

# REDES DIGITAIS I - parte I do projecto

Américo Tomás (54149), Ianick Insaly(60585), Eduardo Gonçalves(60596)

Março 2014

# Contents

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Detecção de erros</b>	<b>3</b>
2.1	Criar o $CRC_{8my}$ do nosso grupo . . . . .	3
2.2	Expressão da taxa de redundância . . . . .	3
2.2.1	cálculo do $n$ : . . . . .	3
2.2.2	cálculo da taxa: . . . . .	3
2.3	Probabilidade de estar ok . . . . .	3
2.3.1	cálculo de probabilidade de estar ok . . . . .	4
2.4	Bit de paridade: expressão exata . . . . .	4
2.5	Bit de paridade: expressão aproximada . . . . .	4
2.6	Código de hamming: expressão aproximada . . . . .	4
2.7	Código de hamming . . . . .	5
2.8	código CRC . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Correção de Erros</b>	<b>6</b>
3.1	Método de correção de erros FEC . . . . .	6
3.1.1	Ham(7,4) . . . . .	6
3.1.2	Ham(31,26) . . . . .	6
3.2	. . . . .	6
3.2.1	Expressão de tempo de transferência . . . . .	6
3.3	Método de correção de erros ARQ: stopAndWait . . . . .	6
3.3.1	expressão média do tempo de atraso (código CRC) . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Ritmo binário útil</b>	<b>8</b>
4.1	Método de correção de erros ARQ: stopAndWait . . . . .	8
4.1.1	taxa de utilização e ritmo binário útil . . . . .	8
<b>5</b>	<b>Geração de tráfego e filas de espera</b>	<b>9</b>
5.1	Expressão geral . . . . .	9
<b>6</b>	<b>Conclusão</b>	<b>11</b>

# Chapter 1

## Introdução

Sem deteção e correção de erros teríamos sérios problemas de integração e utilização das redes. A quem nunca aconteceu ficar meia dúzia de segundos à espera que uma página na web abra e Nada. Sem abordarmos estes assuntos seriamente, isso aconteceria a todo o instante.

Neste projeto vamos abordar deteção e correção de erros. Sendo importante distinguir claramente a diferença entre ambos. Existem algoritmos que detetam, mas não corrigem. Outros detetam e corrigem, mas poucos erros e assim sucessivamente. Cada um tem vantagens e desvantagens. Sendo a sua utilização muito variante do tipo de utilização que está a ser dado à rede.

Também vamos abordar ritmo binário, bem como valores médios de repetição de envio de PDU's (no nível 2: tramas).

Naturalmente o ritmo a que conseguimos aceder a informação, enviando e recebendo a mesma é vital. Saber os atuais limites para tirar o máximo proveito das redes já existentes. Ao mesmo tempo que é possível procurar e planear de forma a criar infra-estruturas, que juntamente com a investigação que está a decorrer a nível mundial, irá permitir dar aos atuais clientes, novas velocidades, maior estabilidades, sempre tendo em consideração o consumo energético.

Neste projeto iremos procurar perceber o que é uma rede, bem como lidar com alguns dos desafios inerentes ao seu funcionamento. Desde a criação de expressões gerais para abordarmos estes problemas, testando vários valores. Como posteriormente fazendo a implementação de da mesma.

Esta parte do projeto foi feita no editor de texto LaTeX. Muito bom para escrita de linguagem matemática, de forma a provar os assuntos que vamos abordando. Existem anexos (A, B e C), feitos tanto em Excel, como cópias de ecrã para poder analisar os resultados das experiências feitas.

Com este Trabalho pretende-se estudar algumas das funcionalidades que estão presentes nos níveis de ligações de dados no modelo de OSI do ISO, nomeadamente: O ritmo binário máximo que um cliente pode colocar na interface com o nível ligação de dados, O valor médio para o atraso sofrido por uma mensagem que é colocada na interface do nível ligação de dados e a probabilidade de ser entregue ao cliente destino uma mensagem com erros. Nesta parte do trabalho iremos apresentar resultados analíticos, recorrendo a um conjunto de expressões e aproximações teóricas.


redes\_introducao.jpg

Figure 1.1: Legenda

## Chapter 2

# Detecção de erros

### 2.1 Criar o $CRC_{8my}$ do nosso grupo

Após utilizar o CRC-8my.java, obtivemos para o nosso grupo o seguinte número Binário:

- Padrão binário gerado: 111100011
- Polinómio:  $1 * x^8 + 1 * x^7 + 1 * x^6 + 1 * x^5 + 0 * x^4 + 0 * x^3 + 0 * x^2 + 1 * x^1 + 1 * x^0$
- Eliminando os elementos a zero:  $(x) = x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^1 + 1$

### 2.2 Expressão da taxa de redundância

A taxa de redundância do código para os seguintes algoritmos está apresentado em anexo (A), numa folha de Excel.

#### 2.2.1 cálculo do n:

Para obtermos a Taxa de redundância, precisamos primeiro de calcular o r (bit de redundância) para cada um dos algoritmos.

- Bit de paridade:  $r=1$ ;
- Hamming:  $r = \log_2 m + 1$ ;
- CRC:  $r =$  depende (polinómio de maior grau)

$\rightarrow \text{Sendo : } n = m + r$

#### 2.2.2 cálculo da taxa:

$$\text{TaxaDeRedundância} = \frac{r}{m + r} \quad (2.1)$$

### 2.3 Probabilidade de estar ok

Para obter a probabilidade de uma trama ser enviada sem erros para os 3 tipos de algoritmos, colocamos em anexo (B) a respectiva informação, numa folha de excel.

### 2.3.1 cálculo de probabilidade de estar ok

$$P_{ok} = (1 - P_{eb})^n \quad (2.2)$$

• tendo o  $n$  sido calculado anteriormente, variando para cada um dos algoritmos consoante o valores de  $r$  dos mesmos.

## 2.4 Bit de paridade: expressão exata

- Bit de paridade ( $d=2$ ), (**expressão exata**):
  - numerador: Os somatórios dos pares.
  - denominador: Probabilidade condicionada

$$P_{nd|e}(n, P_{eb}) = \frac{\sum_{(i=par)}^n C_i^n * P_{eb}^i * (1 - P_{eb})^{n-i}}{1 - (1 - P_{eb})^n} \quad (2.3)$$

• Na expressão exata, o raciocínio usado foi o de calcular todos os valores possíveis, que o algoritmo Par assume que estão certos, mas que podem não estar. Sendo o operador somatório utilizado para representar todos os valores possíveis até ' $n$ '.

## 2.5 Bit de paridade: expressão aproximada

- Bit de paridade ( $d=2$ ), (**expressão aproximada**):

$$P_{nd|e}^{dh}(n, P_{eb}) \approx \frac{1 - (P_0 + P_1)}{1 - (1 - P_{eb})^n}$$

$$P_{nd|e}^{dh}(n, P_{eb}) \approx \frac{1 - [(1 - P_{eb})^n] - [C_1^n * P_{eb}^1 * (1 - P_{eb})^{n-1}]}{1 - (1 - P_{eb})^n} \quad (2.4)$$

• Na expressão aproximada, o raciocínio utilizado foi uma espécie de 'negação'. Ou seja, queremos todos os valores (daí termos o valor ' $1$ '), subtraindo aqueles que estão certos de certeza (que são os valores da  $P_0$  e da  $P_1$ ). Estamos a usar uma aproximação por Excesso (são praticamente sempre por excesso), pois consideramos todos os casos ' $1$ ', quando no algoritmo Par apenas nos interessaria os pares. Nesta situação, o operador somatório desapareceu, sendo simplesmente substituído pelo valor ' $1$ '

## 2.6 Código de hamming: expressão aproximada

- Código Hamming ( $d=3$ ), (**expressão aproximada**):

$$P_{nd|e}^{dh}(n, P_{eb}) \approx \frac{1 - (P_0 + P_1 + P_2)}{1 - (1 - P_{eb})^n}$$

$$P_{nd|e}^{dh}(n, P_{eb}) \approx \frac{1 - [(1 - P_{eb})^n] - [C_1^n * P_{eb}^1 * (1 - P_{eb})^{n-1}] - [C_2^n * P_{eb}^2 * (1 - P_{eb})^{n-2}]}{1 - (1 - P_{eb})^n} \quad (2.5)$$

• Na expressão aproximada mas para o Código Hamming, o raciocínio usado é semelhante ao do Bit paridade, com a exceção de o  $d = 3$ , sendo  $d$  a distância de Hamming. Por esse motivo quero todos os valores (' $1$ '), exceto o  $P_0$ ,  $P_1$  e  $P_2$ .

## 2.7 Código de hamming

- $G_{4_{ITU}}(x) = G_{19}(x) = x^4 + x + 1;$
- $G_{8_{CITT}}(x) = G_{263}(x) = x^8 + x^2 + x + 1;$
- $G_{8_{my}}(x) = G_{483}(x) = x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^1 + 1;$

(para valores exatos):  $P_{nd} = \frac{\sum_{(i)}^n W_i * P_{eb}^i * (1 - P_{eb})^{n-i}}{1 - (1 - P_{eb})^n} \quad (2.6)$

(para valores aprox.):  $P_{nd} \approx \frac{\sum_{(i)}^{10} W_i * P_{eb}^i * (1 - P_{eb})^{n-i}}{1 - (1 - P_{eb})^n} \quad (2.7)$

• A diferença entre os valores exatos e aproximados está num pedido feito pelo enunciado, para restringirmos a pesquisa a 10 elementos;  $W = weight = pesos;$

- $Ham_{7,4} \rightarrow W = 3;$
- $Ham_{31,26} \rightarrow W = 3;$

Logo, a expressão geral aproximada (Hamming: d é sempre igual a 3). Assim, usamos a equação 2.5 para o cálculo de Hamming.

## 2.8 código CRC

- $G_{4-ITU, m=4} \rightarrow W = \text{erro};$
- $G_{8-CCITT, m=4} \rightarrow W = 4;$
- $G_{8-my, m=4} \rightarrow W = 4;$
- $G_{4-ITU, m=26} \rightarrow W = 2;$
- $G_{8-CCITT, m=26} \rightarrow W = 4;$
- $G_{8-my, m=26} \rightarrow W = 4;$
- A expressão geral para os  $W = 4$  é:

$$P_{nd}^{dh}(n, P_{eb}) \approx \frac{1 - [(1 - P_{eb})^n] - [C_1^n * P_{eb}^1 * (1 - P_{eb})^{n-1}] - [C_2^n * P_{eb}^2 * (1 - P_{eb})^{n-2}] - [C_3^n * P_{eb}^3 * (1 - P_{eb})^{n-3}] - [C_4^n * P_{eb}^4 * (1 - P_{eb})^{n-4}]}{1 - (1 - P_{eb})^n}$$

## Chapter 3

# Correção de Erros

### 3.1 Método de correção de erros FEC

#### 3.1.1 Ham(7,4)

$$\bullet = (1 - P_0) + (1 - P_1)$$

$$= (1 - P_{eb})^7 + C_1^7 * P_{eb} * (1 - P_{eb})^6] \quad (3.1)$$

#### 3.1.2 Ham(31,26)

$$= (1 - P_{eb})^{31} + C_1^{31} * P_{eb} * (1 - P_{eb})^{30}] \quad (3.2)$$

### 3.2

#### 3.2.1 Expressão de tempo de transferência

- O tempo de atraso vai ser igual à soma do Tempo de propagação mais o Tempo de transferência da trama.

$$T_{atraso} = T_{propagação} + T_{transferência} \quad (3.3)$$

- Assumimos que não existe tempo de atraso entre o emissor e o recetor. Se existir um  $T_{delay}$ , só precisamos de somar mais uma parcela.

### 3.3 Método de correção de erros ARQ: stopAndWait

#### 3.3.1 expressão média do tempo de atraso (código CRC)

- Usando o código CRC, queremos a expressão média do tempo de atraso:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n * p^n = \frac{p}{(1-p)^2}$$

$$E[D] = N_{re-transmiss\tilde{o}es} + T_{transfer\tilde{e}ncia}$$

$$\text{sendo: } N_{re-transmiss\tilde{o}es} = N_{transmiss\tilde{o}es}$$

$$\text{ent\~ao: } N_{transmiss\tilde{o}es} = \frac{1}{P_{sucesso}} + T_{rtt} = 2 * T_{atraso}$$

$$N_{transmiss\tilde{o}es} = \frac{1}{(1 - P_{ok}) + (1 - P_{nd})} + (2 * T_{atraso}) \quad (3.4)$$



## Chapter 4

# Ritmo binário útil

### 4.1 Método de correção de erros ARQ: stopAndWait

#### 4.1.1 taxa de utilização e ritmo binário útil

$$r_{binário} = \frac{L}{T_{tx}} \quad (4.1)$$

- $U = \frac{r_{binário}}{E[D]}$

$$U = \frac{\frac{L}{T_{tx}}}{N_{re-transmissões} + T_{transferência}} \quad (4.2)$$

## Chapter 5

# Geração de tráfego e filas de espera

### 5.1 Expressão geral

Expressão geral para calcular valor médio na fila em função de  $\lambda$  (demonstração):

- É-nos dado no enunciado que:  $E[w] = \frac{\lambda * (E[D^2])}{2 * (1 - \rho)}$

- Também sabemos que:  $N_T = \frac{1}{P_{sucesso}} = \frac{1}{(1 - P_{eb})}$

- Por sua vez ( $D = delay$ ):

$$D = T_{rtt} * N_T = T_{rtt} * \frac{1}{(1 - P_{eb})}$$

- Calculando primeiro ( $E[D]$ ):

sendo:

$$D_i = T_{rtt} * i;$$

$$P_i = P_{eb}^{i-1} * (1 - P_{eb})$$

$$\sum_{i=1}^{+\infty} i * P_{eb}^i = \frac{P_{eb}}{(1 - P_{eb})^2}$$

então:

$$E[D] = \sum_{i=1}^{+\infty} D_i * P_i = \sum_i (T_{rtt} * i) * [P_{eb}^{i-1} * (1 - P_{eb})]$$

$$E[D] = T_{rtt} \sum_i (i) * [P_{eb}^i * P_{eb}^{-1} * (1 - P_{eb})]$$

$$E[D] = T_{rtt} * \frac{1}{(1 - P_{eb})}$$

- Passando para o cálculo de  $D^2$ : ( $E[D^2]$ )

sendo:

$$\sum_{i=1}^{+\infty} i^2 * P_i = P_{eb} * \left( \frac{(1+P_{eb})}{(1-P_{eb})^3} \right)$$

$$E[D^2] = \sum_{i=1}^{+\infty} (T_{rtt} * i)^2 * [P_{eb}^{i-1} * (1 - P_{eb})]$$

$$E[D^2] = T_{rtt}^2 * \sum_{i=1}^{+\infty} (i)^2 * [P_{eb}^i * P_{eb}^{-1} * (1 - P_{eb})]$$

$$E[D^2] = T_{rtt}^2 * \sum_{i=1}^{+\infty} (i)^2 * [P_{eb}^i * (1 - P_{eb}) * P_{eb}^{-1} * \left( \frac{P_{eb}}{P_{eb}} \right)]$$

$$E[D^2] = T_{rtt}^2 * P_{eb} * \frac{(1+P_{eb})}{(1-P_{eb})^2} * \left( \frac{1}{P_{eb}} \right)$$

$$E[D^2] = T_{rtt}^2 * \frac{(1+P_{eb})}{(1-P_{eb})^2}$$

• Para terminar, é dado no enunciado que:

$$E[w] = \frac{\lambda * (E[D^2])}{2 * (1 - \rho)}$$

$$E[w] = \frac{\lambda * (T_{rtt}^2 * \frac{(1+P_{eb})}{(1-P_{eb})^2})}{2 * (1 - \rho)}$$

(5.1)

## Chapter 6

# Conclusão

Concluimos esta primeira parte do projeto, ficando com as experiências calculadas e algumas experiências já feitas. Ao longo do mesmo, ficou claro a importância do bit redundante ( $r$ ). A distância de Hamming, conceito transversal a vários algoritmos. A utilidade de utilizar probabilidades ao abordar Redes digitais. Pois é uma forma de termos uma ideia de onde vamos investir tempo a resolver problemas, nos concentrando naqueles em que é mais provável acontecerem.

Qual o processo de envio, re-envio, de emissor para receptor. E quais os diferentes tempos envolvidos no processo. Terminando esta parte do projecto com o cálculo de uma expressão para valores médios.

Aspetos a concluir são a criação de gráficos em Excel, de forma a visualizar e perceber numa função o comportamento de uma Rede. É uma maneira extremamente visual, que é amplamente usada na área da engenharia para mais facilmente ver onde está um problema. É comum olhar para expressões analíticas. E nem sempre ser capaz de retirar informações delas. Mas os gráficos, bem como regressões lineares, ajudam muito os engenheiros a melhor performance, eficiente e produtividade de sistemas, como é o caso das Redes.

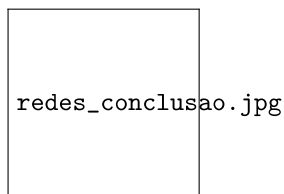


Figure 6.1: Legenda