

Madde Test Kuramı(MTK)

İki-Parametrelili Lojistik (2-PL) Model



Dr. Kübra Atalay Kabasakal

Ön hazırlık

```
1 library(readr)
2 ikikategorili <- read_csv("dichotomous.csv")[, -1]
3 head(ikikategorili[, 1:5])
```

A tibble: 6 × 5

	V1	V2	V3	V4	V5
	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0
3	0	0	0	1	0
4	0	0	0	0	0
5	1	0	0	1	1
6	0	0	0	0	0

```
1 birpl_model <- "F = 1-15
2               CONSTRAINT = (1-15, a1)"
3 birpl_uyum <- mirt(data = ikikategorili, model = birpl_model, SE=TRUE)
```

Iteration: 1, Log-Lik: -7355.589, Max-Change: 0.07977
Iteration: 2, Log-Lik: -7346.864, Max-Change: 0.03952
Iteration: 3, Log-Lik: -7344.574, Max-Change: 0.02206
Iteration: 4, Log-Lik: -7343.777, Max-Change: 0.00919
Iteration: 5, Log-Lik: -7343.636, Max-Change: 0.00536
Iteration: 6, Log-Lik: -7343.590, Max-Change: 0.00345

Iteration: 7, Log-Lik: -7343.564, Max-Change: 0.00151
Iteration: 8, Log-Lik: -7343.563, Max-Change: 0.00054
Iteration: 9, Log-Lik: -7343.563, Max-Change: 0.00033
Iteration: 10, Log-Lik: -7343.562, Max-Change: 0.00012
Iteration: 11, Log-Lik: -7343.562, Max-Change: 0.00009

Calculating information matrix...

2-PL MODEL

- 2-PL model yaygın olarak kullanılan MTK modellerindendir.
- 2-PL model için madde karakteristik eğrileri aşağıdaki eşitlikle elde edilir:

$$P_i(\theta) = \frac{\exp[a_i(\theta - b_i)]}{1 + \exp[a_i(\theta - b_i)]} = \frac{1}{1 + \exp(-[a_i(\theta - b_i)])}$$

$$\ln\left(\frac{P_i(\theta)}{1 - P_i(\theta)}\right) = a_i(\theta - b_i)$$

Burada, - $P_i(\theta)$: θ yetenek düzeyindeki bir bireyin i maddesini doğru yanıtlama olasılığı

- b_i : i maddesinin güçlük parametresi - a_i : i maddesinin ayırt edicilik parametresi
- Çoğu durumda $a_i(\theta - b_i)$, $D = 1.7$ normalleştirme sabitiyle çarpılır.

2-PL Model

- Tarihsel olarak MTK modeli **kümülatif normal model (normal ogive model)** olarak geliştirilmiştir.
- Ancak zamanla kümülatif normal model yerine, matematiksel olarak daha kolay ele alındığından, **kümülatif lojistik model** kullanılmaya başlamıştır.
- Eğer $a_i(\theta - b_i)$ 1.7 normalleştirme sabitiyle çarpılırsa, iki model arasındaki **fark neredeyse ihmal edilir düzeyde olacaktır**. Yetenek düzeyinin bütün değerleri için iki modelle elde edilen olasılık değerleri arasındaki fark 0.01'den küçük olacaktır.
- MTK modeli başlangıçta **normal ogive modeli olarak** geliştirildiğinden, çoğu psikometrisyen geleneksel olarak lojistik modeli normal ogive model gibi yapma eğilimindedir.
- BILOG ve MULTILOG gibi özelleşmiş çoğu MTK yazılımı sadece lojistik modeli kullanır.
- D sabitinin kullanılıp kullanılmaması tercihe kalmıştır.

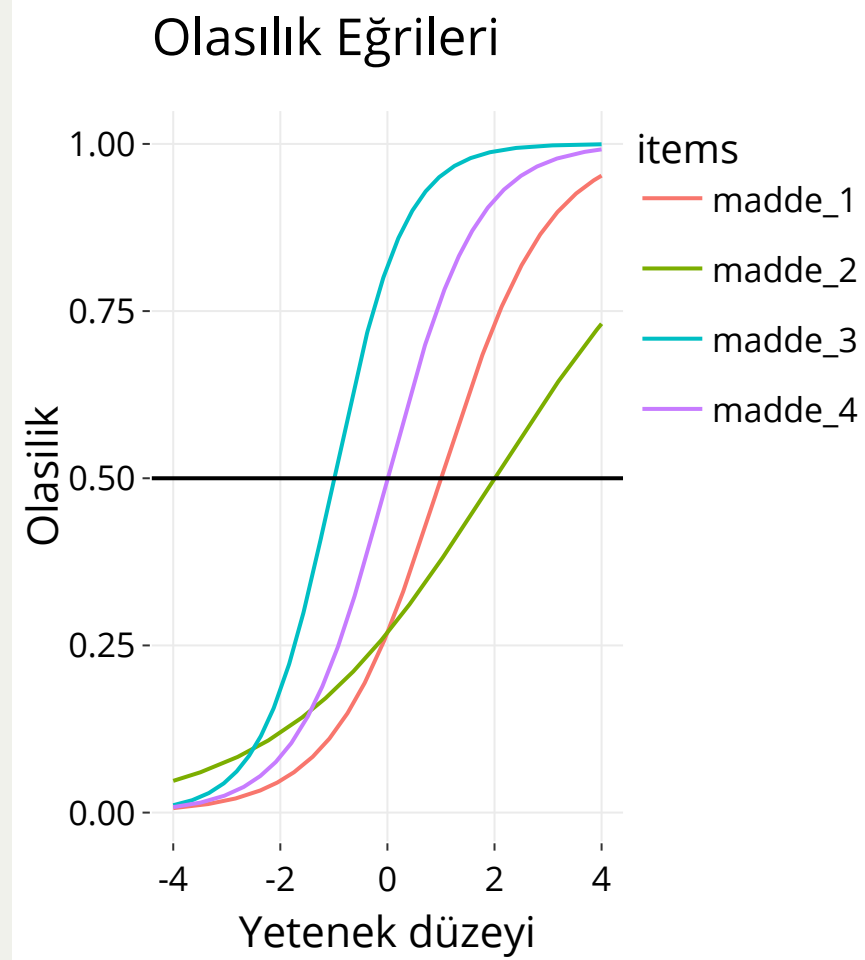
2-PL Model

2-PL Model

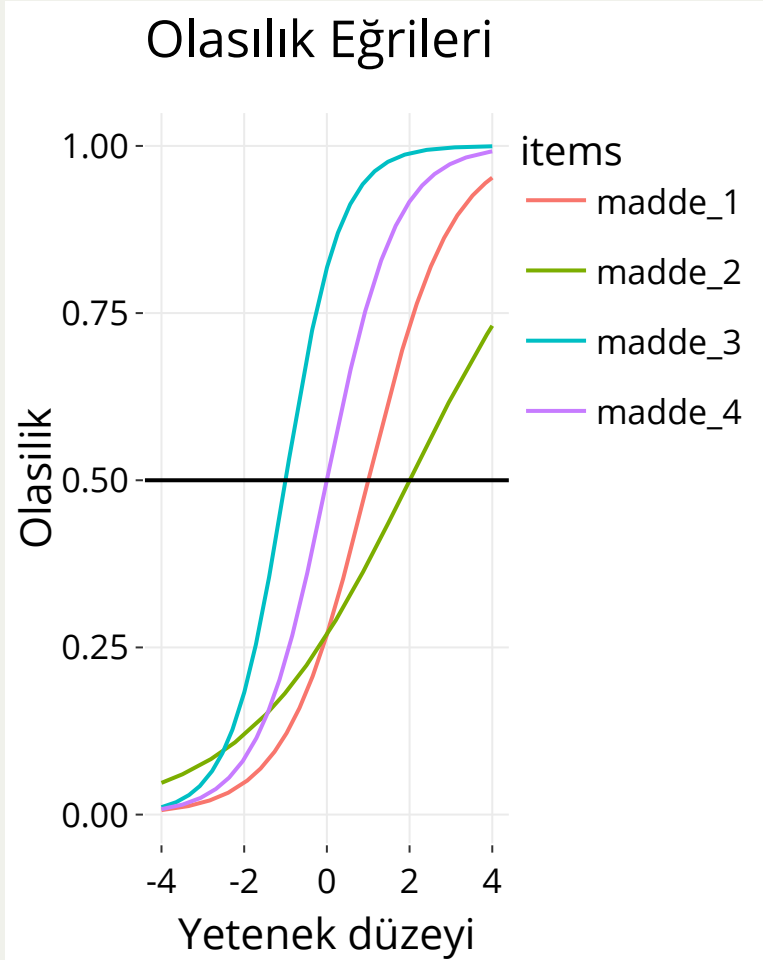
- a_i değerleri kuramsal olarak $(-\infty, +\infty)$ ölçeğindedir.
- Başarı testlerinde **eksi yönde ayırt ediciliğe sahip maddeler**, testten çıkarılır.
- Çünkü yetenek düzeyi arttıkça maddenin doğru yanıtlanma olasılığının düşmesi maddeyle ilgili bir probleme (yanlış anahtarlama gibi) işaret eder.
- Ayrıca uygulamada genellikle 2.0'den büyük ayırt edicilik değerlerine rastlanmaz. Bu nedenle a_i parametresi için olağan aralık $(0, 2)$ 'dir.

MKE

Madde	b	a
1	1.0	1.0
2	2.0	0.5
3	-1.0	1.5
4	0.0	1.2



MKE



- Eğriler 1-PL modelinde olduğu gibi **paralel değildir**. Her eğrinin **eğimi farklılık gösterir**. Bu da madde ayırt edicilik parametrelerinin farklı olduğunu yansıtır.
- 2-PL modelinde birey performansını etkileyen madde özellikleri **madde güçlüğü ve madde ayırt ediciliğidir**.

MKE

- **2-PL** modelinde 1-PL modelinde olduğu gibi madde karakteristik eğrilerinin **alt asimptotu sıfırdır**.
- Bu çok düşük yetenek düzeyine sahip bireylerin maddeyi doğru yanıtlama olasılığının sıfır olduğunu belirtir. Böylece çoktan seçmeli maddelerde **düşük yetenek düzeyine** sahip bireylerin **tahmin olasılığına izin verilmez**.
- Tahmin olmaması sayıltısı çoktan-seçmeli maddeleri içeren bir testin çok zor olmadığı durumlarda karşılanabilir.

Analiz

- Modelin hazırlanması

```
1 ikipl_model <- "F = 1 - 15"
```

- Modelin testi

```
1 ikipl_uyum <- mirt(data = ikikategorili, model = ikipl_model,  
2 itemtype = "2PL", SE=TRUE)
```

```
Iteration: 1, Log-Lik: -7355.589, Max-Change: 1.36358  
Iteration: 2, Log-Lik: -7198.383, Max-Change: 0.65912  
Iteration: 3, Log-Lik: -7170.537, Max-Change: 0.46260  
Iteration: 4, Log-Lik: -7162.738, Max-Change: 0.38909  
Iteration: 5, Log-Lik: -7159.685, Max-Change: 0.29704  
Iteration: 6, Log-Lik: -7158.349, Max-Change: 0.22782  
Iteration: 7, Log-Lik: -7157.056, Max-Change: 0.10551  
Iteration: 8, Log-Lik: -7156.900, Max-Change: 0.09235  
Iteration: 9, Log-Lik: -7156.824, Max-Change: 0.07639  
Iteration: 10, Log-Lik: -7156.702, Max-Change: 0.03322  
Iteration: 11, Log-Lik: -7156.687, Max-Change: 0.02994
```

Iteration: 12, Log-Lik: -7156.681, Max-Change: 0.03699
Iteration: 13, Log-Lik: -7156.667, Max-Change: 0.00433
Iteration: 14, Log-Lik: -7156.661, Max-Change: 0.00143

Model Uyum

```
1 M2(ikipl_uyum)
```

	M2	df	p	RMSEA	RMSEA_5	RMSEA_95	SRMSR	TLI	CFI
stats	88.1	90	0.538	0	0	0.0163	0.0247	1	1

Madde Uyum

```
1 itemfit(ikipl_uyum)
```

	item	S_X2	df.S_X2	RMSEA.S_X2	p.S_X2
1	V1	5.56	5	0.011	0.352
2	V2	12.23	9	0.019	0.201
3	V3	16.67	9	0.029	0.054
4	V4	9.71	8	0.015	0.286
5	V5	9.36	9	0.006	0.405
6	V6	15.27	9	0.026	0.084
7	V7	8.63	9	0.000	0.472
8	V8	8.50	9	0.000	0.485
9	V9	2.62	9	0.000	0.977
10	V10	1.70	8	0.000	0.989
11	V11	7.63	8	0.000	0.470
12	V12	4.07	8	0.000	0.851
13	V13	11.14	8	0.020	0.194
14	V14	12.27	9	0.019	0.199
15	V15	5.22	8	0.000	0.805

Parametrelerin incelenmesi

```
1 ikipl_par <- coef(ikipl_uyum, IRTpars = TRUE, simplify = TRUE)
```

Madde Parametreleri

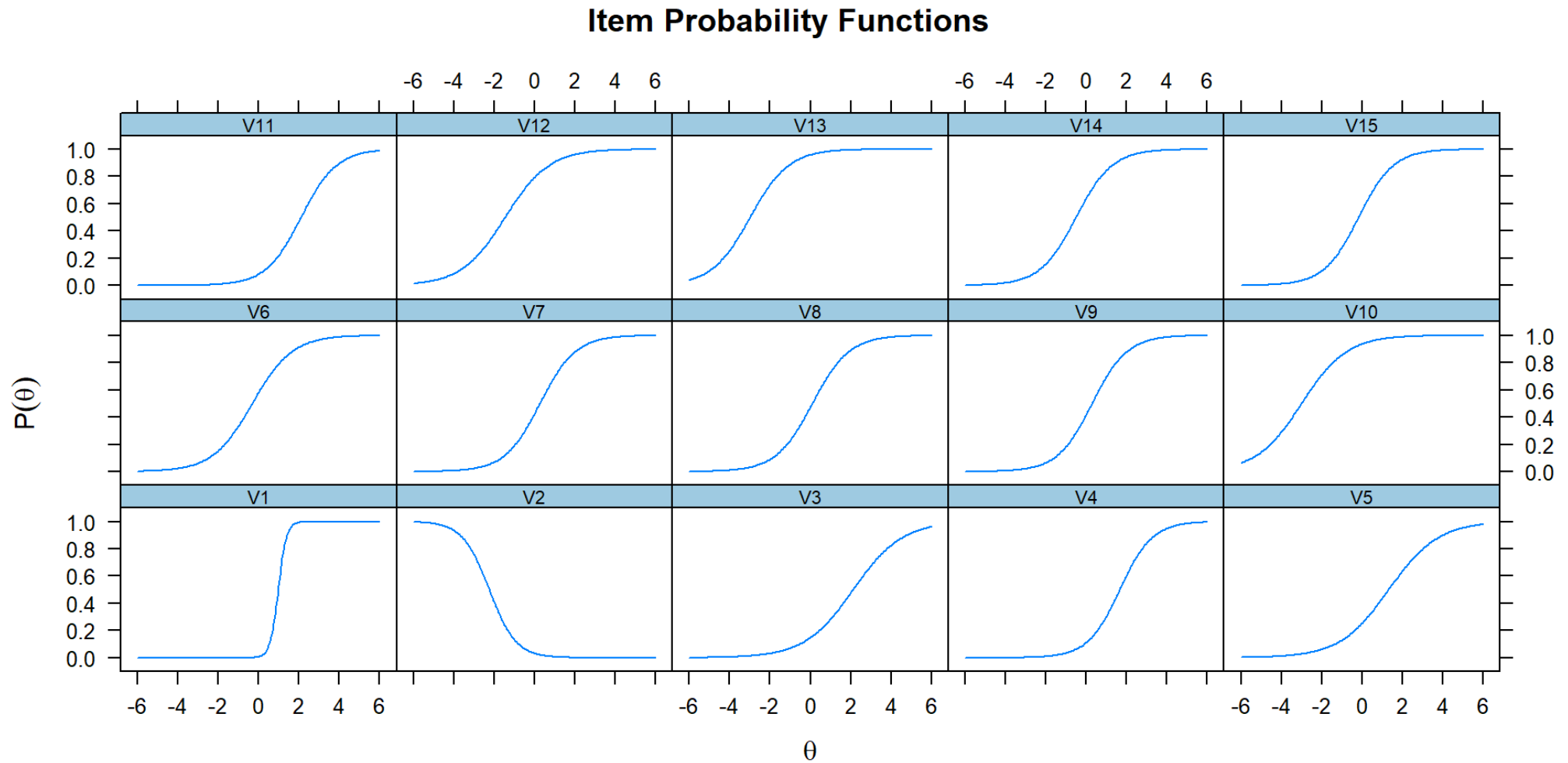
- Madde parametreleri oluşturulan nesnenin **items** bileşeninde yer almaktadır.

```
1 ikipl_par$items
```

	a	b	g	u
V1	4.977	0.9739	0	1
V2	-1.506	-2.2354	0	1
V3	0.827	2.1212	0	1
V4	1.247	1.6606	0	1
V5	0.817	1.3180	0	1
V6	1.017	-0.3152	0	1
V7	1.141	0.2702	0	1
V8	1.104	0.0982	0	1
V9	1.160	0.2897	0	1
V10	0.896	-3.0037	0	1
V11	1.141	2.1006	0	1
V12	0.922	-1.4612	0	1
V13	1.048	-2.9899	0	1
V14	1.118	-0.5082	0	1
V15	1.160	-0.1772	0	1

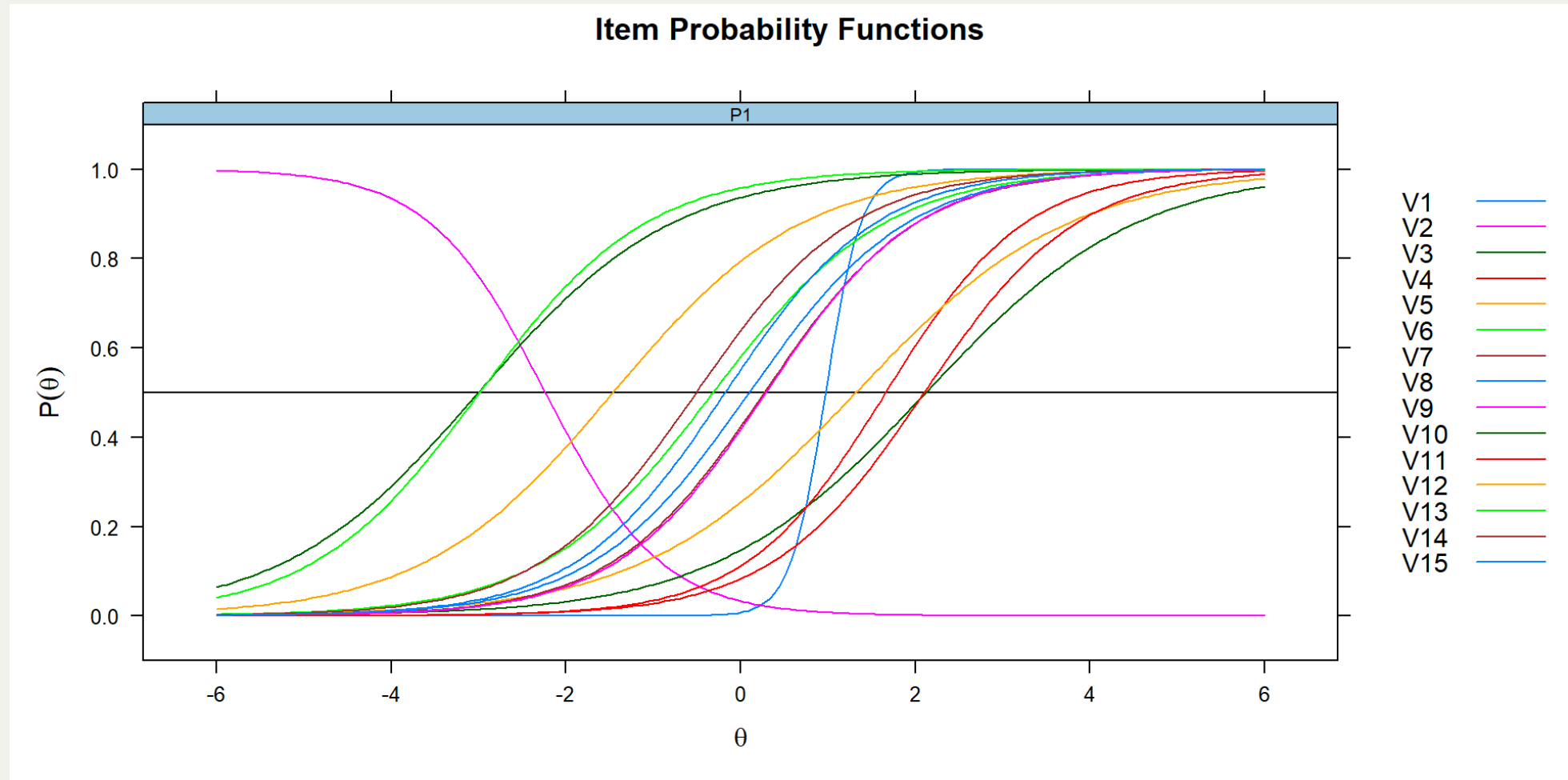
MKE

```
1 plot(ikipl_uyum, type = "trace", which.items = 1:15)
```



MKE

```
1 plot(ikipl_uyum, type = "trace", which.items = 1:15, facet_items = FALSE,  
2       abline=c(h=0.5))
```



...

bitti

