

LXXI Белорусская математическая олимпиада школьников

10 класс

1. Решите уравнение $4 \cdot (a!)^2 = b! + 4 \cdot a!$ в натуральных числах a и b .

2. Дан острый угол и точка K внутри него. Найдите геометрическое место лежащих внутри этого угла точек L таких, что через точки K и L можно провести параллельные прямые, отсекающие от угла треугольники, площадь одного из которых в 2 раза больше площади другого.

3. Дан квадратный трёхчлен $p(x)$ со старшим коэффициентом, равным единице. Известно, что при некотором действительном a в ряду чисел

$$p(p(a)+a), \ p(p(a+1)+a+1), \ p(p(a+2)+a+2), \ \dots, \ p(p(a+9)+a+9)$$

среди любых трёх подряд идущих есть нуль.

Найдите все возможные значения разности корней многочлена $p(x)$.

4. На клетчатую доску размера 7×7 выкладывают без наложений уголки вида , образованные тремя клетками (уголок можно поворачивать на угол, кратный 90° , границы уголков идут по линиям сетки).

Какое наименьшее количество уголков необходимо разместить на доске, чтобы больше ни одного уголка выложить было невозможно?

Пользоваться калькулятором не разрешается.
Время работы: 5 часов