

9.5. У Полины и Яна есть n карточек, на первой карточке с одной стороны написано число 1, а с другой стороны — число $n + 1$, на второй карточке с одной стороны написано число 2, а с другой стороны — число $n + 2$ и т. д. Полина разложила карточки в некотором порядке по кругу. Ян хочет перевернуть некоторые из них так, чтобы числа с верхней стороны соседних карточек были не взаимно просты.

Для каждого натурального $n \geq 3$ определите, сможет ли Ян осуществить желаемое независимо от действий Полины.

9.6. Числа a , b , c равны длинам сторон некоторого треугольника. Докажите неравенство

$$\frac{a}{b+c-a} + \frac{b}{c+a-b} + \frac{c}{a+b-c} \geq \frac{a+b}{2c} + \frac{b+c}{2a} + \frac{c+a}{2b}.$$

9.7. В треугольнике ABC угол BAC равен 60° . Точка M — середина стороны BC , а точка D — основание высоты, проведённой из вершины A . Точки T и P отмечены так, что треугольник TBC равносторонний, $\angle BPD = \angle DPC = 30^\circ$ и эти точки лежат в одной полуплоскости относительно прямой BC , а точка A — в другой.

Докажите, что окружности, описанные около треугольников ADP и AMT , касаются друг друга.

9.8. В некоторой галактике ровно миллион планет, на каждой из которых есть хотя бы 101 портал. Каждый портал позволяет переместиться между некоторыми двумя планетами, никакие две планеты не соединены несколькими порталами. Известно, что начиная с любой планеты при помощи порталов можно добраться до любой другой; в то время как вернуться на эту же планету, используя по разу менее 6 различных порталов, невозможно.

Докажите, что с любой планеты галактики можно попасть на любую другую не более чем за год, используя не более одного портала в день. (Считайте, что в году 365 дней.)