Eletromagnetismo

Orientador: *Yuri Dumaresq Sobral*

Ataias Pereira Reis

1 Equações Básicas

O campo magnético satisfaz $\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{M} + \mathbf{H})$. Seu divergente é nulo - $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ -, indicação de que o campo é solenoidal, isto é: todas as linhas de campo magnético que saem da superfície têm de retornar a ela. Consequência dessas duas equações é

$$\nabla \cdot \mathbf{M} = -\nabla \cdot \mathbf{H} \tag{1}$$

Um pressuposto para nosso estudo atual é que trabalhos no regime magnetostático, o que rege $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{0}$. Lembre-se que $\mathbf{H}$ é o fluxo elétrico; como este campo é irrotacional, temos que $\mathbf{H}$ é um campo potencial:

$$\mathbf{H} = -\nabla \phi \tag{2}$$

De porte das Equações 1 e 2, obtém-se a equação de Poisson para a função potencial ϕ - apresentada na Equação 3. Observação: uma malha quadrada 1×1 será considerada para solução numérica.

$$\nabla^2 \phi = \nabla \cdot \mathbf{M} \tag{3}$$

Equação da Função Potencial

2 Condições de Contorno

Ora, não se pode resolver uma equação de Poisson sem condições de contorno. Com este intuito, lembremos que a componente normal de $\mathbf{B}$ deve ser contínua através da interface entre o meio de fora - considere meio 1, ar - e o de dentro - considere meio 2, fluido magnético -, isto é: $(\mathbf{B}_\mathrm{f} - \mathbf{B}_\mathrm{d}) \cdot \mathbf{n} = 0$. Com a ajuda da equação do campo magnético, obtém-se $\mu_0(H_\mathrm{f}^\mathrm{n} + M_\mathrm{f}^\mathrm{n}) = \mu_0(H_\mathrm{d}^\mathrm{n} + M_\mathrm{d}^\mathrm{n})$. No meio 1, não magnetizável, M_f é nulo; utilizando a Equação 2, obtêm-se as condições de contorno para nossa função potencial:

$$\nabla \phi_\mathrm{d}^\mathrm{n} \;=\; -H_\mathrm{f}^\mathrm{n} + M_\mathrm{d}^\mathrm{n} \tag{4}$$

Desenvolvendo a equação acima e utilizando os índices da malha escalonada - índices que variam entre 1 e n na malha -, tem-se:

$$\left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_{\mathrm{left}} \approx -H_{2,j}^x + M_{2,j}^x \tag{5}$$

$$\left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_{\mathrm{right}} \approx -H_{n,j}^x + M_{n,j}^x \tag{6}$$

$$\left.\frac{\partial \phi}{\partial y}\right|_{\mathrm{lower}} \approx -H_{i,2}^y + M_{i,2}^y \tag{7}$$

$$\left.\frac{\partial \phi}{\partial y}\right|_{\mathrm{upper}} \approx -H_{i,n}^y + M_{i,n}^y \tag{8}$$

3 Problemas exemplo

Nesta seção, temos um campo magnético aplicado $\mathbf{H}$ e assume-se uma magnetização $\mathbf{M}$ do material dentro da cavidade para cada caso. Um detalhe importante é que a escolha de $\mathbf{H}$ e $\mathbf{M}$ não é arbitrária: é necessário que se satisfaça $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$.

Foi utilizada uma malha 20×20 e o valor máximo do divergente e do rotacional foi calculado.

3.1 $\mathbf{M} = \mathbf{0}$ e $H_x = 1$

Veja Figuras 1, 2 e 3. Para este caso, tem-se: $\max \frac{1}{\mu_0} \nabla \cdot \mathbf{B} = 7.19 \cdot 10^{-13}$ e $\max \nabla \times \mathbf{H} = 1.97 \cdot 10^{-13}$

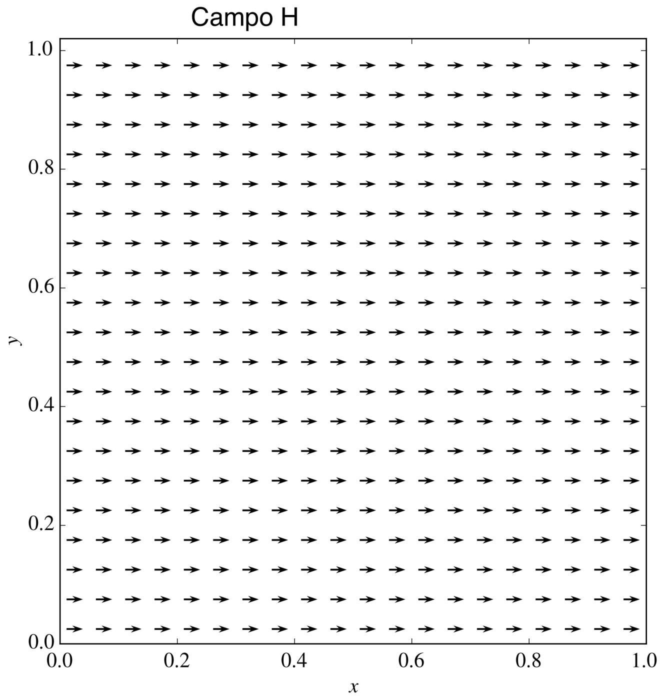

Figura 1: Campo vetorial $\mathbf{H}$ dentro da cavidade

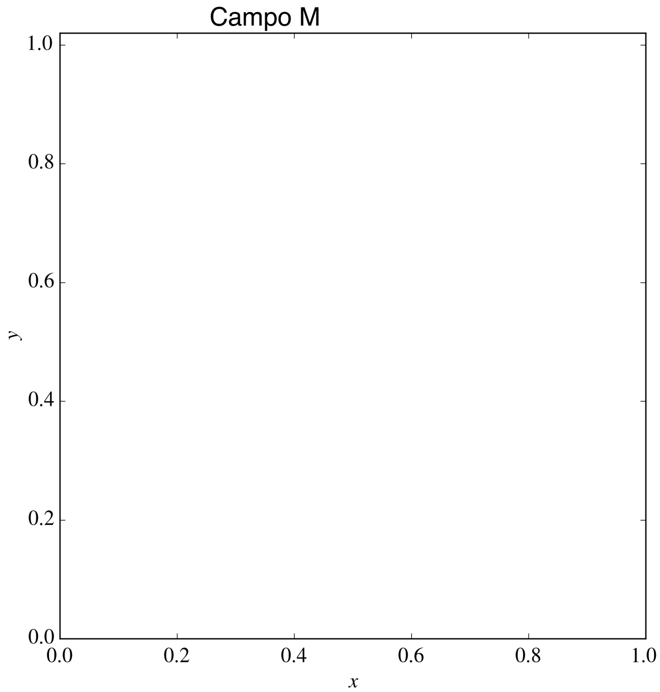

Figura 2: Campo vetorial $\mathbf{M}$ dentro da cavidade

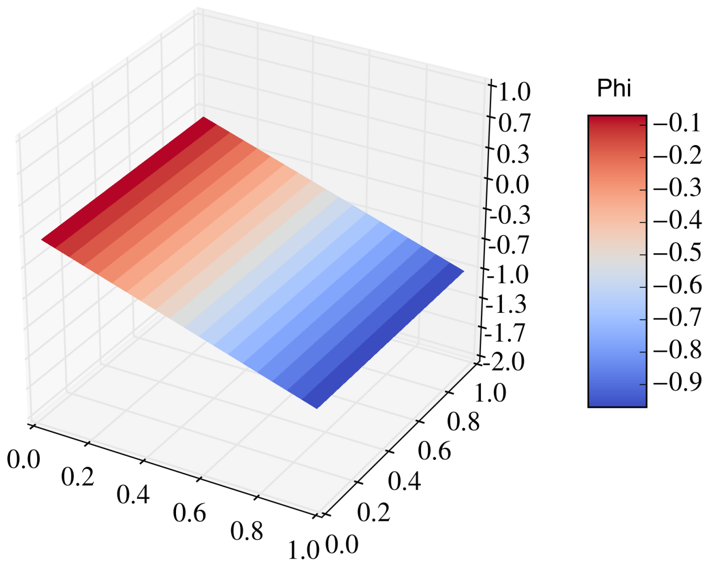

Figura 3: Função potencial ϕ

3.2 $M_x = 0.1$ e $H_x = 1$

Veja Figuras 4, 5 e 6. Para este caso, tem-se: $\max \frac{1}{\mu_0} \nabla \cdot \mathbf{B} = 6.62 \cdot 10^{-13}$ e $\max \nabla \times \mathbf{H} = 1.78 \cdot 10^{-13}$

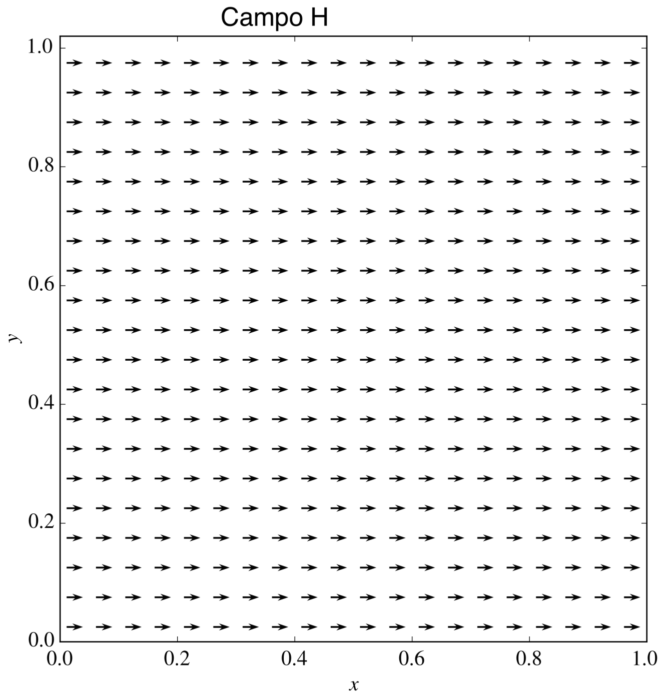

Figura 4: Campo vetorial **H** dentro da cavidade

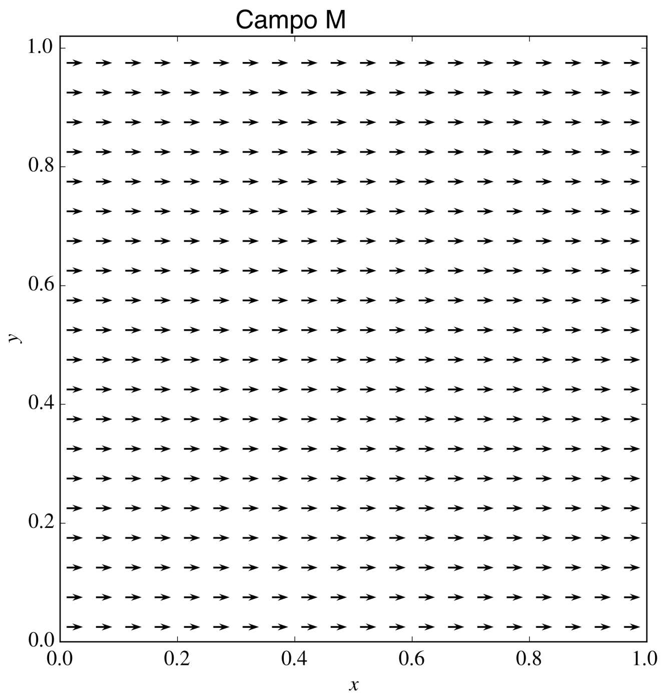

Figura 5: Campo vetorial **M** dentro da cavidade

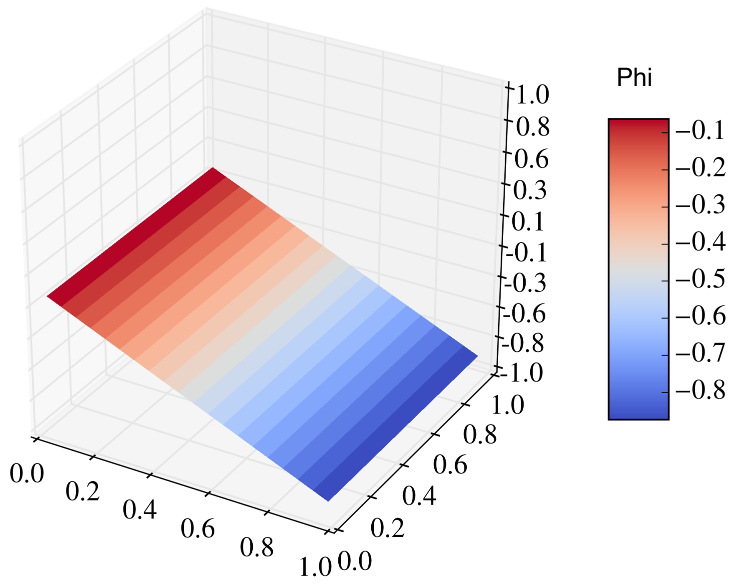

Figura 6: Função potencial ϕ

3.3 $\mathbf{M} = 0.1(\mathbf{i} + \mathbf{j})$ e $H_x = 1$

Veja Figuras 7, 8 e 9. Para este caso, tem-se: max $\frac{1}{\mu_0}\nabla\cdot\mathbf{B} = 5.59\cdot10^{-13}$ e max $\nabla\times\mathbf{H} = 1.51\cdot10^{-13}$

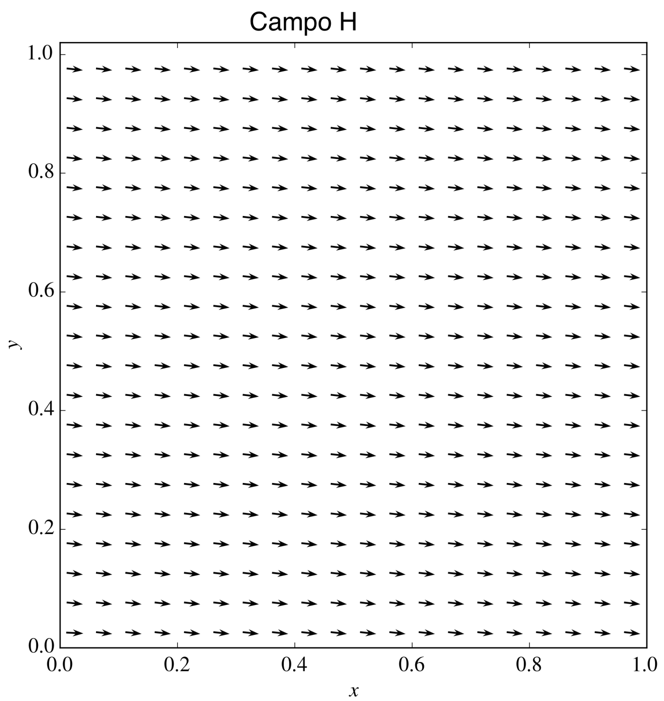

Figura 7: Campo vetorial $\mathbf{H}$ dentro da cavidade

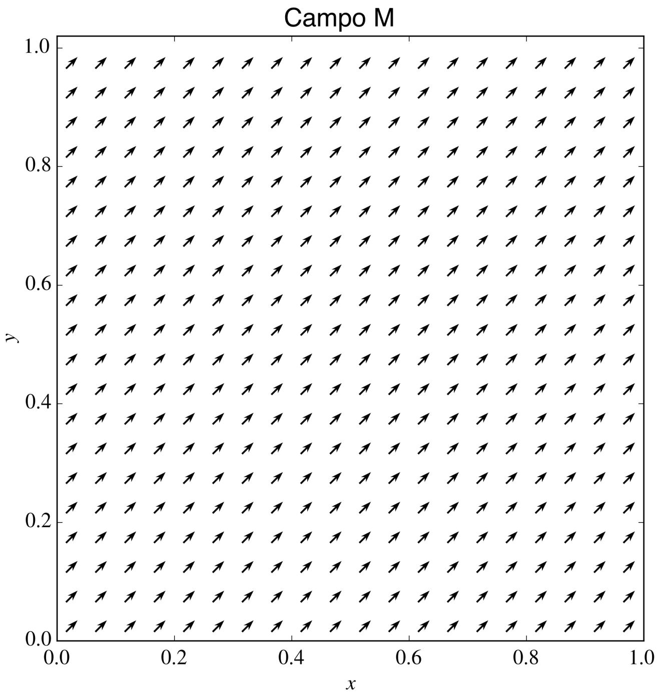

Figura 8: Campo vetorial $\mathbf{M}$ dentro da cavidade

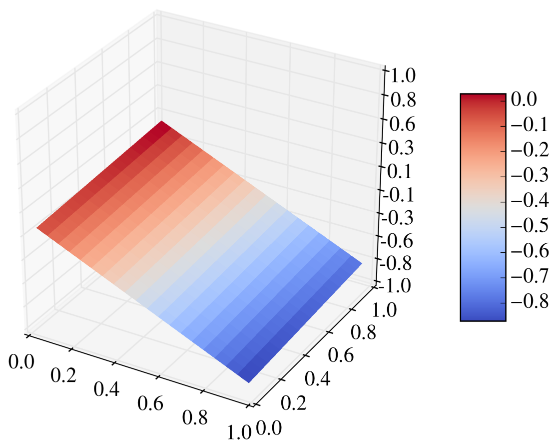

Figura 9: Função potencial ϕ

3.4 $\mathbf{M} = x\mathbf{i} - y\mathbf{j}$ e $\mathbf{H} = \mathbf{i} + \mathbf{j}$

Veja Figuras 10, 11 e 12. Para este caso, tem-se: $\max \frac{1}{\mu_0}\nabla \cdot \mathbf{B} = 1.82 \cdot 10^{-12}$ e $\max \nabla \times \mathbf{H} = 4.95 \cdot 10^{-13}$

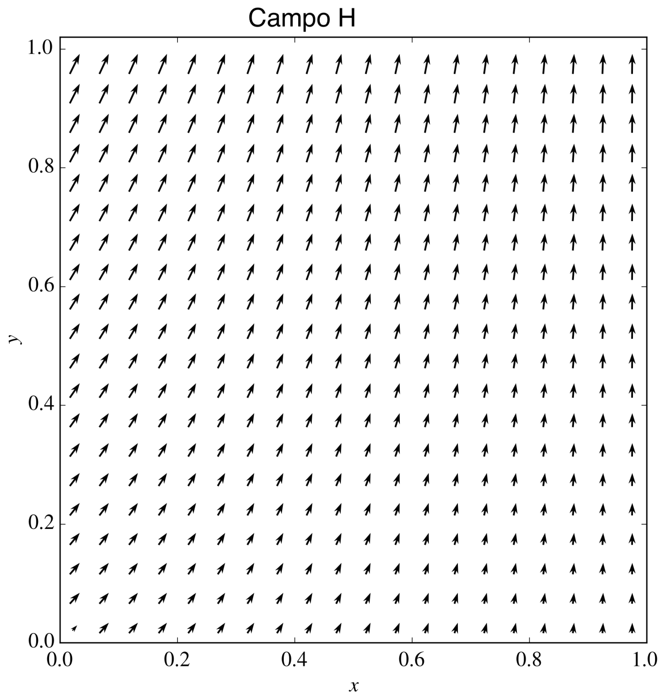

Figura 10: Campo vetorial **H** dentro da cavidade

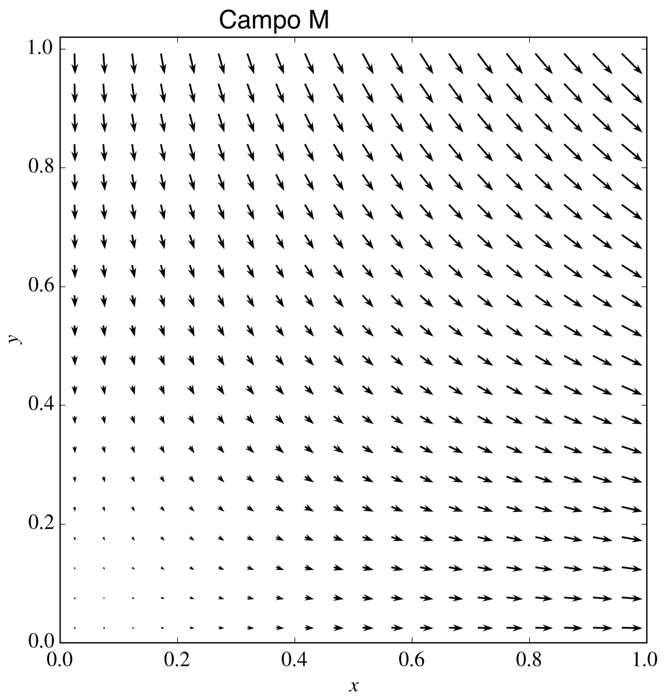

Figura 11: Campo vetorial **M** dentro da cavidade

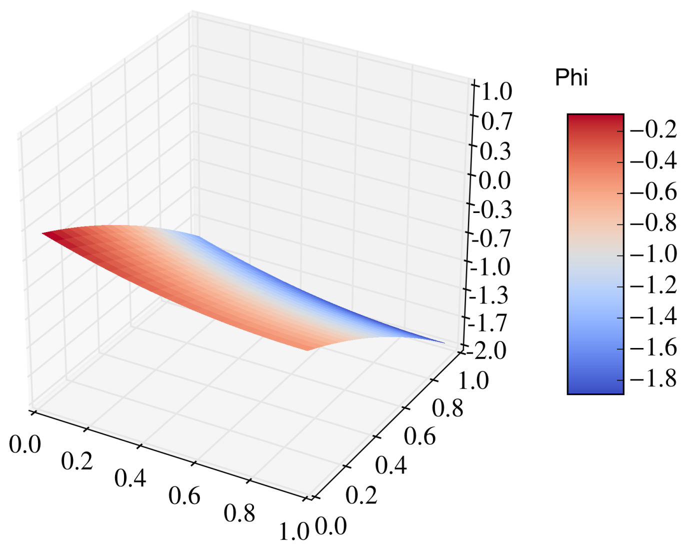

Figura 12: Função potencial ϕ