

11.1. В некоторых клетках шахматной доски стоит по одной фишке. В каждой клетке, в которой нет фишки, записано число, равное количеству фишек в соседних с ней клетках (клетки считаются соседними, если у них есть хотя бы одна общая вершина).

Сколько существует расположений фишек, при которых сумма всех записанных чисел нечётна?

11.2. Через фиксированную точку C гиперболы $y = \frac{1}{x}$ проводятся всевозможные окружности, пересекающие гиперболу ещё в трёх других точках, сумма абсцисс которых равна нулю.

Докажите, что все такие окружности имеют помимо точки C ещё одну общую точку.

11.3. Найдите все натуральные числа n , при которых $3^{n+1} + 4^{n+1} + 5^{n+1}$ делится на $2^n + 3^n + 5^n$.

11.4. В треугольнике ABC высота AH повторно пересекает его описанную окружность Ω в точке E . Касательные, проведённые к Ω через точки B и C пересекаются в точке D и пересекают касательную, проведённую к Ω через точку E , в точках X и Y . Точка O – центр окружности Ω .

Докажите, что проекция точки D на прямую OH лежит на описанной окружности треугольника DXY .