

Daha ileriye... En iyiye...



www.hacettepe.edu.tr

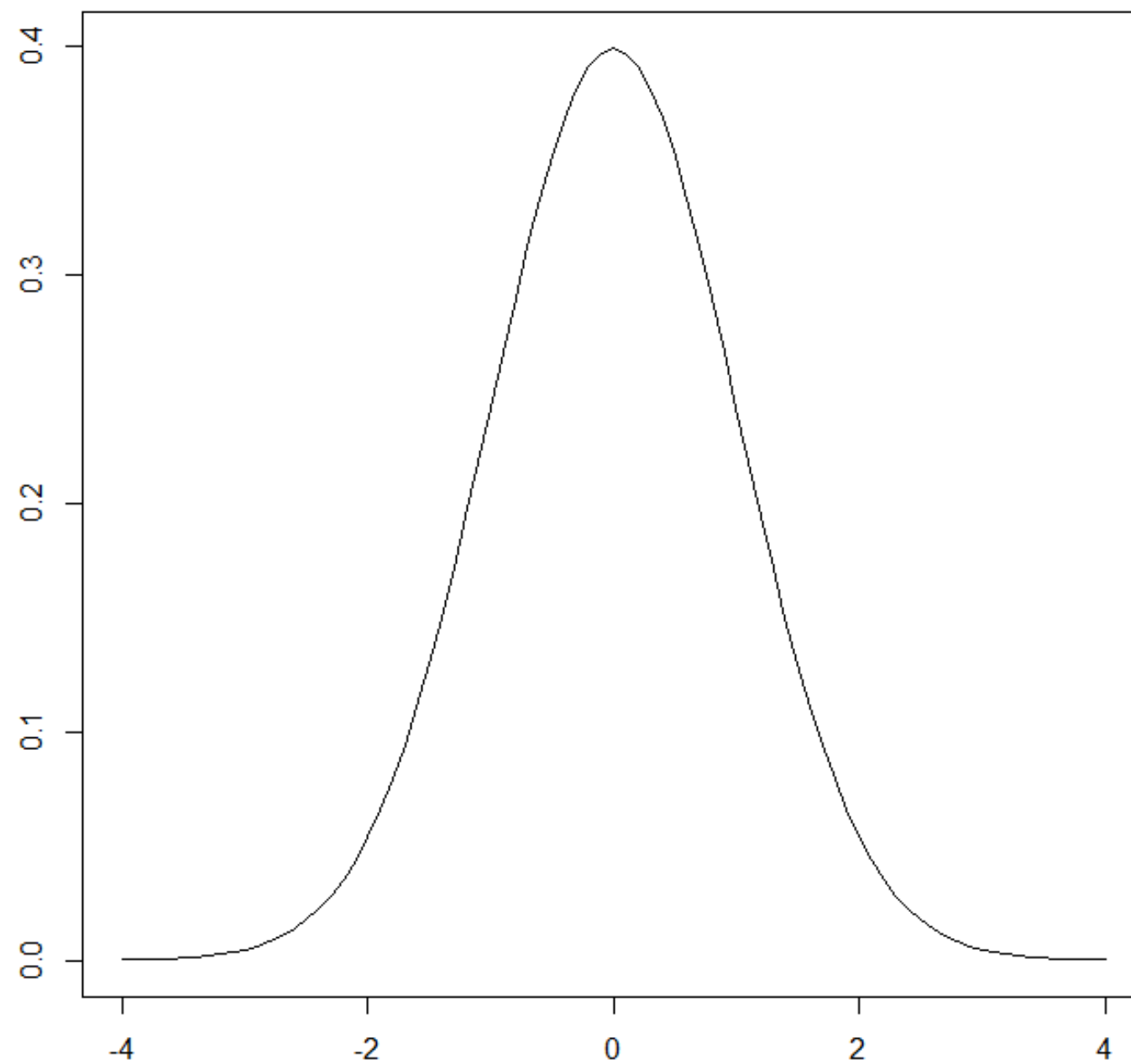
- Doç. Dr. Kübra Atalay Kabasakal

NORMAL DAĞILIM (Gauss Dağılımı)

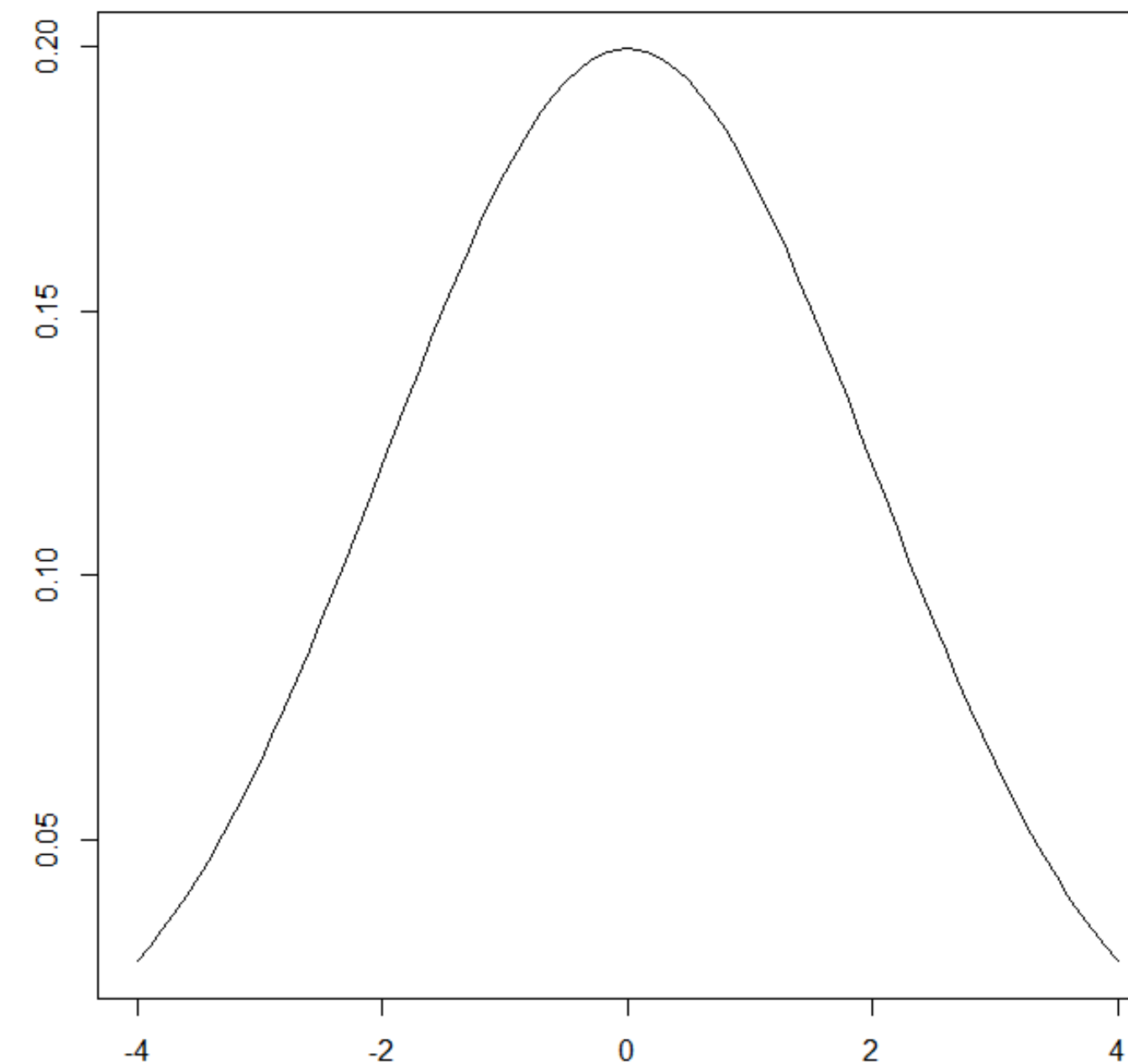
- Normal dağılım evrende sıkça karşımıza çıkan ve çan şeklinde olan bir olasılık dağılımıdır.
- Normal dağılımın özellikleri
 - Arka plandaki değişken sürekli ve sınırsızdır
 - Dağılım
 - Merkezi etrafında simetriktir
 - Tek bir mod değeri vardır
 - Ortalama, ortanca ve Mod değerleri birbirine eşittir

Normal dağılım iki parametre ile tanımlanır:

Ortalama (μ) ve Standart Sapma (σ)

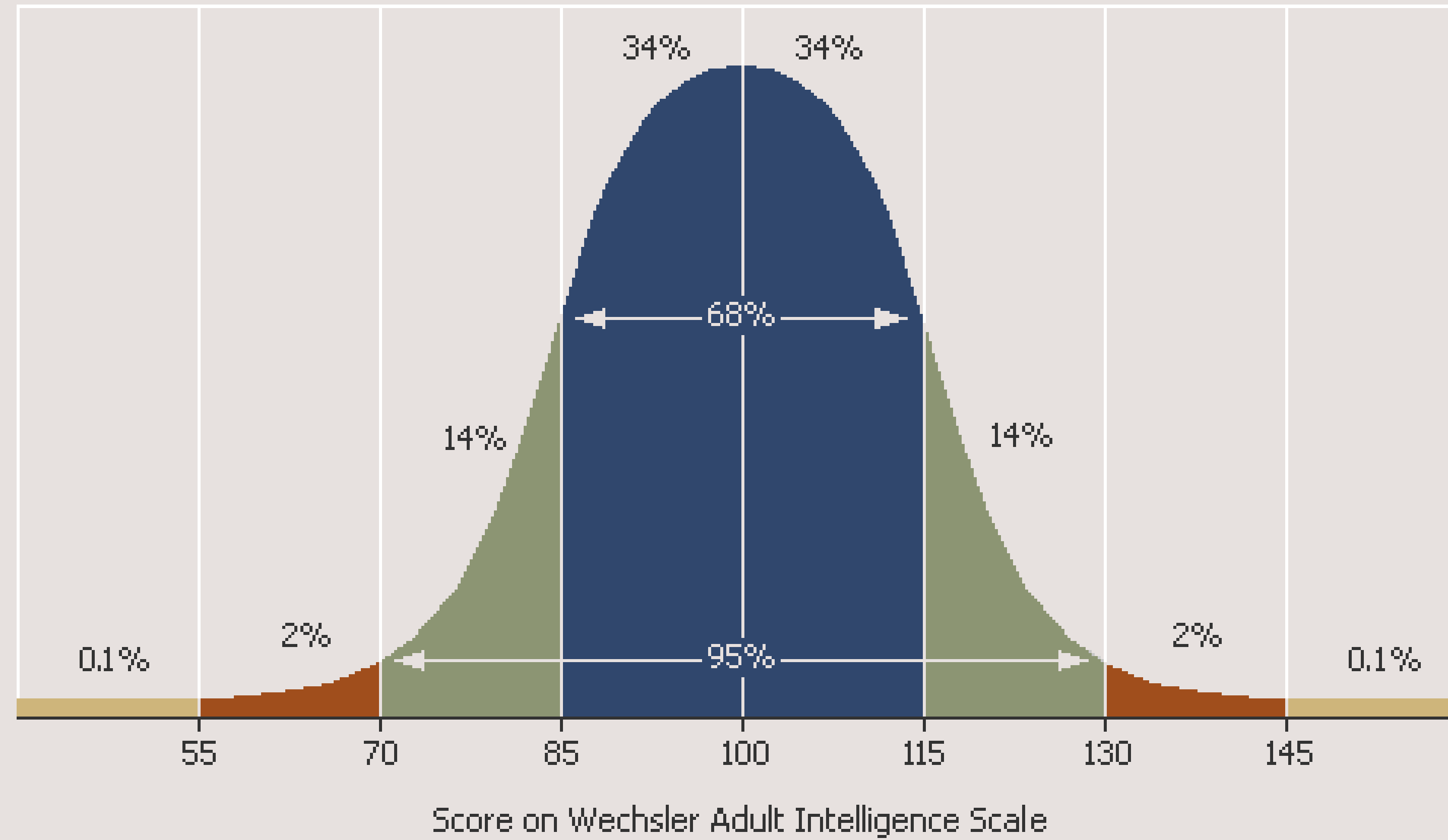


$\mu=0$ ve $\sigma=1$



$\mu=0$ ve $\sigma=2$

Number of scores



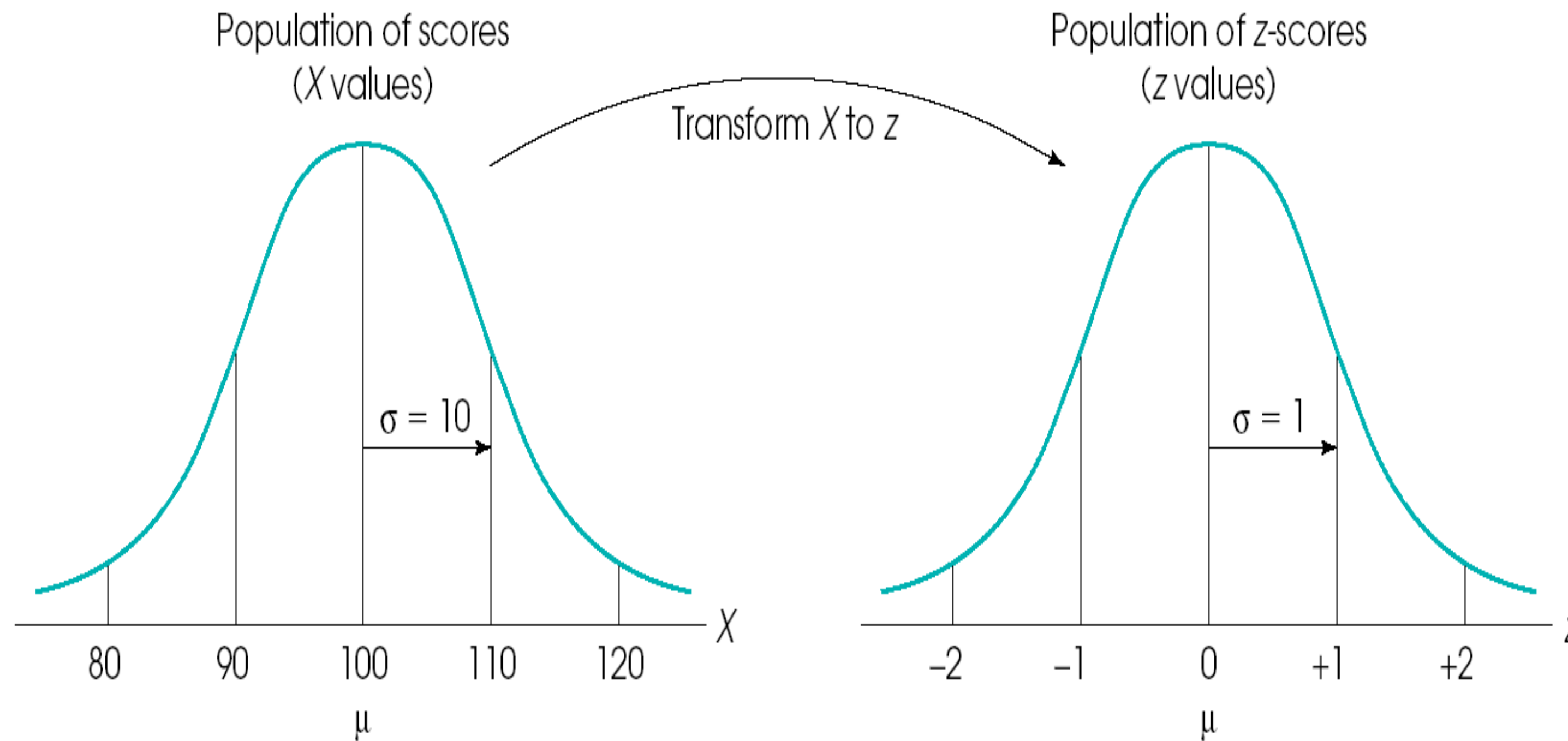
Standart dağılım

Önceden belirlenmiş μ ve σ değerlerine göre dönüştürülmüş puanlardan oluşan dağılımlara denir. Standart dağılımlar benzer olmayan dağılımların karşılaştırılmasına yardımcı olur.

- Z-puanlarının oluşturduğu dağılımlar $\mu=0$ ve $\sigma=1$ olan standart dağılımlardır.

Standart Normal Dağılım

Normal dağılımda herhangi bir X değişkeni yerine Z değişkeni kullanılırsa Z tesadüfi değişkeninin dağılımına standart normal



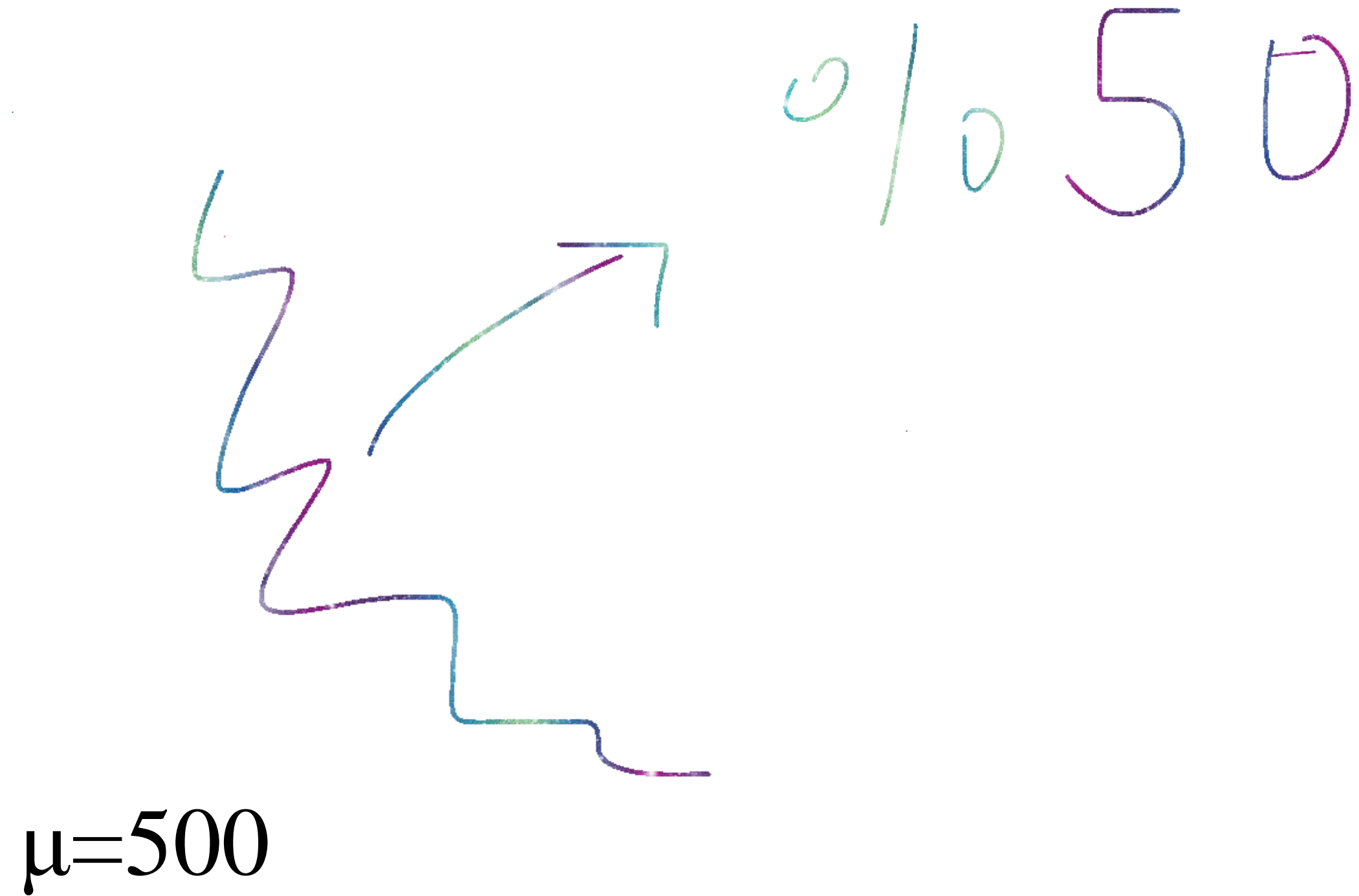
Evren için z puanları

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

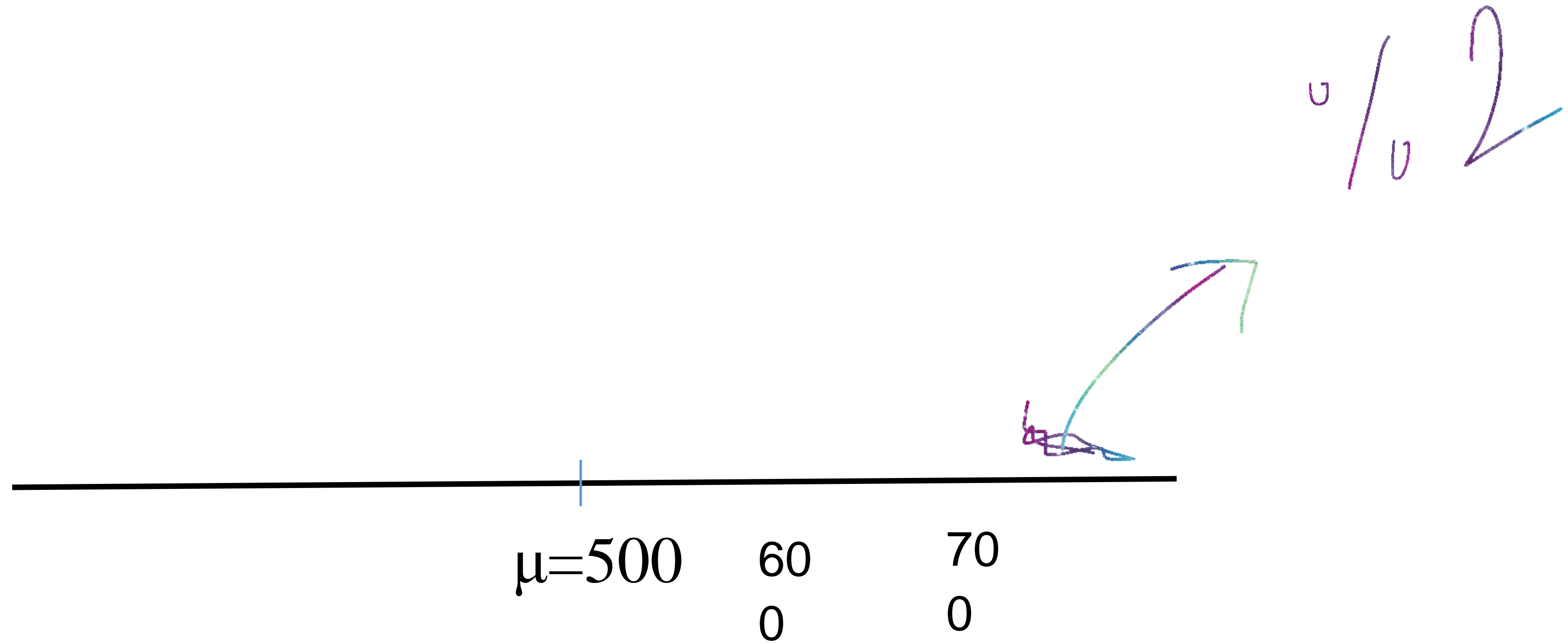
Sorular: Evrende X puanları normal dağılmaktadır ve ortlaması 500 ($\mu = 500$) ve standart sapması 100'dür ($\sigma = 100$). Buna göre:

1. Evrenden rastgele seçilen bir kişinin test puanının 500 ve üzerinde olma olasılığı nedir?
2. Evrenden rastgele seçilen bir kişinin test puanının 700 ve üzerinde olma olasılığı nedir?
3. Evrenden rastgele seçilen bir bireyin test puanının 570 ve üzerinde olma olasılığı nedir?

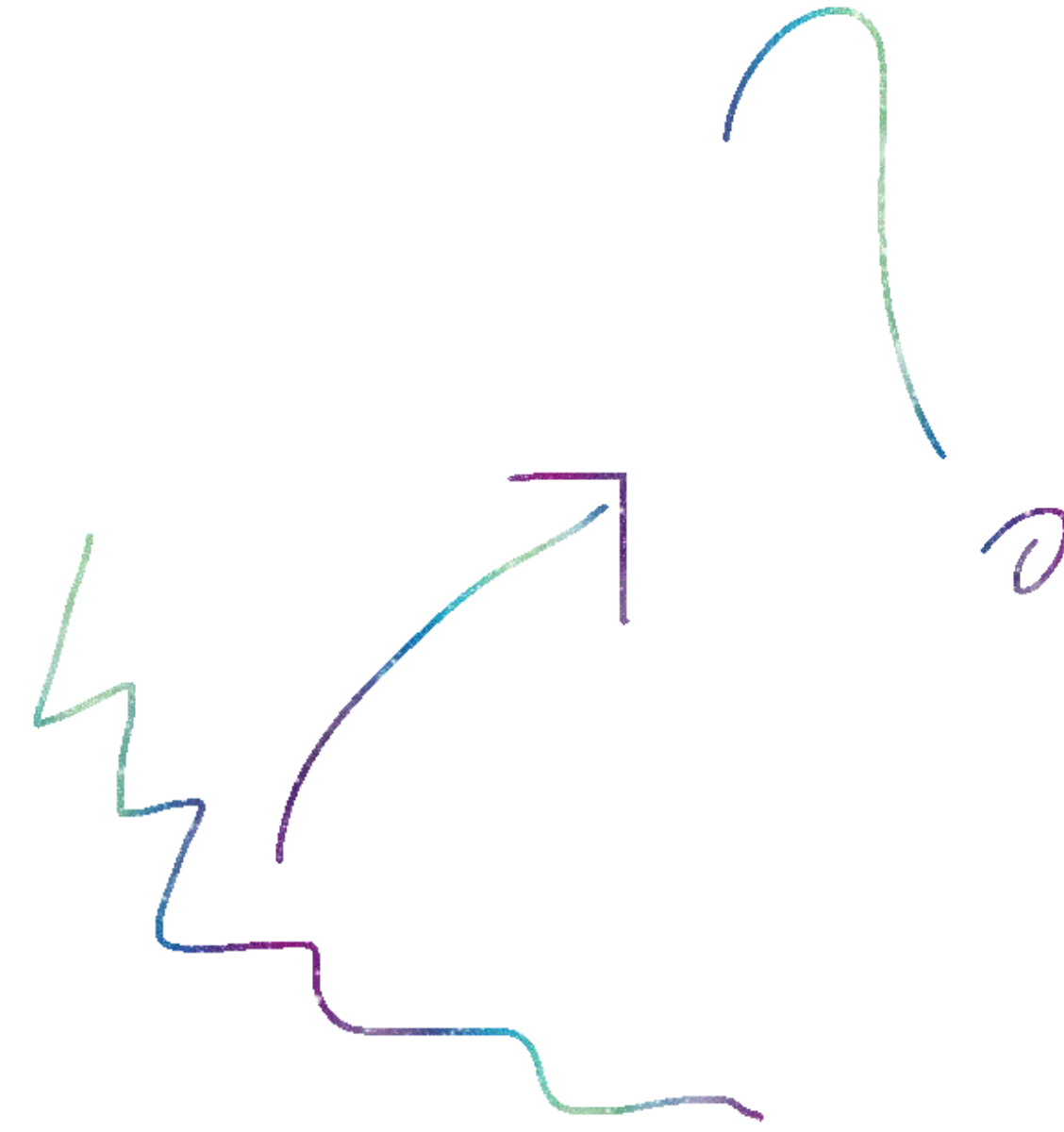
1. Evrenden rastgele seçilen bir kişinin test puanının 500 ve üzerinde olma olasılığı nedir?



2. Evrenden rastgele seçilen bir kişinin test puanının 700 ve üzerinde olma olasılığı nedir? ($\mu=500$, $\sigma=100$)



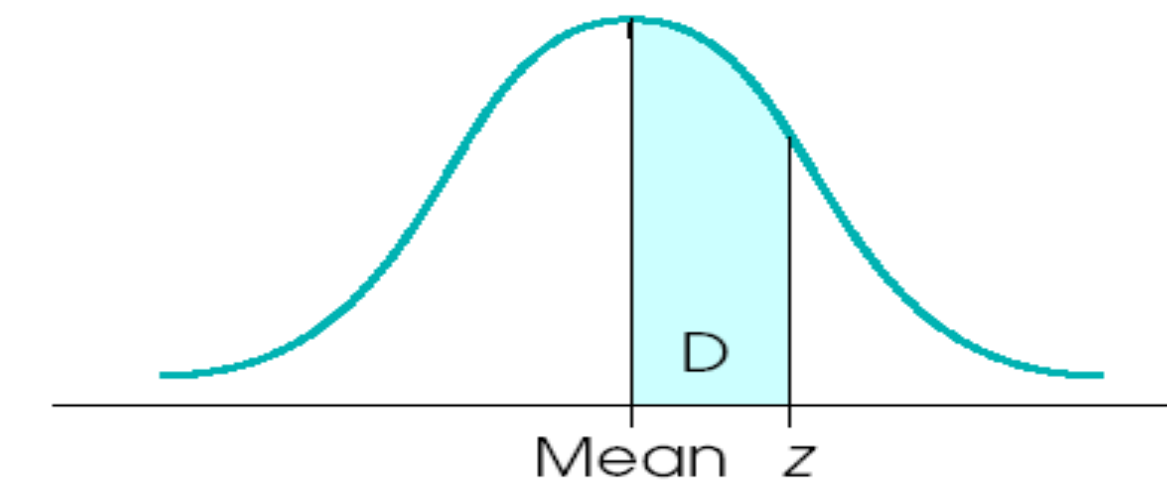
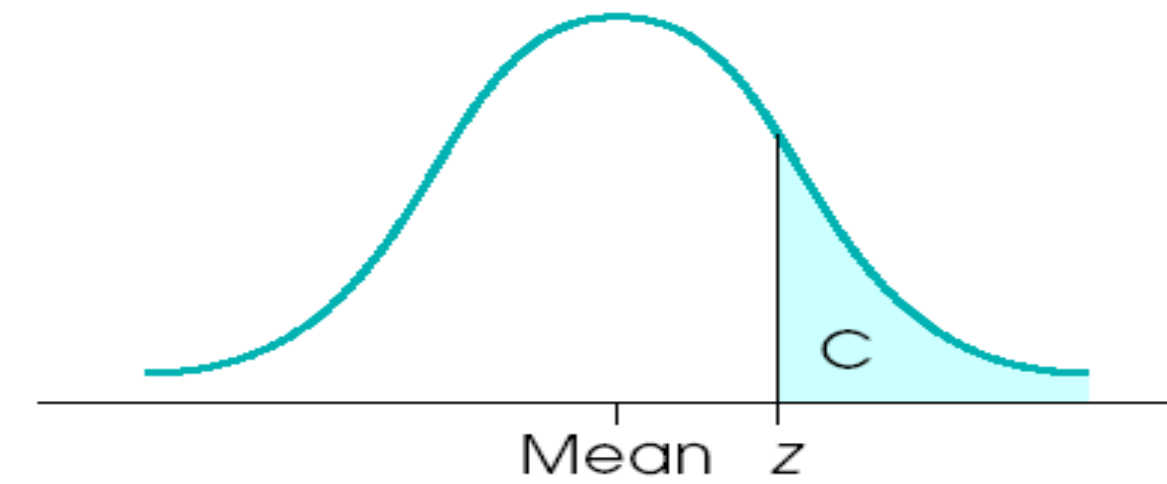
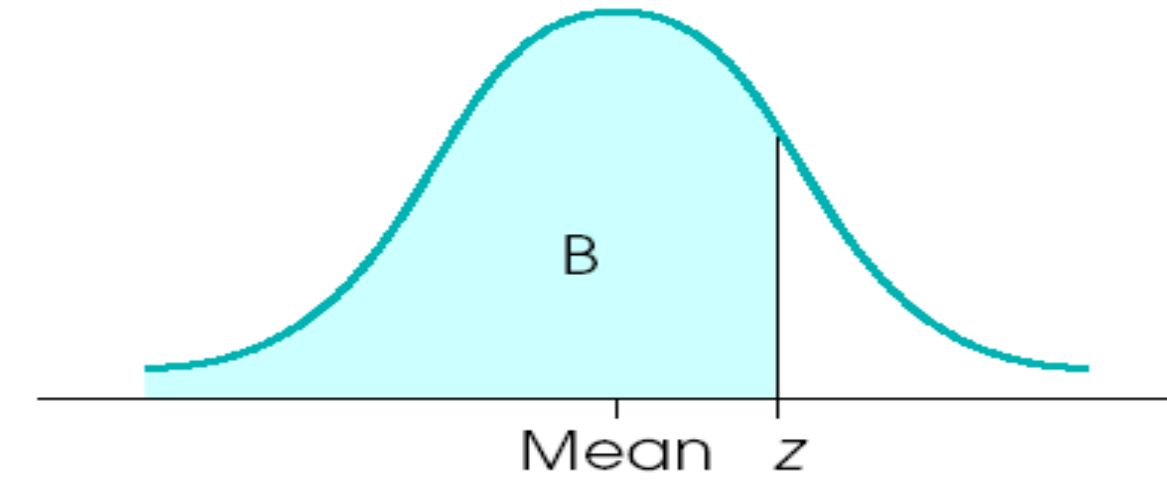
3. Evrenden rastgele seçilen bir bireyin test puanının 570 ve üzerinde olma olasılığı nedir?



$$\mu=500 \quad 60$$
$$0$$

Birim Normal Dağılım Tablosu

(A) z	(B) Proportion in Body	(C) Proportion in Tail	(D) Proportion Between Mean and z
0.00	.5000	.5000	.0000
0.01	.5040	.4960	.0040
0.02	.5080	.4920	.0080
0.03	.5120	.4880	.0120
0.21	.5832	.4168	.0832
0.22	.5871	.4129	.0871
0.23	.5910	.4090	.0910
0.24	.5948	.4052	.0948
0.25	.5987	.4013	.0987
0.26	.6026	.3974	.1026
0.27	.6064	.3936	.1064
0.28	.6103	.3897	.1103
0.29	.6141	.3859	.1141
0.30	.6179	.3821	.1179
0.31	.6217	.3783	.1217
0.32	.6255	.3745	.1255
0.33	.6293	.3707	.1293
0.34	.6331	.3669	.1331



3. Evrenden rastgele seçilen bir bireyin test puanının 570 ve üzerinde olma olasılığı nedir?

- I. Test puanını z puanına çevir
- II. Elde ettiğin z puanını birim normal dağılım tablosunda bul
- III. Bulduğun değere ilişki C sütunundaki (tail area) bize test puanı 570 ve üzeri olma olasılığını verecektir

$$z = (x - \mu) / \sigma$$

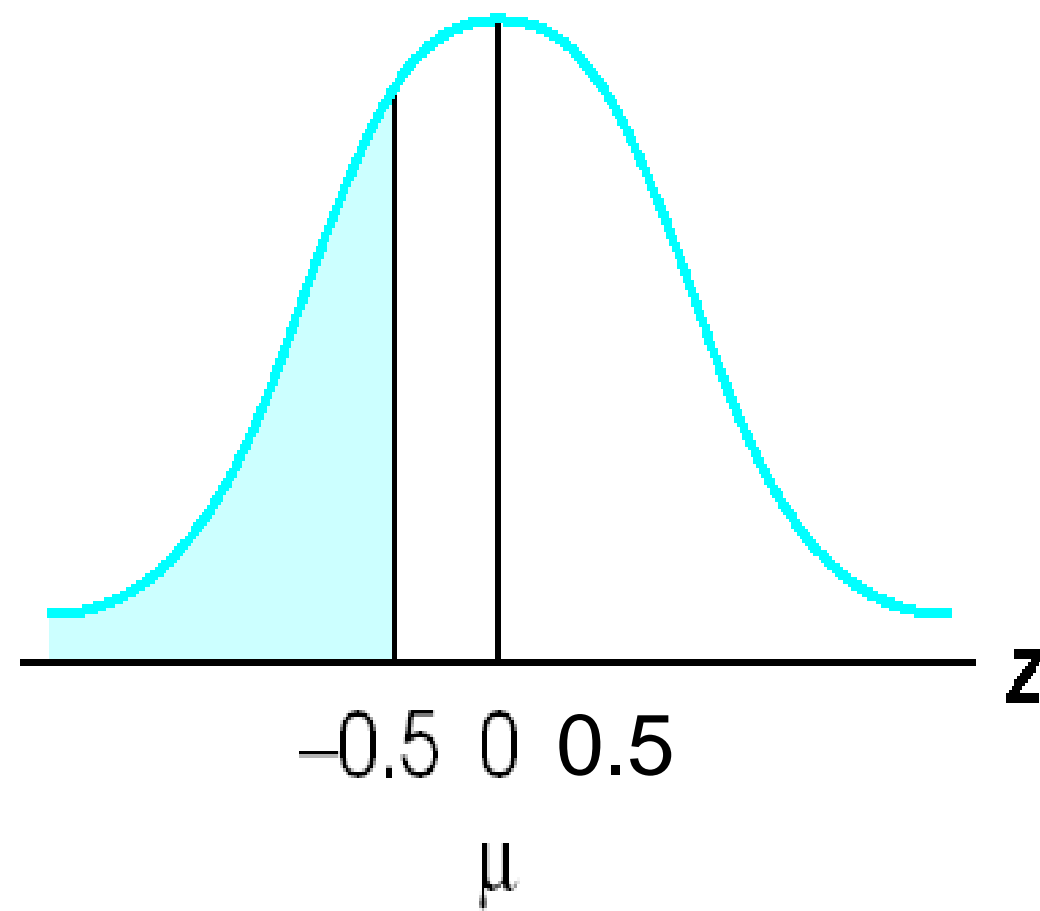
$$z = (570 - 500) / 100$$

$$z = 70 / 100 = 0.7$$

(A) z	(B) Proportion in Body	(C) Proportion in Tail	(D) Proportion Between Mean and z
0.50	.6915	.3085	.1915
0.51	.6950	.3050	.1950
0.52	.6985	.3015	.1985
0.53	.7019	.2981	.2019
0.54	.7054	.2946	.2054
0.55	.7088	.2912	.2088
0.56	.7123	.2877	.2123
0.57	.7157	.2843	.2157
0.58	.7190	.2810	.2190
0.59	.7224	.2776	.2224
0.60	.7257	.2743	.2257
0.61	.7291	.2709	.2291
0.62	.7324	.2676	.2324
0.63	.7357	.2643	.2357
0.64	.7389	.2611	.2389
0.65	.7422	.2578	.2422
0.66	.7454	.2546	.2454
0.67	.7486	.2514	.2486
0.68	.7517	.2483	.2517
0.69	.7549	.2451	.2549
0.70	.7580	.2420	.2580
0.71	.7611	.2389	.2611
0.72	.7642	.2358	.2642

Alıştırmalar:

1. Taralı alana karşılık gelen alanı bulunuz

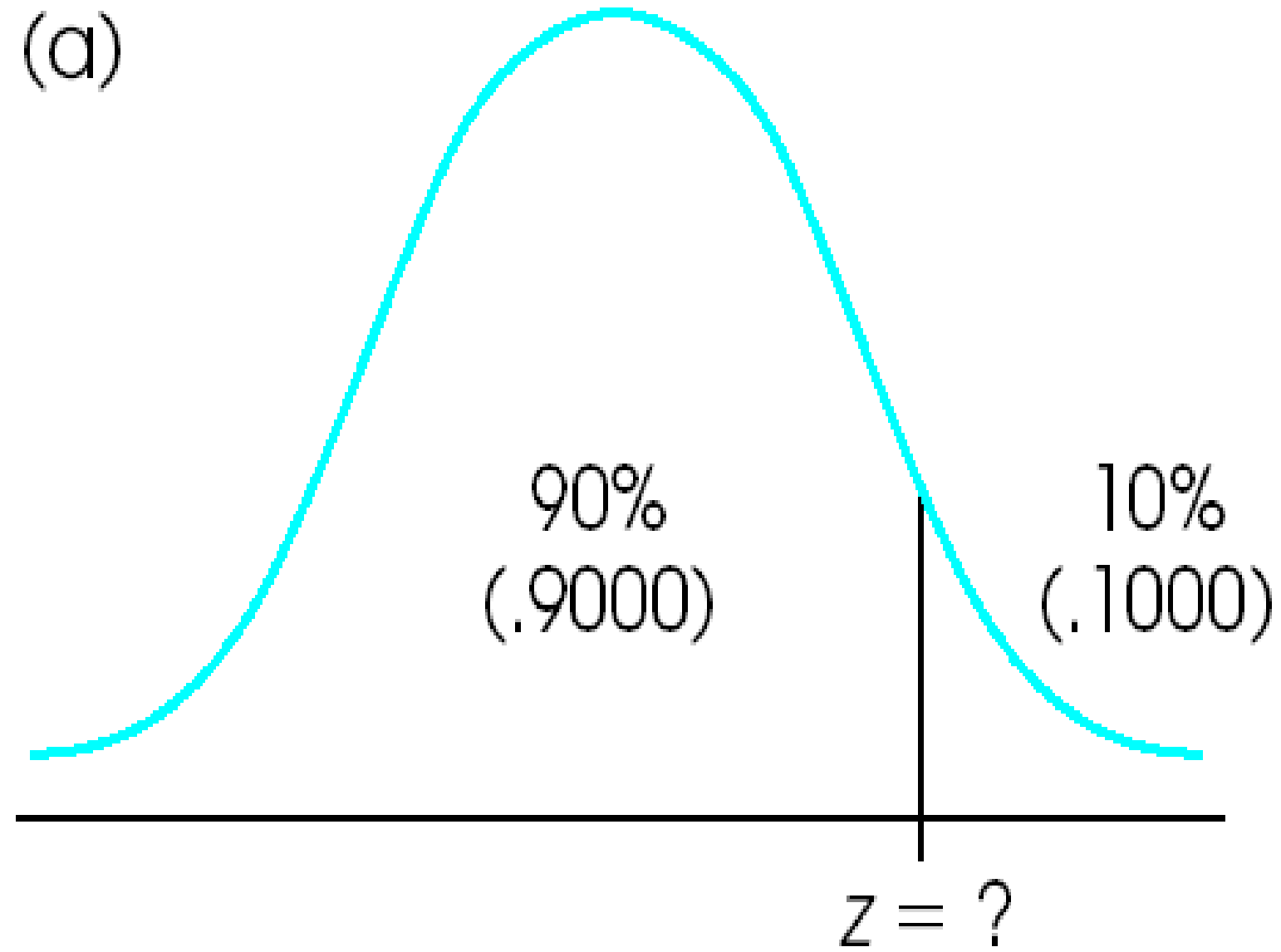


- Z tablosunda negatif değerler yer almaz
- Normal dağılım simetrik bir dağılım olduğundan pozitif z değerlerine bakarak negatifler hakkında bilgi alabiliriz

(A) z	(B) Proportion in Body	(C) Proportion in Tail	(D) Proportion Between Mean and z
0.50	.6915	.3085	.1915
0.51	.6950	.3050	.1950
0.52	.6985	.3015	.1985
0.53	.7019	.2981	.2019
0.54	.7054	.2946	.2054
0.55	.7088	.2912	.2088

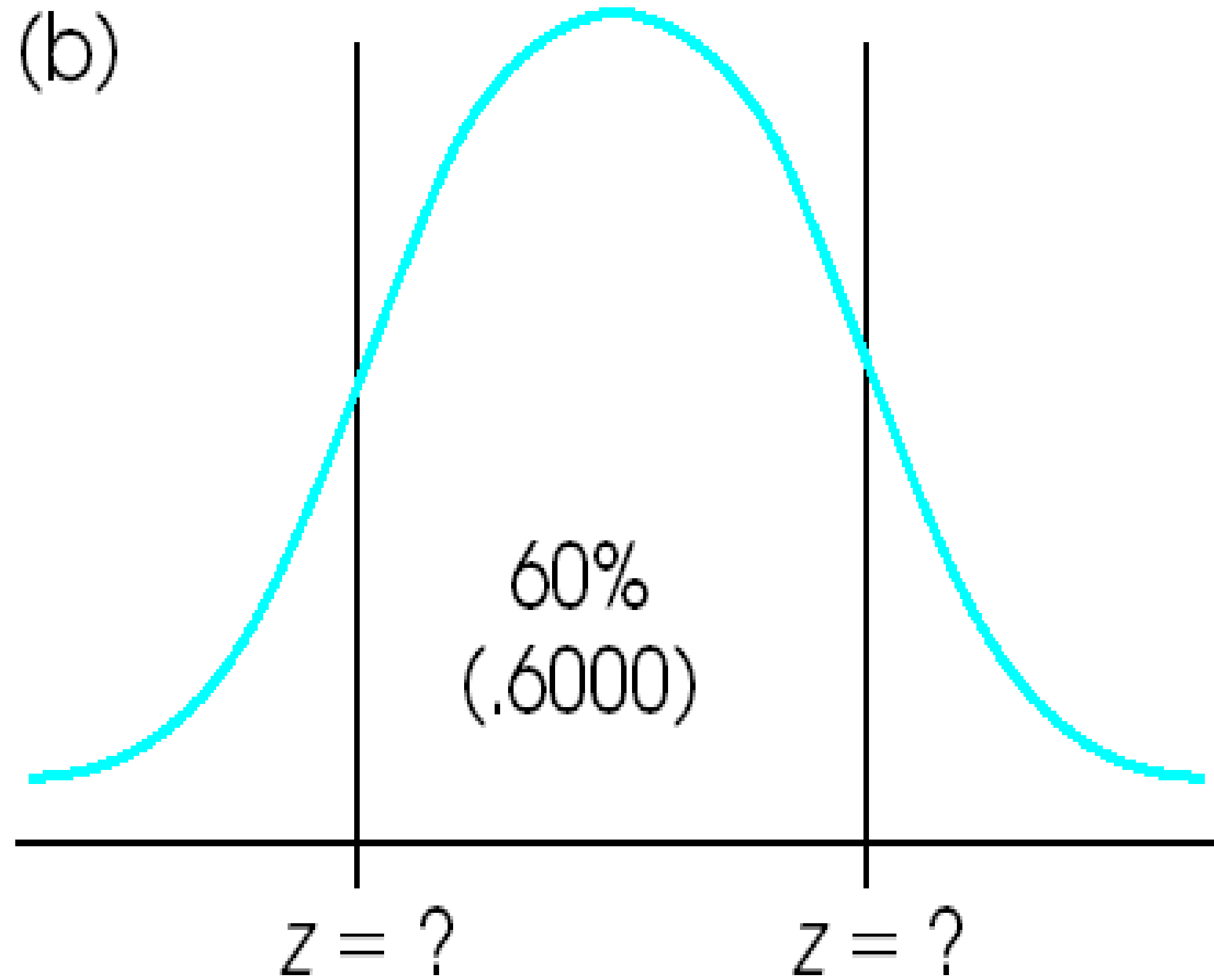
Dağılım simetrik olduğundan bu iki alan birbirine eşittir

Aşağıda gösterilen alanlara karşılık gelen z puanlarını bulunuz.



- z tablosunda C sütunu 0.10 olan z değerini arıyoruz

(A) z	(B) Proportion in Body	(C) Proportion in Tail	(D) Proportion Between Mean and z
1.00	.8413	.1587	.3413
1.01	.8438	.1562	.3438
1.02	.8461	.1539	.3461
1.03	.8485	.1515	.3485
1.04	.8508	.1492	.3508
1.05	.8531	.1469	.3531
1.06	.8554	.1446	.3554
1.07	.8577	.1423	.3577
1.08	.8599	.1401	.3599
1.09	.8621	.1379	.3621
1.10	.8643	.1357	.3643
1.11	.8665	.1335	.3665
1.12	.8686	.1314	.3686
1.13	.8708	.1292	.3708
1.14	.8729	.1271	.3729
1.15	.8749	.1251	.3749
1.16	.8770	.1230	.3770
1.17	.8790	.1210	.3790
1.18	.8810	.1190	.3810
1.19	.8830	.1170	.3830
1.20	.8849	.1151	.3849
1.21	.8869	.1131	.3869
1.22	.8888	.1112	.3888
1.23	.8907	.1093	.3907
1.24	.8925	.1075	.3925
1.25	.8944	.1056	.3944
1.26	.8962	.1038	.3962
1.27	.8980	.1020	.3980
1.28	.8997	.1003	.3997
1.29	.9015	.0985	.4015
1.30	.9032	.0968	.4032



$z = -0.84$ ve $z = 0.84$

- Kuyruk alanı (C sütunu) 0.20 olan z değeri bulunur

0.74	.7704	.2296	.2704
0.75	.7734	.2266	.2734
0.76	.7764	.2236	.2764
0.77	.7794	.2206	.2794
0.78	.7823	.2177	.2823
0.79	.7852	.2148	.2852
0.80	.7881	.2119	.2881
0.81	.7910	.2090	.2910
0.82	.7939	.2061	.2939
0.83	.7967	.2033	.2967
0.84	.7995	.2005	.2995
0.85	.8023	.1977	.3023
0.86	.8051	.1949	.3051
0.87	.8078	.1922	.3078
0.88	.8106	.1894	.3106
0.89	.8133	.1867	.3133
0.90	.8159	.1841	.3159

Alıştırmalar

Bir testin evrende ortalaması 50 standart sapması 10'dur. Bu evren dağılımı için aşağıdaki soruları cevaplayınız.
Rastgele seçilen bir öğrencinin aşağıdaki puanları alma olasılığı nedir?

- a) 30 altında?
- b) 70 üzerinde?
- c) 40 altında?
- d) 60 üzerinde?
- e) 50 altında?
- f) 50 üzerinde?
- g) 30 ve 70 arasında?
- h) 40 ve 60 arasında?
- i) 50 ve 70 arasında?
- j) 30 ve 50 arasında?
- k) 30 altında veya 70 üzerinde?

Cevaplar

a..02275

b..02275

c..15866

d..15866

e..50000

f..50000

g..95450

h..68268

i..47725

j..47725

k..04550