

**10.5.** Пусть  $n$  – натуральное число. В тетрадь записали без повторений все квадратные трёхчлены, которые не имеют действительных корней, а их коэффициенты – натуральные числа, не большие  $n$ .

Найдите все  $n$ , для которых количество записанных многочленов чётно.

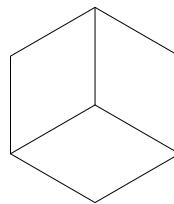
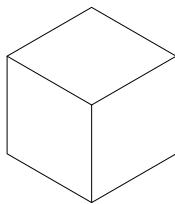
**10.6.** Окружность  $\omega$  описана около остроугольного треугольника  $ABC$ . Касательные, проведённые к  $\omega$  в точках  $A$  и  $C$ , пересекаются в точке  $K$ . Прямая  $BK$  повторно пересекает  $\omega$  в точке  $M$ . На прямой  $BC$  отмечена точка  $N$  такая, что  $\angle BAN = 90^\circ$ . Прямая  $MN$  повторно пересекает  $\omega$  в точке  $D$ .

Докажите, что  $BD = BC$ .

**10.7.** Пару натуральных чисел  $(k, n)$  назовём *интересной*, если число  $n$  составное и для любого натурального делителя  $d$  числа  $n$ , меньшего  $n$ , по крайней мере одно из чисел  $d - k$  и  $d + k$  является натуральным делителем числа  $n$ .

Найдите количество всех интересных пар  $(k, n)$ , в которых  $k \leq 100$ .

**10.8.**Правильный шестиугольник со стороной  $n$  разбит на плитки трёх видов: ,  и , в форме равных ромбов со стороной 1 и острым углом  $60^\circ$ . За один ход можно выбрать три плитки, расположенные как на картинке слева, и переложить их как показано на картинке справа:



Ходы делаются последовательно, пока это возможно.

- а)** Докажите, что при фиксированном начальном разбиении будет сделано одинаковое количество ходов независимо от порядка действий.
- б)** Для каждого натурального числа  $n$  найдите наибольшее количество ходов среди всех начальных разбиений.