📊 AFA

📉 Örnek Uygulama

👩‍🏫 Dr. Kübra Atalay Kabasakal

Bahar 2023

Örnek Veri

- Veri Amerika Birleşik Devletleri ve Kanada'daki üniversite kütüphanelerinde hizmet kalitesine ilişkin kullanıcı algıları çalışmasından (Cook & Thompson, 2001; Thompson, Cook, & Heath, 2001; Thompson, Cook, & Thompson, 2002) rastgele örneklenmiştir.

- Veri Thompson'ın (2004) kitabında Appendix A'da verilmiş olup 12 (gözlenen/ölçülen) değişkene ilişkin 100 lisansüstü öğrenci ve 100 akademik personel tarafından sağlanan derecelendirmeleri içermektedir.

- Cook, C., &. Thompson, B. (2001). Psychometric properties of scores from the Web-based LibQUAL+™ study of perceptions of library service quality. Library Trends, 49, 585-604.
- Thompson, B. (2004). Exploratory and confirmatory factor analysis: Understanding concepts and applications. Washington, DC: American Psychological Association.
- Thompson, B., Cook, C., & Heath, F. (2001). How many dimensions does it take to measure users' perceptions of libraries?: A "LibQUAL+™" study, portal: Libraries and the Academy, 1, 129-138.
- Thompson, B., Cook, C., & Thompson, R. L. (2002). Reliability and structure of LibQUAL+™ scores: Measuring perceived library service quality, portal: Libraries and the Academy, 2, 3-12.

Örnek Veri

- Örnek veri AFA.sav için ilgili veriden ilk 11 değişkene ilişkin 100 lisansüstü öğrenci tarafından sağlanan derecelendirmeler alınmıştır. Örnek veride ele alınan 11 gözlenen değişken aşağıdaki gibidir:

Variable	Contents
PER1	Willingness to help users
PER2	Giving users individual attention
PER3	Employees who deal with users in a caring fashion
PER4	Employees who are consistently courteous
PER5	A haven for quiet and solitude
PER6	A meditative place
PER7	A contemplative environment
PER8	Space that facilitates quiet study
PER9	Comprehensive print collections
PER10	Complete runs of journal titles
PER11	Interdisciplinary library needs being addressed

İlişki Katsayıları Matrisi

- Değişkenler için **toplanan puanlar**, değişkenler arasındaki iki değişkenli ilişkiler matrisini hesaplamak için kullanılır. AFA'da analiz edilen bu **ilişkiler matrisidir.**

- Bir veri seti için ilişki matrisi verildiğinde örneğin, $\boldsymbol{R}_{11x11}$, faktör analizinin tüm adımları (faktör puanlarının hesaplanması hariç), orijinal verilere (örneğin, $\boldsymbol{X}_{100x11}$ erişim olmadan bile gerçekleştirilebilir.

- Pearson momentler-çarpımı iki değişkenli korelasyon matrisi AFA'da en çok kullanılan ilişkiler matrisidir.

  - Çoğu istatistiksel pakette, AFA'da varsayılan (kullanıcı varsayılan seçimi değiştirmedikçe) ilişkilendirme matrisi Pearson korelasyon matrisidir. Ancak başka seçenekler de vardır.

İlişki Katsayıları Matrisi

- İlişkileri karakterize eden farklı istatistikler, verilerin farklı yönlerine duyarlıdır. Farklı ilişki istatistikleri, verilerin altında **farklı ölçek düzeylerinin yattığını** varsayar.

- Örneğin, **Pearson r**, verilerin **eşit aralıklı** olarak ölçeklenmesini gerektirir. Diğer yandan **Spearman's rho**, yalnızca verilerin **en azından sıralı** olarak ölçeklendiğini varsayar.

İlişki Katsayıları Matrisi

- **Spearman's rho**, aralık verileri bağları olmayan sıralamalara dönüştürüldüğünde, iki değişken arasındaki **Pearson r**'dir.

- Aslında ister sıralı ister eşit aralık verileriyle hesaplanmış olsun, Spearman's rho şu soruya yanıt verir: **İki değişken, bireyleri tam olarak aynı sırada mı sıralıyor?** Pearson r bu soruyu da değerlendirir ancak sıralı puanlar arasındaki mesafeleri de hesaba katar.

- Spearman's rho, verilerde böyle bir bilginin bulunmadığını varsayar (veya bu bilgiyi göz ardı eder), bu nedenle her iki değişken de sıralı olarak ölçeklendiğinde **rho** kullanılabilir.

- ikili puanlana veriler için ise korelasyon matrisinin **tetrakorik korelasyonlardan** elde edilmesi gerekmektedir.

İlişki Katsayıları Matrisi

- Bu iki ilişki matrisi, **kovaryans matrisi** de olabilir. Birçok bağlamda kovaryans, ilişkiyi veya ilişkiyi tanımlamak için değil, korelasyon katsayısının elde edilmesinde **bir ara hesaplama olarak** kullanılır.

- Kovaryans nadiren kullanılır, çünkü korelasyondan farklı olarak **kovaryans, kesin bir olası değerler aralığına sahip değildir.**

İlişki Katsayıları Matrisi

- Kovaryans, iki değişkenin üç yönünden ortaklaşa etkilenir:
    - iki değişken arasındaki **korelasyon**,
    - birinci değişkenin **değişkenliği** ve
    - ikinci değişkenin **değişkenliği**.
- Bu nedenle, açımlayıcı faktörler bir kovaryans matrisinden çıkarıldığında, bazı faktörler korelasyonların bir işlevi olabilirken, diğerleri daha çok puan yayılmasının bir işlevi olabilir.
- Bazen faktörlerimizin puanların bir dizi yönüne duyarlı olmasını isteriz. Ancak diğer zamanlarda, tüm faktörlerin verilerimizin yalnızca tek bir yönüne duyarlı olmasını tercih edebiliriz.

Örnek Veri için Korelasyon Matrisi

- AFA'da analiz edilen **ilişkiler matrisidir.**
- Örnek veri için R_{11x11} korelasyon matrisi aşağıdaki gibidir

```
library(haven)
AFA <- read_sav("data/AFA.sav")
matris <- round(cor(AFA[,-c(1,13)]),2)
matris[upper.tri(matris)] <- NA
matris
```

	per1	per2	per3	per4	per5	per6	per7	per8	per9	per10	per11
per1	1.00	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
per2	0.85	1.00	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
per3	0.79	0.72	1.00	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
per4	0.78	0.70	0.69	1.00	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
per5	0.40	0.45	0.51	0.48	1.00	NA	NA	NA	NA	NA	NA
per6	0.33	0.32	0.40	0.40	0.66	1.00	NA	NA	NA	NA	NA
per7	0.48	0.50	0.50	0.52	0.80	0.71	1.00	NA	NA	NA	NA
per8	0.42	0.45	0.49	0.43	0.78	0.63	0.71	1.00	NA	NA	NA
per9	0.44	0.46	0.54	0.50	0.39	0.23	0.40	0.39	1.00	NA	NA
per10	0.38	0.41	0.45	0.35	0.41	0.30	0.42	0.39	0.63	1.00	NA
per11	0.43	0.49	0.55	0.42	0.46	0.25	0.42	0.44	0.68	0.59	1

KMO

- AFA'da bir grup ölçülen değişkenden ortak faktör çıkarılması hedeflenmektedir. Bu nedenle değişkenler bazı ortak şeyler paylaşmalıdır. Eğer bu **11 değişkenin altında yatan hiçbir ortak faktör yoksa evren korelasyon matrisi 11x11 boyutunda bir birim** matris olacaktır

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

KMO

- Bütün **değişkenler birbirinden bağımsız olduğunda**, veri indirgeme başarılamaz.
- Kaiser-Meyer-Olkin measure of sampling adequacy (KMO) **değişkenler arasındaki örtüşmenin derecesini** inceler.
- Daha çok değişken ortak şeyler paylaşırsa, KMO değeri daha büyük olacaktır.
- Bu nedenle **KMO değerinin büyük olması** beklenir.

KMO

```r
library(psych)
veri <- AFA[ ,-c(1,13)]
KMO(veri)
```

```
Kaiser-Meyer-Olkin factor adequacy
Call: KMO(r = veri)
Overall MSA =  0.88
MSA for each item = 
 per1  per2  per3  per4  per5  per6  per7  per8  per9 per10 per11 
 0.79  0.89  0.91  0.91  0.85  0.89  0.88  0.91  0.86  0.91  0.89 
```

KMO değeri istatistiksel bir testle birlikte gelmez.

- Yeterliliğin değerlendirilmesi biraz kişiseldir.
- Araştırmacılar **KMO değerinin ideal olarak 0,6'dan büyük olması** gerektiğini önerirler.
- Örneğe **0,6 kuralı uygulanırsa, korelasyon matrisinin evrendeki bir birim matrisinden farklı olduğu** söylenebilir.

KMO

- **KMO()** fonksiyonunun çıktısı incelendiğinde, **hem tüm veri** için (Overall MSA) **hem de her bir madde** için (MSA for each item) KMO değeri görülmektedir.

- Çalışmalarda genellikle sadece tüm veri için elde edilen KMO değeri raporlanır. Madde bazında KMO değeri ise **belirli bir maddenin testin tamamından** farklı olup olmadığına ilişkin bilgi verebilir.

```
KMO(veri)
```

```
Kaiser-Meyer-Olkin factor adequacy
Call: KMO(r = veri)
Overall MSA =  0.88
MSA for each item =
 per1  per2  per3  per4  per5  per6  per7  per8  per9 per10 per11
 0.79  0.89  0.91  0.91  0.85  0.89  0.88  0.91  0.86  0.91  0.89
```

KMO

Veri seti iki kategorili ise **KMO** aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.

```
kor_mat <- tetrachoric(veri)$rho
KMO(kor_mat)
```

Bartlett'in Testi

- Korelasyon matrisinin **bir birim matrisi** (sıfır hipotezi) olup olmadığını test etmenin bir diğer yolu "Bartlett's Test of Sphericity" olarak adlandırılır.

- Yaklaşık olarak bir ki-kare dağılımını izleyen istatistiksel bir testle birlikte gelir.

- Sıfır hipotezinin reddedilmesi beklenir.

```
bartlett.test(AFA)
```

```

	Bartlett test of homogeneity of variances

data:  AFA
Bartlett's K-squared = 3497, df = 12, p-value <2e-16
```

- Burada **sıfır hipotezi reddedilir.** AFA analizi devam edebilir.

Çıkarılacak Faktörlerin Sayısı

- AFA'da kritik kararlardan biri, kaç faktörün çıkarılacağını belirlemektir. Bu kararı vermek için çok sayıda yaklaşım vardır. Bu yaklaşımlardan bazıları şunlardır:
    - İstatistiksel anlamlılık testleri
    - Özdeğerin 1,0'den büyük olması kuralı
    - Yamaç birikinti grafiği (scree plot)
    - Artık korelasyon matrisinin incelenmesi
    - Paralel analiz
- Genel olarak, bu kararı almak için farklı yaklaşımların birbirini destekleyeceği umuduyla birkaç yaklaşım kullanılmalıdır.

Çıkarılacak Faktörlerin Sayısı

İstatistiksel Anlamlılık Testleri

- Bartlett'e (1950) bağlı istatistiksel anlamlılık testleri, korelasyon matrisinin matrisin bir birim matrisi olup olmadığını test etmek için kullanılabilir.

- Korelasyon matrisinin bir birim matrisi olduğuna ilişkin **sıfır hipotezi reddedilemezse, faktörler matristen makul bir şekilde çıkarılamaz.**

- Bu uygulamadaki sorun, tüm istatistiksel anlamlılık testlerinde karşılaşılan genel sorundur. İstatistiksel anlamlılık, büyük ölçüde **örneklem büyüklüğüne bağlıdır**. Araştırmacılar genellikle AFA'yı yalnızca makul ölçüde büyük örneklemlerle kullandıklarından, **önemsiz korelasyonlar veya faktörler bile istatistiksel olarak** önemli olarak değerlendirilecektir. Bu nedenle, bu yaklaşım çok **kullanışlı değildir.**

Çıkarılacak Faktörlerin Sayısı

Özdeğerin 1,0’dan Büyük Olması Kuralı

- Guttman (1954), kayda değer faktörlerin **özdeğerlerinin 1,0'dan büyük olması** gerektiğini düşünmüştür.
- Bazen bu mantık Kaiser'e atfedilir ve **K1** kuralı olarak adlandırılır.
- Faktörler, tanım gereği, **gözlenen değişkenlerin toplamları olarak oluşturulan gizli yapılardır ve bu nedenle birden fazla gözlenen değişkenden oluşmalıdır.**

Çıkarılacak Faktörlerin Sayısı

Özdeğerin 1,0'dan Büyük Olması Kuralı

- Bir faktör tek bir gözlenen değişkenden oluşuyorsa, gözlenen değişkenin örüntü/yapı katsayısı **1,0 (veya -1,0)** olsa ve bu faktördeki diğer tüm değişkenler **0** örüntü/yapı katsayılarına sahip olsa, faktörün özdeğeri **1,0** olacaktır.

- Dolayısıyla kayda değer faktörlerin (gözlenen değişkenlerin toplamlarını temsil eden yapıların) **öz değerlerinin** 1,0'dan **büyük olması beklenmektedir.**

- Guttman, L. (1954). Some necessary conditions for common-factor analysis. *Psychometrika, 19,* 149-161.

Çıkarılacak Faktörlerin Sayısı

Özdeğerin 1,0'dan Büyük Olması Kuralı

- Özdeğerler, tüm örnek istatistikler gibi, bazı örnekleme hatalarına sahiptir. Bu nedenle bir araştırmacı kuram ve önceki ilgili AFA araştırmalarına dayanarak, **özdeğeri ,999 veya ,950 olan bir faktörü çıkarabilir** veya **özdeğeri 1,005 veya 1,100 olan bir faktörü tutmayabilir.**

- Bu kural çoğu istatistiksel paketteki faktörlerin sayısını belirlemek için varsayılan karar verme stratejisidir.

Çıkarılacak Faktörlerin Sayısı

Özdeğerin 1,0'dan Büyük Olması Kuralı

```
fa(veri)$e.values
```

```
[1] 6.078 1.521 1.154 0.456 0.400 0.333 0.301 0.254 0.236 0.168 0.099
```

```
sum(fa(veri)$e.values)
```

```
[1] 11
```

- korelasyon matrisi için özdeğerleri rapor eder. Büyükten küçüğe sıralanan 11 özdeğer vardır.
- Bu özdeğerlerin toplamı 11'e **ölçülen değişkenlerin sayısına** eşittir.

$$6.078 + 1.521 + 1.154 + \ldots + 0.168 + 0.099 = 11$$

Çıkarılacak Faktörlerin Sayısı

Özdeğerin 1,0’dan Büyük Olması Kuralı

```
fa(veri)$e.values
```

```
[1] 6.078 1.521 1.154 0.456 0.400 0.333 0.301 0.254 0.236 0.168 0.099
```

- İlk üç özdeğer 1’den büyüktür: 6,078, 1,521 ve 1,154.
- **K1** kuralına göre **AFA’dan 3 faktör** çıkarılacaktır

Çıkarılacak Faktörlerin Sayısı

Özdeğerin 1,0’dan Büyük Olması Kuralı

- 3 faktör çıkarma işlemi

```
out <- fa(veri, nfactors = 3,fm="pa",rotate="none")
out
```

```
Factor Analysis using method =  pa
Call: fa(r = veri, nfactors = 3, rotate = "none", fm = "pa")
Standardized loadings (pattern matrix) based upon correlation matrix
       PA1   PA2   PA3   h2    u2 com
per1  0.80 -0.45 -0.38 0.99 0.012 2.0
per2  0.78 -0.32 -0.21 0.75 0.252 1.5
per3  0.80 -0.25 -0.09 0.71 0.292 1.2
per4  0.75 -0.23 -0.21 0.67 0.335 1.4
per5  0.77  0.47 -0.01 0.82 0.179 1.7
per6  0.61  0.47 -0.14 0.61 0.388 2.0
per7  0.78  0.42 -0.08 0.80 0.204 1.6
per8  0.73  0.40 -0.01 0.68 0.315 1.5
per9  0.67 -0.22  0.48 0.72 0.280 2.1
per10 0.60 -0.07  0.41 0.53 0.465 1.8
per11 0.67 -0.14  0.44 0.67 0.334 1.8

                       PA1  PA2  PA3
```

psych fa()

Argüman	Açıklama	Değerleri
r	Girdi veri matrisidir.	Ham veri, korelasyon ya da kovaryans matrisi olabilir.
nfaktors	Çıkarılacak faktör sayısıdır.	Araştırmacı tarafından belirlenir.
n.obs	Gözlem sayısıdır. r girdisi korelasyon ya da kovaryans matrisi olduğu durumlarda verideki gözlem sayısı belirtilmelidir.	
n.iter	Faktör analizi sırasında bootstrap yapılacağı durumlarda ilgili iterasyon sayısının belirtir.	
rotate	Faktörleştirme yapılırken kullanılacak olan döndürme yöntemi tanımlanır.	"none" ,"varimax", "quartimax", "bentlerT", "equamax", "varimin", "geominT", "bifactor" ,"Promax", "promax", "oblimin", "simplimax", "bentlerQ, "geominQ" , "biquartimin" , "cluster"
scores	Faktör puanlarının hangi yöntemle hesaplanacağı tanımlanır.	"regression", "Thurstone", "tenBerge", "Anderson" , "Bartlett"

Çıkarılacak Faktörlerin Sayısı

Yamaç Birikinti Grafiği

- Cattell (1966), faktörlerin sayısını belirlemek için **grafiksel bir test önermiştir.**
- Cattell yöntemini dağ döküntüsü (scree) kavramına dayandırmıştır. Dağ döküntüsü, dağların eteklerinde toplanan, dağlara sağlam bir şekilde bağlanmamış gevşek kaya ve kaya parçalarının döküntüsüdür.

Cattell, R. B. (1966). The scree test for the number of factors. *Multivariate Behavioral Research*, *1*, 245-276.

Çıkarılacak Faktörlerin Sayısı

- Cattell büyük, sağlam, bozulmamış dağların; araştırmacıların tanıması ve tutması gereken sağlam, kayda değer faktörlere benzer olduğunu düşünmüştür. Bununla birlikte, önemsiz faktörler, dağ döküntüsü ile benzerdir ve önemsiz faktörlerin faktör çıkarma sürecinde geride bırakılması gerekir.

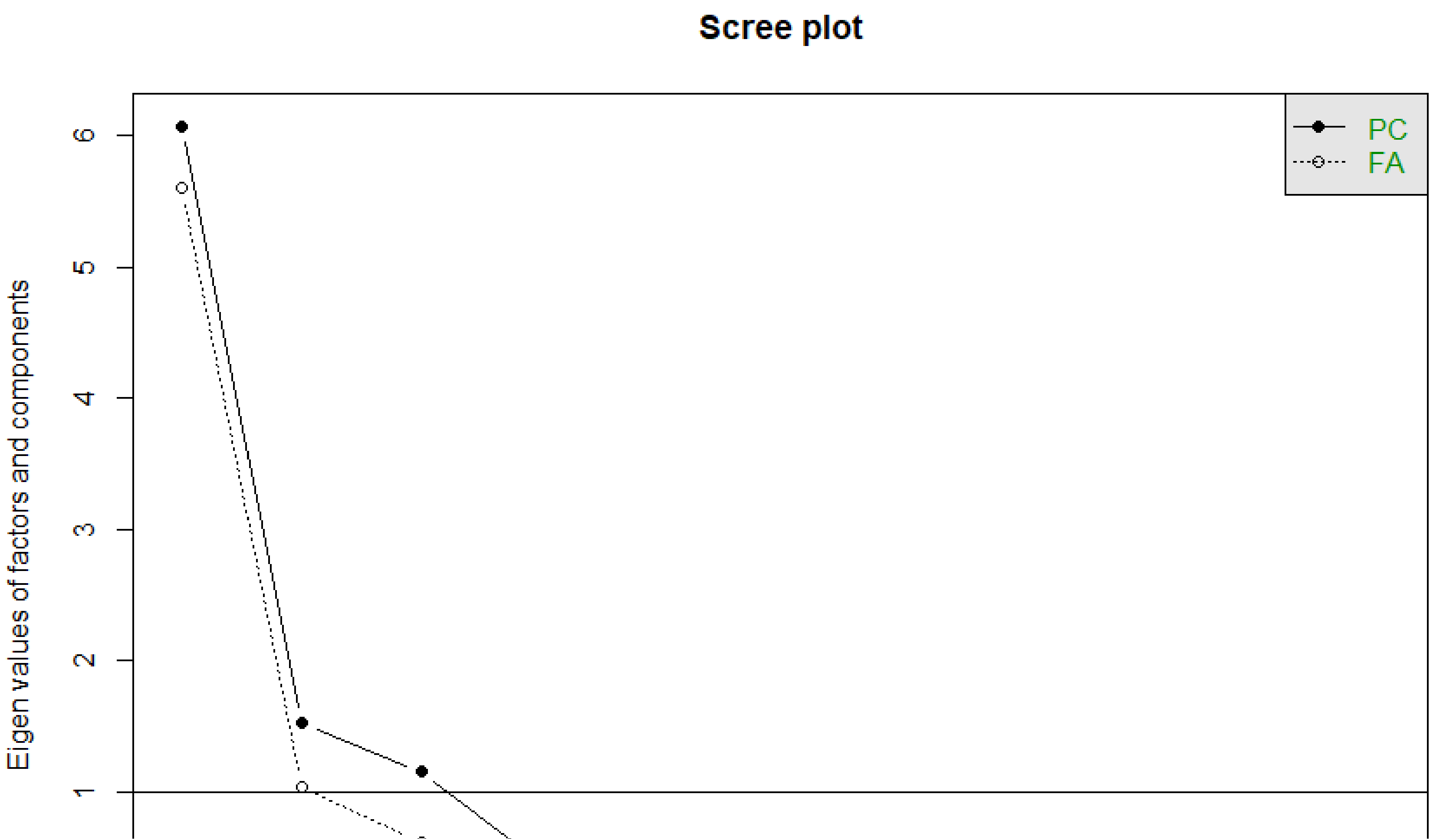
- Bir **yamaç birikinti grafiğinde**, yatay eksende özdeğer veya faktör sayıları ile dikey eksende özdeğer büyüklüklerinin grafiği çizilir.

- Özdeğerler grafikte işaretlenir ve ardışık değerler bir çizgiyle bağlanır. Faktör çıkarma, bir "dirsek" bulunan noktada veya grafiğin düzleştiği noktada durdurulmalıdır.

- İstatistiksel anlam içermeyen bu görsel yaklaşıma bazen "kalem testi" denir, çünkü dirseğin veya düzleşmenin nerede oluştuğunu belirlemek için ilgili grafiğin en sağ kısmına bir kalem yerleştirilebilir.

Çıkarılacak Faktörlerin Sayısı

```
scree(veri)
```



Çıkarılacak Faktörlerin Sayısı

Artık Korelasyon Matrisinin İncelenmesi

- Daha fazla faktör çıkarıldıkça, **artık korelasyon matrisindeki girdiler sıfıra yaklaşır.** Tüm olası faktörler çıkarılırsa, **artık matris her zaman yalnızca sıfırlardan oluşacaktır.**

- Dolayısıyla, kayda değer faktörlerin sayısını belirlemeye yönelik diğer bir yaklaşım, ardışık faktörler çıkarılırken **artık matrisin incelenmesini** içerir.

- Yazılımlar talep üzerine artık matrisi sağlar. Ve bazı paketler artık matrisin bir üçgeninde **|0.05|'den büyük olan girdilerin sayısını verir.**

Çıkarılacak Faktörlerin Sayısı

Artık Korelasyon Matrisinin İncelenmesi

```
residuals <- round(out$residual,2)
library(Matrix)
tril(residuals,-1)
```

```
11 x 11 Matrix of class "dtrMatrix"
       per1  per2  per3  per4  per5  per6  per7  per8  per9 per10 per11
per1   0.00     .     .     .     .     .     .     .     .     .     .
per2   0.01  0.00     .     .     .     .     .     .     .     .     .
per3   0.00  0.00  0.00     .     .     .     .     .     .     .     .
per4   0.00 -0.01  0.01  0.00     .     .     .     .     .     .     .
per5  -0.01  0.01  0.01  0.00  0.00     .     .     .     .     .     .
per6  -0.01 -0.03  0.02  0.02 -0.03  0.00     .     .     .     .     .
per7   0.01  0.01 -0.04  0.01  0.00  0.03  0.00     .     .     .     .
per8   0.01  0.02  0.00 -0.03  0.03  0.00 -0.03  0.00     .     .     .
per9  -0.01 -0.03 -0.01  0.05 -0.01  0.00  0.01  0.00  0.00     .     .
per10  0.02  0.00 -0.01 -0.03 -0.02  0.02  0.01 -0.02  0.02  0.00     .
per11 -0.01  0.02  0.02 -0.02  0.02 -0.02 -0.01  0.01 -0.01  0.00  0.00
```

Çıkarılacak Faktörlerin Sayısı

Artık Korelasyon Matrisinin İncelenmesi

```
sum(abs(residuals[lower.tri(residuals)])>0.05)
```

```
[1] 0
```

- İdeal olarak artıkların değeri mümkün olduğunca sıfıra yakın olmalıdır.
- mutlak değeri ,05'ten büyük olan artıkların sayısını ve yüzdesini verir.

Çıkarılacak Faktörlerin Sayısı

Paralel Analiz

- Horn (1965), kaç faktörün çıkarılacağına karar vermek için **paralel analiz** adı verilen bir yaklaşım önermiştir.

- Paralel analiz veriden çıkarılacak faktör sayısının belirlenmesinde kullanılan, Monte Carlo simülasyonuna dayalı bir yöntemdir.

- Paralel analiz veride herhangi bir baskın faktör olmasa bile **örnekleme hatasının birden büyük öz değerlere neden olabileceği** bilgisini temel alır.

Çıkarılacak Faktörlerin Sayısı

Paralel Analiz

- Veri ile aynı madde sayısı ve örneklem büyüklüğüne sahip rastgele matrislerden öz değerler elde edilir ve bu değerler veriden elde edilen değerlerle karşılaştırılır.

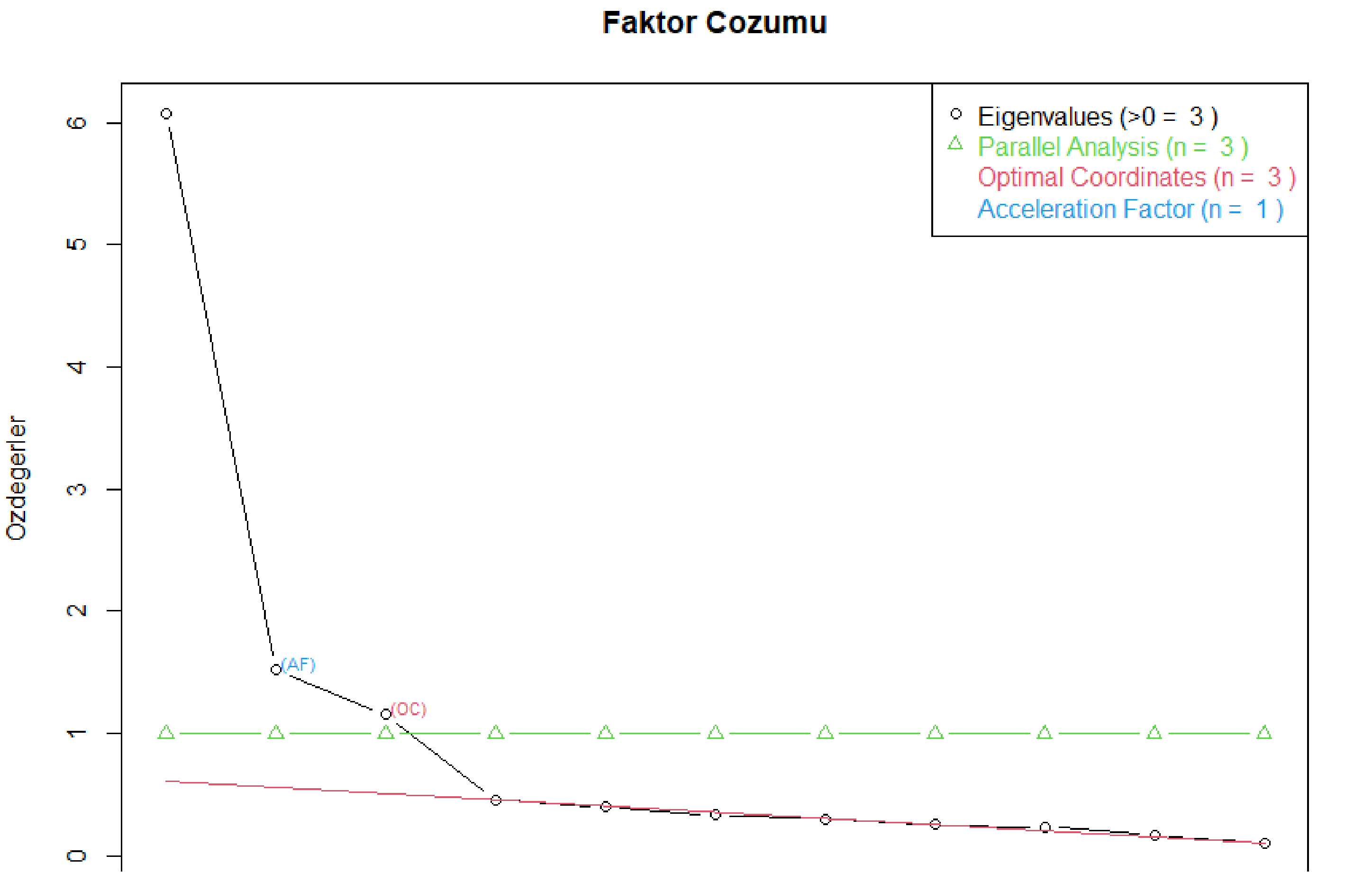
- Faktör ya da bileşen sayısı, **rastgele örneklemlerden elde edilen öz değerlerden büyük olan öz değer sayısına** göre belirlenir (Franklin vd. 1995).

Paralel Analiz

```r
library(nFactors)
PA<-nScree( x=out$e.values,
aparallel=NULL,
cor=TRUE,
model="factors",
criteria=NULL)
PA$Components
```

```
  noc naf nparallel nkaiser
1   3   1         3       3
```

```r
plotnScree(PA, legend=TRUE,
ylab="Ozdegerler", main="Faktor Cozumu")
```



Paralel Analiz

- Paralel analizde, gerçek verilerden ve rastgele sıralı verilerden ardışık çiftlerdeki özdeğerler karşılaştırılır.
- Belirli bir faktör için gerçek verilerin özdeğeri, rastgele sıralı veriler için ilgili faktörün özdeğerini aştığında faktörler korunur.

Örüntü Katsayıları

(Pattern Coefficients)

- AFA modeli aşağıdaki gibidir.

$$X = \Lambda\xi + \delta$$

- Λ (lambda) matrisindeki katsayılara **örüntü katsayıları** adı verilir (DFA'daki faktör yüklerine ve çoklu regresyondaki eğim katsayılarına benzerler).

- Örüntü katsayıları ölçülen değişkendeki puanları elde etmek için **faktöre uygulanan ağırlıklardır.**

- Her bir faktörün **her bir ölçülen değişkendeki bireysel (unique) katkısını** temsil ederler.

Örüntü Katsayıları

```
out <- fa(veri,3,fm="pa",
rotate="none")
out$loadings[,1:3]
```

	PA1	PA2	PA3
per1	0.803	-0.4468	-0.37851
per2	0.775	-0.3224	-0.20784
per3	0.799	-0.2461	-0.09132
per4	0.753	-0.2298	-0.21389
per5	0.772	0.4739	-0.00517
per6	0.607	0.4716	-0.14484
per7	0.784	0.4178	-0.08044
per8	0.727	0.3954	-0.00837
per9	0.665	-0.2234	0.47732
per10	0.601	-0.0727	0.40929
per11	0.671	-0.1440	0.44205

- Bu tablo çıkarılan 3 faktör için örüntü katsayılarını listeler.
- Bu tabloya dayanarak her bir değişken için eşitlik yazılabilir:

$$X = \Lambda\xi + \delta$$

$$per1 = .80\xi_1 + (-0.45)\xi_2 + (-0.38)\xi_3 + \delta_1$$
$$per2 = .78\xi_1 + (-0.32)\xi_2 + (-0.21)\xi_3 + \delta_2$$

...

....

$$per11 = .67\xi_1 + (-0.14)\xi_2 + 0.44\xi_3 + \delta_3$$

Örüntü Katsayıları

(Pattern Coefficients)

- Faktörler birbirinden bağımsız olduğundan, örüntü katsayısının karesi, örneğin,

$\lambda_{11}^2 = .80^2 = .64$ değeri PER1 değişkenindeki varyansın yaklaşık %64,6'sının birinci faktör tarafından açıklandığını önerir.

$\lambda_{12}^2 = -0.45^2 = .20$ değeri PER1 değişkenindeki varyansın yaklaşık %20'sının ikinci faktör tarafından açıklandığını önerir.

$\lambda_{13}^2 = -0.38^2 = .14$ değeri PER1 değişkenindeki varyansın yaklaşık %14'ünün ikinci faktör tarafından açıklandığını önerir.

- Diğer örüntü katsayıları için de benzer açıklamalar yapılır.

Ortak varyans Katsayıları

(Communality Coefficients)

- Örüntü katsayıları **ortak varyans katsayı** ile yakından ilgilidir. Ortak varyans katsayısı h^2 ile gösterilir.

- Ortak varyans bir ölçülen değişkendeki varyansın ne kadarını **bir grup olarak faktörlerin üretebileceğini** belirtir.

- Ortak varyans katsayısı DFA veya çoklu regresyondaki R^2 değerine benzer şekilde açıklanabilir.

Ortak varyans Katsayıları

(Communality Coefficients)

- Her bir gösterge için, ortak varyans katsayısı örüntü katsayılarının kareleri toplanarak hesaplanır.
- Örneğin, PER1 değişkeni için:

$$\lambda_{11}^2 + \lambda_{12}^2 + \lambda_{13}^2 = .80^2 + (-0.45)^2 + (-0.38)^2 = .99$$

- Bu değer, toplamda PER1 değişkenindeki varyansın yaklaşık **%99**'unun çıkarılan **3 faktör tarafından açıklanacağını** önerir.

Örüntü Katsayıları ve Ortak Varyanslar

Her bir değişken için ortak varyans hesaplanabilir:Örneğin per 11 için

$$\lambda_{11}^2 + \lambda_{12}^2 + \lambda_{13}^2 = .67^2 + (-0.14)^2 + (-0.44)^2 = .67$$

```r
out
```

```
Factor Analysis using method =  pa
Call: fa(r = veri, nfactors = 3, rotate = "none", fm = "pa")
Standardized loadings (pattern matrix) based upon correlation matrix
       PA1   PA2   PA3   h2    u2 com
per1  0.80 -0.45 -0.38 0.99 0.012 2.0
per2  0.78 -0.32 -0.21 0.75 0.252 1.5
per3  0.80 -0.25 -0.09 0.71 0.292 1.2
per4  0.75 -0.23 -0.21 0.67 0.335 1.4
per5  0.77  0.47 -0.01 0.82 0.179 1.7
per6  0.61  0.47 -0.14 0.61 0.388 2.0
per7  0.78  0.42 -0.08 0.80 0.204 1.6
per8  0.73  0.40 -0.01 0.68 0.315 1.5
per9  0.67 -0.22  0.48 0.72 0.280 2.1
per10 0.60 -0.07  0.41 0.53 0.465 1.8
per11 0.67 -0.14  0.44 0.67 0.334 1.8

                       PA1   PA2   PA3
```

Ortak varyans Katsayıları

(Communality Coefficients)

- Ortak varyans katsayısı **0 ile 1** arasında bir değer alır.
- İyi bir AFA modelinde, **ortak varyans katsayılarının hepsinin oldukça yüksek** (1'e mümkün olduğunca yakın) olması beklenir.
- Örneğin, PER1 için, varyansın yaklaşık **%99'u 3 faktör tarafından açıklanır.**
- PER1 için, varyansın yaklaşık **%1'i 3 faktör tarafından açıklanmaz.**
- %1 değeri PER1 maddesinin güvenilir olmayan kısmını belirtir.
- Bazı alışılmadık durumlarda, **%100'den büyük ortak** varyans katsayıları ile karşılaşmak mümkündür. Bu durumlar **uygun olmayan çözümler** olarak adlandırılır.

Yüklerin Kareleri Toplamı

- Her bir faktör için, örüntü katsayılarının karesi toplanarak yüklerin kareleri toplamı hesaplanır.
- Birinci faktör için:

```
sum(out$loadings[,1]^2)
```

```
[1] 5.81
```

- Bu değer **11 değişkendeki toplam varyansın birinci faktör tarafından açıklanan miktarıdır.**

- İkinci ve üçüncü faktörler için

```
c(sum(out$loadings[,2]^2),sum(out$loadings[,3]^2))
```

```
[1] 1.271 0.859
```

Açıklanan Toplam Varyansın Yüzdesi

- Her bir faktör için hesaplanan **yüklerin karelerinin toplamının ölçülen değişkenlerin sayısına bölünmesiyle elde edilen değer**, her bir faktör tarafından açıklanan varyans yüzdesini verir.

- Örneğin, birinci faktör için elde edilen $\mathbf{5.814/11 = 52.85}$ değeri 11 değişkendeki toplam varyansın yaklaşık % $\mathbf{52.85}$'inin birinci faktör tarafından açıklandığını önerir.

Açıklanan Toplam Varyansın Yüzdesi

İkici ve üçüncü faktör tarafından açıklanan varyans yüzdeleri de benzer şekilde hesaplanır.

- Böylece 3 faktör varyansların sırasıyla yaklaşık $\mathbf{52.86}$, $\mathbf{11.57}$ ve $\mathbf{7.81}$'ini açıklar.

```
out$Vaccounted
```

```
                           PA1   PA2    PA3
SS loadings              5.814 1.271 0.8589
Proportion Var           0.529 0.116 0.0781
Cumulative Var           0.529 0.644 0.7222
Proportion Explained     0.732 0.160 0.1081
Cumulative Proportion    0.732 0.892 1.0000
```

Eğer bu 3 faktör çıkarılmaya karar verilirse, 3 faktörün 11 değişkendeki varyansın toplamda yaklaşık **%72,23'ünü** açıkladığı sonucuna varılabilir

Üretilen ve Artık Korelasyon Matrisleri

Üretilen korelasyon matrisinin köşegenindeki öğeler çıkarılan ortak varyanslardır.

```r
tril(factor.model(out$loadings))
```

```
11 x 11 Matrix of class "dtrMatrix"
       per1  per2  per3  per4  per5  per6  per7  per8  per9 per10 per11
per1  0.988     .     .     .     .     .     .     .     .     .     .
per2  0.845 0.748     .     .     .     .     .     .     .     .     .
per3  0.787 0.718 0.708     .     .     .     .     .     .     .     .
per4  0.788 0.702 0.678 0.665     .     .     .     .     .     .     .
per5  0.410 0.447 0.501 0.473 0.821     .     .     .     .     .     .
per6  0.332 0.349 0.383 0.380 0.693 0.612     .     .     .     .     .
per7  0.474 0.490 0.531 0.512 0.804 0.685 0.796     .     .     .     .
per8  0.410 0.437 0.484 0.458 0.749 0.629 0.736 0.685     .     .     .
per9  0.453 0.488 0.543 0.450 0.405 0.230 0.390 0.391 0.720     .     .
per10 0.361 0.405 0.461 0.382 0.428 0.272 0.408 0.405 0.612 0.535     .
per11 0.436 0.475 0.531 0.444 0.447 0.276 0.430 0.427 0.689 0.595 0.666
```

Üretilen ve Artık Korelasyon Matrisleri

Üretilen korelasyon matrisinin köşegenindeki öğeler çıkarılan ortak varyanslardır.

```
rep_matrix <- factor.model(out$loadings)
diag(rep_matrix)==out$communality
```

```
 per1  per2  per3  per4  per5  per6  per7  per8  per9 per10 per11
 TRUE  TRUE  TRUE  TRUE  TRUE  TRUE  TRUE  TRUE  TRUE  TRUE  TRUE
```

bitti