

8.5. Десять мартышек разделили между собой 60 бананов. Каждая мартышка получила хотя бы один банан, при этом любые две мартышки получили различное целое число бананов.

Докажите, что любые шесть мартышек могут распределить все свои бананы между другими так, что у каждой мартышки из четырёх оставшихся в итоге окажется равное число бананов.

8.6. Клетчатый квадрат 8×8 разбили на прямоугольники, состоящие из двух клеток. Два прямоугольника разбиения назовём *соседними*, если они граничат между собой по отрезку длины 1 или 2. В каждый прямоугольник записали количество соседних с ним прямоугольников.

Найдите наибольшее возможное значение суммы всех записанных чисел.

8.7. Ян и Кирилл играют в игру. Сначала Кирилл называет четыре числа $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$, а затем Ян называет три попарно различных ненулевых числа a_1, a_2 и a_3 . Для каждого i от 1 до 3 они находят квадратный трёхчлен $f_i(x)$, который имеет корни x_i и x_{i+1} и старший коэффициент a_i , и строят на координатной плоскости графики полученных трёх многочленов. Ян выигрывает, если в каждой паре $(f_1(x), f_2(x))$ и $(f_2(x), f_3(x))$ их графики пересекаются ровно в одной точке, а если в какой-то паре графики не пересекаются или имеют больше одной общей точки, то выигрывает Кирилл.

Определите, какой из игроков может гарантировать себе победу независимо от действий соперника.

8.8. На стороне CD параллелограмма $ABCD$ выбрана произвольная точка E . Перпендикуляр, опущенный из точки C на прямую BE , пересекает перпендикуляр, опущенный из точки D на прямую AE , в точке P . Точка M – середина отрезка PE .

Докажите, что перпендикуляр, опущенный из точки M на прямую CD , проходит через центр параллелограмма $ABCD$.