4. Удаление невидимых линий и поверхностей

4.3. Алгоритм Робертса

Алгоритм Робертса представляет собой первое известное решение задачи об удалении невидимых линий. Это математически элегантный метод, работающий в объектном пространстве. Алгоритм прежде всего удаляет из каждого тела те ребра или грани, которые экранируются самим телом. Затем каждое из видимых ребер каждого тела сравнивается с каждым из оставшихся тел для определения того, какая его часть или части, если таковые есть, экранируются этими телами. Поэтому вычислительная трудоемкость алгоритма Робертса растет теоретически как квадрат числа объектов.

В алгоритме Робертса требуется, чтобы все изображаемые тела или объекты были выпуклыми. Невыпуклые тела должны быть разбиты на выпуклые части. В этом алгоритме выпуклое многогранное тело с плоскими гранями должно представляться набором пересекающихся плоскостей. Уравнение произвольной плоскости в трехмерном пространстве имеет вид

$$ax + by + cz + d = 0$$

Если любая точка $S(x_s, y_s, z_s)$ лежит на плоскости, то $ax_s + by_s + cz_s + d = 0$. Если же S не лежит на плоскости, то знак этого скалярного произведения показывает, по какую сторону от плоскости расположена точка. В алгоритме Робертса предполагается, что точки, лежащие внутри тела, дают положительное скалярное произведение.

Пусть $F_1, F_2, \ldots, F_n$ - грани многогранника. Рассмотрим одну из граней. Обозначим вершины, инцидентные грани, через V1, V2, ..., Vk. Найдем вектор нормали к грани, вычислив векторное произведение любых двух смежных ребер этой грани $V_1V_2 = [x_1,y_1,z_1]$ и $V_2V_3 = [x_2,y_2,z_2]$:

$$n_i = [V_1V_2,V_2V_3] = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = (y_1z_2 - y_2z_1)\cdot i + (z_1x_2 - z_2x_1)\cdot j + (x_1y_2 - x_2y_1)\cdot k = A_i\cdot i + B_i\cdot j + C_i\cdot k$$

Тогда опорная функция грани имеет вид:

$$L_i(x,y,z) = A_ix + B_iy + C_iz + D$$

Величина D вычисляется с помощью произвольной точки на плоскости. В частности, если компоненты этой точки на плоскости (x_1,y_1,z_1), то:

$$D = -(ax_1 + by_1 + cz_1)$$

Так как многогранник выпуклый, коэффициенты A_i, B_i, C_i легко выбрать так, чтобы $n_i(A_i, B_i, C_i)$ был вектором внешней нормали. Для этого найдем какую-либо внутреннюю точку, например, барицентр многогранника:

$$W = (V_1 + V_2 + \ldots + V_k)/k$$

Если скалярное произведение уравнения плоскости и этой точки меньше 0, то необходимо поменять знак уравнения этой плоскости, чтобы отразить правильное направление внешней нормали. Остается только вычислить скалярное произведение уравнения плоскости на точку, в которой находится наблюдатель. Если это скалярное произведение меньше 0, то плоскость невидима и необходимо удалить весь многоугольник, лежащий в этой плоскости. Запись этого алгоритма на псеводокоде приводится ниже.

Алгоритм Робертса
V1, V2, V3 - вершины многогранника
W - барицентр многогранника
P - точка наблюдения

```
выделим одну из граней многогранника
Vec1.X = V1.X - V2.X;                    / для этой грани найдем
Vec2.X = V3.X - V2.X;                    координаты двух векторов,
Vec1.Y = V1.Y - V2.Y;                    которые лежат в плоскости
Vec2.Y = V3.Y - V2.Y;                    грани
Vec1.Z = V1.Z - V2.Z;
Vec2.Z = V3.Z - V2.Z;
A = Vec1.Y·Vec2.Z - Vec2.Y·Vec1.Z;       / вычислим коэффициенты
B = Vec1.Z·Vec2.X - Vec2.Z·Vec1.X;       уравнения плоскости
C = Vec1.X·Vec2.Y - Vec2.X·Vec1.Y;
D = -(A·V1.X + B·V1.Y + C·V1.Z);
m = -Sign(A·W.X + B·W.Y + C·W.Z + D);    / коэффициент, изменяющий
                                         знак плоскости
A = A·m;                                 / корректируем направление
B = B·m;                                 плоскости
C = C·m;
D = D·m;
if A·P.X + B·P.Y + C·P.Z + D > 0 then
грань видима; отобразить грань
else
грань невидима
```

Если задано только одно тело, то применив этот алгоритм для всех граней тела, поиск невидимых граней завершается. Если в сцене присутствует несколько тел, то следует сформировать приоритетный список этих тел по максимальным значениям координаты z вершин тел. Наибольшим приоритетом будет обладать тело, у которого минимальное значение z. Это тело будет самым удаленным от точки наблюдения, расположенной в бесконечности на оси z.

Для каждого тела из приоритетного списка:

1. Проверить экранирование всех лицевых ребер всеми другими телами

   сцены. Тело, ребра которого проверяются, называется пробным объектом, а тело, относительно которого в настоящий момент производится проверка, называется пробным телом. Естественно, что нужно проверять экранирование пробного объекта только теми пробными телами, у которых ниже приоритеты.
2. Провести проверки экранирования для прямоугольных объемлющих оболочек пробного объекта и пробного тела.
3. Провести предварительные проверки протыкания, чтобы увидеть, не протыкается ли пробное тело пробным объектом и существует ли возможность частичного экранирования первого последним.