1-0

💹 Dr. Kübra Atalay Kabasakal

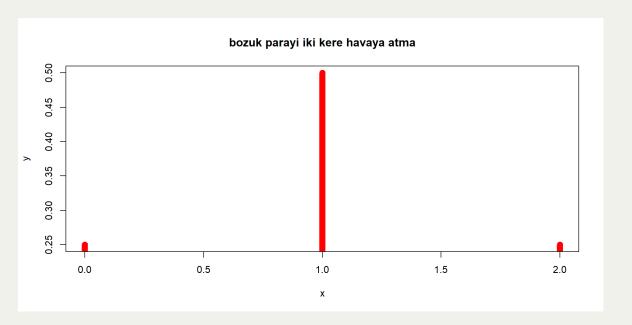
- İstatistiğin en önemli konularından birisi olasılık dağılımlarıdır.
- R'da veri üretimi yaparken çıktıların ne olduklarını bilmek yerine **çıktıların olma olasılıkları üzerinden veri üretmek** gerekebilir.
- Örneğin, bir sınıftaki öğrencilerin madeni para atışında, paranın yazı ya da tura gelme olasılığı üzerine veri üretimi yapılırken,
 - yazı gelme olasılığının 0.5; tura gelme olasılığının 0.5 olduğu bu durumda
 Bernoulli dağılımı yardımıyla yüzlerce ya da binlerce para atışı için veri üretmek mümkündür.

- Paranın iki kere hava atılması
- YY (1/4)
- TT (1/4)
- TY (2/4)

```
1 x <- 0:2
2 y <- dbinom(x, size=2, p=0.5)
3 y
```

```
[1] 0.25 0.50 0.25
```

```
plot(x, y ,type="h",col="red", lwd=10,
main="bozuk parayi iki kere havaya atma")
```

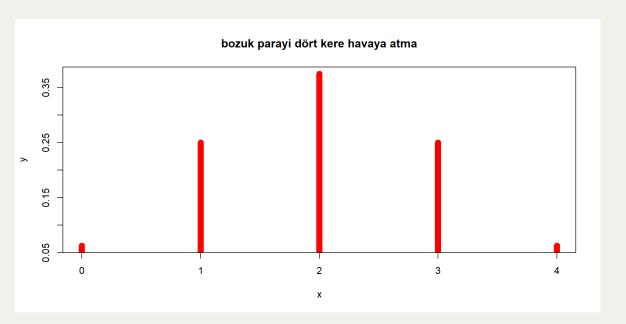


- Paranın dört kez kere hava atılması
- YYYY (1/16)
- TTTT (1/16)
- YTTT (4/16)
- TYYY (4/16)
- YYTT(6/16)

```
1 x <- 0:4
2 y <- dbinom(x, size=4, p=0.5)
3 y
```

```
[1] 0.0625 0.2500 0.3750 0.2500 0.0625
```

```
plot(x, y ,type="h",col="red", lwd=10,
main="bozuk parayi dört kere havaya atma")
```



• Paranın 30 kez kere hava atılması

```
1 x <- 0:30

2 y <- dbinom(x,size=30,p=0.5)

3 y

[1] 9.31e-10 2.79e-08 4.05e-07 3.78e-06

2.55e-05 1.33e-04 5.53e-04 1.90e-03

[9] 5.45e-03 1.33e-02 2.80e-02 5.09e-02

8.06e-02 1.12e-01 1.35e-01 1.44e-01

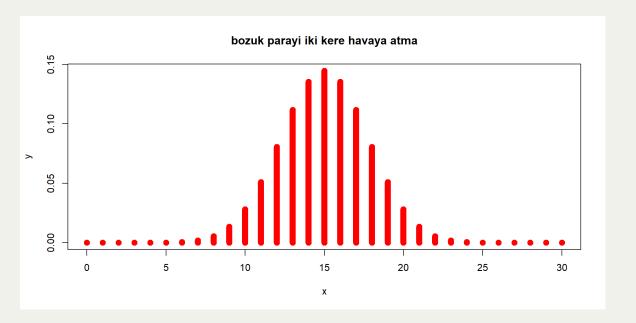
[17] 1.35e-01 1.12e-01 8.06e-02 5.09e-02

2.80e-02 1.33e-02 5.45e-03 1.90e-03
```

[25] 5.53e-04 1.33e-04 2.55e-05 3.78e-06

4.05e-07 2.79e-08 9.31e-10

```
plot(x, y ,type="h",col="red", lwd=10,
main="bozuk parayi iki kere havaya atma")
```



- Normal, log-normal, ki-kare, binom, poisson, uniform, gamma, beta vb. gibi farklı dağılımlar mevcuttur.
- p, olasılık (probability) kümülatif dağılım fonksiyonuna ilişkin bilgileri
- q, çeyreklik (quantile) kümülatif dağılım fonksiyonunun tersine ilişkin bilgileri
- **d**, yoğunluk (density) yoğunluk fonksiyonuna ilişkin bilgileri
- r, rastgele (random) belirlenen dağılımdaki rastgele veriyi

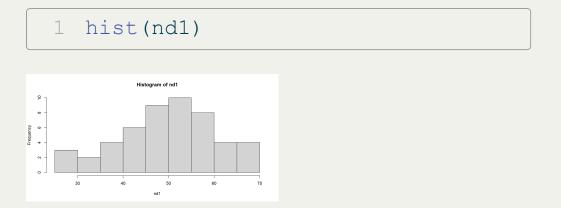
• Normal dağılama uygun veri üretmek için **rnorm()**

```
1  n=50
2  nd1 <- rnorm(n=n, mean=50, sd=10)
3  mean(nd1)

[1] 49.7

1  sd(nd1)

[1] 10.1</pre>
```

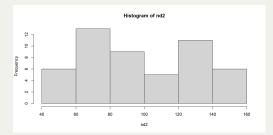


 Tek biçimli (uniform) dağılıma ilişkin bir veri üretmek için runif()

```
1 nd2 <- runif(n=n, min=50, max=150)
2 min(nd2)
[1] 50.8

1 sd(nd2)
[1] 31.1</pre>
```





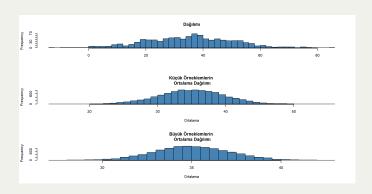
İterasyon

- Veri üretimlerinde tek bir örneklemin elde edilmesi güvenilir olmayabilir.
- Örneğin, **ortalaması 100**, **standart sapması 20** olan normal dağılıma ilişkin veri üretildiğinde, elde edilen ortalama değer bir örneklem için **örnekleme hatasından** dolayı **100 değerinden göreceli olarak farklı** çıkabilir.

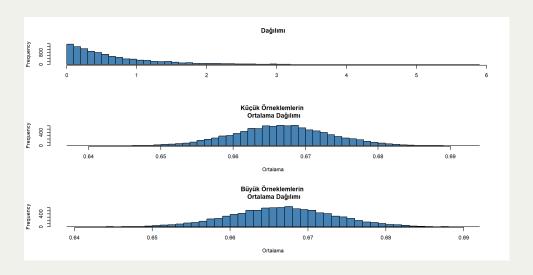
```
1 set.seed(41)
2 x <- rnorm(2, mean=100, sd=20)
3 mean(x)
[1] 94</pre>
```

- veri üretme çalışmalarında tekrarlamaların yapılması önemlidir.
- İterasyon, veri üretiminin fonksiyonlar ve döngüler kullanılarak genişletilmesi ve **genellenebilir sonuçlar** elde edilmesi olarak tanımlanabilir.

İterasyon



İterasyon



İterasyonların Kaydedilmesi ve Tekrar Okutulması

- Özellikle büyük verilerle çalışırken, **iterasyonlar uzun zamanlar alabilir.**
- Her seferinde **iterasyonların tekrarlanması** yerine iterasyon sonuçlarının **kaydedilip** yeniden okutularak analizlere devam edilmesi gerekebilir.
- kucuk_orn ve buyuk_orn veri setlerini iki ayrı klasöre yazdırnız.

İterasyonların Kaydedilmesi ve Tekrar Okutulması

• Daha önce oluşturduğunuz **kucuk_orn** ve **buyuk_orn** veri setlerini iki ayrı klasörden okutup R nesnesi olarak yazdırınız.

Psikometri Alanında Veri Üretimi

- Ölçme ve değerlendirme alanında gerçekleştirilen bazı çalışmalarda, çalışmanın amacı doğrultusunda, veri setlerinin üretilmesi gerekebilir.
- Bu çalışmalarda veri setleri çoğunlukla **Monte Carlo (MC) teknikleri** kullanılarak üretilir.
- MC yaklaşımında matematiksel bir model kullanılarak bilgisayar yazılımı aracılığıyla rastgele örneklemler elde edilebilir.

Psikometri Alanında Veri Üretimi

- MC çalışmaları ile parametre değerlerini belirlemek, çalışmada bazı faktörleri (madde sayısı gibi) sabit tutup bazı faktörleri (örneklem büyüklüğü gibi) manipüle ederek değişkenlerin etkilerini incelemek mümkündür.
- Böylece belli özellikleri önceden bilinen veri setleri, ele alınan koşullar altında, **yöntemlerin veya modellerin değerlendirilmesine** ve karşılatırılmasına olanak sağlar.
- Ancak sonuçların kullanışlılığı için MC çalışmalarında modellenen koşulların **gerçek uygulamalara** ne kadar yakın olduğuna, replikasyon sayısına, vb. dikkat edilmesi gerekir (Harwell & Others, 1996).

- Revelle (2019) tarafından üretilen **psych** ile
- YEM, MTK, ve KTK ya uygun veriler üretilebilir.
- Partchev (2017) tarafından yazılan **irtoys** paketinde bulunan
 - 1, 2 ve 3 parametreli lojistik modele uygun veriler üretilebilir.
- Chalmers (2019) tarafından hazırlanan **mirt** paketiyle hem tamamlayıcı hem de tamamlayıcı olmayan ÇBMTK verisi üretilebilir.

• ** ... **

- hangi model?
- kaç madde?
- madde ve yetenek parametreleri ne olacak?

3PL modele dayali **8 maddelik** veri veri üretilmesi İlk aşama madde parametrelerinin belirlenmesi

```
1  set.seed(41)
2  madde <- 8
3  maddepar <- cbind(
4  rnorm(madde, mean = 0, sd = 0.75)*1.702, #a
5  rnorm(madde, mean = 0.30, sd = 0.51)*1.702, #b
6  rnorm(madde, mean = 0.16, sd = 0.05)) #c</pre>
```

```
1 maddepar

[,1] [,2] [,3]
[1,] -1.014 1.379159 0.193
[2,] 0.252 2.409834 0.204
[3,] 1.279 -0.539118 0.170
[4,] 1.645 0.000801 0.274
[5,] 1.156 1.427334 0.115
[6,] 0.630 0.235798 0.267
[7,] 0.765 0.463257 0.102
[8,] -2.016 0.796831 0.158
```

- İkinci aşama yetenek parametrelerinin belirlenmesi
- 1000 kişilik normal dağılıma dayalı veri üretimi

```
1 set.seed(41)
2 birey <- 1000
3 yetenek <- rnorm(birey, mean = 0, sd = 1)
4 yetenek[1:10]

[1] -0.794 0.197 1.002 1.289 0.906 0.494 0.599 -1.580 1.001 2.188</pre>
```

• irtoys paketi sim fonksiyonu ile veri üretilmesi

• irtoys paketi sim fonksiyonu ile veri üretilmesi

```
1 library(irtoys)
 2 ip = maddepar
 3 x = yetenek
 4 sim
function (ip, x = NULL)
   if (is.list(ip))
        ip = ip$est
    i = irf(ip = ip, x = x)
    d = dim(i\$f)
   u = runif(d[1] * d[2])
    dim(u) = d
    return(ifelse(i\$f > u, 1, 0))
<bytecode: 0x000001e16a595500>
<environment: namespace:irtoys>
```

• Üretilen verinin parametrelerinin kestirimi

```
a b g u
madde1 -1.096 1.541 0.00484 1
madde2 0.308 2.155 0.21580 1
madde3 1.093 -0.932 0.02929 1
madde4 1.353 0.071 0.24129 1
madde5 0.975 1.547 0.08119 1
madde6 1.007 1.079 0.47165 1
madde7 0.697 0.711 0.08023 1
madde8 -1.890 0.970 0.00211 1
```

- Veri üretimini tekrarlamak için fonksiyon yazmamız lazım.
- Fonksiyon1
 - madde sayısı ve birey sayısına bağlı olarak
 - o madde parametresi üretsin
 - yetenek parametresi üretsin
 - o madde cevapları üretsin
 - ciktida madde parametrelerini, yetenek parametrelerini ve cevap matrisini tutsun

```
1 veri_uretimi <- function(madde, birey){
2 .....
3 }</pre>
```

```
1 veri 1 <- veri uretimi(madde = 8, birey = 1000, seed = 666)</pre>
 2 head(veri 1$yetenek)
[1] 0.0306 -1.4823 -1.1266 -1.7638 -1.0626 -1.3430
 1 head(veri 1$maddepar, 3)
    [,1] [,2] [,3]
[1,] 2.24 -1.198 0.203
[2,] 2.78 0.321 0.177
[3,] 1.77 2.224 0.131
 1 head(veri 1$cevaplar, 3)
    madde1 madde2 madde3 madde4 madde5 madde6 madde7 madde8
[1,]
[2,] 0 0 0
[3,] 1 0 0
[3,]
```

Paramtere kestirimi

Fonksiyon2 - veri_uretimi fonksiyonu ile üretilen veri girdi olsun - hangi modele göre kestirim yapacağı argüman olsun. (2PL ya da 3PL) - Cikti olarak kestirilen parametre matrisi verilsin

```
1 kestirilen_par <- function(veri, par=3) {
2
3 ....
4 }</pre>
```

Kestirilen değerler ve Gerçek Değerler

• RMSE her bir madde için her bir replikasyonda kestirilen parametre değeri ile gerçek parametre değeri arasındaki farkın karesinin ortalamasının kareköküdür

```
[RMSE(\tau) = \sqrt\frac{\sum_{r}^{R} (\hat{\tau}-\tau)^2}{R})\]
```

Kestirilen değerler ve Gerçek Değerler

• **BIAS** kestirime ilişkin sistematik hatayı ifade eden yanlılık her bir madde için her bir replikasyonda kestirilen parametre değerinin ortalaması ile gerçek parametre değeri arasındaki farktır ve aşağıdaki formül ile hesaplanır:

 $[BIAS(\tau) = \frac{r}^{R} \hat{R} - \tau]$

Kestirilen değerler ve Gerçek Değerler

• **SE** kestirime ilişkin rastgele hatayı ifade eden standart hata her bir madde için her bir replikasyonda kestirilen parametre değeri ile ortalama parametre kestirimi arasındaki farkın karesinin ortalamasının kareköküdür. Diğer bir ifadeyle replikasyonlarda kestirilen parametre değerlerinin standart sapmasıdır ve aşağıdaki formül ile hesaplanır:

\[SE(\tau) = \sqrt\frac{\sum_{r}^{R} (\hat{\tau}- \overline{\hat{\tau}})^2}{R})\] - Yanlılığın karesi ile standart hatanın karesinin toplamı RMSE'nin karesinin toplamına eşittir. RMSE, yanlılık ve standart hata arasındaki ilişki aşağıdaki eşitlik ile gösterilebilir:

 $\[RMSE^2 = Bias^2 + SE^2 \]$

RMSE BIAS ve SE hesapalama

b 0.0864 0.309 0.978 c -0.0148 0.133 0.451

```
1 hata <- function(kestirim, gercek) {
2
3 }
parametreler bias rmse korelasyon
1 a 0.7953 1.861 0.814</pre>
```

Fonksiyon yazarken nelere dikkat etmeliyiz?

```
1 temp2 <- veri_uretimi(maddesay = 10, bireysay = 1000)
Error in set.seed(seed): argument "seed" is missing, with no default
atanan seed = 5593
[1] "Madde parametresi uretme"
[1] "Üretilen veri"
[1] "Cıktıların birleştirilmesi"</pre>
```

• Tekrar etmek amacıyla **döngülerden** ya da **apply** fonksiyonlarından yararlanalılabilir.

```
1 replicate(tekrar sayisi, fonksiyon)
```

replicate fonksiyonu kullanıldığında oluşan çıktı liste biçiminde olacaktır.

```
1 tekrarsayisi=5L
  2 x <- replicate(tekrarsayisi, veri uretimi(maddesay = 10, bireysay = 1000))
atanan seed = 7116
[1] "Madde parametresi uretme"
[1] "Üretilen veri"
[1] "Cıktıların birleştirilmesi"
atanan seed = 727
[1] "Madde parametresi uretme"
[1] "Üretilen veri"
[1] "Cıktıların birleştirilmesi"
atanan seed = 6970
[1] "Madde parametresi uretme"
[1] "Üretilen veri"
[1] "Cıktıların birleştirilmesi"
atanan seed = 4875
[1] "Madde parametresi uretme"
[1] "Üretilen veri"
[1] "Cıktıların birleştirilmesi"
atanan seed = 789
[1] "Madde parametresi uretme"
[1] "Üretilen veri"
[1] "Cıktıların birleştirilmesi"
```

• Oluşan nesnenin sadece maddepar bileşenin almak için ciktilar liste biçimindedir

```
1 lapply(1L:tekrarsayisi, function(i) x[,i][1])
[[1]]
[[1]]$maddepar
     [,1] [,2] [,3]
[1,] 2.63 -0.570 0.0752
[2,] 1.53 0.065 0.1859
[3,] 1.27 1.798 0.0994
[4,] 1.93 2.325 0.1950
[5,] 2.36 0.461 0.1757
[6,] 1.81 0.827 0.1840
[7,] 2.26 1.668 0.1773
[8,] 2.21 0.170 0.1471
[9,] 2.46 0.392 0.1278
[10,] 2.23
           0.370 0.1622
```

 Γ Γ \cap Γ Γ

• Ciktilarin liste olmaması için sapply de kullanılabilir.

```
1 sapply(1L:tekrarsayisi, function(i) x[,i][1])
$maddepar
     [,1] [,2] [,3]
 [1,] 2.63 -0.570 0.0752
 [2,] 1.53 0.065 0.1859
[3,] 1.27 1.798 0.0994
 [4,] 1.93 2.325 0.1950
[5,] 2.36 0.461 0.1757
 [6,] 1.81 0.827 0.1840
[7,] 2.26 1.668 0.1773
[8,] 2.21 0.170 0.1471
[9,] 2.46 0.392 0.1278
[10,] 2.23
           0.370 0.1622
$maddepar
     [,1] [,2] [,3]
```

```
1 tekrar = 4
2 seed = sample.int(10000, 100)
3 maddesay = 10 # 10, 15, 20, or 25
4 bireysay = 1000 # 250, 500, 750, or 1000

1 library("doParallel")
2 detectCores()

[1] 12

1 cl <- makeCluster(4) # en fazla n-2
2 registerDoParallel(cl)</pre>
```

- Döngüler yavas olabilir,
- apply ailesi ciktilari kullanışlı olmayabilir.

```
1 foreach(i=1:4) %dopar% sqrt(i)

[[1]]
[1] 1

[[2]]
[1] 1.41

[[3]]
[1] 1.73

[[4]]
[1] 2
```

```
1 #coklu arguman
 2 foreach(i=1:4, j=1:4) %do%
        sqrt(i+j)
[[1]]
[1] 1.41
[[2]]
[1] 2
[[3]]
[1] 2.45
[[4]]
[1] 2.83
 1 stopCluster(cl) # cekirdek atama işini bitirir.
```

```
1 for(i in 1:5) {
2    sum(rnorm(1e6))
3  }
```

```
1  foreach(i=1:5) %dopar% {
2   sum(rnorm(1e6))
3  }
```

```
1 cl <- makeCluster(4)
 2 registerDoParallel(cl)
 4 \text{ tekrar} = 4
 5 \text{ seed} = \text{sample.int}(10000, 100)
   maddesay = 10 # 10, 15, 20, or 25
   bireysay = 1000 # 250, 500, 750, or 1000
   simulasyon <- foreach(i=1:4,
10
                 .packages = c("mirt", "doParallel"),
                 .combine = rbind) %dopar% {
11
12 # Adım 1 madde parametrelerini ve veri setini üretme
   adim1 <- veri uretimi (maddesay =maddesay, bireysay =bireysay, seed=seed[i])
14 # Adım 2 üretilen veri seti üzerinden ketsirim yapma
  adim2 <- kestirilen par(adim1$cevaplar)</pre>
16 # adim 3 raporlama
17 hata(adim2, adim1$maddepar)
```

Cikti düzenleme

```
simulasyon
                    bias
   parametreler
                            rmse korelasyon
                  0.09127 0.3951
                                       0.277
              b -0.06086 0.0955
                                       0.998
3
               c -0.03573 0.0698
                                       0.847
4
                  0.14192 0.3825
                                       0.770
5
                  0.00934 0.1453
                                       0.979
               c -0.00052 0.0750
6
                                       0.566
               a -0.22460 0.6986
                                       0.688
8
                  0.05469 0.1792
                                       0.991
              b
9
               c -0.03235 0.0736
                                       0.608
10
                  0.11741 0.5982
                                       0.382
11
                  0.01070 0.1925
                                       0.978
12
               c -0.00743 0.0832
                                       0.613
```

Cikti düzenleme

```
1 library("dplyr")
 simulasyon %>%
  simulasyon v1
parametreler bias rmse korelasyon maddesay bireysay
                                           1000
         a 0.032 0.519
                           0.529
                                     10
                                           1000
         b 0.003 0.153
                           0.986
                                     10
         c - 0.019 0.075
                           0.658
                                     10
                                           1000
```

```
1 tekrar = 1; seed = sample.int(10000, 100); maddesay = c(10, 20, 40); bireysay = c(250, 500, 1000)
 3 # kumeler
 4 cl <- makeCluster(6); registerDoParallel(cl)</pre>
 6 # İc ice foreachler
 7 sonuc <- foreach(i=1:tekrar,</pre>
                           .packages = c("mirt", "doParallel", "dplyr"),
                           .combine = rbind) %:%
9
     foreach (j=maddesay,
              .packages = c("mirt", "doParallel", "dplyr"),
              .combine = rbind) %:%
13
     foreach (k=bireysay,
              .packages = c("mirt", "doParallel", "dplyr"),
14
15
              .combine = rbind) %dopar% {
                adim1 <- veri uretimi(maddesay=j, bireysay=k, seed=seed[i])</pre>
                adim2 <- kestirilen par(adim1$cevaplar)</pre>
17
                adim3 <- hata(adim2, adim1$maddepar)</pre>
19
                adim3 %>%
20
                  group by (parametreler) %>%
21
                  summarise(bias = round(mean(bias),3),
22
                             rmse = round(mean(rmse), 3),
23
                             korelasyon = round(mean(korelasyon),3)) %>%
24
                  mutate(maddesay = j, bireysay = k,
25
                                      as.data.frame()
                  ) 응>응
```

```
write.table(adim3, "results.csv",
sep = ",",
col.names = FALSE,
row.names = FALSE,
append = TRUE) # Sonucları yazmak icin acik tutar
```

```
1 iterations = 4; seed = sample.int(10000, 100)
 2 maddesay = 10; bireysay = 1000 #250, 500, 750, or 1000
 3 library("doSNOW")
 4 cl <- makeCluster(4); registerDoSNOW(cl)
 6 pb <- txtProgressBar(max = iterations, style = 3) # Initiate progress bar
0%
   progress <- function(n) {setTxtProgressBar(pb, n)}</pre>
    opts <- list(progress = progress)</pre>
    sonuc <- foreach(i=1:iterations,</pre>
                           .packages = c("mirt", "doSNOW"),
 4
                           .options.snow = opts, # see the additional line for d
                           .combine = rbind) %dopar% {
                             # Generate item parameters and data
                             adim1 <- veri uretimi (maddesay , bireysay, seed=se
 9
                             # Estimate item parameters
                             adim2 <- kestirilen par(adim1$cevaplar)</pre>
10
                             # Summarize results
11
```

```
hata(adim2, adim1$maddepar)
25%
50%
75%
100%
 1 close(pb) # kapat progress bar
 1 stopCluster(cl)
```

Bitti