

LXXI Белорусская математическая олимпиада школьников

9 класс

1. В первой четверти координатной плоскости нарисован график функции $y = \frac{2}{x}$. На нём отмечены точки B_1 , B_2 и B_3 , сумма абсцисс которых равна 20, а сумма ординат равна 21. Точка A имеет координаты $(2; 2)$.

Найдите сумму $AB_1 + AB_2 + AB_3$.

2. Решите уравнение в действительных числах:

$$[x]\{x\} + 2x = \{x\} + 9.$$

(Здесь через $[x]$ обозначена целая часть числа x , а через $\{x\}$ — его дробная часть; $\{x\} = x - [x]$.)

3. На боковых сторонах AB и CD трапеции $ABCD$ отметили точки K и L соответственно так, что $KL \parallel AD$. Известно, что $AD = 9$, $BC = 4$ и $KL = 6$. Отрезки BL и CK пересекаются в точке P , а отрезки AL и DK — в точке T .

Определите все возможные значения отношения, в котором отрезок KL может делить отрезок PT .

4. В футбольном турнире каждая команда сыграла с каждой ровно по одному разу. По окончании турнира выяснилось, что все команды набрали разные количества очков, а команда, занявшая последнее место, проиграла меньше матчей, чем команда-победитель турнира.

Какое наименьшее количество команд могло участвовать в турнире? (В футболе команда, выигравшая матч, получает три очка, проигравшая — нуль, а в случае ничьи обе команды получают по одному очку.)

Пользоваться калькулятором не разрешается.

Время работы: 5 часов