

11.5. Дан выпуклый четырехугольник $ABCD$, в котором $AB = BD$ и $\angle CDA = 90^\circ$. Диагонали AC и BD пересекаются в точке E , а точка M выбрана на стороне AB так, что $AM = 2BM$.

Докажите, что прямые AD , BC и ME пересекаются в одной точке.

11.6. Про множество H , состоящее из хотя бы двух натуральных чисел, известно, что в нём нет чисел с разностью 1 и что наибольший общий делитель всех чисел множества H равен 1.

Докажите, что в H существуют различные элементы n и m такие, что ни один простой делитель числа $|n - m|$ не принадлежит H .

11.7. Найдите все действительные числа α , для которых существует непостоянная ограниченная функция f , определённая на множестве действительных чисел и принимающая действительные значения, такая, что при всех действительных значениях аргумента x верно равенство

$$f(x - 1) + f(x + 1) = \alpha f(x).$$

11.8. На плоскости даны $n \geq 3$ точек, все попарные расстояния между которыми не больше 1. Настя записала в каждую точку одно положительное действительное число таким образом, что расстояние между любыми двумя точками не меньше суммы чисел, записанных в этих точках.

Докажите, что сумма записанных Настей чисел меньше $1,5\sqrt{n}$.