

1. Докажите, что для любого натурального числа все его натуральные делители можно расположить по кругу так, чтобы среди любых двух соседних делителей один делился на другой.

2. Дано натуральное число n . На отрезке $[0, n]$ числовой прямой отметили m различных отрезков с целочисленными концами. Оказалось, что среди этих отрезков нельзя выбрать несколько отрезков суммарной длины n , объединение которых совпадало бы со всем отрезком $[0, n]$.

(Два отрезка считаются различными, если у них не совпадают пары концов. Смещать отрезки запрещено.)

Найдите максимально возможное значение числа m .

3. Через точку $F(0; \frac{1}{4})$ координатной плоскости проведены две взаимно перпендикулярные прямые, пересекающие параболу $y = x^2$ в точках A, B, C и D (точки названы в порядке возрастания их абсцисс). Разность проекций отрезков AD и BC на ось абсцисс равна m .

Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$.

4. На полуокружности с диаметром AB и центром O отмечена точка D . Точки E и F — середины меньших дуг AD и BD соответственно. Оказалось, что прямая, соединяющая точки пересечения высот треугольников ADF и BDE , проходит через точку O .

Найдите градусную меру угла AOD .