Eletromagnetismo

Orientador: *Yuri Dumaresq Sobral*

Ataias Pereira Reis

1 Introdução

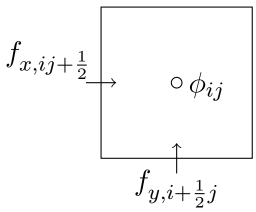
Este trabalho tem por objetivo o estudo dos fluidos magnéticos. Um algoritmo foi feito para resolver a equação de Navier Stokes em um quadrado unitário. Essa é a equação que governa a dinâmica dos fluidos.

$$\rho\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v}\cdot\nabla\mathbf{v}\right) = -\nabla p + \mu\nabla^2\mathbf{v} + \mathbf{f} \tag{1}$$

$$\nabla\cdot\mathbf{v} = 0 \tag{2}$$

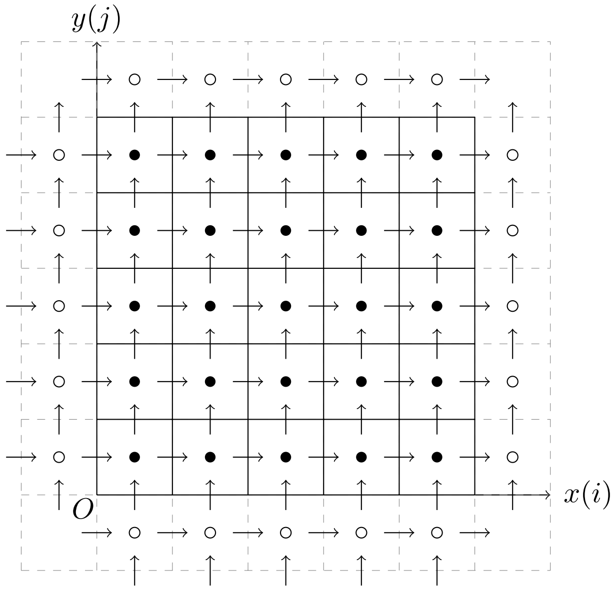
1.1 Malha escalonada

O algoritmo para resolver a hidrodinâmica foi feito considerando-se uma malha escalonada. Como o magnetismo será acoplado com esse algoritmo, é necessário também utilizar a malha escalonada. ϕ será localizada no centro da célula enquanto a força f e os campos H e B estarão normais à celula, como mostrado abaixo. A posição de H e B é a mesma que de f.



Uma representação de um domínio mais completo está na figura abaixo. Note que cada ponto preto no meio de um bloco é a pressão em ponto interno. Enquanto a pressão em pontos da fronteira imaginária são círculos com interior branco. Pontos na fronteira imaginária são utilizados nos cálculos, mas não precisam ser salvos no resultado final.

Se é definida, no computador, uma matriz $n \times n$, tem-se $\Delta x = \frac{1}{n-2}$. Os cálculos devem ser todos feitos com base neste Δx. Além disso, note que as velocidades da extrema esquerda e do extremo inferior não são utilizadas. Você pode declarar tais valores como Not a Number. Se seu programa utilizá-los, há algo errado.



2 Eletromagnetismo

Esta é a hora na qual as equações do eletromagnetismo serão introduzidas neste projeto. Até a última seção, a força utilizada era nula. A partir deste momento, iniciar-se-á um estudo matemático do comportamento de um fluido magnético na presença de um campo magnético. Iniciaremos com algoritmos básicos e não tão precisos e após isso iremos melhorar nosso ferramental.

2.1 Equações Básicas

Primeiramente, temos a equação do campo magnético e de seu divergente. O fato do divergente ser 0 indica que o campo é solenoidal, isto é, todas as linhas de campo magnético que saem, tem de voltar à superfície.

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{M} + \mathbf{H}) \tag{3}$$
$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \tag{4}$$

A consequência das equações acima é que

$$\nabla \cdot \mathbf{M} = -\nabla \cdot \mathbf{H} \tag{5}$$

No caso de nosso estudo, temos um caso magnetostático, o que implica que:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{0} \tag{6}$$

Lembre-se que $\mathbf{H}$ é o fluxo elétrico. Como este campo é irrotacional, temos que $\mathbf{H}$ é um campo potencial:

$$\mathbf{H} = -\nabla\phi \tag{7}$$

A partir das Equações 5 e 7, tem-se:

$$\nabla^2 \phi = \nabla \cdot \mathbf{M} \tag{8}$$

Equação do Campo Magnético

2.2 Relação entre Magnetismo e Força

A relação entre força e o campo magnético é dada pelas equações abaixo:

$$\mathbf{f} = \mu_0 \mathbf{M} \cdot \nabla \mathbf{H} \tag{9}$$

Caso dimensional

$$\mathbf{f} = \mathrm{Cpm}\, \mathbf{M} \cdot \nabla \mathbf{H} \tag{10}$$

Caso adimensional

$$\mathrm{Cpm} = \frac{\mu_0 H_0^2}{\rho u^2} \tag{11}$$

Coeficiente de permeabilidade magnética

Desta forma, cada componente da força toma a seguinte forma:

$$f_x = \mathrm{Cpm} \left[M_x \cdot \frac{\partial H_x}{\partial x} + M_y \cdot \frac{\partial H_x}{\partial y} \right] \tag{12}$$

$$f_y = \mathrm{Cpm} \left[M_x \cdot \frac{\partial H_y}{\partial x} + M_y \cdot \frac{\partial H_y}{\partial y} \right] \tag{13}$$

A pesquisa se centra no M, que depende do campo magnético, da velocidade do escoamento e do material. Na malha escalonada, **H** e **M** serão localizados da mesma forma que a velocidade **v**.

2.3 Problema exemplo

É necessário estudo para se definir as condições de contorno para a Equação 8. Enquanto isso, será feito um teste com condições de contorno de Dirichlet $\phi(x, 1) = \sin^2 \pi x$ e $\phi(x, y) = 0$ na fronteira caso contrário.

O procedimento para se resolver a Equação de Navier Stokes com o campo magnético, nas condições simples apresentadas, é:

1. Resolver equação do campo magnético, se for passo inicial: $\mathbf{M} = \mathbf{0}$
2. Calcular $\mathbf{M} = \chi \mathbf{H}$ (lei simples)
3. Calcular força $\mathbf{f} = \mathrm{Cpm}\, \mathbf{M} \cdot \nabla \mathbf{H}$
4. Resolver hidrodinâmica
5. Avançar no tempo e voltar ao passo 1

Referências