

NatFun nyelv operációs szemantikájának  
determinisztikussága  
(Nyelvek típusrendszere beadandó)

Abonyi-Tóth Ádám  
atadi96@gmail.com

2017. december 21.

A feladat leírása: <https://akaposi.github.io/tipusrendszerek/natfun.pdf>

## 7. Determinisztikusság

**0.1. Tétel.** *Ha  $t \mapsto t'$  és  $t \mapsto t''$ , akkor  $t' = t''$ .*

*Bizonyítás.*  $t \mapsto t'$  levezetése szerinti indukció. 6 esetet írunk ki.

- A (13) szabály használata esetén  $t = \text{suc } t_1$  és  $t' = \text{suc } t_2$ , ha  $t_1 \mapsto t_2$ . Más levezetési szabály baloldalán nem fordul elő a  $\text{suc } t$ , tehát  $t''$ -re az egyetlen lehetséges levezetés, ha  $t'' = \text{suc } t_3$ , ahol  $t_1 \mapsto t_3$ . Viszont az indukciós feltevésből tudjuk, hogy  $t_2 = t_3$ , így  $t' = t''$ .
- A  $\text{rec}$  átírási szabályai egymást kölcsönösen kizárják, tehát elég lesz a tételt egyenként bizonyítani rájuk. Ezt a következőképpen láthatjuk be:
  - (15) és (16) kizárják egymást, mert  $\text{suc } t \neq \text{zero}$  minden  $t$ -re. A (16)-os szabály feltételéből és a (12) szabályból következik, hogy a (16)-os szabályban  $\text{suc } t$  val, tehát a 6. tétel alapján nincs olyan  $t'$ , amire  $\text{suc } t \mapsto t'$ , így ahol (14) alkalmazható, ott (16) nem alkalmazható, és fordítva. (11) szerint  $\text{zero}$  val, tehát a 6. tétel alapján ő sem redukálható, tehát a kölcsönös kizárás (14)-gyel megint megvan.
  - (14): (13)-hoz hasonlóan látjuk, hogy akkor vezethető le két különböző term, ha  $t$  két különböző termre vezethető le, ezt pedig az indukciós feltétel megtiltja.
  - (15):  $\text{rec } t_0 x. t_1 t_2 \mapsto t'$  és  $\text{rec } t_0 x. t_1 t_2 \mapsto t''$  esetén látjuk, hogy  $t'$  és  $t''$  is  $\text{rec } t_0 x. t_1 t'''$  alakú, ahol  $t'''$ -ről tudjuk, hogy  $t_2 \mapsto t'''$ . Az indukciós feltevés biztosítja, hogy csak egy ilyen  $t'''$  létezik, tehát  $t' = t''$ .
  - (16): a levezetés jobboldala egy behelyettesítés, ami determinisztikus, feltéve, hogy minden term, amit a behelyettesítéskor használunk, determinisztikusan levezethető. Ezt az indukciós feltétel biztosítja, tehát az állítás erre az ágra is teljesül.
- Az applikáció átírási szabályainak kölcsönös kizárását az előbbihez hasonlóan láthatjuk be, így elég belátni egyesével az eseteket.
  - (18):  $t_1 t_2 \mapsto t'$  és  $t_1 t_2 \mapsto t''$  esetén látjuk, hogy  $t'$  és  $t''$  is  $t'_1 t_2$  alakú, ahol  $t_1 \mapsto t'_1$ . Itt az indukciós feltételből tudjuk, hogy csak egy ilyen  $t'_1$  van, tehát  $t' = t''$ .
  - (19):  $t_1 t_2 \mapsto t'$  és  $t_1 t_2 \mapsto t''$  esetén látjuk, hogy  $t'$  és  $t''$  is  $t_1 t'_2$  alakú, ahol  $t_2 \mapsto t'_2$ . Itt az indukciós feltételből tudjuk, hogy csak egy ilyen  $t'_2$  van,  $t_1$  pedig nem írható át, tehát  $t' = t''$ .

□