

9 класс

2-й вариант

2-й тур = 2-й день

- 9.5.** Положительные числа x_1, x_2, \dots, x_n таковы, что $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1$.
Докажите, что

$$\frac{x_1^2}{2x_1 + 3x_2} + \frac{x_2^2}{2x_2 + 3x_3} + \dots + \frac{x_n^2}{2x_n + 3x_1} > \frac{1}{12}.$$

- 9.6.** Пусть на плоскости даны 50 различных точек с целыми координатами.
Докажите, что существует отрезок, соединяющий какие-то две данные
точки, и на котором лежит не менее семи точек с целыми координатами
(с учетом концевых точек; при этом все эти семь точек не обязательно
входят в число заданных).

- 9.7.** На сторонах AB и AC равностороннего треугольника ABC взяты точки E и D соответственно так, что $AD:DC = BE:EA = 1:2$. Пусть F – точка
пересечения отрезков BD и CF . Докажите, что прямые AF и CE
пересекаются под прямым углом.

- 9.8.** Про высший совет магов известно два факта:

- 1) каждый член высшего совета дружит ровно с десятью другими членами высшего совета;
- 2) для любых десяти членов высшего совета найдется 11-ый, который дружит с каждым из этих десяти.

Какое максимальное число магов может быть в высшем совете магов?