

LXXI Белорусская математическая олимпиада школьников

8 класс

1. Действительные числа x , y и z удовлетворяют двойному равенству $(x - 3)(y + 3) = (y - 3)(z + 3) = -12$.

Найдите все возможные значения выражения $(x - 1)(z + 1)$.

2. На боковых сторонах AB и CD трапеции $ABCD$ отметили точки K и L соответственно так, что $KL \parallel BC$. При этом оказалось, что $DK \parallel LB$. Известны длины оснований трапеции: $AD = 49$ и $BC = 9$.

Найдите длину отрезка KL .

3. В каждой чёрной клетке шахматной доски сидит жук. Через каждую секунду каждый жук переползает в соседнюю по вершине (но не по стороне) клетку. В одной клетке могут находиться несколько жуков.

Какое наибольшее число жуков может через некоторое время оказаться в одной клетке?

4. На столе лежат 2020 фишек. За один ход разрешается выбрать две или три группы с одинаковым количеством фишек в них и объединить выбранные группы в одну (вначале есть 2020 групп по одной фишке).

Какое наименьшее количество групп можно получить, сделав несколько ходов?

Пользоваться калькулятором не разрешается.

Время работы: 4,5 часа