

10 класс

2-й вариант

1-й тур = 1-й день

10.1. Сколько решений в целых неотрицательных числах имеет уравнение $x + 3y + 9z = 900$?

10.2. Человек шел домой вверх по течению ручья со скоростью в 1,5 раза большей, чем скорость течения. В руках у него были шляпа и палка. Он бросил в ручей шляпу, перепутав ее с палкой, и продолжал идти с той же скоростью некоторое время. Вскоре он заметил ошибку, швырнул в ручей палку и побежал назад со скоростью вдвое большей, чем шел вперед. Догнав плывущую шляпу, он мгновенно выудил ее из воды, повернулся и пошел вверх по течению с первоначальной скоростью. Через 10 мин человек встретил плывущую по ручью палку. На сколько минут раньше он пришел бы домой, если бы не перепутал шляпу с палкой?

10.3. На стороне треугольнике AC треугольника ABC взяты точки X_1, X_2, \dots, X_n , через которые проведены прямые параллельные сторонам CB и AB соответственно. Первые n из этих прямых пересекают сторону AB в точках A_1, A_2, \dots, A_n (при этом получаются отрезки $X_1A_1, X_2A_2, \dots, X_nA_n$), а остальные пересекают сторону CB в точках C_1, C_2, \dots, C_n (при этом получаются отрезки $X_1C_1, X_2C_2, \dots, X_nC_n$). Найдите площадь треугольника ABC , если известно, что площади треугольников, получающихся при пересечении сторон AB , BC и названных отрезков равны соответственно $S_1, S_2, \dots, S_n, S_{n+1}$.

10.4. Найдите функции $f(x)$ и $g(x)$, удовлетворяющие системе уравнений:

$$\begin{cases} f(2x+1) + 2xg(2x+1) = 4x, \\ f\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right) + g\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right) = 2x - 1. \end{cases}$$