

9.5. Многочлен $P(x) = a_{2n}x^{2n} + a_{2n-1}x^{2n-1} + \dots + a_1x + a_0$ ($a_{2n} \neq 0$) не имеет действительных корней.

Докажите, что многочлен $Q(x) = a_{2n}x^{2n} + a_{2n-2}x^{2n-2} + \dots + a_2x^2 + a_0$ также не имеет действительных корней.

9.6. Найдите наибольшее натуральное число n такое, что разность $(n!)^6 - 6^n$ делится на 2022.

(Как обычно, через $n!$ обозначено произведение всех чисел от 1 до n включительно.)

9.7. На одной из сторон угла величины 60° с вершиной O отмечена фиксированная точка F . На другой стороне выбирается произвольная точка A , а на продолжении стороны OF за точку F — точка B так, что $OA = FB$. На отрезке AB строятся равносторонние треугольники ABC и ABD так, что точки O и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB , а точка D — в другой.

а) Докажите, что у всех построенных равносторонних треугольников ABC вершина C общая.

б) Докажите, что вершины D всех построенных равносторонних треугольников ABD лежат на одной прямой.

9.8. На гранях куба записали некоторые натуральные числа. На каждом ребре записали сумму чисел на тех двух гранях, у которых данное ребро является общим. А в каждой вершине записали сумму чисел на тех трёх гранях, у которых данная вершина является общей. Оказалось, что все записанные числа (на гранях, рёбрах и в вершинах) различны.

Найдите наименьшее возможное значение суммы всех записанных чисел.