谓词逻辑

Predicative Logic

虞慧群
yhq@ecust.edu.cn

内容提要

1. 谓词与量词
2. 项与公式
3. 公式语义
4. 前束范式
5. 推理理论

1-7 谓词与量词

概念：

谓词，个体词，论域，全称量词，存在量词

命题逻辑的局限性

考虑以下推理（苏格拉底三段论）：

所有的人都会死的。
苏格拉底是人。
∴　苏格拉底会死的。

直观上是有效的论证，但命题语言表示为：

p
q
$\therefore\ r$

不是有效推论。

原因：“苏格拉底三段论”有效性不是取决于前提、结论之间的作为简单的命题的关系，而是依赖于命题的成分之间的联系。有必要将命题分解得更细。

命题的成分：

命题 ＝ 主语+谓语+宾语

个体词　　谓词

[+ 量词]

例：（1）苏格拉底是人

（2）所有的人都会死的。

注意：逻辑中主、谓成分划分与汉语有区别。

谓词 表示命题的谓语部分的符号或符号串

常用表示：大写字母，**A,B,C,…**

带有下标的大写字母，$A_1,A_2,A_3,\ldots$

以大写字母为首的字符串，**Human,…**

谓词的元数: 谓词中包含个体的数目。

- **1**元谓词描述个体的性质，**2**元或多元谓词描述两个或多个个体间的关系。
- **0**元谓词中无个体，理解为就是命题。

个体词 用于表示命题中主语部分的符号或符号串。
通常用小写字母，或带小标的小写字母表示。

个体常元 表示确指个体。
例：**Human(s)**中**s**指苏格拉底，是个体常元。
个体变元 表示不确指个体。
例：**Human(x)**中的**x**。

个体域(**Domain**): 个体变元的取值范围，常用**D**表示。

量词：限定个体数量特性的词。

全称量词(Universal quantifier)

$\forall$ 对所有的，**for All**

➢ **$\forall x A(x)$**表示个体域中的**任意**个体x均具有性质A。

例： 所有的整数都有质因子。

理解成“对所有x，若x是整数，那么x有质因子。”

$$(\forall x)(I(x) \rightarrow P(x))$$

存在量词(Existential quantifier)

∃，有些，there **Exist**

- ∃xA(x)表示存在着个体域中的个体x具有性质A。

例：有些猪有翅膀。

理解为“至少有一个物体x，x是猪并且x有翅膀。”

$$(\exists x)(P(x) \land W(x))$$

例：将下列语句符号化：

（1）不是所有的鸟都能飞。

$\neg (\forall x)(B(x) \rightarrow F(x))$

（2）所有的人都能做那件事。

$(\forall x)(M(x) \rightarrow D(x))$

（3）有些人是笨的。

$(\exists x)(M(x) \wedge S(x))$

（4）有一个整数比其它任何整数都大。

$(\exists x)(I(x) \wedge (\forall y)(I(y) \wedge D(x,y) \rightarrow G(x,y)))$

考虑例（1）“不是所有的鸟都能飞”

可理解为“至少有一只鸟不能飞”。

$$\neg(\forall x)(B(x) \rightarrow F(x))$$

$$(\exists x)(B(x) \land \neg F(x))$$

$\neg(\forall x)\neg$ 等价于 $\exists$。即只要有一个量词就够了。

总结

- 谓词
- 个体词
- 论域
- 全称量词∀
- 存在量词∃