

**10.5.** Высоты остроугольного треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $H$ . На стороне  $BC$  отметили точку  $P$  такую, что  $\angle HPC = \angle BAC$ .

Докажите, что центр описанной окружности треугольника  $BHP$  лежит на прямой  $AB$ .

**10.6.** Найдите все пары  $(p, q)$  простых чисел, удовлетворяющих равенству

$$p^{2q+1} = q^p + 2023.$$

**10.7.** В выпуклом  $n$ -угольнике провели несколько диагоналей так, что каждая проведённая диагональ пересекается во внутренних точках не более, чем с одной другой. В результате  $n$ -угольник разился на меньшие многоугольники.

Определите, какое максимальное количество треугольников могло оказаться среди них.

**10.8.** На доске записали три многочлена с действительными коэффициентами:

$$\begin{aligned} &x^4 + a_1x^3 + b_1x^2 - 2x + 1, \\ &x^4 + a_2x^3 + b_2x^2 - 2x + 1 \quad \text{и} \quad x^4 + a_3x^3 + b_3x^2 - 2x + 1. \end{aligned}$$

Оказалось, что  $a_1b_2 > a_2b_1$ ,  $a_2b_3 > a_3b_2$  и  $a_3b_1 > a_1b_3$ .

Докажите, что хотя бы один из записанных на доске многочленов имеет действительный корень.