

9.5. Дана последовательность x_1, x_2, \dots, x_{100} ненулевых действительных чисел такая, что $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n} = 1 - \frac{n}{x_n}$ при всех n от 1 до 100 включительно.

Найдите значение x_{100} .

9.6. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC отметили точки A_1 и B_1 такие, что $AB_1 = AC$ и $BA_1 = BC$. Описанная окружность треугольника A_1CB_1 пересекает катет AC в точках C и X , а катет BC в точках C и Y .

Докажите, что центр вписанной окружности треугольника ABC лежит на отрезке XY .

9.7. Лист бумаги размера 9×9 разрезали на несколько прямоугольников, стороны которых целые. Общая длина разрезов равна 104.

Докажите, что хотя бы один из полученных прямоугольников имеет размер 1×1 .

9.8. Дано простое число $p > 2$. Множество M , состоящее из $\frac{p-1}{2}$ натуральных чисел, назовём *хорошим*, если, выписав для каждого элемента $a \in M$ на доску числа a и $2a + 3$, получим набор из $p - 1$ чисел, дающих попарно различные остатки при делении на p .

а) Определите, существует ли хороший набор, если $p = 73$.

б) Для каждого простого числа p вида $2^k + 1$, $k \in \mathbb{N}$, определите, существует ли хороший набор.