

9.1. Может ли сумма $(x+1)^2 + (x+2)^2 + \dots + (x+9)^2$ быть кубом натурального числа при некотором натуральном x ?

9.2. На плоскости нарисованы два многоугольника $A_1A_2\dots A_{2025}$ и $B_1B_2\dots B_{2025}$ без общих вершин. Помимо отрезков, которые являются сторонами многоугольников, провели ещё 2025 отрезков: $A_1B_1, A_2B_2, \dots, A_{2025}B_{2025}$. Раскраска всех вершин двух многоугольников в чёрный или белый цвета называется *хорошой*, если для каждой вершины в чёрный цвет покрашено нечётное количество вершин, с которыми она соединена отрезком.

Найдите количество всех хороших раскрасок.

9.3. Даны действительные числа x и y такие, что $x^2 + xy + y^2 \geq x^3 + y^3$.

Какое наибольшее значение может принимать сумма $x + y$?

9.4. На плоскости нарисована окружность Ω единичного радиуса. Два мальчика: Ма и Гео играют в игру. Вначале Ма отмечает произвольную точку X внутри Ω . После этого Гео называет число $\alpha \in (0, 90]$. Затем Ма проводит через X две прямые, угол между которыми равен α° , и отмечает точки пересечения A, B, C и D проведённых прямых с Ω .

Найдите наименьшее возможное значение P , для которого Гео может добиться того, чтобы неравенство $XA^2 + XB^2 + XC^2 + XD^2 \leq P$ выполнялось вне зависимости от действий Ма.