

Madde Test Kuramı(MTK)

1PL Model



Dr. Kübra Atalay Kabasakal

Madde Tepki Kuramı (MTK) ile Madde Analizi Uygulaması

- iki kategorili (doğru-yanlış) MTK modelleri
- madde ve yetenek parametresi kestirimi
- madde karakteristik eğrisi çizimi ve yorumlanması
- model-veri uyumunun incelenmesi
- madde ve test bilgi fonksiyonu

Bugün size ne lazım?

- paketler

```
1 library(mirt)
2 library(ggplot2)
3 library(psych)
4 library(readr)
```

- kullanılacak veriler

- 📄: Sunu veri
- 📄: Ödev Veri

- kodlar

- 📄: Kodlar
- 📄: Sunum

İki kategorili (doğru-yanlış) MTK modelleri

- MTK gizil özelliğin farklı düzeylerindeki bireylerin maddeyi nasıl yanıtlayacağını matematiksel olarak gösterir.
- **Sonsuz sayıda** MTK modeli tasarlamak mümkün olmakla birlikte, **az sayıda** model uygulamada kullanılmaktadır.
- En popüler tek boyutlu MTK modelleri arasındaki temel ayrım, maddeleri tanımlamak için kullanılan **parametrelerin sayısındadır**.
- En popüler dört tek boyutlu *iki kategorili madde yanıt verisi* MTK modelleri
 - bir-parametrelili lojistik (1-PL)
 - iki-parametrelili lojistik (2-PL)
 - üç-parametrelili lojistik (3-PL)
 - dört-parametrelili lojistik (4-PL) modellerdir.

Bir-Parametrelili Lojistik (1-PL) Model

- **1PL model** yaygın olarak kullanılan MTK modellerindendir.
- **1PL model** için madde karakteristik eğrileri aşağıdaki eşitlikle elde edilir:

$$P_i(\theta) = \frac{\exp(\theta - b_i)}{1 + \exp(\theta - b_i)} = \frac{1}{1 + \exp[-(\theta - b_i)]}$$

$$\ln\left(\frac{P_i(\theta)}{1 - P_i(\theta)}\right) = \theta - b_i$$

Burada,

- $P_i(\theta)$: θ yetenek düzeyindeki bir bireyin i maddesini doğru yanıtlama olasılığı
- b_i : i maddesinin güçlük parametresi

1-PL Model

- Bir madde için b_i parametresi **yetenek ölçeğinde maddeyi doğru yanıtlama olasılığının 0.5 olduğu noktadır.**
- Bu parametre yer parametresi olup **yetenek ölçeğiyle ilişkili olarak madde karakteristik eğrisinin pozisyonunu belirtir.**
- b_i parametresinin **daha büyük değerleri**, bir bireyin maddeyi doğru yanıtlamak için **%50 şansa sahip olması için daha büyük yetenek düzeyine sahip olmasını** gerektirir. Diğer bir ifadeyle b_i parametresinin daha büyük değerleri, **daha zor** maddeyi ifade eder.
- **Zor maddeler yetenek ölçeğinin sağında** veya daha yüksek ucundadır.
- **Kolay maddeler yetenek ölçeğinin solunda** veya daha düşük ucundadır.

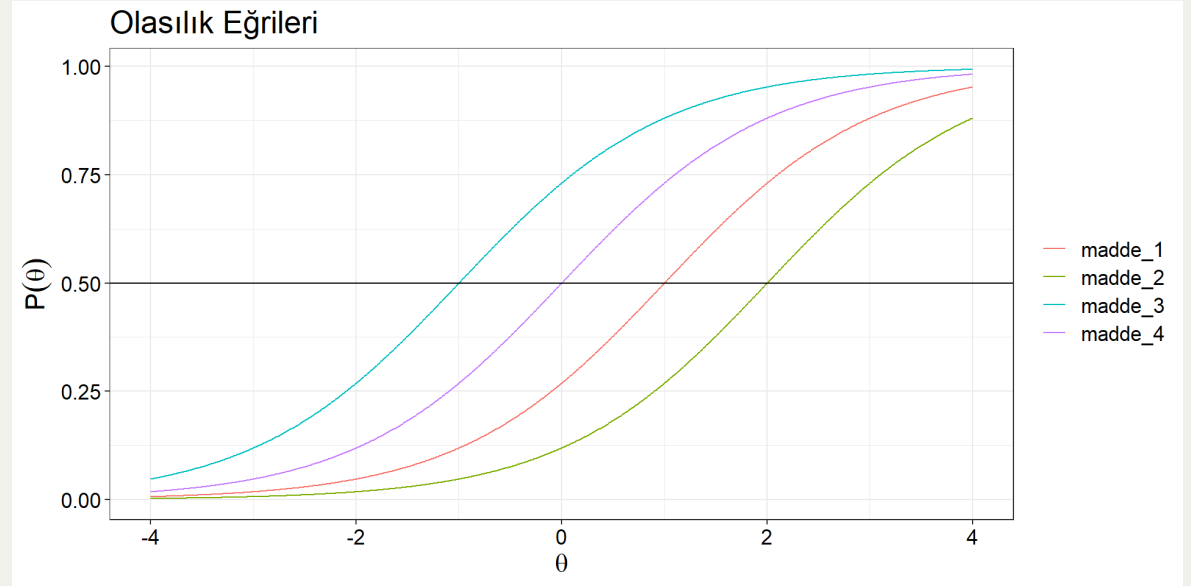
1-PL Model

- Bir grubun **yetenek düzeyleri ortalaması 0 ve standart sapması 1 olacak** şekilde ölçeklendiğinde, b_i değerleri genel olarak **-2.0 ile +2.0** arasında değişir.
 - b_i değerleri **-2.0'ye yakın** olan maddeler bireyler için oldukça **kolay**,*
 - b_i değerleri **+2.0'ye yakın** olan maddeler bireyler için oldukça **zor** maddelerdir.
- b_i yetenek düzeyiyle **aynı ölçektedir**.

1-PL Model

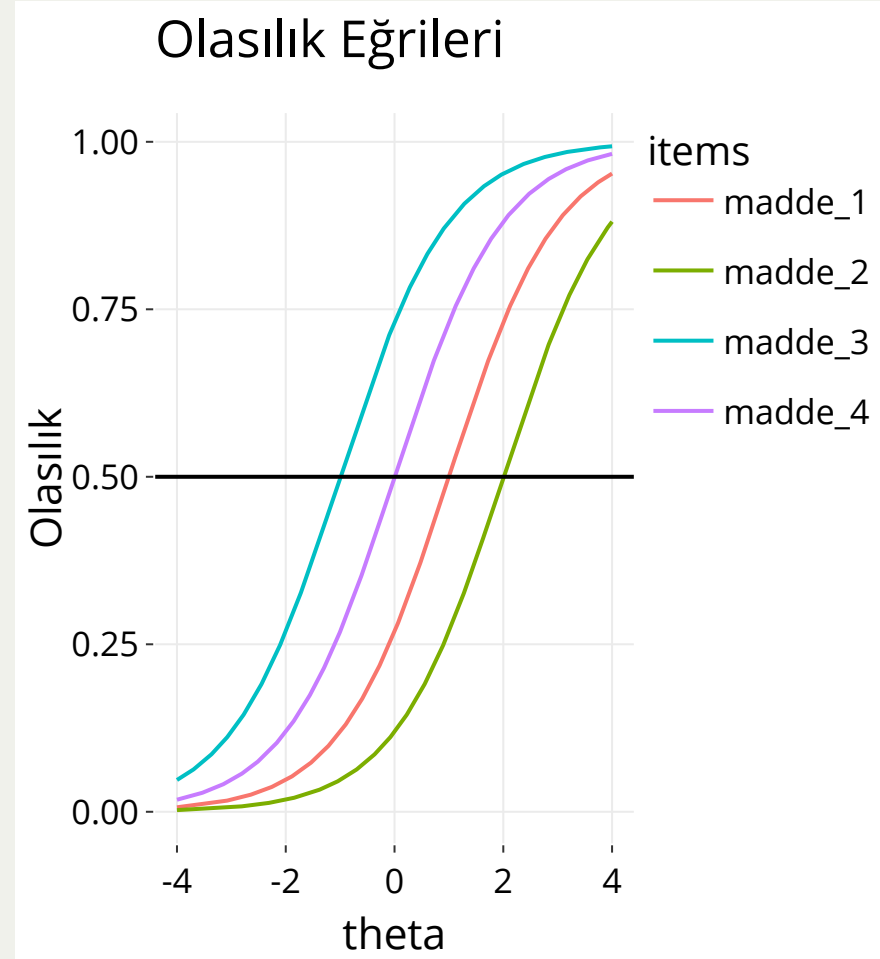
- Elimizde 1PL modelde uygun dört maddelik bir testte yer alan madde parametreleri bulunsun.
- Madde 1 için $b_1 = 1.0$
- Madde 2 için $b_2 = 2.0$
- Madde 3 için $b_3 = -1.0$
- Madde 4 için $b_4 = 0.0$

$$P_i(\theta) = \frac{1}{1 + \exp[-(\theta - b_i)]}$$



1-PL Model


- Eğriler yetenek ölçeğinde sadece yerleri bakımından farklılık gösterir.
- 1-PL modelinde birey performansını etkileyen tek madde özelliği **madde** güçlüğüdür.



mirt paketi yüklenmesi

- Analizler **mirt** paketinde yapılacaktır.
- Paketin yüklenmesi ve aktivite edilmesi aşağıdaki kodlarla sağlanır.

```
1 # install.packages("mirt")  
2 library("mirt")
```

- MTK analizlerinin yapılacağı paketlere **Itm** Rizopoulos (2006) ve **irtoys** Partchev vd. (2017) örnek verilebilir. Choi ve Asilkalkan (2019)  makalesinde 45 farklı MTK paketine ilişkin açıklamalar bulunmaktadır.

1PL modelin hazırlanması

- İlk olarak test edilecek model hazırlanmalıdır.

```
1 birpl_model <- "F = 1-15  
2           CONSTRAINT = (1-15, a1)" # <2>
```

1. Kodun ilk satırı, tek bir gizil özelliğin (F'nin) veri setindeki 1 ile 15 arasındaki sütunlardaki maddeler tarafından ölçüldüğünü göstermektedir
2. CONSTRAINT ile başlayan ikinci satır ise 1'den 15'e kadar olan sütunlardaki maddeleri aynı madde ayırt ediciliğine (a1) sahip olacak şekilde sınırlar.

```
1 birpl_model_v1 <- "F = 1-15  
2           CONSTRAINT = (1-10, a1)" # <1>
```

1. Sadece ilk 10 maddede madde ayırt ediciliğini aynı olacak şekilde sınırlamak isterseniz modeli aşağıdaki gibi düzenleyebilirsiniz.

Veri aktarımı

🔗: Veriyi açılan linkten farklı kaydet ile alabilirsiniz.

```
1 library(readr)
2 ikikategorili <- read_csv("dichotomous.csv")[, -1]
3 head(ikikategorili[, 1:5])
```

A tibble: 6 × 5

	V1	V2	V3	V4	V5
	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0
3	0	0	0	1	0
4	0	0	0	0	0
5	1	0	0	1	1
6	0	0	0	0	0

Veri aktarımı

```
1 summary(ikikategorili)
```

V1	V2	V3	V4	V5
Min. :0.000	Min. :0.000	Min. :0.000	Min. :0.000	Min. :0.00
1st Qu.:0.000	1st Qu.:0.000	1st Qu.:0.000	1st Qu.:0.000	1st Qu.:0.00
Median :0.000	Median :0.000	Median :0.000	Median :0.000	Median :0.00
Mean :0.182	Mean :0.074	Mean :0.175	Mean :0.164	Mean :0.28
3rd Qu.:0.000	3rd Qu.:0.000	3rd Qu.:0.000	3rd Qu.:0.000	3rd Qu.:1.00
Max. :1.000	Max. :1.000	Max. :1.000	Max. :1.000	Max. :1.00
V6	V7	V8	V9	V10
Min. :0.000	Min. :0.00	Min. :0.000	Min. :0.000	Min. :0.000
1st Qu.:0.000	1st Qu.:0.00	1st Qu.:0.000	1st Qu.:0.000	1st Qu.:1.000
Median :1.000	Median :0.00	Median :0.000	Median :0.000	Median :1.000
Mean :0.566	Mean :0.44	Mean :0.479	Mean :0.435	Mean :0.915
3rd Qu.:1.000	3rd Qu.:1.00	3rd Qu.:1.000	3rd Qu.:1.000	3rd Qu.:1.000
Max. :1.000	Max. :1.00	Max. :1.000	Max. :1.000	Max. :1.000
V11	V12	V13	V14	V15
Min. :0.000	Min. :0.00	Min. :0.000	Min. :0.000	Min. :0.000
1st Qu.:0.000	1st Qu.:1.00	1st Qu.:1.000	1st Qu.:0.000	1st Qu.:0.000
Median :0.000	Median :1.00	Median :1.000	Median :1.000	Median :1.000
Mean :0.123	Mean :0.76	Mean :0.936	Mean :0.612	Mean :0.541
3rd Qu.:0.000	3rd Qu.:1.00	3rd Qu.:1.000	3rd Qu.:1.000	3rd Qu.:1.000
Max. :1.000	Max. :1.00	Max. :1.000	Max. :1.000	Max. :1.000

Veri aktarımı

- Veriyi 1-0 olarak puanlamak için **key2binary()** fonksiyonunu kullanabilirsiniz.

```
1 veri <- read_csv("veri.csv")
2 library(mirt)
3 dat1 <- key2binary(veri[, -1],
4   key = c(2, 3, 4, 5, 2, 3, 4, 5, 2, 3, 4, 5))
```

```
1 head(veri[, 1:5])
```

```
# A tibble: 6 × 5
  Subject Rot1_2 Rot1_3 Rot1_4 Rot1_5
  <dbl>   <dbl>   <dbl>   <dbl>   <dbl>
1       1       2       1       0       0
2       2       2       2       1       1
3       3       2       1       4       1
4       4       2       2       3       1
5       5       2       3       4       5
6       7       2       3       0       2
```

```
1 head(dat1[, 1:5])
```

```
      Rot1_2 Rot1_3 Rot1_4 Rot1_5 Rot2_2
[1,]      0      0      0      0      0
[2,]      0      0      0      0      0
[3,]      0      0      0      0      0
[4,]      0      0      0      0      0
[5,]      0      0      0      0      0
[6,]      0      0      0      0      0
```

Madde Istatistikleri

```
1 itemstats(ikikategorili)
```

```
$overall
```

```
      N mean_total.score sd_total.score ave.r sd.r alpha
1000      6.68           2.7 0.114 0.11 0.688
```

```
$itemstats
```

```
      N  mean    sd total.r total.r_if_rm alpha_if_rm
V1  1000 0.182 0.386   0.626       0.526       0.645
V2  1000 0.074 0.262  -0.169      -0.261       0.717
V3  1000 0.175 0.380   0.382       0.253       0.678
V4  1000 0.164 0.370   0.438       0.317       0.671
V5  1000 0.280 0.449   0.427       0.277       0.676
V6  1000 0.566 0.496   0.501       0.344       0.666
V7  1000 0.440 0.497   0.536       0.384       0.660
V8  1000 0.479 0.500   0.532       0.379       0.661
V9  1000 0.435 0.496   0.525       0.372       0.662
V10 1000 0.915 0.279   0.291       0.193       0.684
V11 1000 0.123 0.329   0.375       0.263       0.677
V12 1000 0.760 0.427   0.414       0.270       0.676
V13 1000 0.936 0.245   0.277       0.190       0.684
V14 1000 0.612 0.488   0.517       0.366       0.663
V15 1000 0.541 0.499   0.522       0.368       0.663
```

Parametre Kestirimleri

- mirt paketinin **mirt()** fonksiyonu temel olarak data ve model olarak iki argümanla çalışır.
- **ikikategorili** veri setinin **birpl_model** modeli için testi aşağıdaki gibi yapılabilir.

```
1 birpl_model <- "F = 1-15  
2             CONSTRAIN = (1-15, a1)"  
3 birpl_uyum <- mirt(data = ikikategorili, model = birpl_model, SE=TRUE)
```

- birpl_uyum nesnesi
- parametre kestirimlerini
- gizil özelliğin ortalamasını
- gizil özelliğin varyans-kovaryans matrisini
- kestirim sürecine ilişkin ek bilgileri içerir.

Varsayımlar

- Tek boyutluluk tek boyutlu MTK modelleri, tüm maddelerin tek bir sürekli gizli değişkeni ölçtüğünü varsayar.
- Tek boyutluluk varsayımını test etmenin farklı yolları vardır. Örneğin, kavramsal olarak genel bir faktör tarafından hesaplanan ölçek puanlarındaki varyans yüzdesini yansıtan McDonald's hiyerarşik Omega'sını değerlendirebiliriz.

```
1 library(psych)
2 summary(omega(ikikategorili, plot = F))
```

```
Omega
omega(m = ikikategorili, plot = F)
Alpha:          0.72
G.6:            0.71
Omega Hierarchical: 0.58
Omega H asymptotic: 0.78
Omega Total      0.74
```

With eigenvalues of:

```
   g  F1*  F2*  F3*
1.86 0.69 0.20 0.28
```

The degrees of freedom for the model is 63 and the fit was 0.05

The number of observations was 1000 with Chi Square = 52.2 with prob < 0.83

The root mean square of the residuals is 0.02

The df corrected root mean square of the residuals is 0.03

RMSEA and the 0.9 confidence intervals are 0.00 0.01 0.02

BIC = -383 Explained Common Variance of the general factor = 0.61

Total, General and Subset omega for each subset

ω_1 ω_2 ω_3

Varsayımlar

- Madde çiftlerinin yerel bağımsızlığını kontrol etmek için ise Yen'in Q3 istatistiği kullanılabilir.
- i. ve j. maddelerinden elde edilen artıklar arasındaki korelasyon matrisi

```
1 Q3 <- residuals(birpl_uyum, type = 'Q3', method = 'ML')
```

Q3 summary statistics:

Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.
-0.183	-0.099	-0.064	-0.069	-0.040	0.027

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10
V1	1.000	-0.183	-0.127	0.016	-0.142	-0.089	-0.049	-0.054	0.026	-0.053
V2	-0.183	1.000	0.027	-0.040	-0.034	-0.083	-0.062	-0.056	-0.057	-0.014
V3	-0.127	0.027	1.000	-0.134	-0.049	-0.031	-0.100	-0.068	-0.091	-0.009
V4	0.016	-0.040	-0.134	1.000	-0.099	-0.056	-0.019	-0.102	-0.098	-0.016
V5	-0.142	-0.034	-0.049	-0.099	1.000	-0.117	-0.064	-0.062	-0.082	0.003
V6	-0.089	-0.083	-0.031	-0.056	-0.117	1.000	-0.106	-0.143	-0.114	-0.109
V7	-0.049	-0.062	-0.100	-0.019	-0.064	-0.106	1.000	-0.155	-0.128	0.007
V8	-0.054	-0.056	-0.068	-0.102	-0.062	-0.143	-0.155	1.000	-0.089	-0.046
V9	0.026	-0.057	-0.091	-0.098	-0.082	-0.114	-0.128	-0.089	1.000	-0.094
V10	-0.053	-0.014	-0.009	-0.016	0.003	-0.109	0.007	-0.046	-0.094	1.000
V11	-0.005	-0.020	-0.167	-0.120	-0.076	-0.036	-0.056	-0.072	-0.009	-0.050
V12	-0.081	-0.096	-0.041	-0.061	-0.068	-0.090	-0.111	-0.055	-0.104	-0.117
V13	0.006	-0.016	-0.039	-0.019	-0.040	-0.062	-0.052	-0.036	-0.053	0.001
V14	-0.048	-0.059	-0.067	-0.042	-0.095	-0.083	-0.078	-0.082	-0.130	-0.106
V15	-0.018	-0.086	-0.074	-0.070	-0.169	-0.060	-0.127	-0.114	-0.102	-0.063
	V11	V12	V13	V14	V15					
V1	-0.005	-0.081	0.006	-0.048	-0.018					

Varsayımlar

- Yen .20'den yüksek korelasyonlara problemli olarak yaklaşmayı tavsiye etmiştir.

```
1 Q3[lower.tri(Q3,diag = TRUE)] <- NA
2 sum(abs(Q3) > 0.2, na.rm=TRUE)
```

```
[1] 0
```

Model Uyumu

```
1 M2(birpl_uyum)
```

	M2	df	p	RMSEA	RMSEA_5	RMSEA_95	SRMSR	TLI	CFI
stats	540	104	0	0.0648	0.0594	0.0702	0.0929	0.825	0.827

- Elde edilen
- **RMSEA** değeri = 0.0648 (%95 CI[0.0594, 0.0702]) ve
- **SRMSR** değeri = 0.0929, önerilen eşik değerleri olan **RMSEA** \leq .06
- **SRMSR** \leq .08 kullanılarak verilerin modelin iyi uyum sağlamadığını göstermektedir.

Model Uyumu

Madde uyumlarına baktığımızda özellikle V1, V2 maddelerinde yüksek ki-kare ve ve RMSEA değerleri gözlenmektedir.

```
1 itemfit(birpl_uyum)
```

	item	S_X2	df.S_X2	RMSEA.S_X2	p.S_X2
1	V1	85.28	9	0.092	0.000
2	V2	548.10	8	0.260	0.000
3	V3	15.16	9	0.026	0.087
4	V4	13.07	9	0.021	0.160
5	V5	17.62	9	0.031	0.040
6	V6	16.94	9	0.030	0.050
7	V7	10.08	9	0.011	0.344
8	V8	9.69	9	0.009	0.376
9	V9	1.95	9	0.000	0.992
10	V10	1.78	8	0.000	0.987
11	V11	10.54	9	0.013	0.308
12	V12	5.51	8	0.000	0.702
13	V13	10.47	8	0.018	0.234
14	V14	12.53	9	0.020	0.185
15	V15	5.35	9	0.000	0.803

Parametre Kestirimleri

Parametre Kestirimleri

```
1 birpl_par <- coef(birpl_uyum,  
2 IRTpars = TRUE, simplify = TRUE)  
3 birpl_par$items
```

	a	b	g	u
V1	1.01	1.7695	0	1
V2	1.01	2.8974	0	1
V3	1.01	1.8237	0	1
V4	1.01	1.9120	0	1
V5	1.01	1.1243	0	1
V6	1.01	-0.3201	0	1
V7	1.01	0.2882	0	1
V8	1.01	0.0996	0	1
V9	1.01	0.3126	0	1
V10	1.01	-2.7311	0	1
V11	1.01	2.2865	0	1
V12	1.01	-1.3673	0	1
V13	1.01	-3.0578	0	1
V14	1.01	-0.5475	0	1
V15	1.01	-0.1988	0	1

- Her satır, madde adıyla başlar.
- Sütunlar ise sırasıyla
 - ilk sütun **a** madde ayırtediciliği
 - ikinci sütun **b** madde gücüğü
 - üçüncü sütun **g** alt asimptot (yani tahmin)
 - son sütun **u** üst asimptottur.
 - 1PL modeli alt ve üst asimptot parametrelerini içermediğinden, sırasıyla her zaman 0 ve 1 dir.

Parametre Kestirimleri

```
1 birpl_par <- coef(birpl_uyum,  
2                   IRTpars = TRUE,  
3                   simplify = TRUE)  
4 birpl_par$items
```

	a	b	g	u
V1	1.01	1.7695	0	1
V2	1.01	2.8974	0	1
V3	1.01	1.8237	0	1
V4	1.01	1.9120	0	1
V5	1.01	1.1243	0	1
V6	1.01	-0.3201	0	1
V7	1.01	0.2882	0	1
V8	1.01	0.0996	0	1
V9	1.01	0.3126	0	1
V10	1.01	-2.7311	0	1
V11	1.01	2.2865	0	1
V12	1.01	-1.3673	0	1
V13	1.01	-3.0578	0	1
V14	1.01	-0.5475	0	1
V15	1.01	-0.1988	0	1

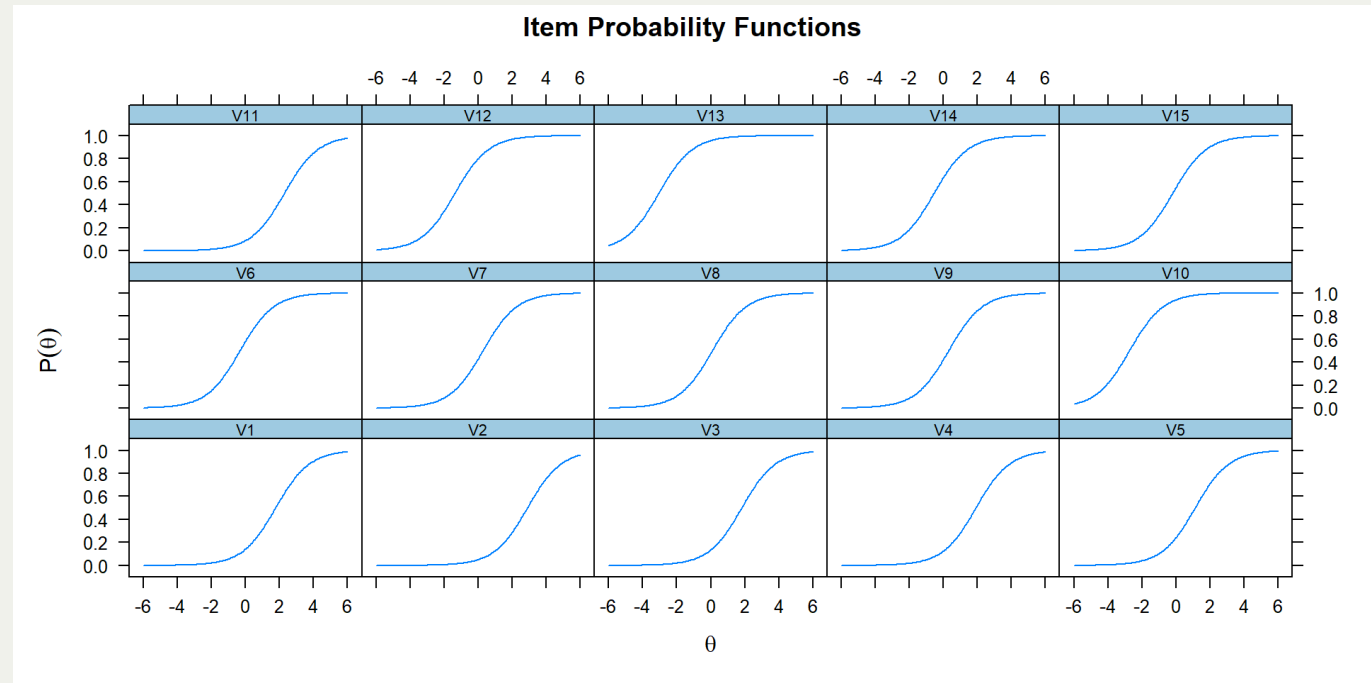
- İlk sütun, 1.01 tahmini ile madde ayırt ayırteciği parametresini göstermektedir.
- ikinci sütun, madde güçlük parametrelerini göstermektedir.
- Peki en kolay madde hangisidir?
- En zor madde hangisidir?

Madde Karakteristik Eğrisi (MKE)

- **plot()**

fonksiyonu ile oluşturulan nesne içindeki maddeler için tek tek ya da istenilen maddeler için MKE çizdirilebilir.

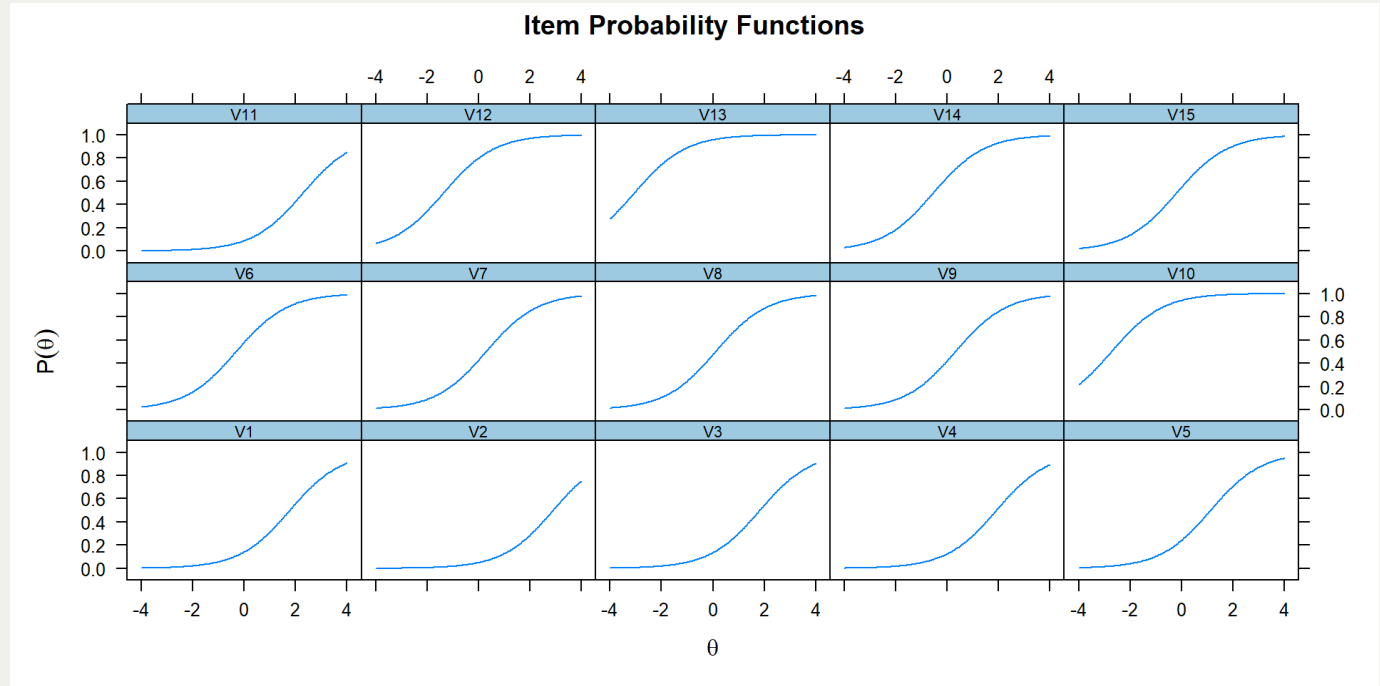
```
1 plot(birpl_uyum,type = "trace", which.items = 1:15)
```



MKE

- mirt paketi grafik çiziminde **lattice** paketini kullanmaktadır. lattice paketi özellikleri ile grafiklerinizi özelleştirebilirsiniz.
- Panelin oluşum şekli **layout** argümanı ile x eksenini limitlerini ise **theta_lim** argümanı ile değiştirilebilir.

```
1 plot(birpl_uyum, type = "trace", which.items = 1:15,  
2       layout=c(5, 3), theta_lim = c(-4, 4))
```

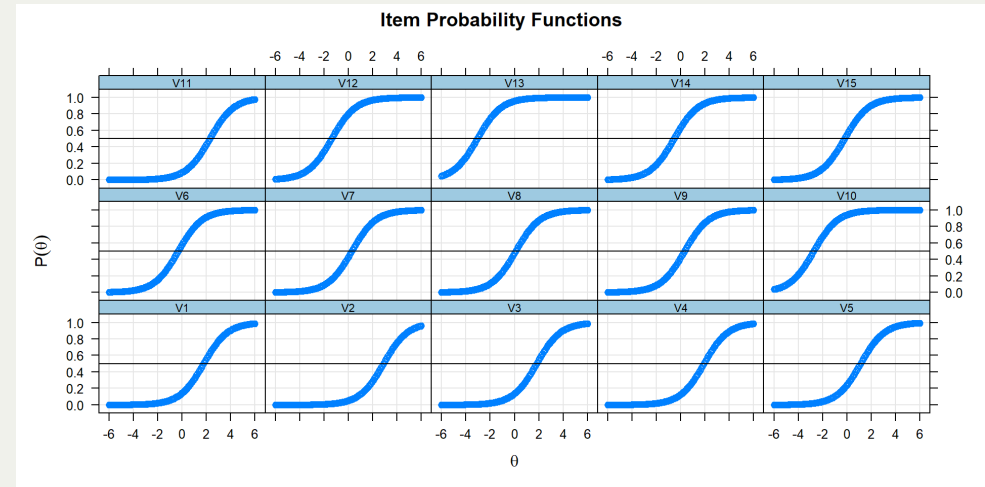


MKE

- 1-PL modelinde KTK **madde ayırt edicilik indeksine** karşılık gelen bir madde parametresi yoktur.
- Bu bütün maddelerin **eşit ayırt ediciliğe** sahip olduğunu varsaymaya eşdeğerdir.
- 1-PL modelinde madde karakteristik eğrilerinin **alt asimptotu sıfırdır**.
- Bu **çok düşük yetenek düzeyine** sahip bireylerin maddeyi **doğru yanıtlama olasılığının** sıfır olduğunu belirtir.

MKE

```
1 plot(birpl_uyum,  
2     type = "trace",  
3     which.items = 1:15,  
4     layout=c(5, 3),  
5     panel=function(x, y){  
6       panel.grid(h=-1, v=-1)  
7       panel.xyplot(x, y)  
8       panel.abline(h=0.5, lwd=1,  
9         lty=1)})
```



- Böylece çoktan seçmeli maddelerde **düşük yetenek düzeyine** sahip bireylerin **tahmin olasılığına izin verilmez**. Tahmin olmaması sayıltısı çoktan-seçmeli maddeleri içeren bir testin çok kolay olduğu durumlarda karşılanabilir.

MKE

- **facet_items**
argümanının FALSE
değeri ile tüm
maddelerin MKE tek
bir grafikte elde
edilebilir.

```
1 plot(birpl_uyum, type = "trace", which.items = 1:15,  
2 facet_items = FALSE)
```

