

LXXI Белорусская математическая олимпиада школьников

8 класс

5. Пусть $f(x)$ — линейная функция, а k, ℓ и m — попарно различные действительные числа. Известно, что $f(k) = \ell^3 + m^3$, $f(\ell) = m^3 + k^3$ и $f(m) = k^3 + \ell^3$.

Найдите численное значение суммы $k + \ell + m$.

6. Для четырёх попарно различных натуральных чисел a, b, c и d вычислили шесть величин: $ab + 10$, $ac + 10$, $ad + 10$, $bc + 10$, $bd + 10$ и $cd + 10$.

Какое наибольшее количество из этих величин могло оказаться полными квадратами?

7. В ряду $n_1 < n_2 < \dots < n_k$ выписаны все натуральные n , при которых в квадрате $n \times n$ можно отметить 10 клеток так, чтобы в любом квадрате 3×3 было отмечено нечётное количество клеток.

Найдите n_{k-2} .

8. На сторонах AB, BC, CD и DA единичного квадрата $ABCD$ отметили точки P, Q, R и S , соответственно. Оказалось, что периметр четырёхугольника $PQRS$ равен $2\sqrt{2}$.

Найдите сумму длин перпендикуляров, опущенных из вершин A, B, C и D на прямые SP, PQ, QR и RS , соответственно.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

Время работы: 4,5 часа