

10.5. Пусть n – натуральное число. В тетрадь записали без повторений все квадратные трёхчлены, которые не имеют действительных корней, а их коэффициенты – натуральные числа, не большие n .




Найдите все n , для которых количество записанных многочленов чётно.

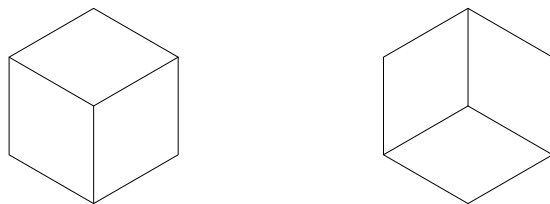
10.6. Окружность ω описана около остроугольного треугольника ABC . Касательные, проведённые к ω в точках A и C , пересекаются в точке K . Прямая BK повторно пересекает ω в точке M . На прямой BC отмечена точка N такая, что $\angle BAN = 90^\circ$. Прямая MN повторно пересекает ω в точке D .

Докажите, что $BD = BC$.

10.7. Пару натуральных чисел (k, n) назовём *интересной*, если число n составное и для любого натурального делителя d числа n , меньшего n , по крайней мере одно из чисел $d - k$ и $d + k$ является натуральным делителем числа n .

Найдите количество всех интересных пар (k, n) , в которых $k \leq 100$.

10.8. Правильный шестиугольник со стороной n разбит на плитки трёх видов: ,  и , в форме равных ромбов со стороной 1 и острым углом 60° . За один ход можно выбрать три плитки, расположенные как на картинке слева, и переложить их как показано на картинке справа:



Ходы делаются последовательно, пока это возможно.

а) Докажите, что при фиксированном начальном разбиении будет сделано одинаковое количество ходов независимо от порядка действий.

б) Для каждого натурального числа n найдите наибольшее количество ходов среди всех начальных разбиений.