

EXERCICES SUR LES ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS

Exercice 1

Résoudre l'inéquation suivante :

$$\frac{(1+x)^2(5-x)}{(1-2x)} \leq 0$$

Exercice 2

Résoudre les équations suivantes :

$$\begin{aligned}(2x+3)^2 &= 9 \\ x^2 - 3x &= 2x^2 + 5x\end{aligned}$$

Exercice 3

Résoudre l'inéquation :

$$\frac{(x+1)^2(x-2)}{(2-x)(3-2x)} \geq 0$$

Exercice 4

1. Résoudre l'équation : $x^2(1-x) = 0$
2. Résoudre l'inéquation : $x^2(1-x) \leq 0$

Exercice 5

Résoudre les inéquations :

$$\frac{x-1}{x+1} > 2 \quad \frac{-5x+3}{2x+1} \geq 2 \quad \frac{2x+3}{x+4} \geq 3$$

Exercice 6

Résoudre les équations suivantes :

$$(2x-1)^2 = (x+3)^2 \quad (x+1)^2 - 3x(x+1) = 0 \quad (2-x)(3+x) = 2(3-2x)(2-x)$$

Exercice 7

Un père de trois enfants laisse en héritage 1600 couronnes. Le testament précise que l'aîné doit recevoir 200 couronnes de plus que le deuxième, le deuxième 100 couronnes de plus que le dernier. De quelle somme hérite chacun des enfants ?

Exercice 8

On pose : $f(x) = 9 - x^2$ et $g(x) = (x+3)(2-3x)$.

1. Résoudre l'équation : $f(x) = g(x)$.
2. Calculer $f\left(-\frac{1}{2}\right)$, $f\left(\sqrt{2}\right)$, $g\left(-\frac{1}{2}\right)$ et $g\left(\sqrt{2}\right)$.

Exercice 9

Un père mourut en laissant quatre fils, ceux-ci se partagèrent ses biens de la manière suivante :

- le premier prit la moitié de la fortune moins 3000 livres ;
- le deuxième prit le tiers de la fortune moins 1000 livres ;
- le troisième prit exactement le quart de la fortune ;
- le quatrième prit 600 livres plus le cinquième de la fortune.

1. Quelle était la fortune du père ?
2. Quelle somme reçut chaque enfant ?

Exercice 10

Résoudre les équations suivantes :

$$x^2 = (x + 1)^2$$

$$x(3x + 1) = x^2$$

Exercice 11

Résoudre les inéquations suivantes : $(x - 2)(\pi - x)(3x + 5) < 0$

$$\frac{4}{(x - 1)^2} \geq 1$$

Exercice 12

But de l'exercice : "trouver deux nombres X et Y connaissant leur somme, 50, et leur produit, 589."

1. Justifier l'argument suivant :

"Si deux nombres X et Y ont pour somme 50, ils peuvent s'écrire $X = 25 + a$ et $Y = 25 - a$."

2. Établir alors l'équation suivante : $a^2 = 36$.
3. Résoudre l'équation $a^2 = 36$ et trouver X et Y .

Exercice 13

1. Factoriser l'expression $f(x) = (3x + 4)(2x - 3) - (2x + 3)(3x + 4)$
2. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

Exercice 14

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

[\mathbb{R} est l'ensemble des nombres réels]

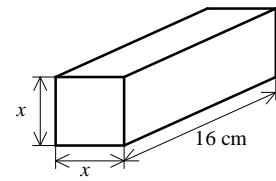
$$(5x - 4)^2 - (3x + 7)^2 = 0$$

$$(x - 2)^2 = \frac{1}{16}(5 - 2x)^2$$

Exercice 15

On considère le parallélépipède rectangle dont les dimensions sont données en cm sur la figure ci-contre.

Sachant que son volume V est de 900 cm^3 , calculer la longueur x du côté de sa base carrée.



Exercice 16

Soit x un nombre réel négatif tel que $x^2 = 16$. Trouver x .

Exercice 17

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

$$\frac{4-x}{8-x} \leq \frac{1-3x}{2+x}$$

$$\frac{2x+3}{x+1} \geq \frac{x-3}{2x+1}$$

(On précisera, au préalable, les valeurs interdites)

Exercice 18

On considère l'équation suivante : $x^2 - x - 1 = 0$.

Le nombre $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ est-il une solution de l'équation ? (détaillez les calculs)

Exercice 19

Résoudre les équations suivantes :

$$(x-1)^2 = (x+1)^2$$

$$3x(x+1) = (x+2)(x+1)$$

Exercice 20

On considère l'équation suivante :

$$\frac{2}{x^2-25} = \frac{1}{x-5}$$

1. Préciser les contraintes de cette équation.
2. Résoudre l'équation.

Exercice 21

Résoudre les inéquations suivantes :

$$(3-x)(2+x)(1-x) < 0$$

$$\frac{2-x}{3+x} \geq 0$$

$$\frac{3+x}{1-x} \leq 2$$

Exercice 22

Voici les tarifs pratiqués par deux agences de location de voitures pour des véhicules identiques (tarifs journaliers, assurance comprise) :

AGENCE A Forfait : 50 € plus 0,42 € par km	AGENCE B Forfait : 40 € plus 0,50 € par km
--	--

Quelle est l'agence la plus avantageuse (du point de vue financier) selon que l'on doit effectuer dans la journée un parcours de 50 km ? 150 km ? x km ?

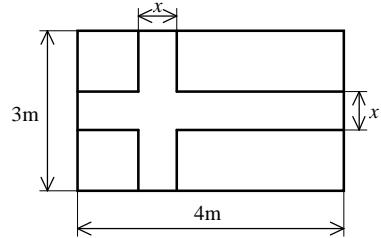
Exercice 23

Quelle largeur doit-on donner à la croix pour que son aire soit inférieure ou égale à l'aire restante du drapeau ? Cette largeur étant au moins égale à 0,5m.

1. Vérifier que $(x - 6)(x - 1) = x^2 - 7x + 6$.
2. On désigne par x la largeur de la croix. Montrer que x est solution de l'inéquation :

$$x^2 - 7x + 6 \geq 0$$

3. Trouver les solutions mathématiques de cette inéquation et en déduire les solutions au problème posé.



Exercice 24

Résoudre :

- 1) $|x - 5| = 2$
- 2) $|x + 3| > 1,5$
- 3) $\frac{25 - x^2}{3x + 2} \leq 0$

Exercice 25

1. Factoriser les expressions suivantes :

$$f(x) = x^2 + 4x + 4$$

$$g(x) = (x + 2)(2x - 4) + x^2 + 4x + 4$$

2. Résoudre l'équation $g(x) = 0$.

Exercice 26

On donne $A(x) = 2(1 - x)(9x - 12) - 9x^2 + 16$.

1. Développer puis simplifier $A(x)$:
2. Factoriser $A(x)$:
3. Résoudre l'équation $A(x) = 0$:
4. Résoudre l'équation $A(x) = -8$:

Exercice 27

Le thermomètre de Jojo l'esquimau est cassé : au lieu d'indiquer la température extérieure normale, il la divise par cinq, ajoute 1 et élève au carré. Jojo lit 36° sur son thermomètre. Quelle température fait-il réellement aujourd'hui au Groenland ?

Exercice 28 *Une équation à 2 inconnues*

On lance 5 dés et on obtient un "full" (figure constituée d'un nombre affiché par 2 dés et d'un autre nombre affiché par 3 dés comme par exemple : **6 6 6 1 1**). On sait que le total des points est 22. Quel était le full obtenu ? (Méthode : soit x le chiffre des 2 dés identiques et y le chiffre des trois autres dés. Tracer la droite d'équation $2x + 3y = 22$. En déduire la (ou les) solution(s) au problème posé)

Exercice 29

Résoudre, dans \mathbb{R} , les inéquations suivantes :

$$x \leq x^3$$

$$\frac{1}{x} \leq x$$

$$x^3 \leq x^2$$

$$\frac{1}{x} \geq x^3$$

Exercice 30

1. Vérifier que, pour tout réel x : $(x^3 - 1) = (x - 1)(x^2 + x + 1)$

2. Vérifier que, pour tout réel x : $x^2 + x + 1 = (x + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}$

3. Résoudre, dans \mathbb{R} , l'inéquation : $x^2 \geq \frac{1}{x}$

Exercice 31

1. Vérifier que, pour tous réels a et b : $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ et $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

2. Résoudre, dans \mathbb{R} , les équations : $x^3 = 8$ et $x^3 + 27 = 0$