

LXXI Белорусская математическая олимпиада школьников

**8 класс**

**1.** Решите уравнение  $4k! + 1 = (2n! + 1)^2$  в натуральных числах  $k$  и  $n$ .

**2.** На клетчатую доску размера  $8 \times 8$  выкладывают без наложений уголки вида , образованные тремя клетками (уголок можно поворачивать на угол, кратный  $90^\circ$ , границы уголков идут по линиям сетки).

Какое наименьшее количество уголков необходимо разместить на доске, чтобы больше ни одного уголка выложить было невозможно?

**3.** В параллелограмме  $ABCD$  угол  $ADC$  тупой. Из точки  $A$  опустили перпендикуляр  $AH$  на прямую  $CD$ , а из точки  $C$  опустили перпендикуляр  $CE$  на прямую  $AD$ . Прямые  $AH$  и  $CE$  пересекаются в точке  $K$ .

Докажите, что прямые  $HE$  и  $BK$  перпендикулярны.

**4.** Назовём разбиение множества чисел  $1, 2, \dots, 3n$  на тройки  $(a_1, b_1, c_1)$ ,  $(a_2, b_2, c_2)$ ,  $\dots$ ,  $(a_n, b_n, c_n)$  *хорошим*, если справедливы равенства

$$a_1 = b_1 + 2c_1 - 1, \quad a_2 = b_2 + 2c_2 - 1, \quad \dots, \quad a_n = b_n + 2c_n - 1.$$

Найдите все хорошие разбиения, считая разбиения, которые отличаются лишь порядком следования троек, одинаковыми.

---

Пользоваться калькулятором не разрешается.  
Время работы: 4,5 часа