

8.5. Даша и Максим вместе копят с нуля на новый компьютер. Для этого они устроились на работу и откладывают все заработанные деньги. Они уже проработали один месяц, но денег ещё недостаточно. Известно, что, если Максиму в следующем месяце увеличат зарплату в 2 раза, а Даше – нет, то по окончании второго месяца они смогут купить компьютер, но на два им не хватит. А если Даше в следующем месяце увеличат зарплату в 7 раз, а Максиму – нет, то по окончании второго месяца они смогут купить 2 таких компьютера, но на третий им не хватит.

Сколько месяцев ушло бы у Даши, чтобы в одиночку накопить на такой компьютер?

8.6. Дан параллелограмм $ABCD$ и точка E вне его. Точки F и G таковы, что четырёхугольники $EBFA$ и $ECGD$ – параллелограммы. Прямые FA и GD пересекаются в точке P , а прямые FB и GC – в точке Q .

Докажите, что $EP = EQ$.

8.7. Дана таблица $2 \times n$. Вначале Матвей заполняет клетки таблицы числами $1, 2, \dots, 2n$, используя каждое число по одному разу. Потом Никита разбивает таблицу на доминошки: прямоугольники 1×2 и 2×1 . Никита хочет, чтобы у всех доминошек отличались суммы чисел, записанных в их клетки, а Матвей – чтобы какие-нибудь из этих сумм совпали.

Для каждого $n \geq 4$ определите, кто из друзей может добиться желаемого вне зависимости от действий другого.

8.8. В каждую клетку таблицы 3×3 вписали по одному натуральному числу так, что все девять записанных чисел различны и любые два числа, записанные в клетках, имеющих общую сторону, не взаимно просты.

Найдите наименьшее возможное произведение всех чисел в таблице.