

**11.1.** В некоторых клетках шахматной доски стоит по одной фишке. В каждой клетке, в которой нет фишки, записано число, равное количеству фишек в соседних с ней клетках (клетки считаются соседними, если у них есть хотя бы одна общая вершина).

Сколько существует расположений фишек, при которых сумма всех записанных чисел нечётна?

**11.2.** Через фиксированную точку  $C$  гиперболы  $y = \frac{1}{x}$  проводятся всевозможные окружности, пересекающие гиперболу ещё в трёх других точках, сумма абсцисс которых равна нулю.

Докажите, что все такие окружности имеют помимо точки  $C$  ещё одну общую точку.

**11.3.** Найдите все натуральные числа  $n$ , при которых  $3^{n+1} + 4^{n+1} + 5^{n+1}$  делится на  $2^n + 3^n + 5^n$ .

**11.4.** В треугольнике  $ABC$  высота  $AH$  повторно пересекает его описанную окружность  $\Omega$  в точке  $E$ . Касательные, проведённые к  $\Omega$  через точки  $B$  и  $C$  пересекаются в точке  $D$  и пересекают касательную, проведённую к  $\Omega$  через точку  $E$ , в точках  $X$  и  $Y$ . Точка  $O$  – центр окружности  $\Omega$ .

Докажите, что проекция точки  $D$  на прямую  $OH$  лежит на описанной окружности треугольника  $DXY$ .