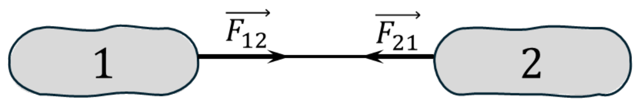
Динамика

***Df*:** *Раздел механики, изучающий механическое движение на основе силовых представлений*

***Df*:** *Сила — векторная физическая величина, характеризующая направление и интенсивность взаимодействия между телами*

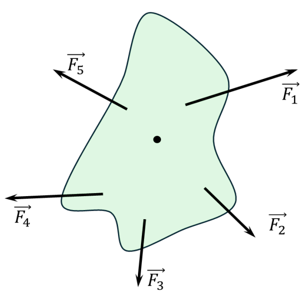
Размерность силы $[\vec{F}] = \frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}^2}$



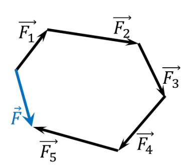
***Lw 1*:** *Существуют такие системы отсчёта, относительно которых МТ движется равномерно и прямолинейно, если на неё не действуют другие тела или их воздействия скомпенсированы*

***Lw 2*:** *Ускорение МТ (центра масс абсолютно твёрдого тела) прямопропорционально равнодействующей всех сил и обратнопропорционально её массе.*

Равнодействующая сила:



$$\boxed{\vec{F} = \vec{F} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_5 = \sum_{i=1}^{5} \vec{F}_i} \quad (1)$$



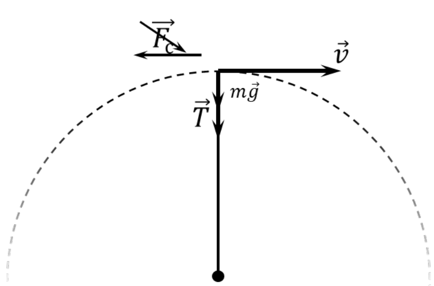
$$|\vec{a}| = |\vec{F}|$$

$$a \sim \frac{1}{m}$$

$$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{F}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i}{m} \Leftrightarrow \boxed{m\vec{a} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i} \quad (2)$$

***Ex*:**



$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T}$$

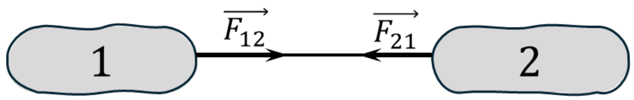
$$T = m(a_n - g) = m\left(\frac{v^2}{R} - g\right)$$

$$\frac{v^2}{l} = g$$

$$\boxed{v_{\min} = \sqrt{gl}} \quad (3)$$

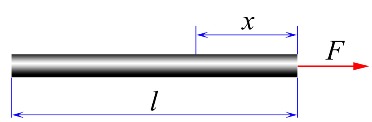
***Lw 3*:** *Тела(материальные точки) действуют друг на друга, равными по модулю и противоположными по направлению.*

- F_{12} и F_{21} возникают и исчезают одновременно
- F_{12} и F_{21} имеют одинаковую природу
- Складывать силы нельзя, т.к. они приложены к разным телам



$$\boxed{\vec{F}_{12} = \vec{F}_{21}} \quad (4)$$

***Ex*:** 2.1.5. *Какая сила действует в поперечном сечении однородного стержня длины l на расстоянии x от того конца, к которому вдоль стержня приложена сила F?*



К задаче 2.1.5

Решение. Если рассматривать стержень массой m как единое целое, то он будет двигаться с ускорением

$$a = \frac{F}{m}$$

Т.к. стержень нерасстяжим, то ускорение всех его частей одинаково и равно a

Рассмотрим малый участок стержня длины Δx и массы Δm. Т.к. стержень однородный

$$\Delta m = m\frac{\Delta x}{l}$$

Запишем второй закон ньютона для этого участка.

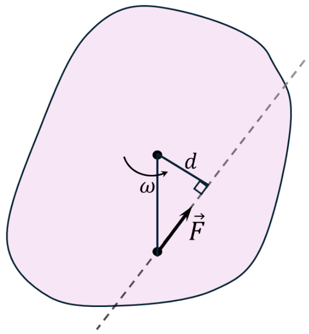
$$a\,\Delta m = F(x+\Delta x) - F(x)\ (1)$$

Где $F(x+\Delta x)$ и $F(x)$ сила взаимодействия вместе с соседями Просуммируем выражение (1) по горизонтальной координате от x до l:

$$\sum am\frac{\Delta x}{l} = \sum \Delta F$$

$$F(x) = ma\frac{l-x}{l} \Leftrightarrow \boxed{F(x) = F(1-\frac{x}{l})} \quad (5)$$

Динамика вразательного движения



$\vec{F}$ — сила
d — плечо силы

$$M \pm F \cdot d = \pm F \cdot r \cdot \sin\alpha$$

Размерность момента силы $[M] = \text{Н} \cdot \text{м} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2}$

$$\boxed{\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = -\vec{F} \times \vec{r}} \quad (1)$$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$m\vec{a} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$

$$\beta = \sum \pm M_i$$

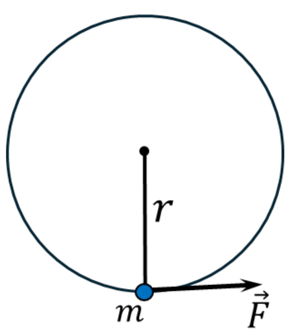
J - момент инерции

$$\boxed{J\beta = \sum_{i=1}^{k} \pm M_i} \quad (2)$$

Размерность момента инерции $[J] = \text{кг} \cdot \text{м}^2$

***Lw*:** *Произведение момента инерции на угловое ускорение тела равно сумме моментов сил, действующих на тело*

***Ex*:** *Материальная точка*



Второй закон Ньютона

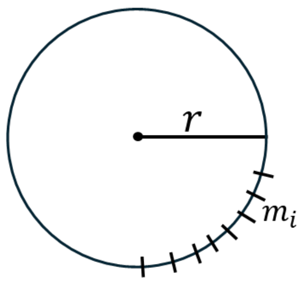
$$ma = F$$

$$mar = F \cdot r$$

$$a = \beta \cdot r$$

$$(mr^2)\beta = M \Rightarrow \boxed{J = mr^2} \quad (3)$$

***Ex*:** *Кольцо*



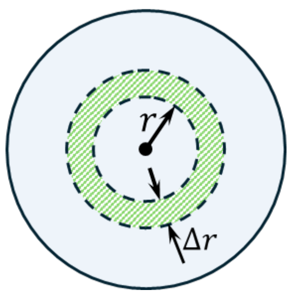
***NO*:** *Момент инерции аддитивен*

$$\boxed{J = J_1 + J_2 + \cdots + J_n} \quad (4)$$

$$J = \sum_{i=1}^{\infty} J_i$$

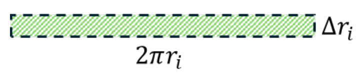
$$J = \sum_{i=1}^{\infty} m_i r^2 = r^2 \sum_{i=1}^{\infty} m_i = mr^2$$

***Ex*:** *Однородный диск*



Поверхностная плотность диска

$$\sigma = \frac{\Delta m}{\Delta S} = \frac{dm}{dS} = \mathrm{const}$$



$$J_i = m_i r_i^2$$

$$\Delta S_i = 2\pi r_i \Delta r_i$$

$$m_i = \sigma \Delta S_i = \sigma 2\pi r_i \Delta r_i$$

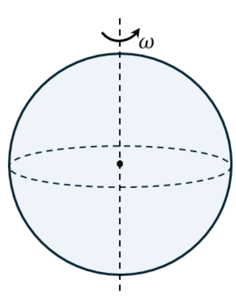
$$J_i = m_i r^2 = 2\pi\sigma r_i^3 \Delta r_i$$

$$J = \sum_{i=1}^{\infty} m_i r^2 = \sum_{i=1}^{\infty} 2\pi\sigma r_i^3 \Delta r_i$$

$$J = 2\pi\sigma \sum_{i=1}^{\infty} r_i^3 \Delta r_i = 2\pi\sigma \frac{r^4}{4} = \frac{\sigma\pi r^4}{2} \Rightarrow \boxed{J = \frac{mR^2}{2}} \quad (5)$$

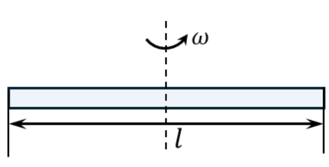
Другие примеры:

***Ex*:** *Шар*



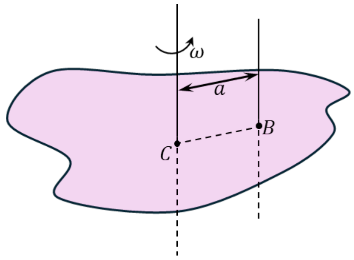
$$\boxed{J = \frac{2mR^2}{5}} \quad (6)$$

***Ex*:** *Однородный стержень*



$$\boxed{J = \frac{ml^2}{12}} \quad (7)$$

Th*: *Теорема Штейнера

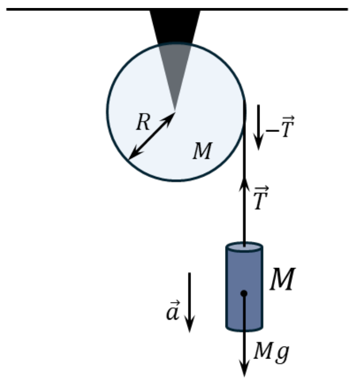


C — центр масс
J_0 — момент инерции относительно центра масс

$$J(a) = J_B = J_0 + ma^2$$

$$\boxed{J = J_0 + ma^2} \quad (8)$$

Ex*: *Груз на блоке



Момент инерции блока:

$$J = \frac{mR^2}{2}$$

Груз:

$$Ma = Mg - T$$

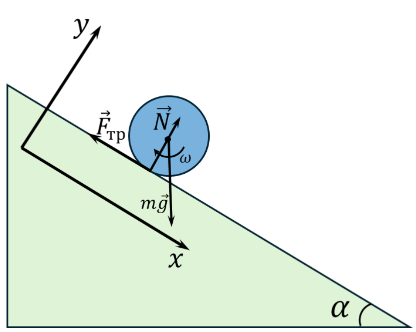
Блок:

$$J\beta = \sum_{i=1}^{k} \pm M_i = T \cdot R$$

$$Ja = TR^2 \Rightarrow T = \frac{Ja}{R^2}$$

$$\boxed{a = \frac{Mg}{M + \frac{J}{R^2}} = \frac{g}{1 + \frac{m}{2M}}} \quad (9)$$

Ex*: *Скатывание с наклонной плоскости



$F_{\text{тр}}$ — сила трения покоя

$$a = g\sin\alpha \quad (M = 0)$$

$$a = g(\sin\alpha - M\cos\alpha)$$

Второй закон Ньютона:

$$ma = mg\sin\alpha - F_{\text{тр}} \quad (OX)$$

$$mg\cos\alpha = N \quad (OY)$$

$$J\beta = F_{\text{тр}}R \Leftrightarrow F_{\text{тр}} = \frac{Ja}{R^2}$$

$$ma = mg\sin\alpha - \frac{Ja}{R^2} \Rightarrow \boxed{a = \frac{g\sin\alpha}{1 + \frac{J}{mR^2}}} \quad (10)$$