Parcial 2 señales y sistemas

martes, 2 de diciembre de 2025 5:37 p. m.

Anderson Jhovanny Tapie Chinguad

el sistema masa resorte y amortiguador se puede modelar a partir de la conservacion de la fuerza.

$$F_S(t) + F_F(t) + F_I(t) = F_E(t)$$

Donde $F_S(t) = k\,y(t)$; $F_F(t) = c\,\dfrac{dy(t)}{dt}$;

$$F_I = m\,\frac{d^2 y(t)}{dt^2}$$

Por lo tanto:

$x(t)$

$$m\,\frac{d^2 y(t)}{dt} + c\,\frac{dy(t)}{dt} + k\,y(t) = F_E(t)$$

$$m y'' + c y' + k y = x(t)$$

Aplicando la transformada de Laplace

$\mathcal{L}\left\{\dfrac{d^n x(t)}{dt}\right\} = s^n X(s)$; se tiene :

$$m s^2 Y(s) + c s Y(s) + k Y(s) = X(s)$$

Factorizando $Y(s)$

$$Y(s)\,(ms^2+cs+k)=X(s)$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{1}{(ms^2+cs+k)}\rightarrow\frac{Y(s)}{X(s)}=H(s)$$

$H(s)$: Funcion de transferencia de mi sistema masa, resorte, amortiguador

Ahora para el circuito presentado hallamos la respectiva funcion de transferencia

LVK malla $i_1(t)$

$$-V_i(t)+L\frac{\partial}{\partial t}i_1(t)+\frac{1}{C}\int_0^t(i_1(t)-i_2(t))\,dt=0$$

Usamos las impedancias transformadas tenemos que:

$$\boxed{V_1(s)=L_s\,I_1(s)+C\,I_1(s)-I_s(s)\frac{1}{C_s}}\quad 1$$

Hallando LVK malla $i_2(t)$:

$$i_2(t)R + \frac{1}{C}\int_0^t C\, i_2(t) - i_1(t)\, dt = 0$$

donde $V_o t = i_2(t) \cdot R$

Usando las impedancias transformadas tenemos que:

$$I_2(s)R + (I_2(s) - I_1(s))\frac{1}{(s)} = 0$$

despejando $I_1(s)$ tenemos:

$$\frac{I_1(s)}{Cs} = +\frac{I_2(s)}{Cs} + I_2(s)R$$

$$I_1(s) = I_2(S) + I_2(s)RCs$$

$$I_1(s) = I_2(s) + I_2(s)RCs$$

$$\boxed{I_1(s) = I_2(s)(1 + RCs)} \quad (2)$$

Remplazando (2) en (1)

$$V_i(s) = Ls\, I_2(s)\, C_1 + R(s) + C\, I_2(s) \cdot C_1 + R(s) -$$

$$I_2(s))\frac{1}{Cs}$$

$$\rightarrow V_i(s) = L_s I_2 + CRLs^2 I_2(s) + R I_2(s)$$

$$\rightarrow V_i(s) = I_2(s)\,[CRLs^2 + Cs + R]$$

$$\rightarrow \frac{I_2(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{CR(s^2 + Ls + R}$$

Remplazando $I_2(s) = \frac{V_o(s)}{R}$ se obtiene:

$$\frac{V_o}{RV_i(s)} = \frac{1}{CRLs^2 + Ls + R} \rightarrow \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R}{CRLs^2 + Ls + R}$$

$$\left(\frac{1/R}{1/R}\right) \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{CLs^2 + \frac{L}{R}s + 1}$$

→ Funcion de transferencia circuito electrico

Equivalencia del circuito electrico con el pendulo elastico

Circuito Electrico	Pendulo Elastico
CL	M
L/R	C
1	K

AHORA:

$$H(s) = \frac{1}{LCs^2 + \frac{L}{R}s + 1}$$

Equivale a:

$$H(s) = \frac{1}{ms^2 + cs + K}$$

$$H(s) = \frac{1/m}{s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{K}{m}}$$

Hallamos la forma canonica de segundo orden comparando:

$$s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2$$

$$= s^2 + \frac{cs}{m} + \frac{K}{m}$$

Igualando coeficientes

$1 = 1 \rightarrow Co\ E\ Fs^2$

$2\xi w_n = \frac{c}{m} \rightarrow Co\ E\ Fs$

$W_n^2 = \frac{k}{m} \rightarrow$ Coef Independiente

- Hallando frecuencia natural no amortiguada

$$W_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Hallando factor de amortiguamiento

$$2\xi\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{c}{m} \rightarrow \xi = \frac{c}{2m\sqrt{\frac{k}{m}}}$$

Hallando la ganancia k

$$k W_n^2 = \frac{1}{m} \rightarrow k = \frac{1}{m W_n^2} \rightarrow k = \frac{1}{m \cdot k/m}$$

$$k = \frac{1}{k}$$

- Finalmente la forma canonica de segundo

orden es $H(s) = \dfrac{k \quad W_n^2}{s^2 + \xi W_n s + W_n^2}$

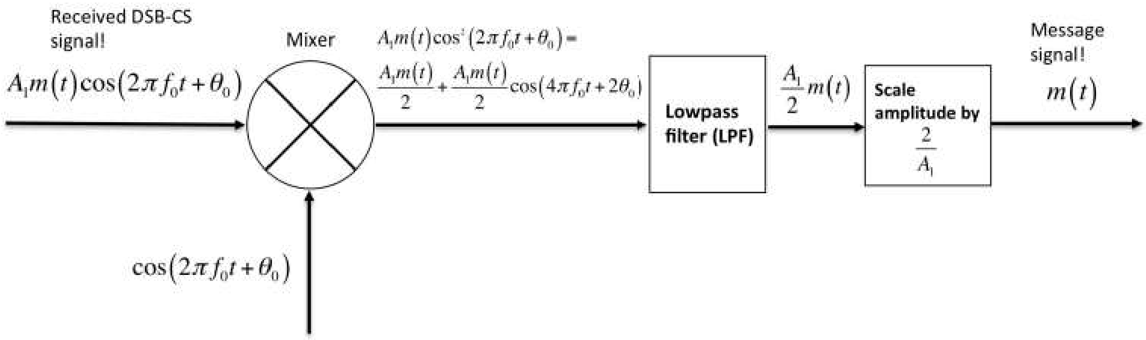
$$H(s) = \frac{1}{k} \cdot \frac{k/m}{s^2 + 2\left(\frac{c}{2m\sqrt{k/m}}\right)\sqrt{\frac{k}{m}}\,s + \frac{k}{m}}$$

$$H(s) = \frac{\frac{1}{m}}{s^2 + \frac{c}{m} + \frac{k}{m}}$$

$$\overline{s^2 + \frac{c}{m} + \frac{k}{m}}$$

$$H(s) = \frac{1}{m\left(s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m}\right)}$$

1. Sea el demodulador en amplitud presentado en la siguiente Figura:



Asumiendo $\theta_0 = 0$, determine el espectro de Fourier (teórico) en cada una de las etapas del sistema. Luego, con base en la simulación de modulación en amplitud del Taller 2 y utilizando cinco segundos de una canción de Youtube como mensaje, grafique cada una de las etapas principales del proceso de modulación y demodulación en el tiempo y la frecuencia (reproduzca el segmento de la canción en cada etapa).
Nota: Para la etapa de filtrado pasa bajas, realice su implementación a partir de la transformada rápida de Fourier.

$$X(w) = F\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, e^{-jwt}\, dt$$

Espectro de la señal mixer:

$$S_{rec}(t) = A_1 m(t)\cos(2\pi f_0 t + \theta_0)$$

Si $\cos(\theta) = \dfrac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2}$ y $w_0 = 2\pi f_0$

$$= A_1 m(t)\cos(w_0 t)$$

$$= A_1 m(t)\left(\frac{e^{jw_0 t} + e^{-jw_0 t}}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{2} A_1 m(t)\left(e^{jw_0 t} + e^{-jw_0 t}\right)$$

Si $f(t)e^{jw_0 t} \longleftrightarrow (F w - w_0)$

$$S_{rec}(w) = F\left\{\frac{1}{2} A_1 m(t)\left(e^{jw_0 t} + e^{-jw_0 t}\right)\right\}$$

$$= \frac{1}{2} A_1 \, F\left\{m(t)e^{jw_0 t} + m(t)e^{-jw_0 t}\right\}$$

$$= \frac{1}{2} A_1 \left(M(w - w_0) + M(w + w_0)\right)$$

Espectro de la señal de salida del mixer

$y(t) = \dfrac{A_1}{2} m(t) + \dfrac{A_1}{2} m(t)\cos(4\pi f_0 + 2\theta_0)$ si

$$w_0 = 2\pi f_0$$

$$y(t) = \frac{1}{2} A_1 m(t) + \frac{A_1}{2} m(t)\cos(2w_0 t)$$

$$y(w) = F\left\{\frac{A_1}{2} m(t) + \frac{A_1}{2} m(t)\cos(2w_0 t)\right\}$$

$= F\left\{ \frac{A_1}{2} m(t) \right\} + F\left\{ \frac{A_1}{2} m(t) \cos(2w_0 t) \right\}$

$= \frac{A_1}{2} M(w) + F\left\{ \frac{A_1}{2} m(t) \cos(2w_0 t) \right\}$

Si $\cos(\theta) = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2}$

$= \frac{A_1}{2} M(w) + F\left\{ \frac{A_1}{2} m(t) \frac{e^{j2w_0t} + e^{-j2w_0t}}{2} \right\}$

$= \frac{A_1}{2} M(w) + \frac{A_1}{4} F\left\{ m(t) e^{j2w_0t} + m(t) e^{-j2w_0t} \right\}$

Si $f(t) e^{jw_0t} \longleftrightarrow F(w - w_0)$

$= \frac{1}{2} A_1 M(w) + \frac{A_1}{4} \left(M(w - w_0) + M(w + w_0) \right)$

Espectro de señal del mixer $H_F(w) = \begin{cases} 1, |w| \leq w_c \\ 0, |w| > w_c \end{cases}$

$H_F(w) = \frac{Y_F(w)}{Y(w)} \rightarrow y_F(t) = \frac{A_1}{2} m(t) \rightarrow Y_F(w) = \frac{A_1}{2} M(w)$

Espectro de la señal del escalador

$\hat{m}(t) = \frac{\cancel{A_1}}{\cancel{2}} m(t) \cdot \frac{\cancel{2}}{\cancel{A_1}} = m(t)$

$\hat{m}(w) = F\{m(t)\} = M(w)$

Demulador coherente de AM DSB-SC/DSB-CS

señal mensaje base: $m(t) \rightarrow M(w)$

Señal recibida: $S_{rec}(t) = A_1 m(t) \cos(2\pi f_0 t + \theta_0)$

A_1: ganancia, f_0: frecuencia de la portadora

Segunda señal que entra al mixer:

$\cos(2\pi f_0 t + \theta_0)$ $\quad w_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{T}$

Despues del mixer

$y(t) = A_1 m(t) \cos(2\pi f_0 t + \theta_0) \cdot \cos(2\pi f_0 t + \theta_0)$

$y(t) = A_1 m(t) \cos^2(2\pi f_0 t + \theta_0)$ $\quad w_0 = 2\pi f_0$

Si $\cos^2(\theta) = \frac{1 + \cos(2\theta)}{2}$

$y(t) = \frac{A_1}{2} m(t) (1 + \cos(2(2\pi f_0 t + \theta_0)))$

$y(t) = \frac{A_1}{2} m(t) + \frac{A_1}{2} m(t) \cos(4\pi f_0 t + 2\theta_0)$

Filtro pasa bajas (LPF)

Entrada: $y(t)$

salida: $y_F(t) = \frac{A_1}{2} m(t) \rightarrow y_F(w) = \frac{A_1}{2} M(w)$

Escalador de amplitud

Entrada: $y_F(t) = \frac{A_1}{2} m(t)$

Ganancia: $\varphi \frac{A_1}{2}$

Salida: $\hat{m}(t) = \frac{\cancel{A_1}}{\cancel{2}} m(t) \cdot \frac{\cancel{2}}{\cancel{A_1}} = m(t)$