

Série 2 : Exercices d'étude de fonctions

Exercice 1 :

Soit f la fonction définie par : $f(x) = |x - 3|$.

1. Écrire f sans le symbole de la valeur absolue.
2. Étudier les variations de f .
3. Représenter graphiquement f .

Exercice 2 :

Soit f la fonction définie par : $f(x) = |x - 2| - |x + 2|$.

1. Compléter le tableau suivant :

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$x + 2$			+	+
$ x + 2 $		$-x - 2$		
$x - 2$				
$ x - 2 $				$x - 2$
$ x + 2 - x - 2 $				

On écrit :
$$f(x) = \begin{cases} -4 & \text{si } x \leq -2 \\ 2x & \text{si } -2 < x \leq 2 \\ 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

2. Dresser le tableau de variation de f
3. Représenter graphiquement f .

Exercice 3 :

Soit f la fonction définie par : $f(x) = |x + 2| - |x - 3|$.

1. Écrire f sans le symbole de la valeur absolue.
2. Étudier les variations de f .
3. Représenter graphiquement f .

Exercice 4 :

1. Représenter graphiquement les fonctions définies par : $f(x)=x^2$ et $g(x)=\frac{1}{x}$.
2. Déduire de leur courbe les courbes des fonctions définies par : $h(x)=x^2+2x+1$ et $k(x)=\frac{1}{x-1}$

Exercice 5 :

Soit f la fonction définie par $f(x)=3x^2+2x-5$. Soit (C) sa courbe dans le plan muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) a) Déterminer l'ensemble de définition de f .
b) Calculer les limites de f aux bornes de l'ensemble de définition.
- 2) a) Déterminer la fonction dérivée f' et étudier son signe.
b) Dresser le tableau de variation de f .
- 3) a) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) en $x_0 = 0$.
b) Construire (T) et (C) dans le même repère.
c) Quels sont les nombres des points d'intersections de (C) avec l'axe des abscisses ?
- 4) Calculer le discriminant de f . En déduire les nombres des solutions de $f(x) = 0$.

Exercice 6 :

Soit f la fonction définie par $f(x)=-x^2+2x+3$. Soit (C) sa courbe dans le plan muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) a) Déterminer l'ensemble de définition de f .
b) Calculer les limites de f aux bornes de l'ensemble de définition.
- 2) a) Déterminer la fonction dérivée f' et étudier son signe.
b) Dresser le tableau de variation de f .
- 3) a) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) en $x_0 = 2$.
b) Construire (T) et (C) dans le même repère.
c) Résoudre graphiquement $f(x) = 0$
- 4) Calculer le discriminant de f . En déduire les solutions de $f(x) = 0$.

Exercice 7 :

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x-6}{x-1}$. Soit (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) a) Déterminer l'ensemble de définition de f .
b) Calculer les limites de f aux bornes de l'ensemble de définition.
- 2) a) Déterminer la fonction dérivée f' de f et étudier son signe.
b) Dresser le tableau de variation de f .
- 3) a) Déterminer une équation de la tangente (T) en $x_0 = 2$
b) Compléter le tableau suivant :

x	-1	0	2	3	4	6
f(x)						

- c) Construire (T) et (C) dans le même repère.

Exercice 8 :

Soit f et g les fonctions définies dans $[-1 ; 5]$ par $f(x) = \frac{1}{2x^2} + 1$ et $g(x) = \frac{x+10}{x+2}$. Soit (C) et (C') les courbes représentatives de f et de g dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Étudier les variations de f et de g .
2. Représenter graphiquement (C) et (C') .
3. Déterminer les équations des tangentes des deux courbes aux points d'abscisses 0, 1 et 2.
4. Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$.
5. En déduire les solutions de $x^3 + 2x^2 - 16 = 0$.

Exercice 9 :

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{2x-5}{3x-1}$ et (C) sa courbe.

- 1) a) Déterminer l'ensemble de définition de f .
b) Calculer les limites de f aux bornes de l'ensemble de définition.
- 2) a) Déterminer la fonction dérivée f' et étudier son signe.
b) Dresser le tableau de variation de f .
- 3) a) Déterminer une équation de la tangente (T) en $x_0 = 2$.
b) Représenter graphiquement (T) et (C) .
c) Résoudre graphiquement $\frac{2x-5}{3x-1} \leq x+5$.