрыва. Такие своеобразные фазовые переходы, по-видимому, создали много странных объектов, называемых дефектами вакуума, которые можно наблюдать сегодня.

В этой задаче предстоит исследовать особенности одного из возможных типов дефектов, называемого космической струной.

Примечание 1. Если не указано иное, используйте законы ньютонаской механики.

Примечание 2. Вам понадобятся следующие константы:

- постоянная Стефана-Больцмана

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15 h^3 c^2} = \frac{\pi^2 k_B^4}{60 \hbar^3 c^2}$$

- приведённая постоянная Планка

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

- универсальная постоянная излучения

$$a = \frac{4\sigma}{c} = 7.5657 \times 10^{-16} J m^{-3} K^{-4}$$

- Планковская температура

$$T_{pl} = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G k_B^2}} = 1.416784 \times 10^{32} K$$

Примечание 3. Гравитационное поле удовлетворяет теореме Гаусса:

$$\vec{g} \cdot \vec{A} = -4\pi G M_{in}$$

Где M_{in} — масса, заключенная внутри поверхности A.

Theory



BLR-3 D-15 Q-2

Q15-2

BLR (Belarus)

Часть А: Гравитационное поле космической струны (22 балла).

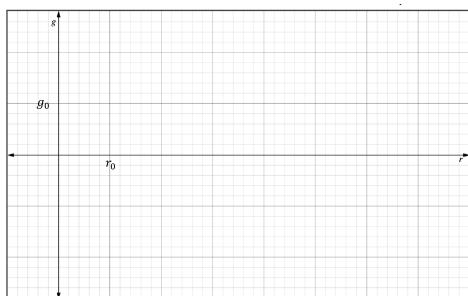
В первом приближении рассмотрим космическую струну как бесконечно длинный цилиндр радиуса r_0 и массы на единицу длины μ .



- A.1** Выразите напряжённость создаваемого струной гравитационного поля $\vec{g}(r)$ через G , μ , r_0 и расстояние до оси струны r .
Рассмотрите независимо случаи $r_0 < r$ и $r_0 > r$.

- A.2** Выразите $g_0 \equiv |\vec{g}(r_0)|$ через G , μ , r_0 .

- A.3** Пусть g равно $\vec{g}(r) \cdot \hat{r}$. Зарисуйте качественный график зависимости $g(r)$ на листе ответов (расчёты выполнять не нужно).



Theory



BLR-3 D-15 Q-3

Q15-3

BLR (Belarus)

- A.4** Вокруг космической струны можно обращаться по устойчивой орбите. Для круговых «вокругструнных» орбит радиусом $R > r_0$ с периодом τ выполнено следующее соотношение: 4.0pt

$$R = A\tau^\alpha$$

где A и α — некоторые коэффициенты. Выразите A и α через G и μ .

Следующие три вопроса относятся к классической ньютоновской частице, движущейся со скоростью v на расстоянии $r > r_0$ от струны. Вам может понадобиться:

$$\int_{x_0}^x \frac{dx}{x} = \ln\left(\frac{x}{x_0}\right)$$

- A.5** Покажите, что гравитационная потенциальная энергия частицы массой m может быть вычислена по формуле 3.0pt

$$U = Gm\mu \ln\left(\frac{r}{b}\right)$$

где b — некоторое фиксированное расстояние.

- A.6** Какое максимальное расстояние R_{\max} от струны может достигнуть частица? 4.0pt

- A.7** Может ли частица вырваться из гравитационного поля? Напишите ДА / НЕТ в листе для ответов. 1.0pt

Theory



BLR-3 D-15 Q-4

Q15-4

BLR (Belarus)

Часть В: Космическая струна как фотонный газ (17 баллов).

Теперь рассмотрим космическую струну как фотонный газ внутри очень длинного цилиндра радиуса r_0 с адиабатическими стенками, находящегося в тепловом равновесии при температуре T .

- B.1** Выразите объёмную плотность энергии струны ρ через T , \hbar , k_B и c . 2.0pt

- B.2** Радиус r_0 связан с температурой T соотношением 4.0pt

$$r_0 = \frac{\hbar^{n_1} c^{n_2}}{k_B T},$$

где \hbar — приведённая постоянная Планка, c — скорость света в вакууме, k_B — постоянная Больцмана, n_1 и n_2 — целые числа. Определите n_1 и n_2 .

- B.3** Какова масса струны на единицу длины μ в терминах ρ и r_0 ? 2.0pt

- B.4** Выразим неравенство для условия слабого поля, определяемого как 5.0pt

$$\frac{2G\mu}{c^2} \ll 1$$

через T и планковскую температуру T_{pl} .

- B.5** Вычислите $\frac{2G\mu}{c^2}$ при... 3.0pt

$$\bullet T = T_{EW}$$

$$\bullet T = T_{GUT}$$

- B.6** Выполнено ли условие слабого поля при T_{EW} ? Напишите YES или NOT. 1.0pt
Выполнено ли условие слабого поля при T_{GUT} ? Напишите YES или NOT.

Theory



BLR-3 D-15 Q-5

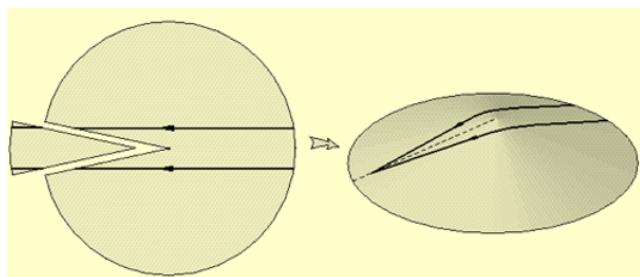
Q15-5

BLR (Belarus)

Часть С: Гравитационное линзирование от космических струн (16 баллов).

До сих пор в частях А и В мы пренебрегали внутренним давлением фотонного газа внутри струны. Если мы включим это в наш анализ, нам нужно будет рассмотреть Общую теорию относительности.

После решения уравнений поля Эйнштейна можно обнаружить, что пространство-время вокруг космической струны имеет коническую форму, как если бы с плоского листа удалили узкий клин и соединили края, как показано ниже.



http://www.ctc.cam.ac.uk/outreach/origins/cosmic_structures_five.php

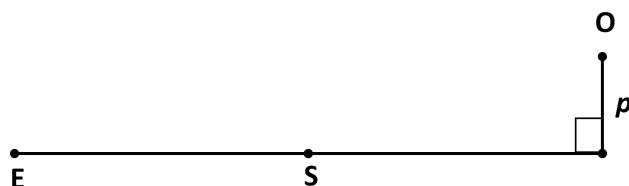
Замечательный результат: свет должен отклоняться струной, что даёт возможность обнаружить струну по событиям гравитационного линзирования.

Угол отклонения (в радианах) луча, идущего от далёкого квазара (литера **O** на чертеже ниже), проходящего около струны (литера **S**) и достигающего земного наблюдателя (литера **E**), есть

$$\delta\phi = \frac{4\pi G\mu}{c^2}$$

Он не зависит от параметра p .

Точки **E** и **O** располагаются в плоскости, перпендикулярной оси струны. Расстояние от наблюдателя до струны D_{ES} , от наблюдателя до источника D_{OE} .



- C.1** Несмотря на то, что угол отклонения луча не зависит от параметра p , лишь при определенных значениях этого параметра земной наблюдатель может увидеть несколько изображений. Найдите, при каких значениях p земной наблюдатель видит более одного изображения объекта **O**. Выразите это условие через D_{ES} , D_{OE} и температуру струны T . 6.0pt

Theory



BLR-3 D-15 Q-6

Q15-6

BLR (Belarus)

C.2 Выразите наблюдаемое угловое расстояние между изображениями через D_{ES} , D_{OE} и $\delta\phi$. 6.0pt

C.3 Пусть $D_{OE} = 2D_{ES}$. Оцените минимальную апертуру оптического телескопа, который необходим для разрешения пары изображений, созданных струной при температуре струны GUT. 4.0pt

Theory



BLR-3 D-15 A-1

A15-1
BLR (Belarus)

Cosmic Strings (55 points).

Part A: Gravitational Field of a Cosmic String (22 points).

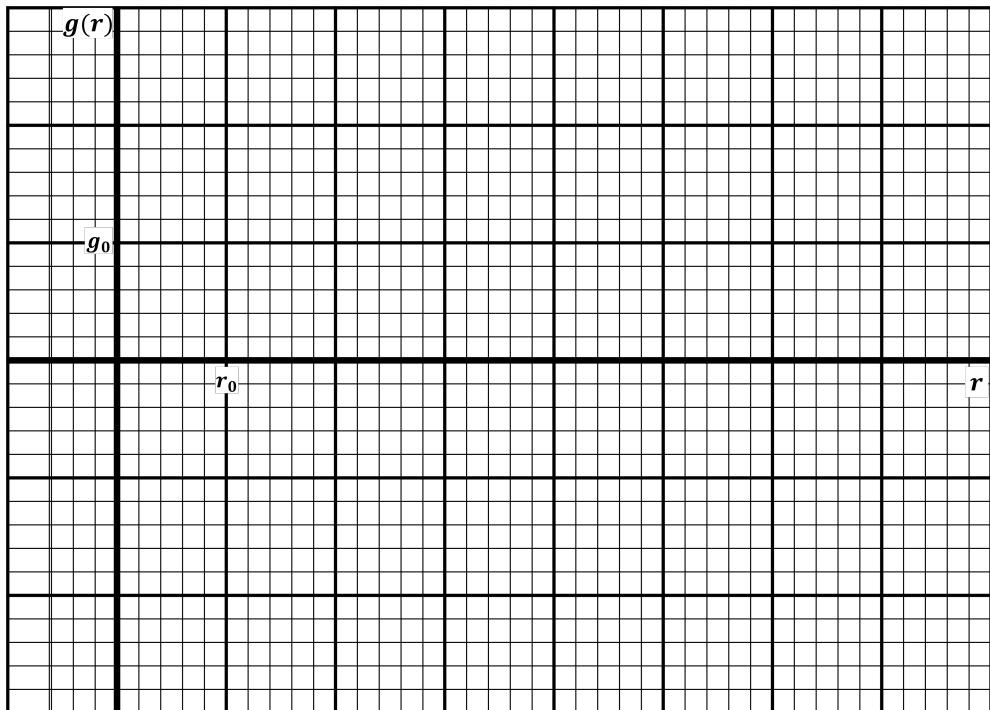
A.1 (6.0 pt)

$$\begin{aligned} r < r_0 \\ &\bullet \vec{g}(r) = \\ r > r_0 \\ &\bullet \vec{g}(r) = \end{aligned}$$

A.2 (1.0 pt)

$$g_0 =$$

A.3 (3.0 pt)



A.4 (4.0 pt)

$$A(G, \mu) =$$

$$\alpha(G, \mu) =$$

Theory



BLR-3 D-15 A-2

A15-2
BLR (Belarus)

A.5 (3.0 pt)

A.6 (4.0 pt)

$$R_{max} =$$

A.7 (1.0 pt)

Часть В. Струна как фотонный газ (17 баллов)

B.1 (2.0 pt)

B.2 (4.0 pt)

B.3 (2.0 pt)

B.4 (5.0 pt)

B.5 (3.0 pt)

B.6 (1.0 pt)

Часть С. Струна как гравитационная линза (16 баллов)

C.1 (6.0 pt)

C.2 (6.0 pt)

C.3 (4.0 pt)

Theory



BLR-3 D-15 W-1

W15-1

do not write on the back of this page

Theory



BLR-3 D-15 W-2

W15-2

Theory



BLR-3 D-15 W-3

W15-3

Theory



BLR-3 D-15 W-4

W15-4

Theory



BLR-3 D-15 W-5

W15-5

Theory



BLR-3 D-15 W-6

W15-6

Theory



BLR-3 D-15 W-7

W15-7

Theory



BLR-3 D-15 W-8

W15-8
