

LXXII Белорусская математическая олимпиада школьников

9 класс

5. На доске написано число 98765432198765432. Двое по очереди вычеркивают цифры. Проигрывает тот, после чьего хода либо не осталось цифр, либо число, образованное ими, делится на 3.

Кто выиграет (начинающий или второй игрок) независимо от игры соперника?

6. Пусть

$$A + 6x + 3y = 3 + 4x^2 + xy + 4x^2y + y^2 + 2xy^2 + x^2y^2,$$

где x , y и A – действительные числа.

Найдите наименьшее значение, которое может принимать число A .

7. Произведение трех натуральных чисел является кубом некоторого натурального числа, а попарные разности этих трех чисел равны 4, 5 и 9.

Найдите все возможные значения, которые может принимать наименьшее из этих чисел.

8. Окружность ω с центром I вписана в треугольник ABC и касается его сторон BC , AC и AB в точках D , E и F соответственно. Прямая DI повторно пересекает ω в точке G , а прямая AG повторно пересекает ω в точке H . Пусть M – точка пересечения стороны BC и касательной к окружности ω , проведенной в точке H .

Найдите все возможные значения отношения $BC : BM$.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

Время работы: 5 часов