

10.5. На правой ветви гиперболы $y = \frac{1}{x}$ взяты точки A_1, A_2, \dots, A_{10} ,
абсциссы которых равны $a, 2a, \dots, 2^9a$ соответственно ($a > 0$).

Найдите площадь десятиугольника $A_1A_2 \dots A_{10}$.

10.6. Докажите, что для любого натурального числа n найдётся такое
натуральное число k , что число $3^k + 4^k - 1$ делится на 12^n .

10.7. Точка D — середина основания BC равнобедренного треугольни-
ка ABC . На описанной окружности треугольника ABD отмечена произ-
вольная точка P , отличная от A . Точка O — центр описанной окружности
треугольника ACP , а точка Q — основание перпендикуляра, опущенного
из точки C на прямую AO .

Докажите, что центр описанной окружности треугольника ABQ ле-
жит на прямой AP .

10.8. На планете Альфамегацентавра есть 2023 города, некоторые из
них соединены между собой двухсторонними авиалиниями. При этом, сре-
ди любых четырёх городов найдутся два, между которыми нету прямого
авиасообщения.

Найдите наибольшее возможное количество троек городов Альфаме-
гацентавры таких, что между любыми двумя городами тройки есть авиа-
линия.