

Madde Test Kuramı(MTK)

Madde Bilgi e Test Bilgi



Dr. Kübra Atalay Kabasakal

```
1 library(readr)
2 library(mirt)
3 ikikategorili <- read_csv("dichotomous.csv")[, -1]
4
5 birpl_model <- "F = 1-15
6               CONSTRAIN = (1-15, a1)"
7 birpl_uyum <- mirt(data = ikikategorili, model = birpl_model, SE=TRUE)
8 ikipl_model <- "F = 1 - 15"
9 ikipl_uyum <- mirt(data = ikikategorili, model = ikipl_model,
10 itemtype = "2PL", SE=TRUE)
11 ucpl_model <- "F = 1 - 15"
12 ucpl_uyum <- mirt(data = ikikategorili, model = ucpl_model,
13 itemtype = "3PL")
```

Yetenek Parametresi Kestirimi

MTK modellerinde başlıca üç yolla puanlama yapılır:

- Maksimum Likelihood (ML)
- Maksimum a Posteriori (MAP)
- Expected/estimated a Posteriori (EAP)

Yetenek Parametresi Kestirimi

- Bireylerin faktör puanları veya gizil özellik düzeyi kestirimleri **fscores()** fonksiyonuyla hesaplanabilir.

```
1 ML    <- fscores(ikipl_uyum, method="ML", full.scores.SE=TRUE)
2 MAP   <- fscores(ikipl_uyum, method="MAP", full.scores.SE=TRUE)
3 EAP   <- fscores(ikipl_uyum, method="EAP", full.scores.SE=TRUE)
```

Yetenek Parametresi Kestirimi

```
1 ML    <- fscores(ikipl_uyum, method="ML", full.scores.SE=TRUE)
2 MAP   <- fscores(ikipl_uyum, method="MAP", full.scores.SE=TRUE)
3 EAP   <- fscores(ikipl_uyum, method="EAP", full.scores.SE=TRUE)
```

- **fscores()** fonksiyonunun birinci argümanı object olup bu argümanın değeri **mirt()** fonksiyonunun çıktısı olarak kaydedilen nesnelerdir. Kestirim yönteminin türü method argümanı ile maksimum olabilirlik (ML) olarak belirlenmiştir.
- full.scores.SE argümanı için de TRUE değeri seçilerek kestirimlerin standart hataları istenebilir.

Yetenek Parametresi Kestirimi

1 head (ML)

	F	SE_F
[1,]	0.7360	0.381
[2,]	0.5359	0.457
[3,]	0.8977	0.346
[4,]	-0.5036	0.632
[5,]	2.3398	0.819
[6,]	-0.0337	0.603

1 head (MAP)

	F	SE_F
[1,]	0.6356	0.384
[2,]	0.4366	0.445
[3,]	0.7981	0.342
[4,]	-0.3610	0.530
[5,]	1.5725	0.491
[6,]	-0.0247	0.516

1 head (EAP)

	F	SE_F
[1,]	0.5552	0.407
[2,]	0.3483	0.438
[3,]	0.7493	0.383
[4,]	-0.3892	0.520
[5,]	1.7016	0.491
[6,]	-0.0737	0.493

Yetenek Parametresi Kestirimi

```
1 yetenek <- data.frame(ML= ML[,1],MAP=MAP[,1],EAP=EAP[,1])  
2  
3 apply(yetenek,2,summary)
```

	ML	MAP	EAP
Min.	-Inf	-2.5228	-2.57e+00
1st Qu.	-0.9165	-0.6457	-6.67e-01
Median	-0.0645	-0.0472	-9.43e-02
Mean	-Inf	0.0228	-5.42e-05
3rd Qu.	0.7064	0.6054	5.22e-01
Max.	19.9999	2.2015	2.30e+00

Yetenek Parametresi Kestirimi

```
1 yetenek_v1 <- yetenek[!is.infinite(yetenek$ML),]  
2  
3 apply(yetenek_v1, 2, summary)
```

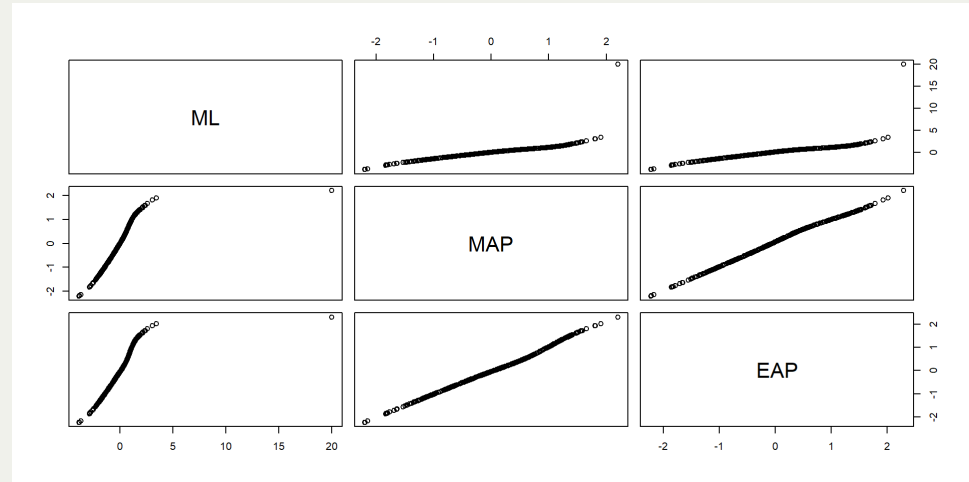
	ML	MAP	EAP
Min.	-3.8881	-2.1960	-2.22860
1st Qu.	-0.9153	-0.6449	-0.66644
Median	-0.0637	-0.0466	-0.09374
Mean	0.0137	0.0254	0.00252
3rd Qu.	0.7064	0.6054	0.52177
Max.	19.9999	2.2015	2.29584

Yetenek Parametresi Kestirimi

```
1 cor(yetenek_v1)
```

	ML	MAP	EAP
ML	1.000	0.817	0.817
MAP	0.817	1.000	0.998
EAP	0.817	0.998	1.000

```
1 pairs(yetenek_v1)
```



Model Seçimi

```
1 anova(birpl_uyum,ikipl_uyum)
```

	AIC	SABIC	HQ	BIC	logLik	X2	df	p
birpl_uyum	14719	14747	14749	14798	-7344			
ikipl_uyum	14373	14425	14429	14521	-7157	373.807	14	0

```
1 anova(ikipl_uyum,ucpl_uyum)
```

	AIC	SABIC	HQ	BIC	logLik	X2	df	p
ikipl_uyum	14373	14425	14429	14521	-7157			
ucpl_uyum	14392	14470	14476	14613	-7151	11.162	15	0.741

Madde Bilgi Fonksiyonu

- Teknik olarak, **bilgi** bir parametre **kestiriminin standart hatasının tersiyle** ilişkili bir değerdir.
 - Yüksek bilgi değeri parametre kestirimi hakkında daha fazla bilgiye sahip olunduğunu belirtir.
- MTK'da **bilgi** birey yeteneğini kestirmek için kullanılan maddelerin toplamından elde edilen bilgiyi ifade eder.

Test Bilgi Fonksiyonu

- Bilginin miktarı yetenek değerine bağlıdır, bu nedenle **test bilgi fonksiyonu** olarak adlandırılır.
- Bilgi miktarı uygulamada test düzeyinde değerlendirilir.
- Ancak bilgi madde düzeyinde elde edilir ve **test bilgi fonksiyonu** $I_T(\theta)$ madde bilgi fonksiyonlarının $I_i(\theta)$ toplamıdır. $I_T(\theta) = \sum I_i(\theta)$

Madde Bilgi Fonksiyonu

i maddesi için belli bir yetenek düzeyinde (θ değerinde) bilgi miktarı için farklı MTK modellerinde kullanılan eşitlikler aşağıdaki gibidir:

- 1PL
 - $I_i(\theta) = P_i(\theta) * Q_i(\theta)$
 - $Q_i(\theta) = 1 - P_i(\theta)$
- 2PL
 - $I_i(\theta) = a_i^2 P_i(\theta) * Q_i(\theta)$
- 3PL
 - $I_i(\theta) = a_i^2 \frac{Q_i(\theta)}{P_i(\theta)} \left[\frac{P_i(\theta) - c_i}{1 - c_i} \right]^2$

1-PL Modeli için Madde Bilgi Fonksiyonu

- 1-PL ($a = 1.0$, $c = 0.0$, $D = 1.7$ sabiti yok)
- $b = 1.2$ madde gücü ile $\theta = 1.0$ yetenek düzeyindeki bir birey için

$$P_i(\theta) = \frac{1}{1 + \exp[-(\theta - b_i)]}$$

$$P_i(1) = \frac{1}{1 + \exp[-(1 - 1.2)]} = 0.45$$

$$I_i(\theta) = 0.45 * (1 - 0.45) = 2.48$$

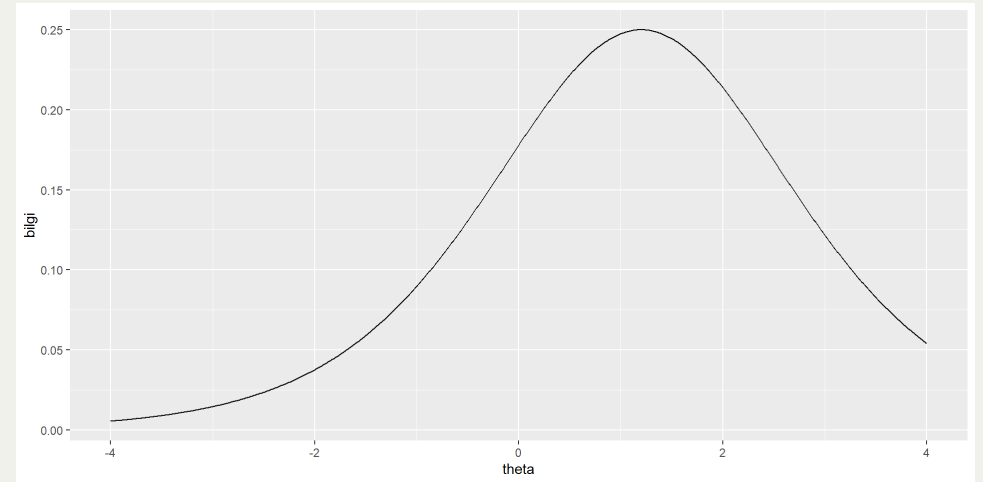
```
1 p <- 1/(1+exp(-(1-1.2)))  
2 p * (1-p)
```

```
[1] 0.248
```

Madde Bilgi Fonksiyonu

```
1 b <- c(1.2)
2 theta <- seq(-4,4,0.01)
3
4 prob <- c()
5 for(j in 1:length(theta)){
6   dir <- 1/(1 + exp(-(theta[j] - b
7   prob[j] <- dir
8   j=j+1
9 }
10 bilgi = prob * (1- prob)
11
12 p <- data.frame(prob,bilgi)
13 MBF <-
14 ggplot(p, aes(theta, bilgi)) +
15 geom_line()
```

1 MBF



2-PL Model Madde Bilgi Fonksiyonu

- 2-PL ($a = 0.8$, $c = 0.0$, $D = 1.7$ sabiti yok)
- $b = 1.2$ madde güçlüğü ile $\theta = 1.0$ yetenek düzeyindeki bir birey için

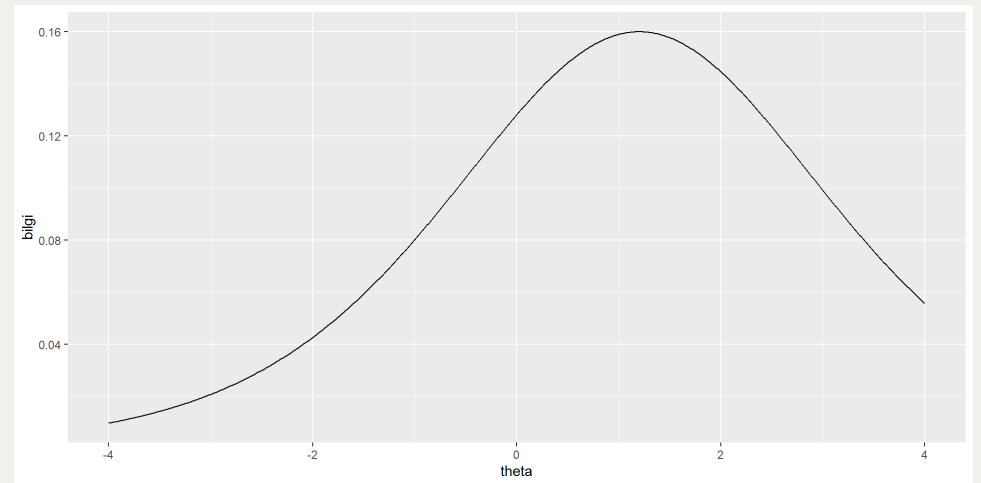
```
1 b <- 1.2
2 a <- 0.8
3 theta <- seq(-4, 4, 0.01)
4 p <- 1 / (1 + exp(-(0.8 * (1 - 1.2))))
5 a^2 * p * (1 - p)
```

```
[1] 0.159
```


2-PL Modeli Madde Bilgi Fonksiyonu

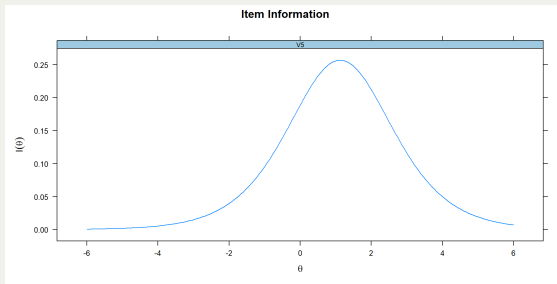
```
1 prob <- c()
2   for(j in 1:length(theta)){
3     dir <- 1/(1 + exp(-(a*(theta[j]
4     prob[j] <- dir
5     j=j+1
6   }
7 bilgi = a*a * prob * (1- prob)
8
9 p <- data.frame(prob,bilgi)
10 MBF2 <- ggplot(p, aes(theta, bilgi
11   geom_line()
```

1 MBF2

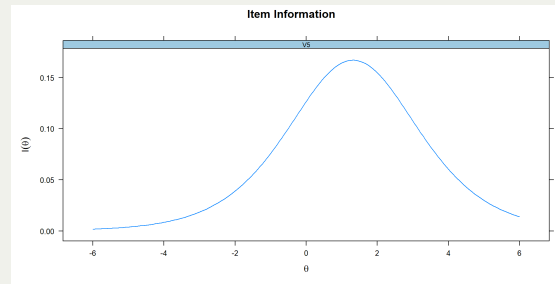


Madde Bilgi Fonksiyonu

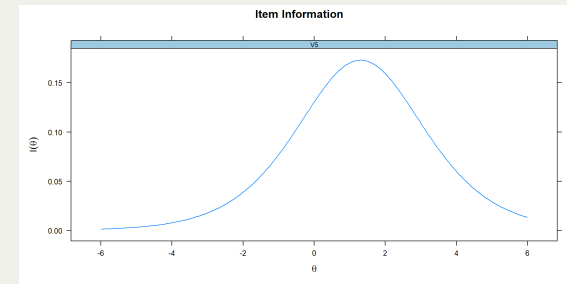
```
1 plot(birpl_uyum,  
2 type = "infotrace"  
3 which.items = 5)
```



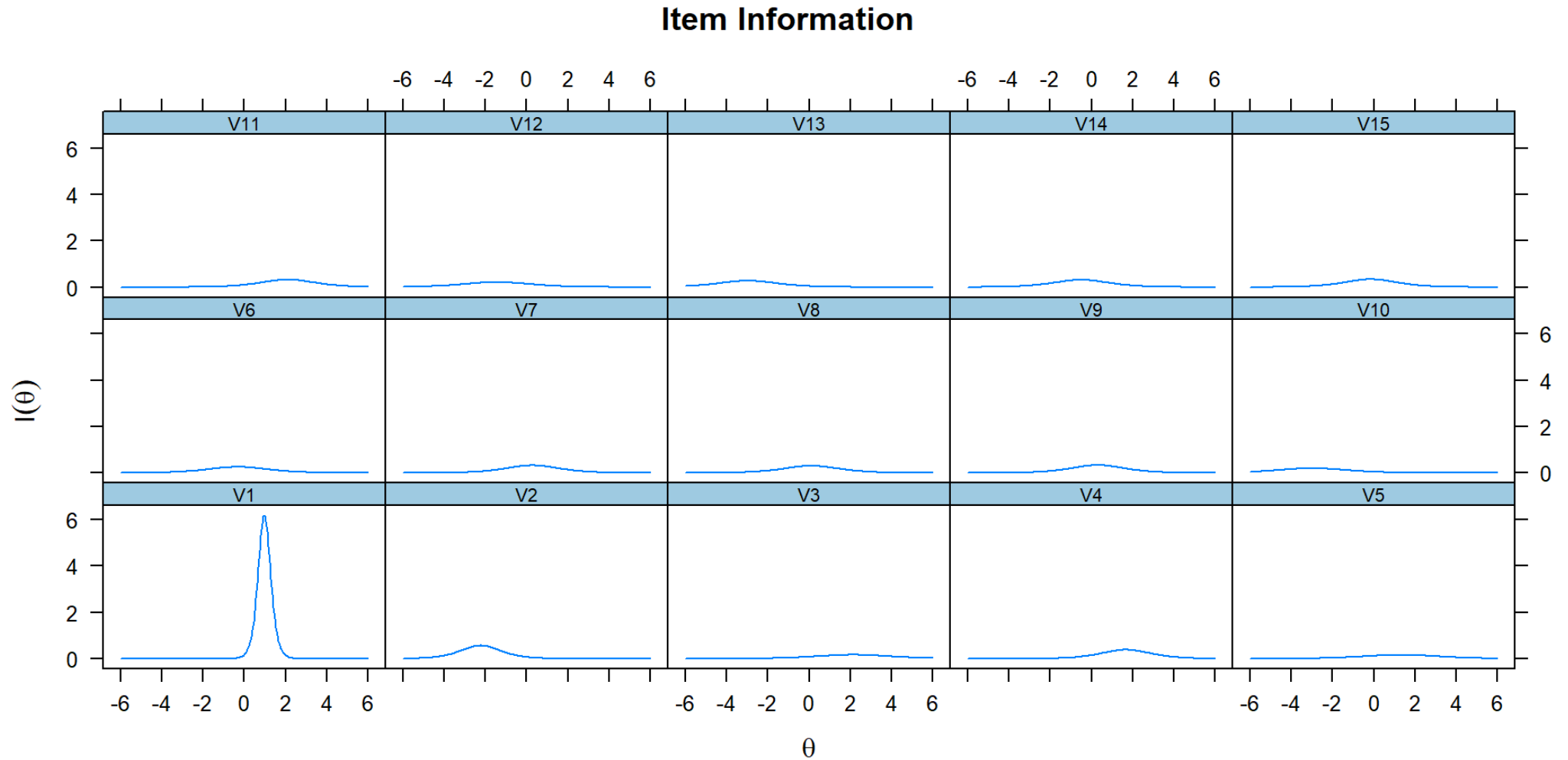
```
1 plot(ikipl_uyum,  
2 type = "infotrace"  
3 which.items = 5)
```



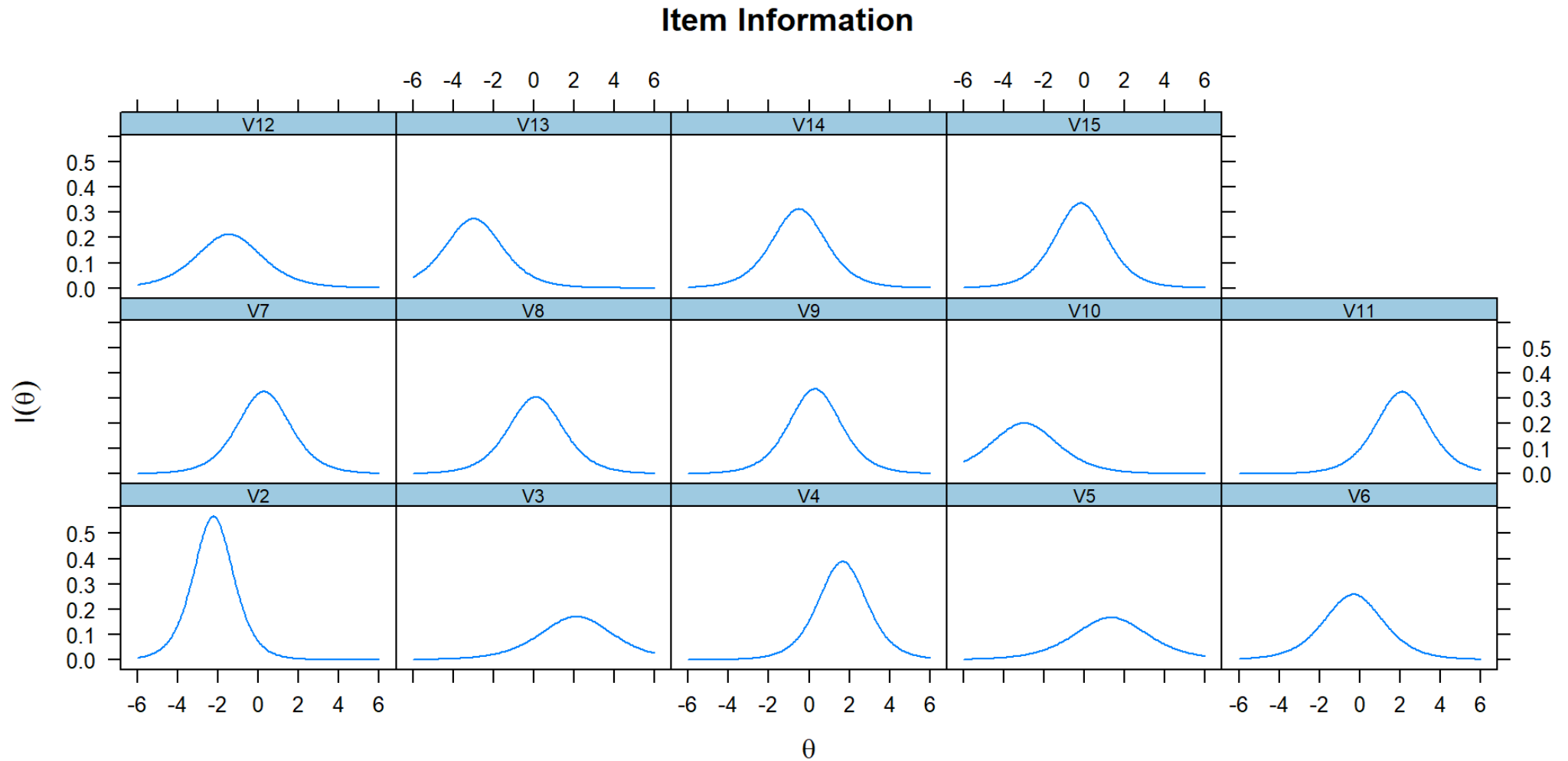
```
1 plot(ucpl_uyum,  
2 type = "infotrace"  
3 which.items = 5)
```



Madde Bilgi Fonksiyonu

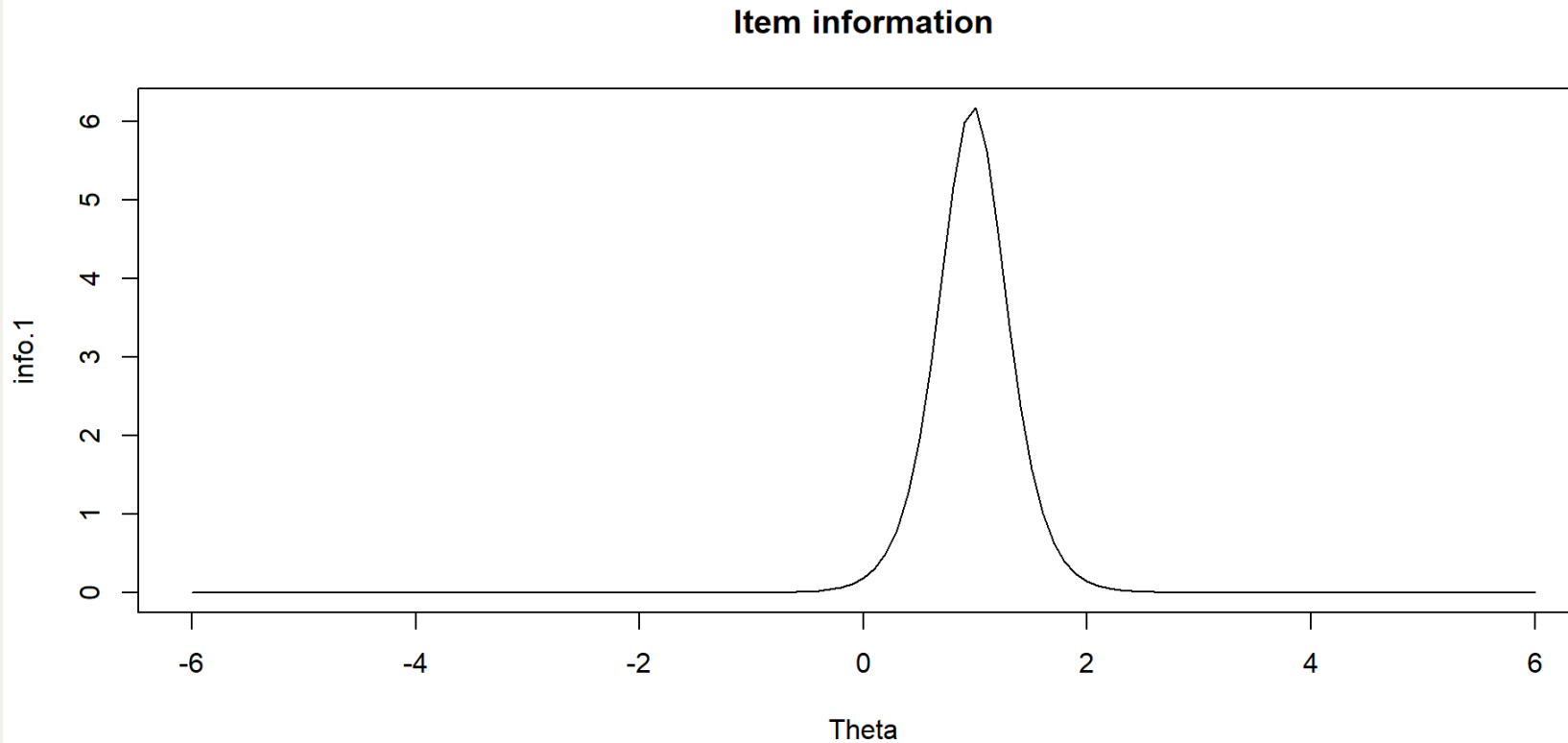


Madde Bilgi Fonksiyonu



Madde Bilgi Fonksiyonu

```
1 maddel <- extract.item(ikipl_uyum, 1)
2 Theta <- matrix(seq(-6,6, by = .1))
3 info.1 <- iteminfo(maddel, Theta)
4 plot(Theta, info.1, type = 'l', main = 'Item information')
```



Madde Bilgi Fonksiyonu

- i maddesi için maksimum bilgi farklı MTK modellerinde aşağıdaki yetenek düzeylerinde (θ değerinde) elde edilir:
- 1-PL
 - $\theta = b_i$
- 2-PL
 - $\theta = b_i$
- 3-PL
 - $\theta = b_i + \frac{1}{Da_i} \left[\ln \frac{1 + \sqrt{1 + 8c_i}}{2} \right]^2$

Test Bilgi Fonksiyonu

- Bireysel maddelerin teste katkısının miktarı testteki diğer maddelerin bilgisi olmadan belirlenebilir.
 - Bu klasik test kuramında mümkün değildir.
 - Örneğin, güvenirlik veya nokta-çift serili korelasyon testteki maddelerin geri kalanından bağımsız olarak belirlenemez.
 - Testteki madde sayısı daha fazlaysa, daha yüksek test bilgi fonksiyonu elde edilir.

Test Bilgi Fonksiyonu

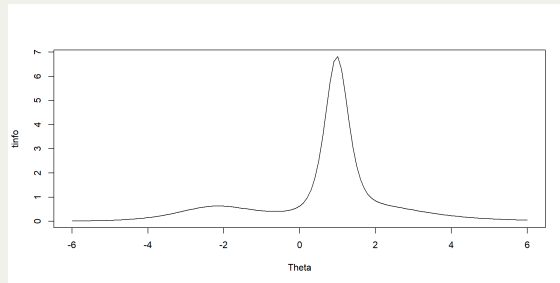
- Lord (1977) tarafından önerilen test geliştirme yöntemi:
- Beklenen test bilgi fonksiyonunun şekli belirlenir: Hedef bilgi fonksiyonu Örneğin,



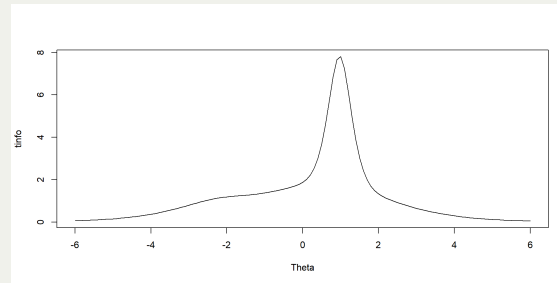
- Maddeler seçilir ve test bilgi fonksiyonu hesaplanır ve hedef bilgi fonksiyonuyla karşılaştırılır.
- Bir önceki basamak beklenen sonuçlar elde edilene kadar tekrar edilir.

Test Bilgi Fonksiyonu

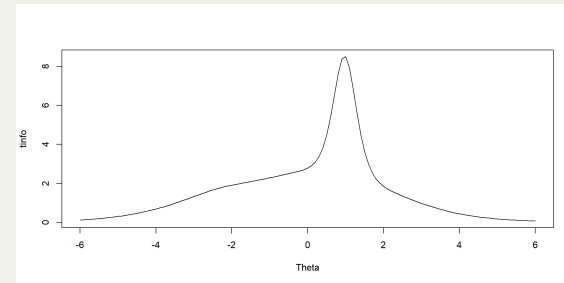
```
1 tinfo <-  
2 testinfo(ikipl_uyu  
3 Theta,  
4 which.items = 1:5)  
5 plot(Theta,  
6      tinfo,  
7      type = 'l')
```



```
1 tinfo <-  
2 testinfo(ikipl_uyu  
3 Theta,  
4 which.items = 1:10)  
5 plot(Theta,  
6      tinfo,  
7      type = 'l')
```

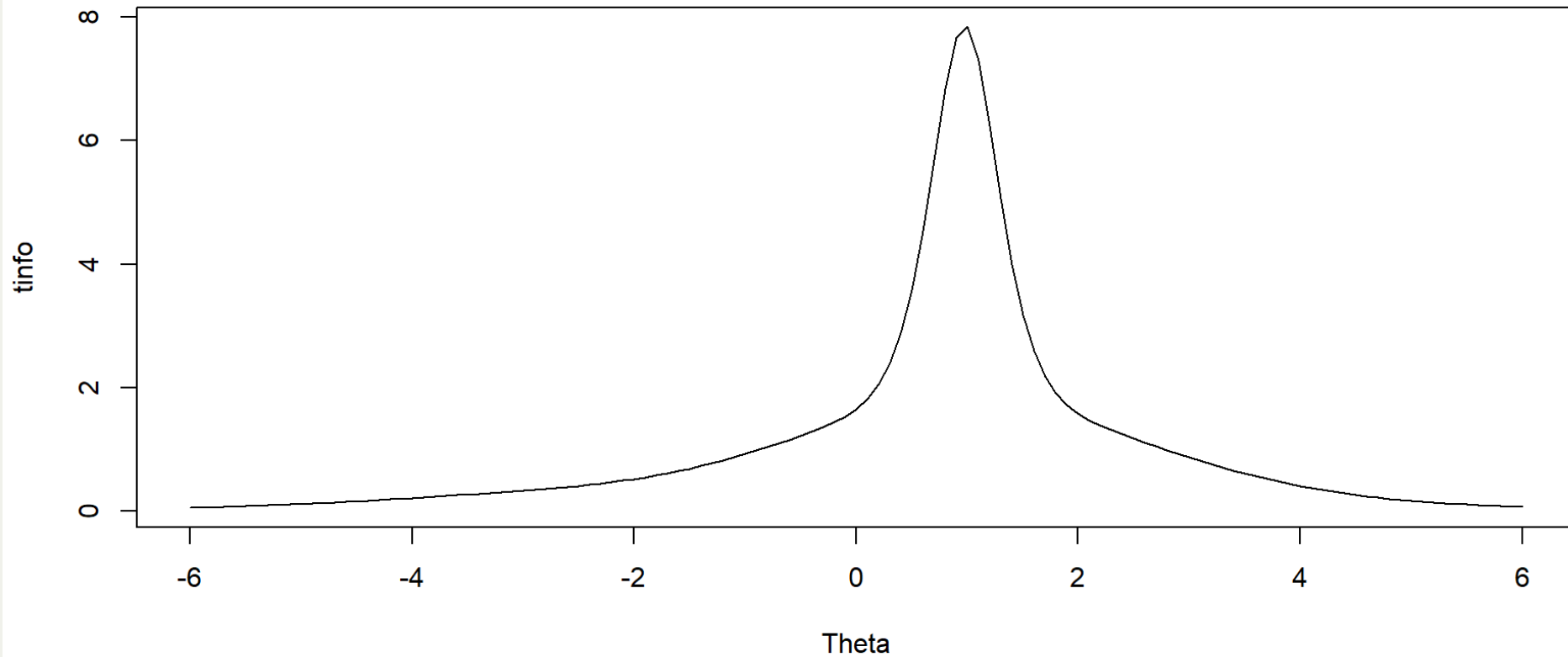


```
1 tinfo <-  
2 testinfo(ikipl_uyu  
3 Theta,  
4 which.items = 1:15)  
5 plot(Theta,  
6      tinfo,  
7      type = 'l')
```



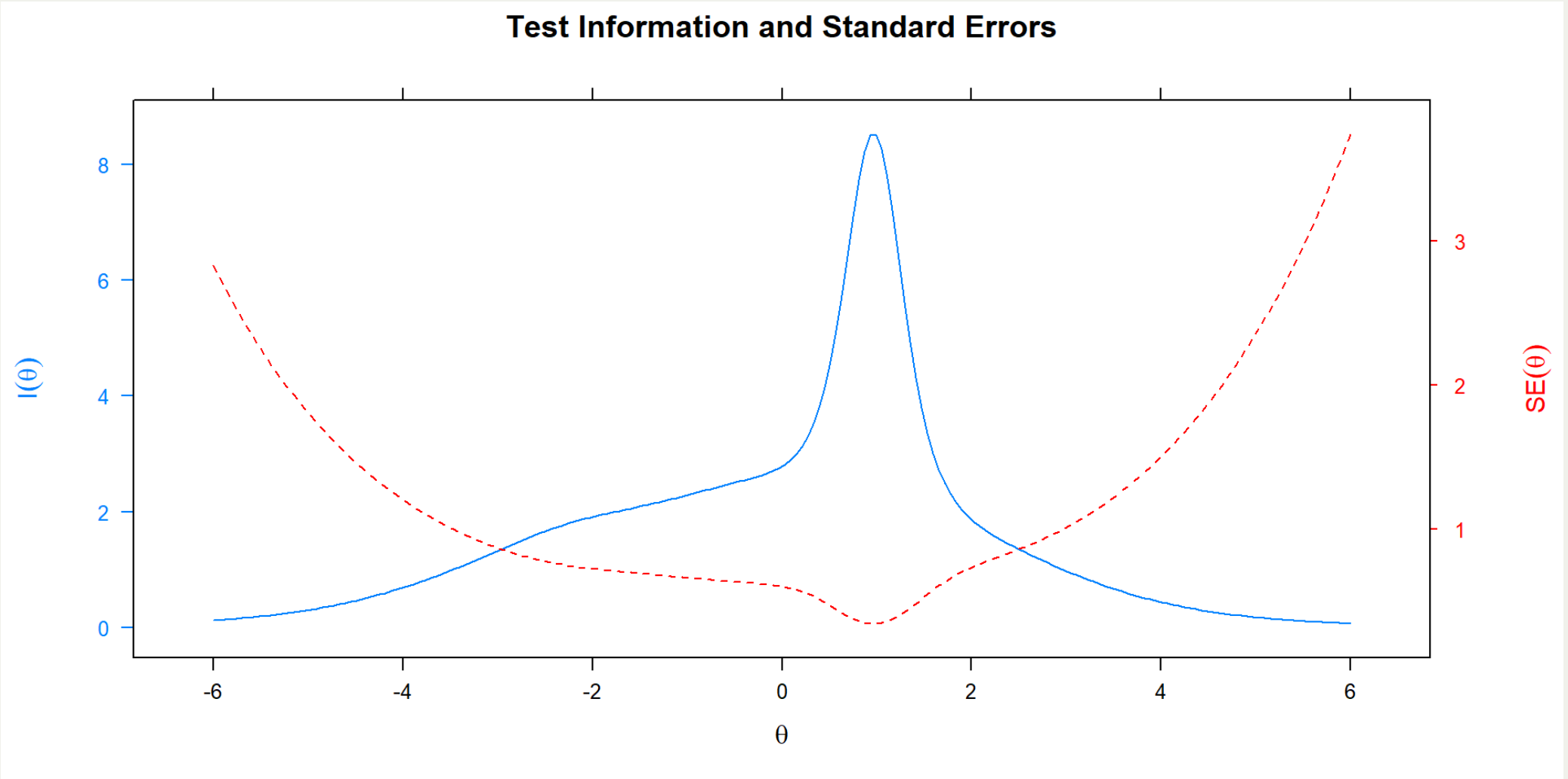
Test Bilgi Fonksiyonu

```
1 tinfo <- testinfo(ikipl_uyum, Theta, which.items = c(1, 3:5, 7:10, 11))  
2 plot(Theta, tinfo, type = 'l')
```




Test Bilgi Fonksiyonu

```
1 plot(ikipl_uyum, type='infoSE')
```



Sıra Sizde

1. : Veriyi açılan linkten farklı kaydet ile alabilirsiniz.
2. MTK varsayımlarını test ediniz.
3. Verinin hangi MTK modeline daha iyi uyum sağladığını inceleyiniz.
4. Madde parametrelerini ve madde karakteristik eğrileri ile birlikte raporlayınız.
5. Yetenek paramterelerini kestiriniz
6. Test bilgi fonksiyonun grafiğini çiziniz.

Kaynaklar

