

Groupe Excellence

Excellez avec les meilleurs professeurs !



Matière : Mathématiques	Equations Inéquations et systèmes	Professeur : M. SARR
Groupe Excellence (Cours en ligne)		Niveau : 1S2

Exercice 1 :

- 1) Soit l'équation (E) : $(m + 1)x^2 + 2(m - 3)x + m + 3 = 0$ ($m \neq -1$)
 - a) Discuter suivant les valeurs de m le nombre de solutions l'équation (E).
 - b) Dans le cas où (E) admet deux solutions distinctes, déterminer leurs signes selon les valeurs de m .
 - c) Donner les cas où les racines distinctes existent et sont notées x_1 et x_2 , trouver une relation indépendante de m qui les lie. Déduire de cette relation les solutions de x_1 et x_2 telles que $x_1 = 2x_2$
- 2) Former l'équation du second degré dont les solutions sont :

$$X = 2x_1 - 1 \text{ et } Y = 2x_2 - 1$$

Exercice 2 :

Soit l'équation (1): $y^2 - (m + 1)y + m + 3 = 0$ où m est un paramètre réel.

- 1) Discuter suivant les valeurs de m l'existence et le signe des solutions de (1)
On désigne par a et b les solutions de l'équations (1) lorsqu'elles existent.
- 2) On considère l'équation (2): $(a + b)x^2 - 2x - ab = 0$.
Sans calculer a et b , déterminer les valeurs de m pour lesquelles (2) admet deux solutions de signes contraires.
- 3) Déterminer une équation du second degré dont les solutions sont
$$X_1 = \frac{1}{a} \text{ et } X_2 = \frac{1}{b}$$
- 4) Déterminer une relation indépendante de m entre les racines a et b .

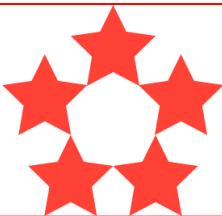
Exercice 3 :

On considère l'équation d'inconnue x :

$$(m - 2)x^2 + 2(m - 4)x + (m - 4)(m + 2) = 0$$

- 1) Etudier l'existence et le signe des racines de cette équation
- 2)
 - a) Déterminer une relation indépendante de m liant les racines x' et x'' de cette équation.

Groupe Excellence



Excellez avec les meilleurs professeurs !

- b) En déduire les valeurs des racines doubles.
3) Calculer en fonction de m l'expression :

$$y = \frac{1}{1+x'} + \frac{1}{1+x''}$$

Exercice 4 :

- A) Les racines x_1 et x_2 d'une équation du second degré vérifiant les relations suivantes
- $x_1 + x_2 - 2x_1x_2 = 0$
 - $mx_1x_2 - (x_1 + x_2) = 2m + 1$ où m est un paramètre réel
- 1) Former cette équation
 - 2) Déterminer m pour que l'équation admet deux racines positives
 - 3) On considère un triangle dont les côtés de l'angle droit ont pour mesures respectives x_1 et x_2
Déterminer m pour que l'hypoténuse de ce triangle soit égale à $\sqrt{2}$.
- B) Soit l'équation(E): $x^2 - 2mx + m^2 + m - 2 = 0$
- 1) Etudier l'existence et le signe des solutions de l'équation (E).
 - 2) a) Former une équation du second degré d'inconnue étant les solutions $X_1 = 4x_1 - 3m$ et $X_2 = 4x_2 - 3m$
b) Déterminer m pour que x_1 et x_2 étant les solutions des racines qui vérifient $4x - 3 > 0$?

Exercice 5 :

Résoudre dans \mathbb{R} les équations irrationnelles suivantes :

- a) $\sqrt{x^2 + x} = 2x - 1$ b) $\sqrt{3x^2 - 11x + 21} = 2x - 3$ c) $2x + 1 + \sqrt{-7x - 5} = 0$
- d) $\sqrt{6x + 2} - \sqrt{3x} = \sqrt{9x - 2}$ e) $\sqrt{x + 2} + \sqrt{3x - 2}$ f) $\sqrt{x^2 - x - 2} = |3x - 4|$
- g) $\sqrt{2x + 1} - \sqrt{2x - 1} = 1$ i) $x + \sqrt{-x + 3} - 2 = 0$ j) $1 + \sqrt{3x^2 - 2x - 1} = x$
- $\sqrt{2x^2 - 7x + 4} = \sqrt{-x^2 - 3x + 4}$; $\sqrt{1 - 2x^2} = \sqrt{x - 4}$; $\sqrt{x + 2} = \sqrt{2x - 5}$
- k) $\sqrt{5x + 9} + \sqrt{3x + 1} = \sqrt{x - 1}$

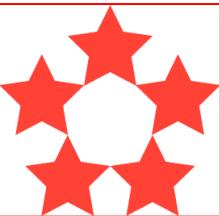
Exercice 6 :

Soit l'équation $2x^2 + 3x - 3 + \sqrt{2x^2 + 3x - 9} = 18$ (1)

- a) Définir l'équation puis montrer qu'en posant $y = \sqrt{2x^2 + 3x - 9}$ l'équation (1) devient $Y^2 + Y - 12 = 0$ (2)
- b) Résoudre alors l'équation (2) puis en déduire les solutions de l'équation (1).

Application :

Groupe Excellence



Excellez avec les meilleurs professeurs !

Résoudre de même les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & x^2 - x + \sqrt{x^2 - x + 3} = 9 \\ \text{b)} \quad & x^2 - 3x + \sqrt{x^2 - 3x + 11} = 1. \end{aligned}$$

Exercice 7 :

1. Résoudre dans IR les inéquations suivantes :

$$(2x^2 - 5x + 7)^2 - (x^2 - 12x + 7)^2 > 0; -x^4 + 3x^2 + 4 \leq 0$$

$$\begin{cases} x^4 - 5x^2 + 4 < 0 \\ x^4 - 8x^2 - 9 < 0 \end{cases}; \quad \frac{x^4 - 5x^2 + 4}{x^4 - 2x^2 - 3} > 0; \quad -\frac{1}{2} \leq \frac{x-1}{x^2 - x + 14} \leq 1;$$

2. Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations rationnelles suivantes :

- $$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \sqrt{2x+3} < 3 \quad \text{b)} \quad \sqrt{4x+1} < 2x+1 \quad \text{c)} \quad \sqrt{5x^2+19x-4} > \sqrt{x(x+1)} \\ \text{d)} \quad & \sqrt{x^2-x-1} < x+5 \quad \text{e)} \quad \sqrt{2x^2-x} < 2x-3 \quad \text{f)} \quad \sqrt{3(x^2-1)} > 2x-1 \\ \text{g)} \quad & \sqrt{x^2+5} \geq \sqrt{-2x+1}; \quad \text{h)} \quad \sqrt{x^2+5x+4} < \sqrt{2x+9}; \quad \text{i)} \quad \sqrt{2x+3} + \sqrt{5+x} < \sqrt{x-1} \\ \text{k)} \quad & \sqrt{x+4} + \sqrt{x-1} > \sqrt{5+4x}; \quad \text{j)} \quad \sqrt{x^2+6x+6} \geq |2x+1| \\ \text{m)} \quad & \sqrt{2x+1} + \sqrt{x+1} < \sqrt{6x+7} \quad \text{n)} \quad \sqrt{x} + \sqrt{x-1} < \sqrt{6x-1}; \\ \text{o)} \quad & \sqrt{2x-3} \leq \sqrt{|x| - |2x-1|} \end{aligned}$$

Exercice 8 :

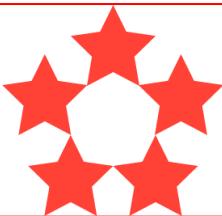
Résoudre par la méthode du pivot de Gauss les systèmes suivants :

$$1. \begin{cases} 2x + y + z = 7 \\ -x + 4y - 2z = 1 \\ 3x + 2y - 4z = -5 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ x - 2y + z = 1 \\ -2x + y + z = 1 \end{cases} \quad 3. \begin{cases} x + 2y + 5z = 4 \\ x + y + 2z = 6 \\ 2x + 3y + 7z = 10 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{2}{y-1} + \sqrt{z} = 1 \\ \frac{4}{x} - \frac{2}{y-1} + \sqrt{z} = 1; \\ \frac{4}{x} + \frac{2}{y-1} + \sqrt{z} = 0 \end{cases} \quad 5. \begin{cases} -a^2 + 2\sqrt{b} + \frac{1}{c-1} = 1 \\ -2a^2 + 3\sqrt{b} + \frac{1}{c-1} = 1 \\ 4a^2 + \sqrt{b} + \frac{2}{c-1} = 8 \end{cases} \quad 6. \begin{cases} 9x + 3y + z + 9t = 34 \\ 3x + 2y - 9z + 7t = 6 \\ -x + y - 6z + 5t = -3 \\ 7x - 4y + 4z - 6t = 29 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 9x + my - z = 4 \\ 4mx - 2y + (m-1)z = m \\ 5x + (2m-1)y - 3z = 3(m+2) \end{cases} \quad 8. \begin{cases} 2mx + (m+1)y + z = 2 \\ (m+2)x + (2m+1)y + mz = m+2; \\ 5x + (2m-1)y - 3z = 3(m+2) \end{cases}$$

Groupe Excellence



Excellez avec les meilleurs professeurs !

Exercice 9 :

Pour assurer une alimentation équilibrée à ses poulets, un éleveur doit leur donner 4 ingrédients A, B, C et D dont les besoins mensuels sont globalement et respectivement estimés à 75 kg , 30 kg , 10 kg et 20 kg . Deux aliments préparés P et Q contiennent ces ingrédients dans les proportions suivantes :

	<i>Ing. A</i>	<i>Ing. B</i>	<i>Ing. C</i>	<i>Ing. D</i>
Aliment P	50%	10%	20%	0%
Aliment Q	30%	20%	0%	40%

1. L'éleveur décide d'acheter dans la limite de la capacité de son véhicule qui est de 400 kg une quantité d'aliments P et Q suffisante pour au moins un mois.
 - a- Traduire par un système d'inéquations les contraintes relatives à cet achat. Représenter graphiquement l'ensemble des solutions de ce système.
 - b- En déduire les répartitions possibles des aliments P et Q sachant qu'ils sont conditionnés dans des sacs de 50 kg .
2. L'éleveur veut effectuer ces achats au moindre coût. Déterminer la répartition mensuelle des produits P et Q dans les cas suivants :
 - a- Les produits P et Q sont vendus au même prix.
 - b- Le produit P est 2 fois plus chers que le produit Q
 - c- Le produit P est 2 fois moins chers que le produit Q

Pensée :

« Soyez un élément de qualité. Certaines personnes ne sont pas habituées à un environnement où l'on attend l'Excellence » Steve Jobs