

**10.1.** Для некоторого натурального числа  $n \geq 2$  выписали все делители в порядке возрастания:  $1 = d_1 < d_2 < \dots < d_k = n$ . Оказалось, что разности  $d_2 - d_1, d_3 - d_2, \dots, d_k - d_{k-1}$  – это числа  $1, 3, \dots, 2k - 3$ , расставленные в некотором порядке.

Найдите все  $n$ , для которых это возможно.

**10.2.** Какое наименьшее количество вершин правильного 2024-угольника  $P$  можно отметить так, чтобы у любого правильного многоугольника, все вершины которого находятся в вершинах многоугольника  $P$ , была отмечена хотя бы одна вершина?

**10.3.** Найдите все функции  $f(x)$ , определённые на множестве действительных чисел и принимающие действительные значения, такие, что для любых действительных чисел  $x$  и  $y$  верно равенство

$$1 + f(xy) = f(x + f(y)) + (y - 1)f(x - 1).$$

**10.4.** Дан параллелограмм  $ABCD$ . Окружность с центром  $I$ , вписанная в треугольник  $ABC$ , касается его сторон  $AB$ ,  $BC$  и  $CA$  в точках  $R$ ,  $P$  и  $Q$  соответственно. Луч  $DI$  пересекает отрезок  $AB$  в точке  $S$ . Оказалось, что  $\angle DPR = 90^\circ$ .

Докажите, что окружность с диаметром  $AS$  касается окружности, описанной около треугольника  $DPQ$ .