📊 AFA

📊 Temel Kavramlar

🧑‍🏫 Dr. Kübra Atalay Kabasakal

Bahar 2023

AFA'da Amaç

- Bazı durumlarda, özellikle de ölçme araçları yeni geliştirildiyse:
    - Araştırmacıların bir grup gözlenen/ölçülen değişkenin altında yatan faktör sayısı hakkında **güçlü varsayımları yoktur.**
    - Araştırmacıların hangi grup **değişkenlerin birbirleriyle diğerlerine göre daha çok korelasyona** sahip olduğu hakkında güçlü varsayımları yoktur.
    - Bazen araştırmacılar belli **değişkenlerin kuramsal yapıların iyi göstergeleri** olup olmadığı hakkında fikir sahibi olmayabilir.
    - Bu koşullarda **AFA gözlenen/ölçülen değişkenler arasındaki altta yatan yapının incelenmesi** için önemli bir araçtır.

AFA'da Amaç

- AFA'nın başlıca amaçları aşağıdaki gibidir:
  - Gözlenen/ölçülen değişkenler arasındaki **korelasyonların örüntüsünü özetlemek.**
- Çok sayıdaki gözlenen/ölçülen değişkeni **daha az sayıdaki faktöre indirgemek.**
  - Bazen AFA **veri indirgeme (data reduction)** yöntemi olarak da adlandırılır.
- Gözlenen/ölçülen değişkenleri kullanarak altta yatan yapının **operasyonel tanımını sağlamak.**

Bir Örnek

- Varsayımsal bir veri olan **Heuristic** adlı veride 6 ölçülen değişken bulunmaktadır. Ancak bu ölçülen değişkenlerin altında yatan **yapı hakkında bir fikir yoktur.**

- Veri Thompson'ın (2004) kitabında sayfa 10'da verilmiş olup **6 ölçülen değişkene ilişkin 7 öğrenci** tarafından sağlanan derecelendirmeleri içermektedir.

Thompson, B. (2004). *Exploratory and confirmatory factor analysis: Understanding concepts and applications.* Washington, DC: American Psychological Association.

Bir Örnek

- Bir faktör analizi yapıldığında, **ölçülen değişkenler arasındaki ilişkiler araştırılır** ve bu ilişkilerin **daha az sayıda gizil yapıda özetlenip özetlenemeyeceği** belirlenmeye çalışılır.

- Değişkenler arasındaki **ilişkileri özetlemek için birkaç farklı istatistik kullanılabilir** (örneğin, Pearson momentler-çarpımı korelasyon katsayıları, Spearman'ın rho katsayıları, tetrakorik korelasyon katsayısı).

Bir Örnek

id	handsome	beatiful	ugly	brillant	smart	dumb
1	6	5	4	8	6	2
2	8	7	2	7	5	3
3	9	8	1	9	7	1
4	5	4	5	9	7	1
5	4	3	6	9	7	1
6	7	6	3	7	5	3
7	3	2	7	7	5	3

Bir Örnek

- Verideki 6 değişken arasındaki Pearson korelasyon katsayıları matrisi aşağıdaki gibidir:

```
cor(df[,-1])%>% kable(align = "c")
```

	handsome	beatiful	ugly	brillant	smart	dumb
handsome	1	1	-1	0	0	0
beatiful	1	1	-1	0	0	0
ugly	-1	-1	1	0	0	0
brillant	0	0	0	1	1	-1
smart	0	0	0	1	1	-1
dumb	0	0	0	-1	-1	1

Bir Örnek

- Korelasyon matrisindeki örüntülere dayanarak aşağıdakiler söylenebilir:
  - Bireyi tarif etmek için **Handsome**, **Beautiful** ve **Ugly** değişkenlerini kullanmak yerine bu üç ölçülen değişken **bir gizil değişken** (faktör analizinde gizil değişken faktör olarak adlandırılır) olarak özetlenebilir.
  - Bu gizil değişken **physical attractiveness** olarak etiketlenebilir.
- Benzer şekilde, bireyi tarif etmek için **Brilliant**, **Smart** ve **Dumb** değişkenlerini kullanmak yerine bu üç ölçülen değişken **bir gizil** değişken kullanarak özetlenebilir.
  - Bu gizil değişken **intellectual prowess** olarak etiketlenebilir.
- **physical attractiveness** ve **intellectual prowess** arasında **korelasyon yoktur.**

Bir Örnek

- 6 değişken yerine bu **2 faktör** kullanılarak:
  - 6 ölçülen değişken arasındaki **korelasyonun örüntüsü özetlenir.**
- 6 ölçülen değişken **2 gizil faktöre** indirgenir.
  - Bu 3 değişkenlik **2 alt kümedeki korelasyonlar 1 veya -1** olduğundan, gözlenen/ölçülen korelasyon matrisindeki bilgiden **herhangi bir bilgi kaybedilmez.** Diğer bir ifadeyle, bu **iki faktör** kullanılarak **gözlenen/ölçülen korelasyon** matrisi mükemmel bir şekilde üretilebilir. **Ancak gerçek veride bu olmayacaktır.**
- 2 gizil faktör için ölçülen değişkenler kullanılarak operasyonel bir tanım sağlanır.
  - Örneğin, Handsome, Beautiful ve Ugly değişkenlerinin nasıl değişkenler olduğundan "physical attractiveness" gizil faktörü tanımlanabilir.

Örüntü Katsayıları

- Korelasyon matrisinin faktör analizi sonucunda elde edilen **karesi alınmamış faktör ağırlıkları** (**MR1** ve **MR2**), **karesi alınmış faktör ağırlıkları** yandaki gibidir.

```
library(psych)
fa1 <- round(fa(df[,-1],2)$loading[,1:2],2)
cbind(fa1,fa1^2)%>% kable(align = "c",
col.names = c("MR1","MR2", "MR1*MR1","MR2*MR2"))
```

	MR1	MR2	MR1*MR1	MR2*MR2
handsome	1	0	1	0
beatiful	1	0	1	0
ugly	-1	0	1	0
brillant	0	1	0	1
smart	0	1	0	1
dumb	0	-1	0	1

Örüntü Katsayıları

- Faktör analizinde **örüntü katsayıları (pattern coefficients)** faktör analizindeki gizil değişkenler üzerinde puanlar (faktör puanları olarak adlandırılır) elde etmek için **ölçülen değişkenlere uygulanan ağırlıklardır.**

- Bu ağırlıklar

  - **çoklu regresyon** analizindeki β ağırlıklarına,
  - betimsel ayırma analizindeki standartlaştırılmış **ayırma fonksiyonu katsayılarına** benzerdir.

Örüntü Katsayıları

- Faktör örüntü katsayıları (P_{VxF}: V değişken sayısı, F faktör sayısı), kısmen, analiz edilen ve **faktörlerin çıkarıldığı korelasyon matrisinde temsil edilen varyansı yeniden ifade etmek için hesaplanır.**

- **Faktörler; birinci faktör analiz edilen matristeki en fazla varyansı yeniden üretebilecek**, **ikinci faktör ikinci en fazla varyansı yeniden üretebilecek** ve bu şekilde devam edecek şekilde çıkarılır.

- Bir veya daha fazla faktörün, analiz edilen matrisi yeniden üretme yeteneği, üretilen (reproduced) korelasyon matrisi (R_{VxV^+}) ile ölçülür. Üretilen korelasyon matrisi aşağıdaki şekilde hesaplanabilir:

$$P_{VxF}P_{VxF'} = R_{VxV^+}$$

Örüntü Katsayıları

- Faktörlerin analiz edilen korelasyon matrisini yeniden üretme yeteneği, belirli sayıda faktör çıkarıldıktan sonra kalan matrisin hesaplanmasıyla da ölçülebilir. Bu matris **artık korelasyon matrisi** $\boldsymbol{R}_{VxV^{-}}$ olarak adlandırılır.

- Faktör örüntü katsayıları, korelasyon matrisini mükemmel bir şekilde yeniden oluştururursa, $\boldsymbol{R}_{VxV^{-}}$ matrisinin girdileri **tamamen sıfırlardan** oluşur ve bu **matriste hiçbir bilgi veya varyans** kalmadığını gösterir.

- Faktör örüntü katsayıları korelasyon matrisini mükemmel şekilde yeniden oluştururursa, $\boldsymbol{R}_{VxV^{\pm}}$ matrisindeki girdiler $\boldsymbol{R}_{VxV}$ matrisindeki girdilerle tam olarak eşleşir.

Örüntü Katsayıları

- Regresyon analizinde, belirli bir analizde yalnızca tek bir eşitlik β ağırlıkları seti vardır. Faktör analizinde ağırlık setlerine (örüntü katsayıları gibi) eşitlikler yerine **faktörler** denir.
- Örnekteki değişkenler arası korelasyon matrisindeki her girdi **+1 veya -1** olsaydı, her ölçülen değişken çifti arasındaki r^2 değeri %100 olacaktı. Bu da derecelendirmelerin altında **tek bir faktörün yattığı** anlamına gelecekti.
- Bu durumda sadece eksi veya artı örüntü katsayılarından P_{6x1} oluşan **bir faktör çıkarılacaktı.** Bu tek faktör, orijinal P_{6x6} matrisini **mükemmel şekilde yeniden üretecekti.**
- Teknik olarak, her biri sadece sıfır değerindeki örüntü katsayılarından oluşan, yani her birinin hiçbir bilgi içermediği ve **değişkenliğin yeniden üretilmediği beş ek faktör** olacaktı. Ancak bu tür faktörlerle ilgilenilmez.

Örüntü Katsayıları

- Örnekteki değişkenler arasındaki korelasyon **sıfır** olsaydı, korelasyon matrisindeki **köşegen dışındaki her girdi 0 olacaktı,** her ölçülen değişken çifti arasındaki r^2 değeri **%0** olacaktı.

- Bu da bir faktör oluşturmak için **iki değişken birleştirilemeyeceği** (yani her ölçülen değişken kendi faktörünü tanımlayacağı) anlamına gelecekti. Dolayısıyla **6 faktör** olacaktı.

- Her faktör bir **+1 değerinde örüntü katsayısına** sahip olacaktı ve geri kalan **beş girdi sıfır olacaktı**. Bu altı faktör, orijinal P_{6x6} matrisini mükemmel şekilde yeniden üretecekti.
  - Aslında, tüm olası faktörler çıkarıldığında (yani faktörlerin sayısı ölçülen değişkenlerin sayısına eşit olduğunda), örüntü katsayıları analiz edilen orijinal korelasyon matrisini mükemmel bir şekilde yeniden üretecekti.

Yapı Katsayıları

- Faktör analizinde, **örüntü katsayıları** faktör puanlarını elde etmek için ölçülen değişkenlere uygulanırlar. Bu katsayılar **kimi zaman korelasyon katsayılarıdır**, kimi zaman değildir.

- **Ölçülen değişkenler ve faktör puanları arasındaki iki değişkenli korelasyon katsayıları** hesaplanabilir. Bu korelasyon katsayıları **yapı katsayıları** olarak adlandırılır.

- Faktör analizinde, **örüntü katsayılarının** yanı sıra **yapı katsayıları** (structure coefficients) da önemlidir.

Yapı Katsayıları

Yapı katsayıları aşağıdaki şekilde hesaplanabilir. $P_{VxF}R_{FxF} = S_{VxF}$

- Burada,
- R_{FxF} faktörler arasındaki korelasyon matrisidir.
- **Faktörler arasındaki korelasyon sıfır** olduğunda (yani faktörler tamamen ilişkisiz olduğunda), faktörler arasındaki korelasyon matrisi birim matrise eşit olacağından ($R_{FxF} = I_{FxF}$), **örüntü katsayıları matrisi** de **yapı katsayıları matrisine** eşit olacaktır ($P_{VxF} = S_{VxF}$).
- Faktörler **ilk çıkarıldığında, faktörler her zaman tamamen ilişkisizdir.**

Ortak Varyans Katsayıları

- Örnekte çıkarılan faktörler tamamen ilişkisiz olduğundan, **karesi alınmamış katsayılar örüntü/yapı katsayılarıdır.** Dolayısıyla bu katsayıların değeri **-1,0 ve +1,0** aralığındadır. Ancak bu değerler **eşit oran ölçeğinde değildir.**
  - Örneğin, $r = 1$ değeri $r = 0.5$ değerinin iki katı büyük değildir.
  - Bu değerlerin karesi alınırsa, oransal olarak karşılaştırmalar yapılabilir.
  - Örneğin, $r = 1$ değeri, $r = 0.5$ değerinin dört katı büyüktür. Çünkü 1,0 değerinin karesi olan $r^2 = 1$ değeri, 0.5 değerinin karesi olan $r^2 = 0.25$ değerinin dört katıdır.
- Örnekteki **örüntü/yapı katsayılar korelasyon katsayıları** olduğundan, bu katsayıları karşılaştırabilmek için **karelerinin** alınması gerekmektedir.

Ortak Varyans Katsayıları

- Aralarında ilişki **bulunmayan faktörler için örüntü/yapı katsayılarının kareleri alınarak,** katsayıların karesi satır boyunca toplanırsa, elde edilen katsayı **ortak varyans** (communality) olarak adlandırılır ve h^2 ile gösterilir.
  - Örneğin, "Handsome" değişkeni için ortak varyans değeri, $(1.0)^2 + (0)^2 = 1.0$

```
fa(df[,-1],2,n.obs=7) %>% target.rot()
```

```
##
## Call: NULL
## Standardized loadings (pattern matrix) based upo
##            MR1 MR2 h2     u2
## handsome     1   0  1 0.0017
## beatiful     1   0  1 0.0017
## ugly        -1   0  1 0.0017
## brillant     0   1  1 0.0017
## smart        0   1  1 0.0017
## dumb         0  -1  1 0.0017
##
##                        MR1  MR2
## SS loadings           2.99 2.99
## Proportion Var        0.50 0.50
## Cumulative Var        0.50 1.00
## Proportion Explained  0.50 0.50
```

Ortak Varyans Katsayıları

- Faktörler arasında **ilişki bulunmadığından**, her ölçülen değişkenin **bir faktör ile paylaştığı varyans kendine özgüdür.**

- Dolayısıyla **ortak varyans** faktörlerin ölçülen bir değişkendeki **varyansın ne kadarını üretebileceğini** belirtir.

  - Ölçülen bir değişken **%0'a** yakın bir ortak varyans katsayısına sahipse, bu, **bu değişkenin faktörler içinde temsil edilmediği** anlamına gelir.

Araştırmacı, değişkenin faktörlerde temsil edilmesini istiyorsa, ek faktörlerin çıkarılması gerekebilir.

Ortak Varyans Katsayıları

- Ortak varyans **ölçülen bir değişken için**, belirli **bir ölçülen değişkenin varyansının ne kadarının faktörleri bir küme olarak** tanımlamada yararlı olduğunu yansıtır.

- Bir değişken için **ortak varyans katsayısı**, değişken üzerindeki puanların güvenilirliğinin **alt sınır** tahminidir.

  - Örneğin, bir değişkenin **% 50'lik** bir ortak varyansa sahip olması, değişken üzerindeki **puanların güvenilirliğinin 0.5'ten düşük olmadığına** işaret etmektedir.

Özdeğerler

- Aralarında ilişki bulunmayan faktörler için **örüntü/yapı katsayılarının kareleri alınarak**, **katsayıların karesi sütun boyunca toplanırsa**, elde edilen katsayı **özdeğer** (eigenvalue) olarak adlandırılır.

- **Özdeğerler karakteristik kökler** olarak da bilinmektedir.

- Örneğin, birinci faktör ve ikinci faktör için özdeğerler 3 ve 3'tür.

```r
rbind(fa1*fa1,
toplam= colSums(fa1*fa1)) %>%
 kable()
```

	MR1	MR2
handsome	1	0
beatiful	1	0
ugly	1	0
brillant	0	1
smart	0	1
dumb	0	1
toplam	3	3

Özdeğerler

Aşağıdaki dört ifade, bir AFA'daki özdeğerler için geçerlidir:

- **Özdeğerlerin sayısı**, ölçülen değişkenlerin sayısına eşittir.
- **Özdeğerlerin toplamı**, ölçülen değişkenlerin sayısına eşittir.
- Ölçülen **değişkenlerin sayısına bölünen bir özdeğer**, **belirli bir faktörün analiz edilen korelasyon matrisindeki yeniden ürettiği bilgi oranını gösterir.**
- Çıkarılan faktörlerin özdeğerlerinin toplamının ölçülen değişkenlerin sayısına bölünmesi, **faktörlerin bir küme olarak analiz edilen korelasyon matrisindeki yeniden ürettiği bilgilerin oranını gösterir.**

Özdeğerler

- Örnekte, **ölçülen değişkenlerin sayısı altıdır.** Bu nedenle, korelasyon matrisi ile **ilişkili altı özdeğer** vardır.
- Örnekteki özdeğerlerin toplamı 6 olduğundan, **ilk iki özdeğerin 3 ve 3 olduğu** göz önüne alındığında, kalan özdeğerlerin 0,0, 0.0, 0.0 ve 0.0 olması gerekir.
- $\mathbf{3/6 = 0.5}$'e eşit olduğu için, ilk özdeğer, **Faktör I'in korelasyon matrisinde yer alan bilgilerin 0.5'ini (veya %50'sini) yeniden ürettiğini gösterir.**

Özdeğerler

- DFA'da olduğu gibi AFA'da da ortak faktör modeli (common factor model) temeldir: Her bir değişken faktör puanlarının ve bir hata puanının bir fonksiyonudur. $\boldsymbol{X} = \boldsymbol{\Lambda\xi} + \boldsymbol{\delta}$
- Örnekte AFA modeli aşağıdaki gibidir:

$$\begin{bmatrix} X_{1handsome} \\ X_{2betutiful} \\ X_{3ugly} \\ X_{4brillant} \\ X_{5smart} \\ X_{6dumb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} \\ \lambda_{31} & \lambda_{32} \\ \lambda_{41} & \lambda_{42} \\ \lambda_{51} & \lambda_{52} \\ \lambda_{61} & \lambda_{62} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi 1_{physical} \\ \xi 1_{intellectual} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ \delta_6 \end{bmatrix}$$

- $\boldsymbol{X}$: gözlenen değişken matrisi ($\boldsymbol{Vx1}$)
- $\boldsymbol{\Lambda}$: yapısal katsayı matrisi ($\boldsymbol{VxF}$)
- $\boldsymbol{\xi}$: örtük değişken vektörü
- $\boldsymbol{\delta}$: ölçme hatası

AFA Modeli

- AFA'da genellikle korelasyon matrisi analiz edildiğinden, AFA modeli matris formunda aşağıdaki gibi temsil edilebilir:

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{\Lambda\Phi\Lambda'} + \boldsymbol{R_{res}}$$

- Faktörler ilk olarak dik olacak şekilde çıkarılacakları için, $\boldsymbol{\Phi}$ bir birim matristir.

- Bu AFA modeli daha basit bir forma indirgenir: $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{\Lambda\Lambda'} + \boldsymbol{R_{res}}$

- Asıl fikir **üretilen korelasyon matrisinin $\hat{\mathrm{R}}$, gözlenen korelasyon matrisine R** mümkün olduğunca yakın olmasını sağlayacak faktör yükleri matrisini $\boldsymbol{\Lambda}$ bulmaktır.

- Sonuç olarak $\boldsymbol{R_{res}}$ mümkün olduğunca küçük olacaktır.

Bir Örnek

$$\begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} \\ \lambda_{31} & \lambda_{32} \\ \lambda_{41} & \lambda_{42} \\ \lambda_{51} & \lambda_{52} \\ \lambda_{61} & \lambda_{52} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \lambda_{13} & \lambda_{14} & \lambda_{15} & \lambda_{16} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \lambda_{23} & \lambda_{24} & \lambda_{25} & \lambda_{26} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Psi_{11} & & & & & \\ \Psi_{11} & \Psi_{21} & & & & \\ \Psi_{11} & \Psi_{21} & \Psi_{31} & & & \\ \Psi_{11} & \Psi_{21} & \Psi_{31} & \Psi_{41} & & \\ \Psi_{11} & \Psi_{21} & \Psi_{31} & \Psi_{41} & \Psi_{51} & \\ \Psi_{11} & \Psi_{21} & \Psi_{31} & \Psi_{41} & \Psi_{51} & \Psi_{61} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_{11}^2 + \lambda_{12}^2 & & & & & \\ \lambda_{21}\lambda_{11} + \lambda_{22}\lambda_{12} & \lambda_{21}^2 + \lambda_{22}^2 & & & & \\ \lambda_{31}\lambda_{11} + \lambda_{32}\lambda_{12} & \lambda_{31}\lambda_{21} + \lambda_{32}\lambda_{22} & \lambda_{31}^2 + \lambda_{32}^2 & & & \\ \lambda_{41}\lambda_{11} + \lambda_{42}\lambda_{12} & \lambda_{41}\lambda_{21} + \lambda_{42}\lambda_{22} & \lambda_{41}\lambda_{31} + \lambda_{42}\lambda_{32} & \lambda_{41}^2 + \lambda_{42}^2 & & \\ \lambda_{51}\lambda_{11} + \lambda_{52}\lambda_{12} & \lambda_{51}\lambda_{21} + \lambda_{52}\lambda_{22} & \lambda_{51}\lambda_{31} + \lambda_{52}\lambda_{32} & \lambda_{51}\lambda_{41} + \lambda_{52}\lambda_{42} & \lambda_{51}^2 + \lambda_{52}^2 & \\ \lambda_{61}\lambda_{11} + \lambda_{62}\lambda_{12} & \lambda_{61}\lambda_{21} + \lambda_{62}\lambda_{22} & \lambda_{61}\lambda_{31} + \lambda_{62}\lambda_{32} & \lambda_{61}\lambda_{41} + \lambda_{61}\lambda_{42} & \lambda_{61}\lambda_{51} + \lambda_{62}\lambda_{52} & \lambda_{61}^2 + \lambda_{62}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Psi_{11} & & & & & \\ \Psi_{11} & \Psi_{21} & & & & \\ \Psi_{11} & \Psi_{21} & \Psi_{31} & & & \\ \Psi_{11} & \Psi_{21} & \Psi_{31} & \Psi_{41} & & \\ \Psi_{11} & \Psi_{21} & \Psi_{31} & \Psi_{41} & \Psi_{51} & \\ \Psi_{11} & \Psi_{21} & \Psi_{31} & \Psi_{41} & \Psi_{51} & \Psi_{61} \end{bmatrix}$$

AFA’da Örneklem Büyüklüğü

- Örneklem büyüklüğü, AFA'da yapılanlar da dahil olmak üzere tüm istatistiksel **tahminlerin kesinliğini** etkiler.

- Çeşitli araştırmacılar, birey sayısının ölçülen değişkenlerin sayısına oranının bir fonksiyonu olan minimum örneklem büyüklüğü için kurallar önermiştir. Önerilen oranlar genellikle

  - ölçülen değişken başına 10 ila 20 birey arasındadır.

  - Gorsuch (1983), mutlak minimum oranın her değişken başına beş birey olmasını, ancak herhangi bir analiz için örneklem büyüklüğünün 100 bireyden az olmamasını önermiştir.

Gorsuch, R. L. (1983). Factor analysis (2nd ed.). Hillsdale, NJ: Erlbaum

AFA'da Örneklem Büyüklüğü

- Bazı Monte Carlo simülasyon araştırmaları (Guadagnoli & Velicer, 1988) şunları önermektedir:

1. Faktörlerin her biri, örneklem büyüklüğüne bakılmaksızın, **|0.6|'dan** büyük yapı katsayılarına **sahip dört veya daha fazla ölçülen değişken** tarafından tanımlanır.

2. Faktörlerin her biri, örneklem büyüklüğü 150'den büyükse, |0.4|'dan civarında yapı katsayılarına sahip **10 veya daha fazla ölçülen değişken** tanımlanır.

3. Örneklem büyüklüğü **en az 300** olmalıdır.

AFA'da Örneklem Büyüklüğü

- MacCallum, Widaman, Zhang ve Hong (1999), **ortak varyansların tümü, .60 veya daha büyükse**, örneklem büyüklüğü 60 kadar düşük olsa bile, **örüntü katsayılarının doğru şekilde yeniden** üretildiğini bulmuştur.

- Ortak varyans değerleri **0.50** civarındaysa, 100 ila 200 arasında örneklem büyüklüğü gereklidir.

- Guadagnoli, E., & Velicer, W. (1988). Relation of sample size to the stability of component patterns. *Psychological Bulletin, 103,* 265—275.
- MacCallum, R. C., Widaman, K. F., Zhang, S., & Hong, S. (1999). Sample size in factor analysis. *Psychological Methods,* 4, 84-99.

bitti