

Física Estadística

Tarea 1

Ricardo Atahualpa Solórzano Kraemer

(ata.kraemer@gmail.com)

Ayudantes: Ivonne Domínguez Román & Daniel Martínez Urrieta

(ivonne_fis@ciencias.unam.mx & danmar.urr@ciencias.unam.mx)

Parte 1: Probabilidad

- Supón que tienes una baraja común de póker de 52 cartas. Se destapa una por una, las 52 cartas de la baraja. Encuentra la probabilidad de que la carta que encuentres después del primer As, sea:
 - Un As de espadas
 - Un J de corazones
 - Otro As
 - Un J
- Supón que en una fiesta asisten N personas, que en ella es igualmente probable que los asistentes hayan nacido en los últimos 4 años (considera año bisiesto) y que es igualmente probable que hayan nacido cualquier día del año.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que dos personas cumplan el mismo día?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 2 personas cumplan el mismo día?
- Caminata aleatoria*: Una caminata aleatoria significa la pérdida de memoria en cada caso, por lo que entre las posibilidades de un paso, se puede elegir cualquiera con la misma probabilidad que el paso anterior. El caso más sencillo es el de una caminata aleatoria en 1D. Consideremos que damos pasos de tamaño 1 y que comenzamos en el origen:
 - ¿Cuál es la probabilidad de que un caminante llegue a la posición -8 en 8 pasos?
 - ¿Qué probabilidad tiene de que llegue a la posición m en n pasos? $n, m \in \mathbb{Z}$
- Hay dos máquinas que producen monedas "desvalanceadas", es decir, con una mayor probabilidad de que caiga una cara que la otra. La máquina 1 produce monedas con probabilidad $p = 0.4$ de salir sol. La máquina 2 produce monedas con una probabilidad $p = 0.55$ de salir sol. Tú tienes una moneda de una de las máquinas, pero no sabes de cuál. Ahora supón que inicialmente consideras que es igualmente probable que tu moneda sea de la máquina 1 o de la 2, esto es: $P(p = 0.4) = P(p = 0.55) = 0.5$.
 - Lanzas 10 veces la moneda y te salen 6 soles. ¿Cómo cambia esta información tu distribución de probabilidad?
 - Ahora supón que lanzas otras 10 veces la moneda, ¿Cómo cambia entonces la probabilidad? (Pista, puedes usar la regla de Bayes)

Parte 2: Más probabilidad

5. Utiliza el teorema del binomio para probar que:

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} = 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}, \quad p \in (0, 1).$$

6. Se tiran 100 veces una moneda bien balanceada.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya al menos una cadena de 8 tiros seguidos de una sola cara de la moneda?
- b) Si contamos el número de veces que sale una cadena de n repeticiones de una sola cara y llamamos a ese valor $N(n)$ ¿Qué valor de $N(n)$ maximizan la probabilidad de que salgan esas cadenas?

7. Considera un juego de suerte en un casino, donde el jugador tira una moneda bien balanceada al aire. El juego se acaba cuando sale la primera águila, se cuentan el número de veces que salió sol y se le paga al jugador 2^n pesos, donde n es el número de veces que salió sol.

- a) ¿Cuál es el valor esperado de este juego?
- b) ¿Cuánto tendría que cobrar el casino por tiro para que le resultara conveniente?

8. Supóngase que se tienen n partículas de espín $1/2$ o $-1/2$ colocadas a lo largo de un segmento. Su magnetización será entonces el valor esperado del espín total. Se aplica entonces un campo magnético, que hace que la probabilidad de que se tenga una orientación u otra, sea asimétrica.

- a) Si la probabilidad de que apunte hacia arriba es p , ¿cuál es la magnetización del material?
- b) ¿Cuál es la desviación estándar?
- c) Para $p = 0.5$ ¿Cuál es la magnetización y la desviación estandar?
- d) Para $p = 0.3$ ¿Cuál es la magnetización y la desviación estandar?

Nota: Recuerda que la lista de problemas irá aumentando hasta llegar a 15 (aproximadamente).