GYMNASIUM OTTOBRUNN

Oberstufenjahrgang 2017/19

Seminarfach Softwareentwicklung

Seminararbeit

36. Bundeswettbewerb Informatik

Runde 2

Aufgabe 1 und 3

Verfasser: Jonas Fritsch

Seminarleiter: StD Peter Brichzin

Bewertung: ..... Punkte

Unterschrift des Seminarleiters: .....

INHALTSVERZEICHNIS

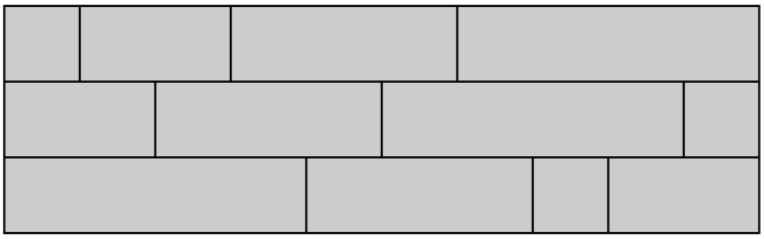
1 EINLEITUNG

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Sed tempus consectetur lorem, imperdiet dignissim est auctor a. Vivamus convallis, leo et iaculis egestas, nunc massa porttitor tellus, id faucibus urna justo eget massa. Praesent quis feugiat odio. Nullam quis mattis enim. Fusce volutpat odio in enim sodales venenatis. Mauris consequat.

2 AUFGABE 1 - "Die Kunst der Fuge"

2.1 Aufgabenstellung

Ilona besitzt einen riesigen Haufen Holzklötzchen: Diese haben alle dieselbe Höhe und Tiefe, aber verschiedene Längen.
Ilona möchte eine Mauer bauen. Jede Reihe der Mauer soll aus n Klötzchen bestehen, die die Längen 1 bis n haben und lückenlos aneinander liegen. Die Stellen zwischen den Klötzchen heißen Fugen. Ilona möchte, dass in der fertigen Mauer niemals zwei Fugen übereinander liegen, selbst wenn sich mehrere Reihen dazwischen befinden. Außerdem soll ihre Mauer möglichst hoch sein.
Für $n = 4$ gelingt es ihr recht schnell, eine Mauer mit drei Reihen zu bauen:



Aufgabe

Hilf Ilona, indem du ein Programm schreibst, das nach Eingabe von n eine nach ihren Vorgaben konstruierte, möglichst hohe Mauer ausgibt. Für $n = 10$ sollte dein Programm eine Mauer der Höhe 6 ausgeben können. Wie hoch werden die Mauern deines Programms für größere n?

2.2 Auslegung der Aufgabe

Die grundlegende Aufgabe ist eine Mauer mit möglichst vielen Reihen, die aus verschieden länglichen Klötzchen bestehen, zu bauen.
Die Längen der Klötzchen in einer Reihe sind durch eine Variable n definiert. Die Variable n ($n \in \mathbb{N}\backslash\{0\}$) definiert dabei die Längen und auch die Gesamtanzahl der Klötzchen pro Reihe. Gesamtanzahl heißt bei zum Beispiel $n = 5$, besteht jede Reihe aus 5 einzelnen Klötzchen. Jede Reihe setzt sich zusammen aus einem 1er, einem 2er, einem 3er, einem 4er und einem 5er Klotz.

Der Trick bei der Aufgabe ist nun, dass niemals zwei Fugen **übereinanderliegen**

dürfen. Eine Fuge ist die Lücke zwischen zwei Klötzchen (Siehe Abbildung 1).

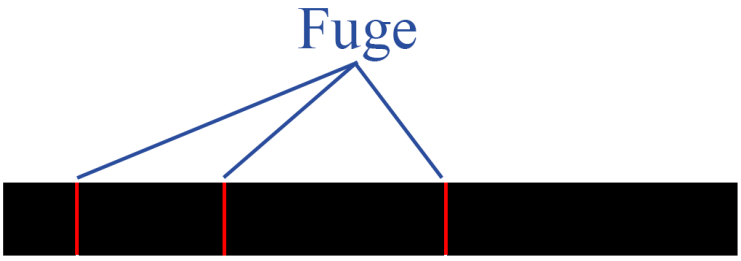


Abbildung 1: Darstellung der 3 Fugen einer Reihe mit 4 Klötzchen

2.3 Lösungsidee

Um die Problemstellung der Aufgabe genauer zu verstehen, bietet es sich erstmal an Mauern für kleinere n auf Papier zu zeichnen. Beginnt man mit $n = 1$, fällt auf, dass ganz gleich wie viele Reihen übereinanderliegen, es nie zu einer Fugenüberlappung kommen kann, da eine Reihe mit einem einzelnen Klötzchen keine Fuge besitzt. Für $n = 1$ kann also theoretisch eine **unendlich** hohe Mauer gebaut werden.

Für $n = 2$ ist es auch noch recht einfach eine Mauer zu bauen. Denn es gibt pro Reihe nur 2 Mögliche Reihenfolgen von Klötzchen. Entweder kommt zuerst der 1er oder der 2er Klotz. Eine der zwei Möglichen Lösungen ist in Abbildung 2 zu sehen. Es gibt keine Möglichkeit noch ein Klötzchen mehr zu platzieren, ohne eine Fuge doppelt zu besetzen.

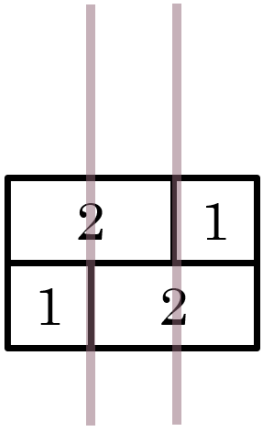


Abbildung 2: Eine der zwei möglichen Lösungen für $n = 2$. Die roten Striche zeigen an, dass die jeweilige Fuge bereits besetzt ist.

Auch für $n = 3$ gibt es eine Mauer mit einer maximalen Höhe von 2 (Siehe Abbildung 3). Hier wird es jedoch schon komplexer, da es nun für eine Reihe nicht mehr $2! = 2 \times 1 = 2$ sondern $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ mögliche Klötzchen-Reihenfolgen gibt. Außerdem tritt bei $N = 3$ das erste mal auf, dass eine **mögliche Fugenstelle nicht besetzt wird.**

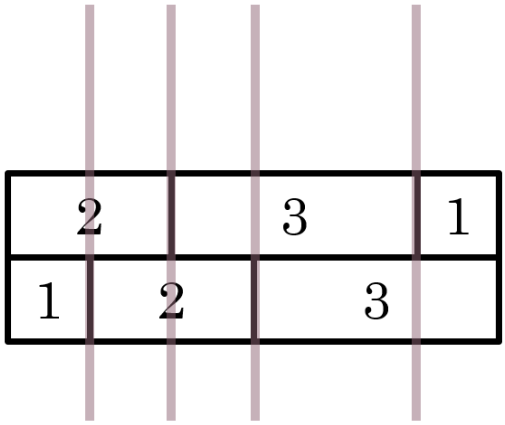


Abbildung 3: Eine mögliche Lösung für $n = 3$. Zu beachten ist, dass in der Mauer eine **mögliche** Fugenstelle, dort wo es eine größere Lücke zwischen den zwei letzten besetzten Fugenstellen gibt, **unbesetzt bleibt.**

Geht man noch weiter und bildet eine Mauer für $n = 4$ ($4! = 24$ mögliche Klötzchen Anordnungen pro Reihe), so kann man erstmals eine Mauer der Höhe 3 bilden (Siehe Abbildung 4). Hier ist auch wieder jede einzelne Fugenstelle besetzt

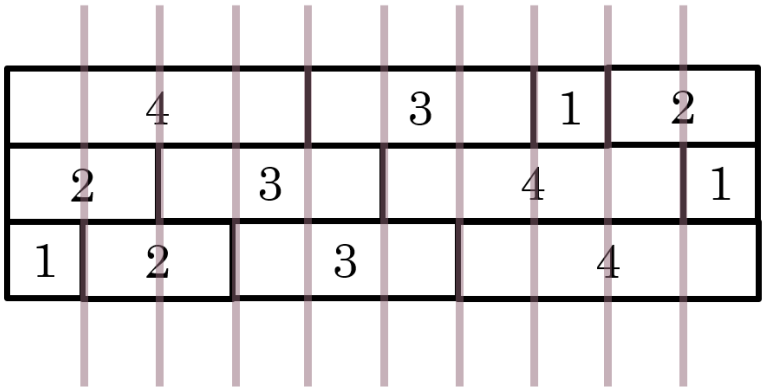


Abbildung 4: Eine mögliche Lösung für $n = 4$

Die Komplexität der Aufgabe steigt mit höheren n stark an. Während man bei $n = 22!$ Möglichkeiten pro Reihe und 2 Reihen hatte ($2! \times 2 = 4$ unterschied-

liche Lösungen), gibt es bei $n = 4$ bereits $4! \times 3 = 72$ verschiedene Lösungen. Allgemein gibt es also für eine Mauer $n! \times h$ Lösungen, wobei h die Anzahl der übereinanderliegenden Reihen ist.

Es ist logisch, dass zwischen der Anzahl der maximal möglichen Reihen h und der Anzahl der Klötzchen pro Reihe n eine Abhängigkeit existiert.

Allgemein kann man sagen, dass die **maximale Mauerhöhe** dann erreicht ist, wenn **nicht** mehr **genug Fugenstellen in der Mauer frei sind**, um eine **weitere Reihe zu bilden**.
Somit lässt sich die Formel

$$h = \frac{f_{Mauer}}{f_{Reihe}}$$

ableiten, wobei f_{Mauer} die maximale Anzahl an Fugen in der Mauer und f_{Reihe} die Anzahl der Fugen, die eine Reihe besetzt, beschreibt.

2.4 Implementierung

2.5 Laufzeitanalyse

2.6 Optimierungsmöglichkeiten

2.7 Beispiele

2.8 Quellcode

3 AUFGABE 3 - ”Quo vadis, Quax?”

3.1 Aufgabenstellung

3.2 Lösungsidee

3.3 Teilaufgabe (a)

3.4 Teilaufgabe (b)

3.5 Teilaufgabe (c)

3.5.1 Implementierung

3.5.2 Laufzeitanalyse

3.5.3 Optimierungsmöglichkeiten

3.5.4 Beispiele

3.6 Teilaufgabe (d)

3.7 Quellcode

4 FAZIT

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Sed tempus consectetur lorem, imperdiet dignissim est auctor a. Vivamus convallis, leo et iaculis egestas, nunc massa porttitor tellus, id faucibus urna justo eget massa. Praesent quis feugiat odio. Nullam quis mattis enim. Fusce volutpat odio in enim sodales venenatis. Mauris consequat.

5 ABBILDUNGSVERZEICHNIS

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Sed tempus consectetur lorem, imperdiet dignissim est auctor a. Vivamus convallis, leo et iaculis egestas, nunc massa porttitor tellus, id faucibus urna justo eget massa. Praesent quis feugiat odio. Nullam quis mattis enim. Fusce volutpat odio in enim sodales venenatis. Mauris consequat.

6 LITERATURVERZEICHNIS

Literatur

[1] Leslie Lamport, *LaTeX: a document preparation system*, Addison Wesley, Massachusetts, 2nd edition, 1994.

7 ERKLÄRUNG DES VERFASSERS

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Sed tempus consectetur lorem, imperdiet dignissim est auctor a. Vivamus convallis, leo et iaculis egestas, nunc massa porttitor tellus, id faucibus urna justo eget massa. Praesent quis feugiat odio. Nullam quis mattis enim. Fusce volutpat odio in enim sodales venenatis. Mauris consequat.

Ich erkläre hiermit, dass ich die Seminararbeit ohne fremde Hilfe angefertigt und nur die im Literaturverzeichnis angeführten Quellen und Hilfsmittel benützt habe.

…….., den …….
Ort Datum

…….

Unterschrift des Verfassers