

**9.5.** Юра и Влад играют в игру на клетчатой таблице  $4 \times 100$ . Сначала Юра выбирает 73 квадрата  $2 \times 2$  (квадраты могут пересекаться между собой, но не могут совпадать). Затем Влад красит клетки таблицы в 4 цвета так, чтобы и в каждом столбце таблицы, и в каждом квадрате, выбранном Юрой, присутствовали клетки всех 4 цветов. После этого за каждый не выбранный Юрой квадрат  $2 \times 2$ , в котором встречаются клетки всех 4 цветов, Влад платит Юре по две копейки.

Какое наибольшее количество копеек Юра может получить независимо от действий Влада?

**9.6.** Даны пары  $(a_1, b_1), (a_2, b_2), \dots, (a_n, b_n)$  неотрицательных действительных чисел такие, что для любых действительных чисел  $x$  и  $y$  верно равенство

$$\sqrt{a_1x^2 + b_1y^2} + \sqrt{a_2x^2 + b_2y^2} + \dots + \sqrt{a_nx^2 + b_ny^2} = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Докажите, что  $a_1 = b_1, a_2 = b_2, \dots, a_n = b_n$ .

**9.7.** Найдите все пары натуральных чисел  $(m, n)$ , для которых верно равенство

$$(m^n - n)^m = n! + m.$$

**9.8.** Дан правильный шестиугольник  $H$  со стороной 1. На сторонах шестиугольника  $H$  отметили внутренние точки  $A_1, A_2, \dots, A_k$  такие, что по крайней мере одна из них является серединой стороны и для каждого  $i$  от 1 до  $k$  прямые  $A_{i-1}A_i$  и  $A_iA_{i+1}$  образуют равные углы со стороной, содержащей точку  $A_i$  (считаем, что  $A_0 = A_k$  и  $A_{k+1} = A_1$ ). Известно, что длина ломаной  $A_1A_2 \dots A_kA_1$  равна натуральному числу  $n$ .

Докажите, что  $n$  делится на 3.