

**11.1.** По кругу записаны числа  $1, 2, \dots, 2025$  в порядке возрастания. Для каждых трёх подряд записанных чисел  $i, j, k$  построили многочлен  $(x - i)(x - j)(x - k)$ . Пусть  $s(x)$  – сумма всех таких 2025 многочленов.

Докажите, что у многочлена  $s(x)$  есть целый корень.

**11.2.** На доске  $n \times n$  стоит красная фишка. За один ход фишка либо передвигается ходом шахматного коня и не изменяет свой цвет, либо передвигается ходом шахматного слона и изменяет свой цвет с красного на синий или с синего на красный. Через некоторое время оказалось, что фишка побывала на всех клетках доски ровно дважды.

Докажите, что число клеток, на каждой из которых фишка побывала и синей, и красной, чётное.

**11.3.** Дан произвольный треугольник  $ABC$ . При помощи циркуля и линейки постройте три попарно касающиеся окружности  $\omega_A, \omega_B$  и  $\omega_C$  равного радиуса так, чтобы точка  $A$  лежала на  $\omega_A$ , точка  $B$  – на  $\omega_B$ , а точка  $C$  – на  $\omega_C$ .

**11.4.** Дано конечное множество простых чисел  $S$ , не содержащее 3. Докажите, что существует натуральное число  $M$ , обладающее следующим свойством: для любого числа  $p$  из множества  $S$  в десятичной записи числа  $M$  можно переставить цифры так, чтобы полученное число делилось на  $p$ , но не делилось ни на какое другое число из множества  $S$ . (Десятичная запись натурального числа не должна начинаться с нуля.)