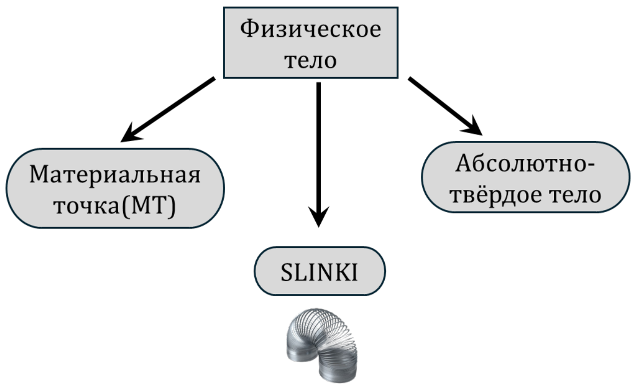
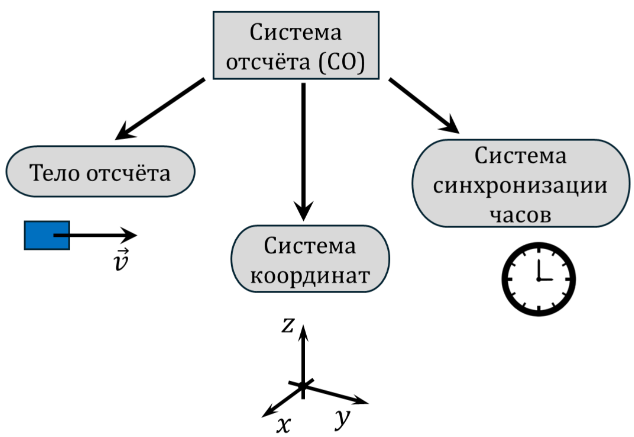
Кинематика

Равномерное и равноускоренное движение

***Df*:** *Механика—раздел физики, изучающий законы движения и причины, его вызывающие.*

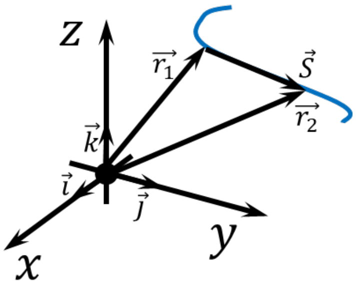


***Re*:** *Система Отсчёта (СО)*



***NO*:** *По-ньютону: время абсолютно* $(t = t')$*; Эйнштейн:* $(t \neq t')$

***Df*:** *Радиус-кривизны* $\vec{r}$*—Направленный отрезок, соединяющий начало координат с текущим положением материальной точки (МТ).*



Из рисунка:

$$\vec{r_2} = \vec{r_1} + \vec{S}$$

$$\vec{S} = \vec{r_2} - \vec{r_1} = \Delta\vec{r}$$

Сумма векторов:

$$|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$$

$$\boxed{\vec{r} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}} \quad (1)$$

Из теоремы пифагора:

$$\boxed{r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (2)$$

***Re*:** *Путь — скалярная физическая величина, равная длине проекции материальной точки*

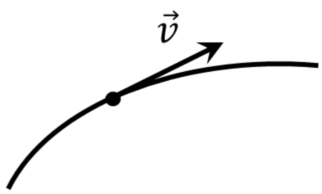
Размерность пути $[S]$ =м

***Re*:** *Перемещение — направленный отрезок, соединяющий точку начала и конца движения точки*

Прямолинейное однонаправленное движение

$$\boxed{|\vec{S}| = l} \quad (3)$$

***Df*:** *Мгновенная скорость материальной точки:*

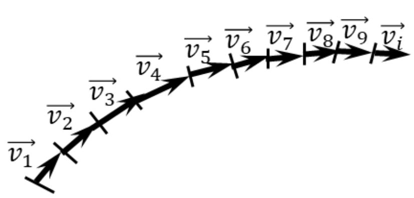


За очень малый промежуток времени $\Delta t \to 0$

$$\boxed{\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}} \quad (4)$$

$$\Delta\vec{r} = \vec{v}\Delta t$$

Размерность скорости $[v]$ =м/с



Метод Ньютона разбиваем на N частей

$$\Delta\vec{r}_1 = \vec{v}_1\Delta t_1$$

$$\Delta\vec{r}_2 = \vec{v}_2\Delta t_2$$

$$\vdots$$

$$\Delta\vec{r}_i = \vec{v}_i\Delta t_i$$

Перемещение $\vec{S}$ находится как векторная сумма перемещений за малые промежутки Δt

$$\vec{S} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \cdots + \vec{r}_n = \sum_{i=1}^{\infty} \vec{v}_i\Delta t_i$$

$$\vec{S} = \vec{v}_1\Delta t_1 + \vec{v}_2\Delta t_2 + \cdots + \vec{v}_n\Delta t_n$$

$$\boxed{S = \sum_{i=1}^{\infty} \vec{v}_i\Delta t_i} \quad (5)$$

Учитывая прямолинейное движения

$$\vec{v}_i = \vec{v} = \text{const}$$

$$\vec{v}\sum_{i=1}^{\infty}\Delta t_i = \vec{v}t$$

$$\boxed{\vec{S} = \vec{v}t} \quad (6)$$

***Df*:** *Ускорение материальной точки — векторная физическая величина, равная изменению скорости за малый промежуток времени* Δt

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{v}'(t)$$

Размерность ускорения $[a] =$м/с^2

***Df*:** *При равноускоренном движении скорость материальной точки за любые равные промежутки времени изменения за равные промежутки времени изменяется на одинаковую величину*

$$\Delta\vec{v} = \vec{a}\Delta t$$

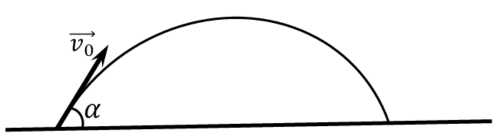
$$\vec{v} - \vec{v}_0 = \vec{a}\Delta t$$

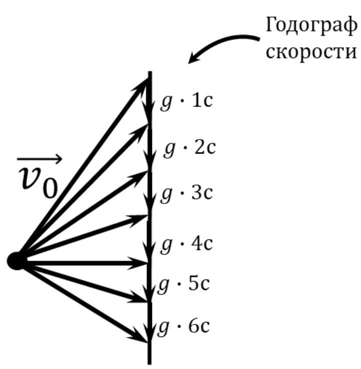
$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}\Delta t} \quad (7)$$

$$\boxed{\vec{S} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}} \quad (8)$$

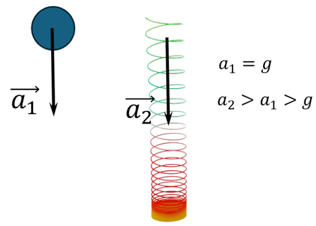
$$S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}; \quad S = \frac{v + v_0}{2}t$$

***Ex*:**





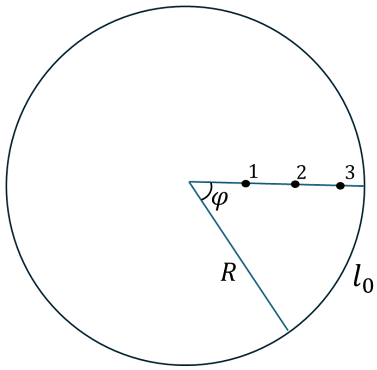
***Dem*:**



"Сверхсвободное падение"

Вращательное движение

***Df*:** *Траектория материальной точки — окружность радиуса R*



$$l_1 < l_2 < l_3$$

Угол поворота φ радиан

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3$$

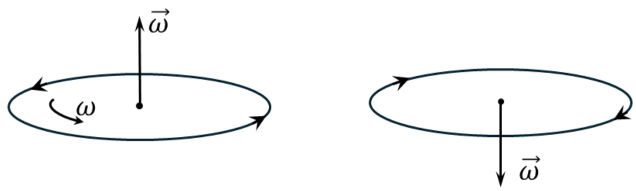
$$\boxed{\varphi = \frac{l_0}{R}; \quad l_0 = \varphi R} \quad (1)$$

***Df*:** *Угловая скорость материальной точки:*

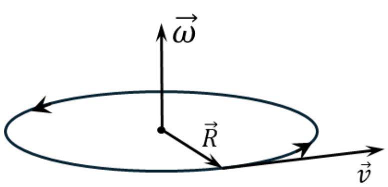
$$\boxed{\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}} \quad (2)$$

Размерность угловой скорости $[\omega] =$с$^{-1}$

***NO*:** *$\vec{\omega}$ — векторная величина*



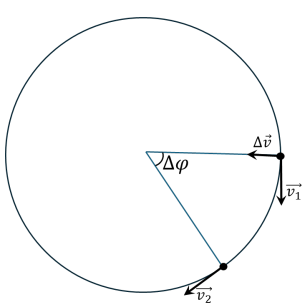
Правило правого винта



$$v = \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{R\Delta\varphi}{\Delta t} = \omega R$$

$$\boxed{\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R}} \quad (3)$$

***Ex*:** *Центростремительное ускорение:* $a = \frac{v\Delta\varphi}{\Delta t} = vR$



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \{\Delta v = u\Delta\varphi\}$$

***Ex*:**

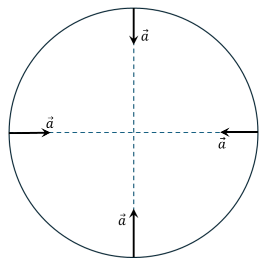
$$2\pi R = vt \qquad T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$2\pi = \omega t \qquad \boxed{\omega = \frac{v}{R} \quad v = \omega R} \quad (4)$$

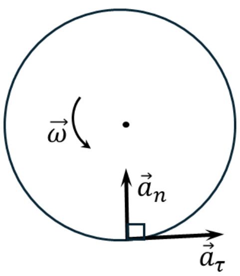
$$\omega = 2\pi\nu$$

***NO*:** *Формула для вычисления censtrostremitelного ускорения a*

$$\boxed{a = v \cdot \omega = \omega^2 R = \frac{v^2}{R} = 4\pi^2\mu^2 R = \frac{4\pi^2 R}{T^2}} \quad (5)$$

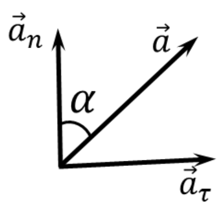


***Ex*:** *Неравномерное движение по окружности: (Таненциальное, касательное ускорение)*



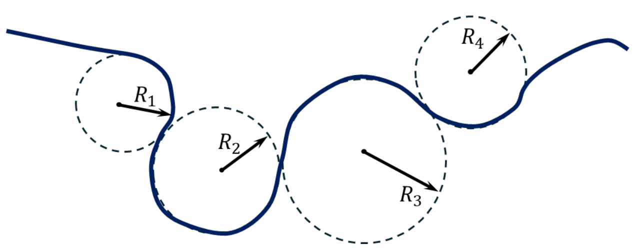
$$\boxed{\begin{cases} a_\tau = \frac{\Delta v}{\Delta t} \\ v = v_0 + a_\tau t \\ \breve{l} = v_0 t + \frac{a_\tau t^2}{2} \end{cases}} \quad (6)$$

***Df*:** *Полное ускорение материальной точки*



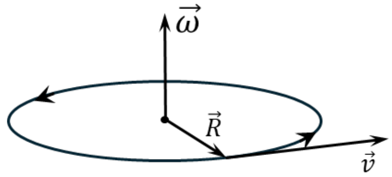
$$\boxed{\begin{cases} \vec{a} = \vec{a_n} + \vec{a_\tau} \\ a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} \\ \tan\alpha = \frac{a_\tau}{a_n} \end{cases}} \quad (7)$$

***NO*:** *Метод Ньютона:*



Произвольная траектория разбивается на различные дуги окружности (R_i)

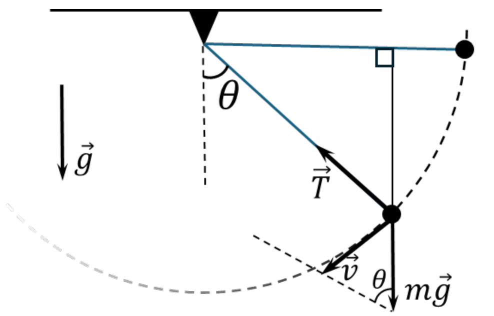
***Ex*:** $a_n = a_{ц.с.} = v\omega$



Из чертежа:

$$\boxed{\vec{a}_n = \vec{a}_{\text{ц.с.}} = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{R})} \quad (8)$$

***Ex*:** *"Горизонтальные качели"*



$$a(\theta) - ?$$

Второй закон Ньютона

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T} + \vec{F}_c \quad (F_c \ll mg)$$

$$m(\vec{a}_n + \vec{a}_\tau) = mg\sin\theta$$

$$\boxed{a_\tau = g\sin\alpha} \quad (9)$$

Закон сохранения энергии

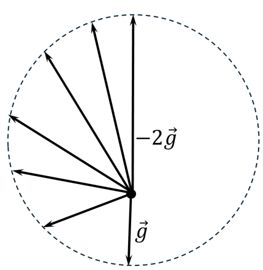
$$mgh = \frac{mv^2}{2}$$

$$gl\sin\theta = \frac{v^2}{2}$$

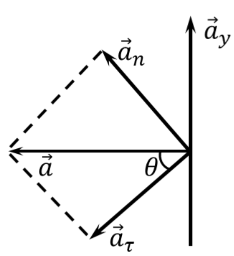
$$\boxed{a_n = \frac{v^2}{R} = 2g\cos\theta} \quad (10)$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \sqrt{g^2\sin^2\alpha + 4g^2\cos^2\alpha} = \boxed{g\sqrt{1 + 3\cos^2\alpha}} \quad (11)$$

***Df*:** *Годограф ускорения материальной точки (множество точек концов вектора)*



***NO*:** *В момент времени, когда вектор полного ускорения горизонтален, его проекция на ветикальную ось равна O*



$$a_n\cos\alpha = a_\tau\sin\alpha$$

$$2g\cos^2\alpha = g\sin^2\alpha$$

$$\boxed{\theta = \arctan\sqrt{2} \approx 55^\circ} \quad (12)$$

Df*: *Угловое ускорение материальной точки (β, ε)

$$\boxed{\beta = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}} \quad (13)$$

Размерность углового ускорения $[\omega] =$с$^{-2}$ При $\beta = \text{const}$

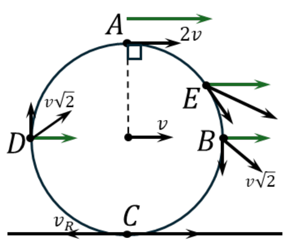
$$\boxed{\begin{aligned} &\omega = \omega_0 + \beta t \\ &\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\beta t^2}{2} \end{aligned}}$$

$$v = \omega R$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta \omega R}{\Delta t}$$

$$\beta = \frac{a_\tau}{R} \quad (14)$$

Ex*: *Качение без проскальзывания



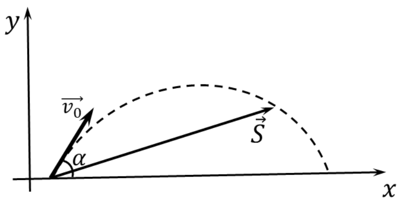
$\vec{v}$ — скорость поступательного движения
$\vec{v}_R$ — скорость вращательного движения

$$\boxed{\vec{V} = \vec{v} + \vec{v}_R} \quad (15)$$

C — мгновенный центр вращения
$v_c = 0 \Rightarrow$ без проскальзывания

$$\boxed{v = \omega R; \quad \omega = \frac{v}{R}}$$

Движение под углом к горизонту



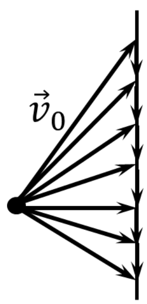
Второй закон Ньютона:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T} + \vec{F_c} \quad (F_c \ll mg)$$

$$\vec{a} = \vec{g} = \vec{\text{const}}$$

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g}t$$

Годограф скорости:



$$\boxed{t_n = 2t_1 = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}} \quad (1)$$

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos\alpha \\ v_y(t) = v_0 \sin\alpha - gt \end{cases}$$

$$0 = v_0 \sin\alpha - gt$$

$$\boxed{t_{\text{полета}} = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}} \quad (2)$$

$$\vec{S} = \vec{v}_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

$$\boxed{\begin{cases} x(t) = v_0 \cos\alpha \cdot t \\ y(t) = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}} \quad (3)$$

Уравнение траектории:

$$t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$$

$$\boxed{y(x) = x \tan\alpha - \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot v_0^2 \cos^2\alpha}} \quad (4)$$

Дальность полёта:

$$S = v_0 \cos\alpha \cdot \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g}(2 \sin\alpha \cos\alpha)$$

$$\boxed{S = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha} \quad (5)$$