UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

Implementação de Controle com Redução Modal

Ataias Pereira Reis
Emanuel Pereira Barroso Neto

8 de janeiro de 2016

1 INTRODUÇÃO

O objetivo deste documento é de apresentar todos os procedimentos necessários para implementar o controle apresentado no artigo "*Modal Reduction Based Tracking Control for Installation of Subsea Equipments*", desenvolvido por Fabrício et al, em um controlador industrial da Rockwell. Para alguém iniciante no assunto, é difícil só ler o artigo e realizar a implementação diretamente.

2 EQUAÇÕES GOVERNANTES

Para o riser, a Equação 2.1 representa o deslocamento horizontal $\Upsilon(z,t)$ do tubo — um barbante, no presente caso — sob a ação de forças hidrodinâmicas externas e tração:

$$m_s \frac{\partial^2 \Upsilon}{\partial t^2} = -EJ \frac{\partial^4 \Upsilon}{\partial z^4} + \frac{\partial}{\partial z}\left(T(z)\frac{\partial \Upsilon}{\partial z}\right) + F_n(z,t) \tag{2.1}$$

Antes de prosseguir, é importante definir termos desta equação:

- m_s é a massa linear do barbante (o professor Eugênio disse isso, mas o que seria massa linear? É a densidade do linear? Ou é simplesmente a massa do barbante?)
- E é o módulo de Young do barbante e ele é desconhecido

- J é o segundo momento de área e representa a resistência do barbante à flexão. O barbante não apresenta tal resistência, daí $J = 0$

- $T(z)$ é a força de tração e é dada por

$$T(z) = \left(m_b + \frac{z}{L} m_s\right) g,$$

sendo m_b a massa da bolinha, L o comprimento do barbante, z a posição vertical sendo o carrinho o zero e g é a força da gravidade. (Aqui, estou considerando m_s como a massa total do barbante)

A força externa resultante, $F_n(z,t)$, é dada por

$$F_n(z,t) = -m_f \frac{\partial^2 \Upsilon}{\partial t^2} - \mu \left|\frac{\partial \Upsilon}{\partial t}\right| \frac{\partial \Upsilon}{\partial t}, \tag{2.2}$$

na qual μ é o coeficiente de arrasto e m_f é a massa do fluido adicionado, que será posteriormente pormenorizada. Fazendo $m = m_s + m_f$ e substituindo a Equação 2.2 na 2.1, obtém-se:

$$\frac{\partial^2 \Upsilon}{\partial t^2} = -\frac{EJ}{m}\frac{\partial^4 \Upsilon}{\partial z^4} + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{T(z)}{m}\frac{\partial \Upsilon}{\partial z}\right) - \frac{\mu}{m}\left|\frac{\partial \Upsilon}{\partial t}\right| \frac{\partial \Upsilon}{\partial t} \tag{2.3}$$

No artigo do Fabrício, fala "*Since the traction $T(z)$ is mostly due to the heavy payload, it can be assumed an average value T for it, taken in the middle of the riser's length.*". Eu suspeito da veracidade desta frase quando analisado os dados

- Massa do isopor: 0.15g
- Diâmetro da bolinha: 30.6mm
- Massa do barbante: 0.492g
- Comprimento do barbante: 0.82m
- Diâmetro do barbante: 2mm
- Densidade linear considerando densidade volumétrica 191kg/m^3 é de 0.6g/m.
- Massa do barbante pela da bolinha aproximadamente 3 (0.492/0.15).

Nota-se que o barbante pesa mais que o isopor, o que faria com que a tração não fosse principalmente devida pela bolinha, mas sim pelo isopor. Neste caso, pode-se prosseguir com o uso de um valor médio para $T(z)$? No momento considero que sim, pois acho que foi assim que foi feito nas simulações. Definindo uma constante τ que substitui o termo $\frac{\mu}{m}\left|\frac{\partial \Upsilon}{\partial t}\right|$ já levando em conta um valor médio para $\left|\frac{\partial \Upsilon}{\partial t}\right|$ e usando o valor médio T para a tração, tem-se

$$\frac{\partial^2 \Upsilon}{\partial t^2} = -\frac{EJ}{m}\frac{\partial^4 \Upsilon}{\partial z^4} + \frac{T}{m}\frac{\partial^2 \Upsilon}{\partial z^2} - \tau \frac{\partial \Upsilon}{\partial t} \tag{2.4}$$

Antes de prosseguirmos para a discretização, e então obter as matrizes em espaço de estados, é importante pensar nas condições de contorno. No topo, $z = L$, tem-se $\Upsilon(L,t) = u(t)$, ou seja, o carrinho se move conforme uma trajetória $u(t)$ definida. Neste mesmo ponto, $\frac{\partial \Upsilon}{\partial z}(L,t) = 0$. Para a ponta na qual a carga está situada, $z = 0$, tem-se $\frac{\partial \Upsilon}{\partial z}(0,t) = \frac{F_L}{T}$, sendo F_L a força aplicada pela ponta do riser na carga. (Outra coisa que confundi, eu entendi $u(t)$ sendo uma trajetória, pois Υ é deslocamento, mas no artigo do Fabrício está escrito em uma momento que é uma força).

2.1 Discretização

De forma a se realizar o controle proposto, o sistema deve ter um espaço de estados finito. Para isso, aplica-se o método de diferenças finitas na coordenada z, de maneira a se aproximar a EDP governante em um número finito de EDOs. No espaço discreto, a equação do k-ésimo elemento é dada por

$$\begin{aligned}\frac{d^2\Upsilon}{dt^2} &= -\frac{EJ}{m\Delta z^4}\left(\Upsilon_{k-2} - 4\Upsilon_{k-1} + 6\Upsilon_k - 4\Upsilon_{k+1} + \Upsilon_{k+2}\right)\\ &\quad + \frac{T}{m\Delta z^2}\left(\Upsilon_{k-1} - 2\Upsilon_k + \Upsilon_{k+1}\right) - \tau\frac{d\Upsilon}{dt},\end{aligned} \tag{2.5}$$

sendo Δz a distância entre dois pontos de discretização ($\Delta z = L/N$), L é o comprimento do riser e N é o número de pontos de discretização. (A tração $T(z)$ foi trocada por T já na Equação 2.4, sendo um valor médio).

Sendo $k \in \mathbb{N} : 1 \leq k \leq N$, o que aconteceria quando $k = 1$ e se precisasse de Υ_{k-1} e Υ_{k-2}? Estes termos estariam fora do domínio. Para esse caso especial, deve ser utilizado diferenças finitas unilaterais, ou basta essa única discretização? Um problema similar ocorrer quando $k = N$.

3 Redução Modal