

**11.5.** Дан выпуклый четырехугольник  $ABCD$ , в котором  $AB = BD$  и  $\angle CDA = 90^\circ$ . Диагонали  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $E$ , а точка  $M$  выбрана на стороне  $AB$  так, что  $AM = 2BM$ .

Докажите, что прямые  $AD$ ,  $BC$  и  $ME$  пересекаются в одной точке.

**11.6.** Про множество  $H$ , состоящее из хотя бы двух натуральных чисел, известно, что в нём нет чисел с разностью 1 и что наибольший общий делитель всех чисел множества  $H$  равен 1.

Докажите, что в  $H$  существуют различные элементы  $n$  и  $m$  такие, что ни один простой делитель числа  $|n - m|$  не принадлежит  $H$ .

**11.7.** Найдите все действительные числа  $\alpha$ , для которых существует непостоянная ограниченная функция  $f$ , определённая на множестве действительных чисел и принимающая действительные значения, такая, что при всех действительных значениях аргумента  $x$  верно равенство

$$f(x - 1) + f(x + 1) = \alpha f(x).$$

**11.8.** На плоскости даны  $n \geq 3$  точек, все попарные расстояния между которыми не больше 1. Настя записала в каждую точку одно положительное действительное число таким образом, что расстояние между любыми двумя точками не меньше суммы чисел, записанных в этих точках.

Докажите, что сумма записанных Настей чисел меньше  $1,5\sqrt{n}$ .