Laboratorio di Fisica Computazionale 1

Prima Prova in Itinere

Alessandro Tancredi, 1919636

Indice

1 Introduzione

L'obbiettivo dell'esperienza è studiare il moto unidimensionale di una particella puntiforme di massa $m = 1$ secondo l'equazione

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = e^{-\frac{x(t)}{2}} \ln x(t) \left[\ln x(t) - \frac{4}{x(t)} \right] \tag{1}$$

Con condizioni iniziali $x(0) = x_0 = 10$ e $v(0) = -|v_0|$
È prevista, nella seconda parte dello studio, l'aggiunta di un termine γ di attrito. L'equazione della particella diventa

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = e^{-\frac{x(t)}{2}} \ln x(t) \left[\ln x(t) - \frac{4}{x(t)} \right] - \gamma \frac{dx(t)}{dt} \tag{2}$$

Lo studio avviene tramite un programma C che integra l'equazione differenziale che descrive il moto della particella, con i metodi di Verlet e di Runge Kutta del II ordine.

2 Parte Prima

2.1 b)

I grafici di questa sezione sono stati calcolati con l'algoritmo di Verlet, con un passo di integrazione $\Delta t = 0.01s$
Fissato il tempo totale di integrazione a $20s$, vengono mostrati i grafici che rappresentano le traiettorie per diversi valori di $v0$, con la posizione $x(t)$ sulle ordinate ed il tempo t sulle ascisse.

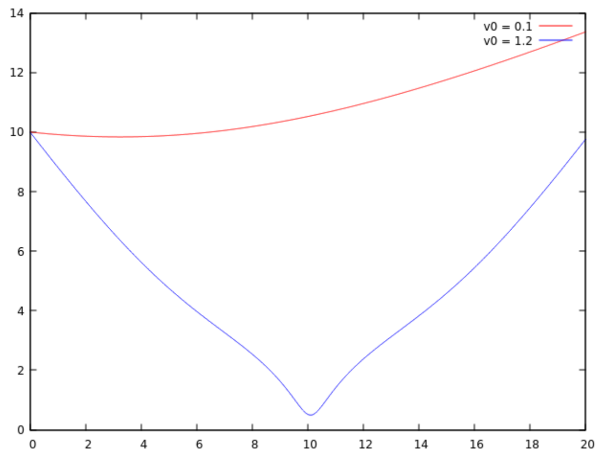

Figura 1: $v_0 = 0.1$ e $v_0 = 1.2$

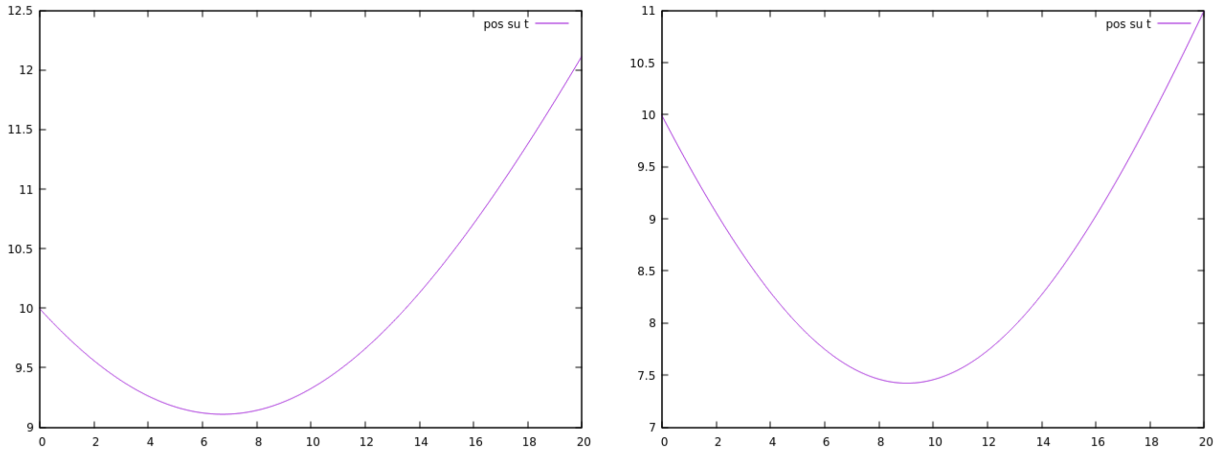

Figura 2: $v_0 = 0.25$ e $v_0 = 0.5$

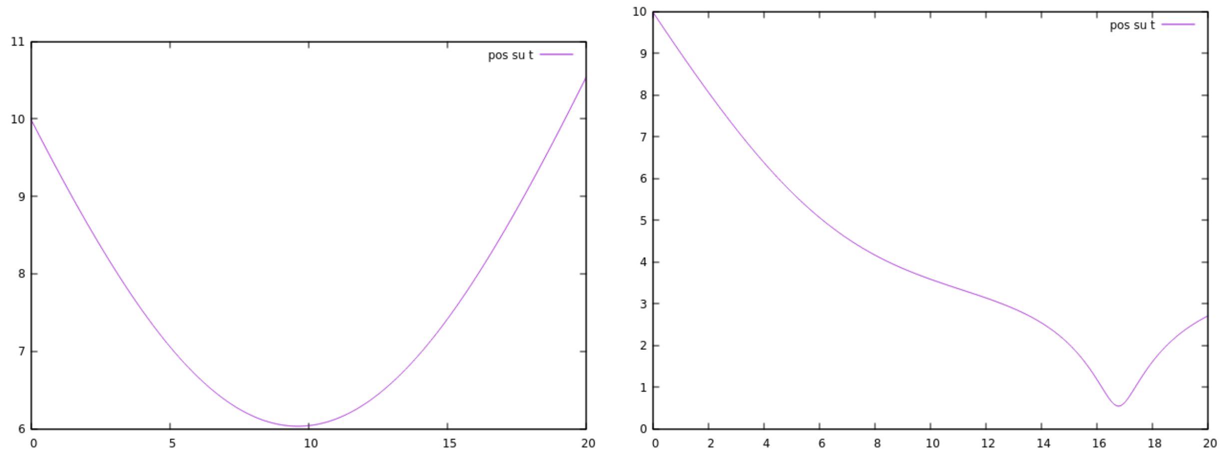

Figura 3: $v_0 = 0.7$ e $v_0 = 1$

È evidente che al variare del modulo della velocità iniziale la traiettoria presenta sempre un minimo, che si sposta verso la parte positiva delle ascisse e quella negativa delle ordinate al crescere di $|v_0|$. La ragione per cui questo accade è che per condizione iniziale alla particella si assegna una velocità tale che $v(0) = -|v_0|$; questo la porta a percorrere una parte di traiettoria verso le $x(t)$ negative prima di tendere ad infinito per tempi infiniti. Intuitivamente si può motivare anche il fatto che il minimo si sposta verso tempi maggiori per v_0 maggiori: tanto più è grande il modulo della velocità iniziale tanto più ci mette la particella a raggiungere il minimo ed invertire la sua traiettoria.

2.2 c)

Procedendo per tentativi, è stata ricavata la velocità minima per cui la particella passa per la posizione $x = 1$ con una precisione di 3 cifre decimali: $v_{min} = 0.976$.
Passo di integrazione usato: $\Delta t = 0.001s$, su un tempo totale di integrazione di $100s$

2.3 d)

Per calcolare i tempi in cui la particella passa per la posizione $x = 1$ con una precisione di 3 cifre decimali, fissando $v_0 = 1$, è bastato eseguire il programma su un tempo di integrazione di $20s$ chiedendogli appositamente di stampare i valori del tempo per cui x fosse compreso tra 0.99 e 1.01. I risultati ottenuti sono $t_1 = 16.176s$ e $t_2 = 17.393s$.

3 Parte Seconda

3.1 a)

Fissato $\gamma = 0.1$ e con $\Delta t = 0.01s$ e $T_max = 20s$, si studia il comportamento della traiettoria della particella al variare di $v_0 \in [1, 2.5]$, in grafici con $x(t)$ sulle y e t sulle x.

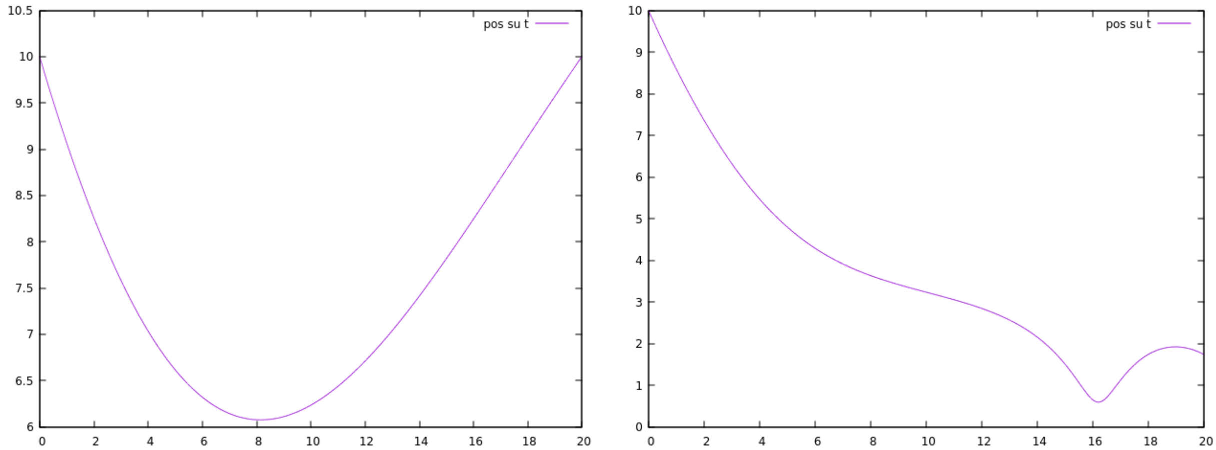

Figura 4: $v_0 = 1$ e $v_0 = 1.5$

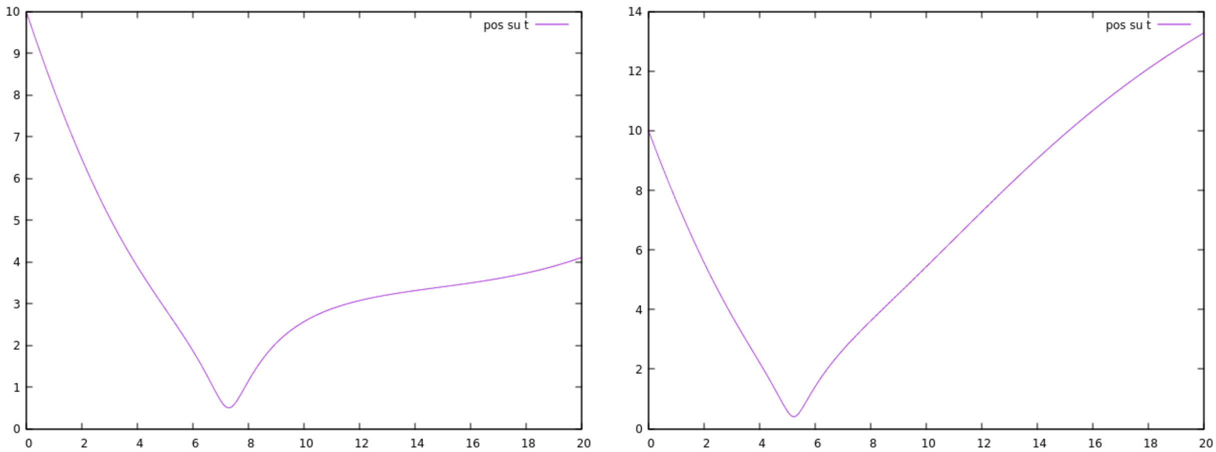

Figura 5: $v_0 = 2$ e $v_0 = 2.5$

Si osserva che nel caso per $v_0 = 1.5$ il minimo viene toccato nel lasso di tempo maggiore rispetto agli altri casi, che si avvicina a circa 16s.
Allungando il tempo totale di integrazione a 100s, studiando le traiettorie nello stesso range $v_0 \in [1, 2.5]$, si nota che la traiettoria della particella tende ad infinito per i valori (1, 2, 2.5) e invece tende ad 1 per $v0 = 1.5$, oscillando prima di raggiungerlo in tempi lunghi.

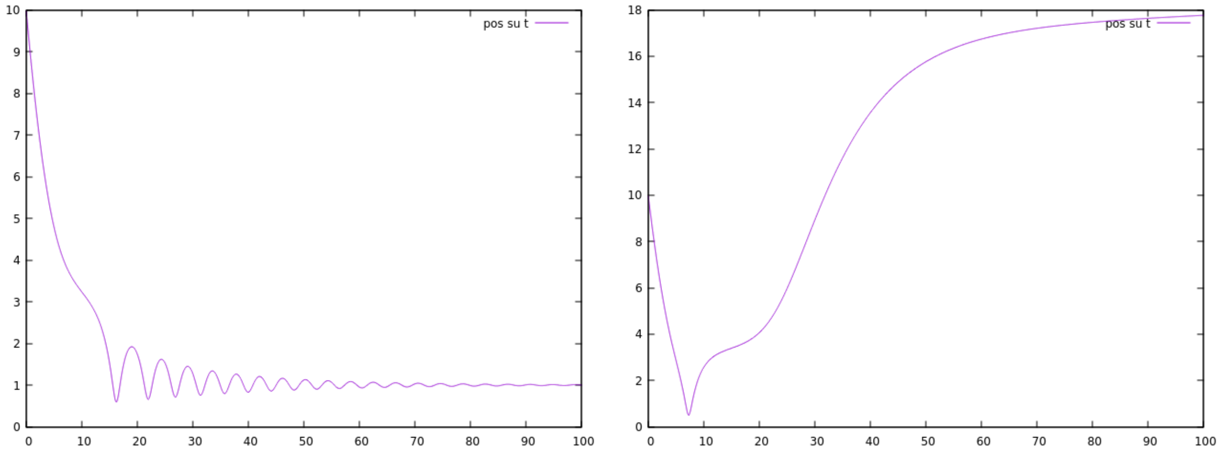

Figura 6: $v_0 = 1.5$ e $v_0 = 2$