

11.1. По кругу записаны числа $1, 2, \dots, 2025$ в порядке возрастания. Для каждого трёх подряд записанных чисел i, j, k построили многочлен $(x - i)(x - j)(x - k)$. Пусть $s(x)$ – сумма всех таких 2025 многочленов.

Докажите, что у многочлена $s(x)$ есть целый корень.

11.2. На доске $n \times n$ стоит красная фишка. За один ход фишка либо передвигается ходом шахматного коня и не изменяет свой цвет, либо передвигается ходом шахматного слона и изменяет свой цвет с красного на синий или с синего на красный. Через некоторое время оказалось, что фишка побывала на всех клетках доски ровно дважды.

Докажите, что число клеток, на каждой из которых фишка побывала и синей, и красной, чётное.

11.3. Дан произвольный треугольник ABC . При помощи циркуля и линейки постройте три попарно касающиеся окружности ω_A , ω_B и ω_C равного радиуса так, чтобы точка A лежала на ω_A , точка B – на ω_B , а точка C – на ω_C .

11.4. Дано конечное множество простых чисел S , не содержащее 3. Докажите, что существует натуральное число M , обладающее следующим свойством: для любого числа p из множества S в десятичной записи числа M можно переставить цифры так, чтобы полученное число делилось на p , но не делилось ни на какое другое число из множества S . (Десятичная запись натурального числа не должна начинаться с нуля.)