



Echantillonnage non-uniforme

Application aux télécommunications par satellites

Quentin Biache & Anthony Delannoy
Xueyang Li & Jérôme Combaniere

4 juin 2014

PLAN

INTRODUCTION

INTERFACE GRAPHIQUE

SIGNAUX TÉLÉCOMS

RECONSTRUCTION

CONCLUSION

INTRODUCTION

Le sujet :

- ▶ Son contexte
- ▶ Les problématiques des transmissions en télécommunications
- ▶ Le problème de l'échantillonnage non uniforme
- ▶ La prise en main du sujet, la répartition des tâches

LE CONTEXTE DU SUJET...

- ▶ ...fait l'objet d'une thèse
 - déterminer si l'échantillonnage non-uniforme peut être utilisé en pratique,
 - notre objectif : fournir une interface graphique remplaçant de lourdes fonctions de reconstruction

- ▶ ...dans la continuité d'un projet long
 - leur objectif : création de codes Matlab pour appliquer les méthodes théoriques de reconstruction, calcul d'erreur et de complexité
 - réutilisation des codes fournis pour les intégrer dans une interface graphique utilisable sans pré-requis

LE CONTEXTE DU SUJET...

- ▶ ...fait l'objet d'une thèse
 - déterminer si l'échantillonnage non-uniforme peut être utilisé en pratique,
 - notre objectif : fournir une interface graphique remplaçant de lourdes fonctions de reconstruction

- ▶ ...dans la continuité d'un projet long
 - leur objectif : création de codes Matlab pour appliquer les méthodes théoriques de reconstruction, calcul d'erreur et de complexité
 - réutilisation des codes fournis pour les intégrer dans une interface graphique utilisable sans pré-requis

LE CONTEXTE DU SUJET...

- ▶ ...fait l'objet d'une thèse
 - déterminer si l'échantillonnage non-uniforme peut être utilisé en pratique,
 - notre objectif : fournir une interface graphique remplaçant de lourdes fonctions de reconstruction

- ▶ ...dans la continuité d'un projet long
 - leur objectif : création de codes Matlab pour appliquer les méthodes théoriques de reconstruction, calcul d'erreur et de complexité
 - réutilisation des codes fournis pour les intégrer dans une interface graphique utilisable sans pré-requis

LE CONTEXTE DU SUJET...

- ▶ ...fait l'objet d'une thèse
 - déterminer si l'échantillonnage non-uniforme peut être utilisé en pratique,
 - notre objectif : fournir une interface graphique remplaçant de lourdes fonctions de reconstruction

- ▶ ...dans la continuité d'un projet long
 - leur objectif : création de codes Matlab pour appliquer les méthodes théoriques de reconstruction, calcul d'erreur et de complexité
 - réutilisation des codes fournis pour les intégrer dans une interface graphique utilisable sans pré-requis

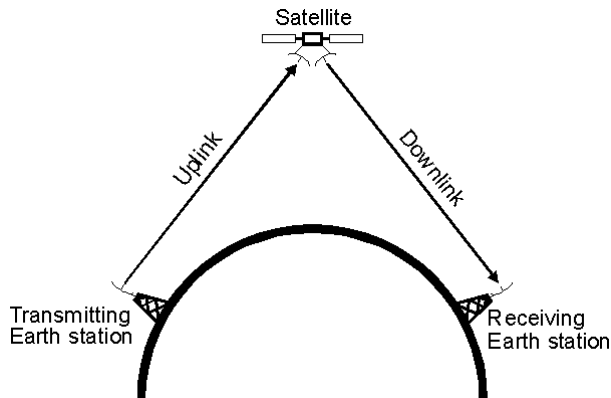
LE CONTEXTE DU SUJET...

- ▶ ...fait l'objet d'une thèse
 - déterminer si l'échantillonnage non-uniforme peut être utilisé en pratique,
 - notre objectif : fournir une interface graphique remplaçant de lourdes fonctions de reconstruction

- ▶ ...dans la continuité d'un projet long
 - leur objectif : création de codes Matlab pour appliquer les méthodes théoriques de reconstruction, calcul d'erreur et de complexité
 - réutilisation des codes fournis pour les intégrer dans une interface graphique utilisable sans pré-requis

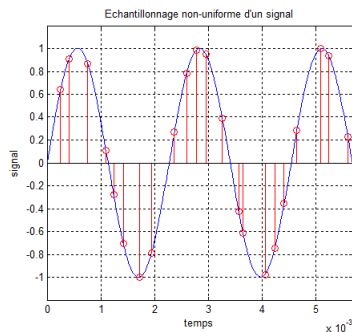
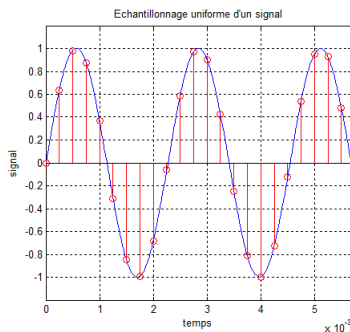
INTRODUCTION

Problématiques des transmissions en télécoms :



INTRODUCTION

Problématiques des transmissions en télécoms : l'échantillonnage



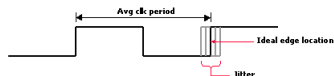
INTRODUCTION

L'échantillonnage non-uniforme :

- ▶ « Jitter » sur les instants d'échantillonnage : déviation de la période par rapport à la valeur d'origine ;
- ▶ Utilisation possible d'un échantillonnage volontairement non-uniforme pour s'adapter au contenu de l'image.

INTRODUCTION

L'échantillonnage non-uniforme :

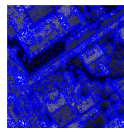


- ▶ « Jitter » sur les instants d'échantillonnage : déviation de la période par rapport à la valeur d'origine ;
- ▶ Utilisation possible d'un échantillonnage volontairement non-uniforme pour s'adapter au contenu de l'image.

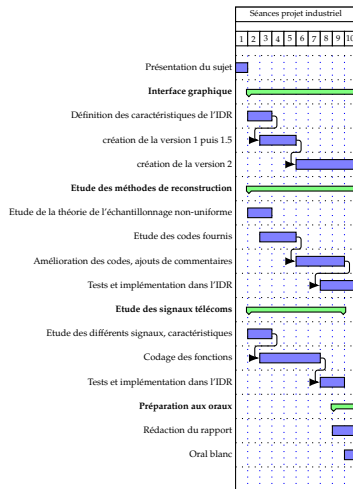
INTRODUCTION

L'échantillonnage non-uniforme :

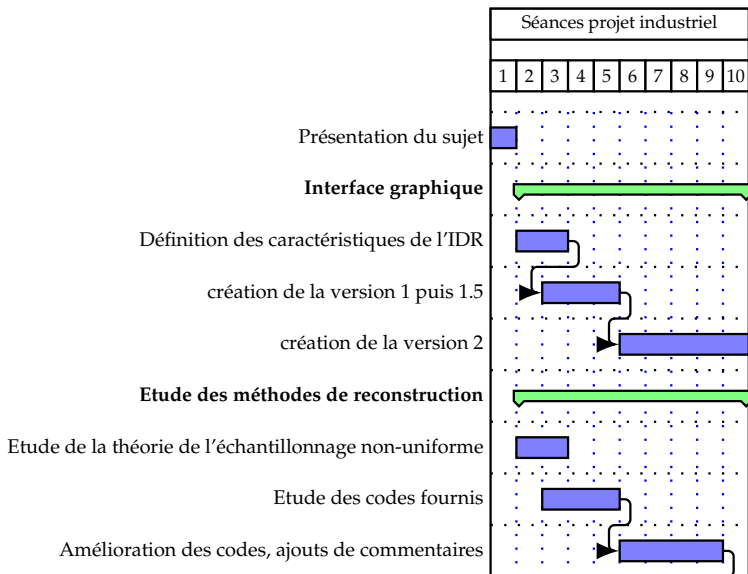
- ▶ « Jitter » sur les instants d'échantillonnage : déviation de la période par rapport à la valeur d'origine ;
- ▶ Utilisation possible d'un échantillonnage volontairement non-uniforme pour s'adapter au contenu de l'image.



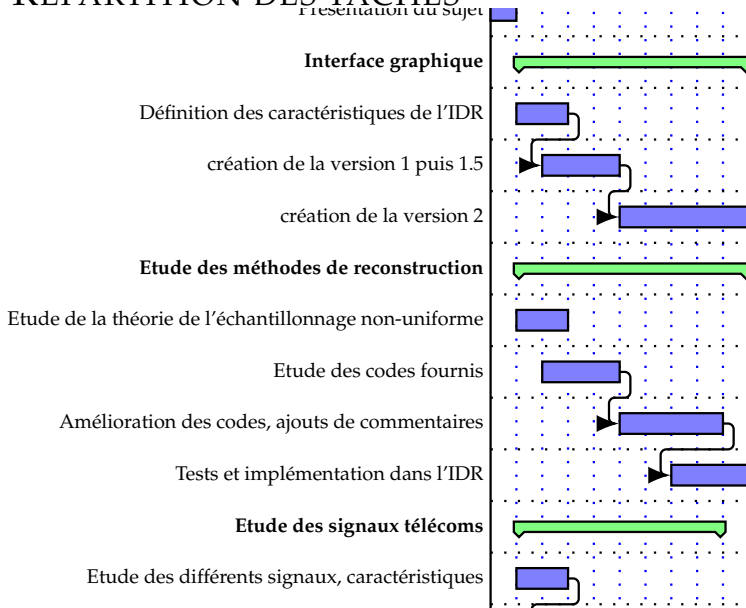
RÉPARTITION DES TÂCHES



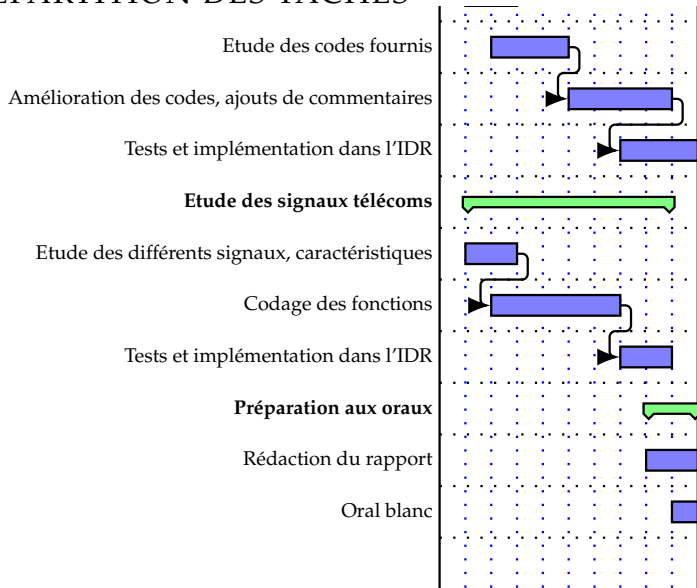
RÉPARTITION DES TÂCHES



RÉPARTITION DES TÂCHES



RÉPARTITION DES TÂCHES



INTRODUCTION

INTERFACE GRAPHIQUE

Cahier des charges

IDR 1.0

IDR 1.5

IDR 2.0

Démonstration

SIGNAUX TÉLÉCOMS

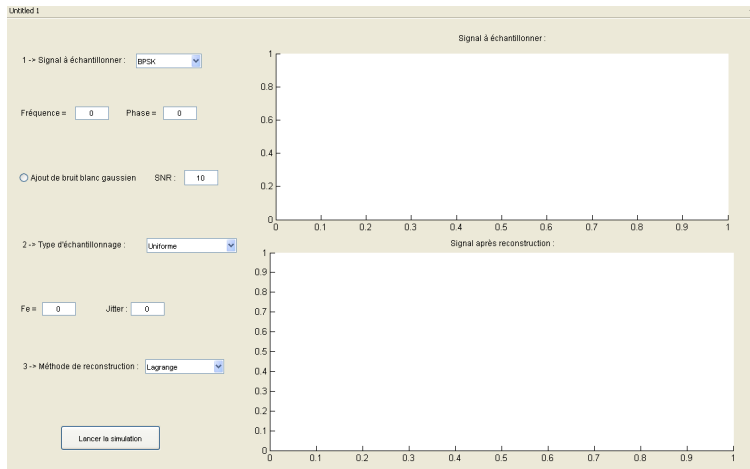
RECONSTRUCTION

CONCLUSION

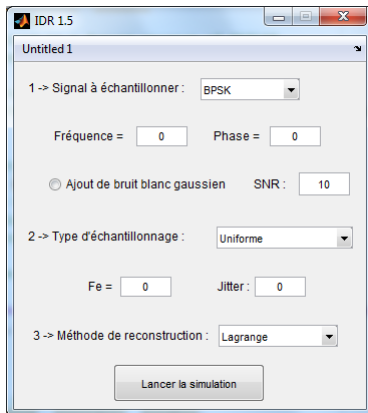
CAHIERS DES CHARGES

- ▶ Interface intuitive et claire
- ▶ Dynamisme de l'interface
- ▶ Placement des fenêtres automatique
- ▶ Multiples signaux utilisés en télécommunications
- ▶ Echantillonnage non-uniforme (jitter uniforme)
- ▶ Diverses méthodes de reconstruction

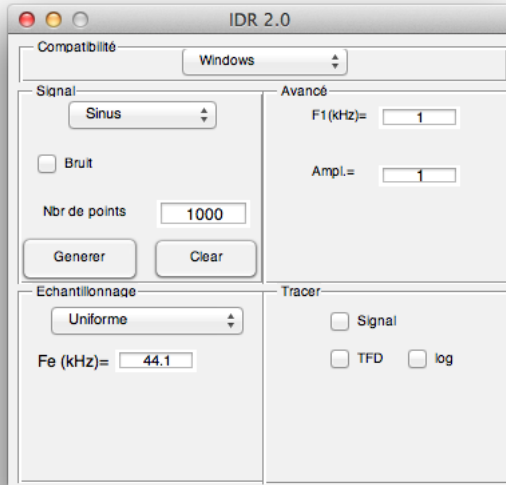
IDR 1.0 (*Interface De Reconstruction*)



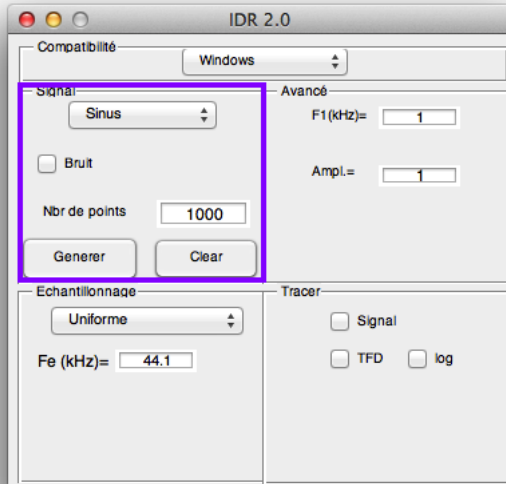
IDR 1.5



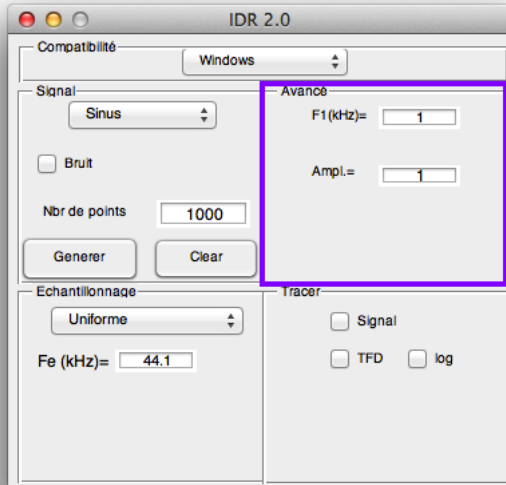
IDR 2.0



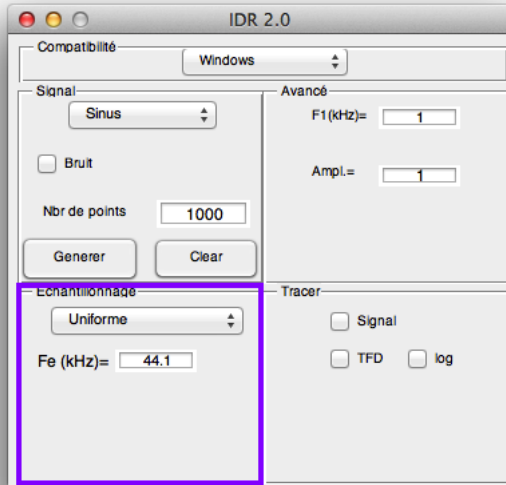
IDR 2.0



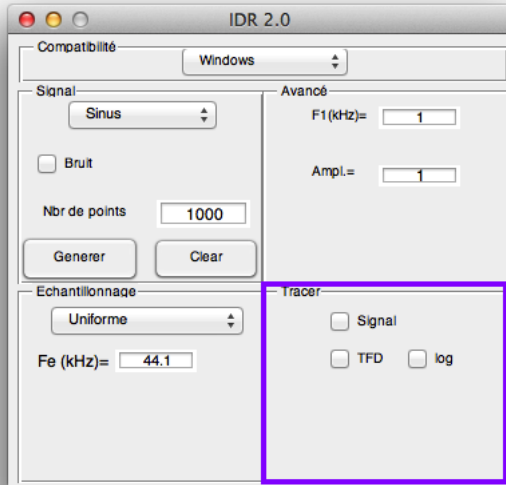
IDR 2.0



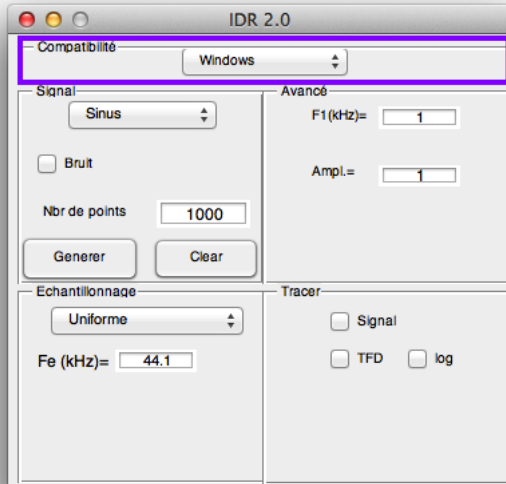
IDR 2.0



IDR 2.0



IDR 2.0



Démonstration

INTRODUCTION

INTERFACE GRAPHIQUE

SIGNAUX TÉLÉCOMS

- Signaux de télécommunication

- Signal ASK

- Signal BPSK

- Signal FSK

- Signal QAM

- Signal RZ

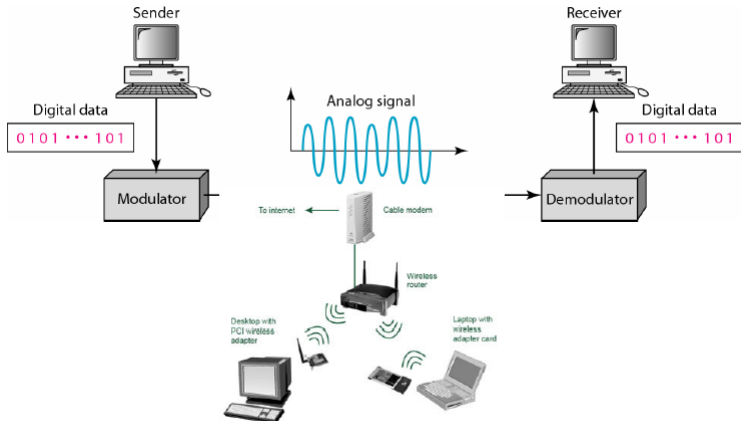
- Signal NRZ différentiel

RECONSTRUCTION

CONCLUSION

SIGNAUX DE TÉLÉCOMMUNICATION

Principe général

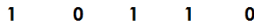


Tracé :



$$s(t) = \begin{cases} A_0 \cos(2\pi f_c t), & \text{binary 0} \\ A_1 \cos(2\pi f_c t), & \text{binary 1} \end{cases}$$

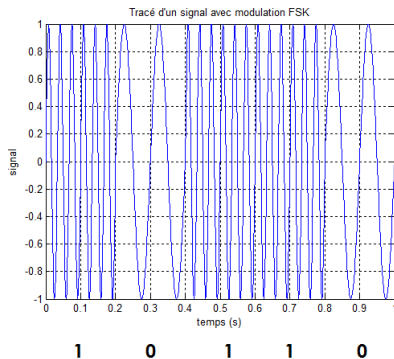
Tracé :



$$s(t) = \begin{cases} \text{Acos}(2\pi f_c t), & \text{binary 1} \\ \text{Acos}(2\pi f_c t + \pi), & \text{binary 0} \end{cases}$$

LA MODULATION FSK (*Frequency Shift Keying*)

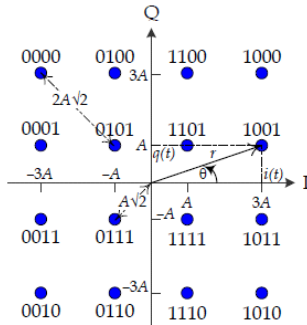
Tracé :



→ sauts de fréquence

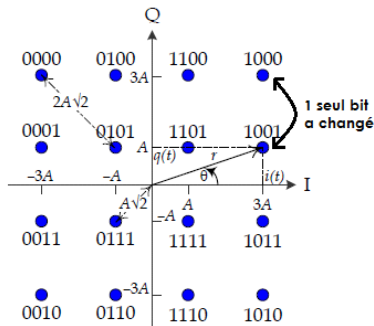
LA MODULATION QAM (Quadrature Amplitude Modulation)

Principe



→ sauts d'amplitude et de phase ; un symbole code plusieurs bits.

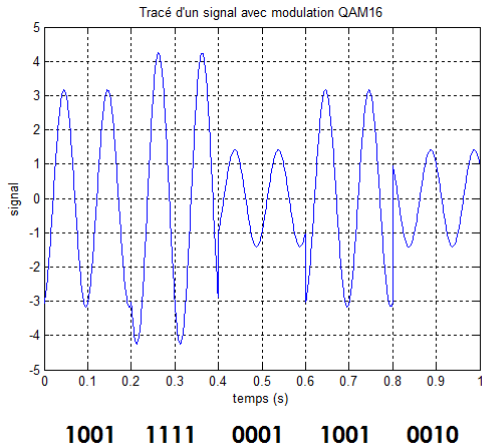
Principe



→ sauts d'amplitude et de phase ; un symbole code plusieurs bits.

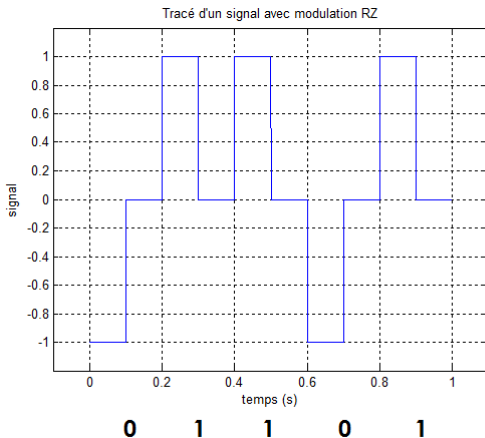
LA MODULATION QAM

Tracé :



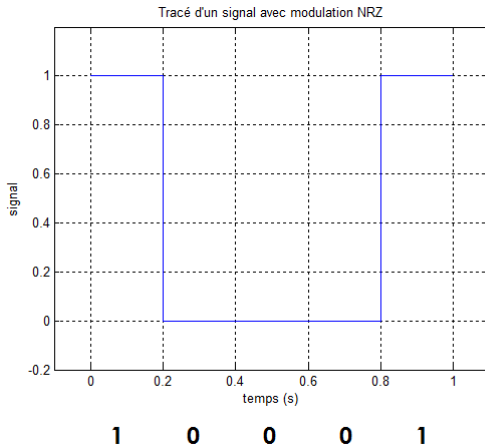
LA MODULATION RZ (*Return to Zero*)

Tracé :



LA MODULATION NRZ (*Non Return to Zero*)

Tracé :



INTRODUCTION

INTERFACE GRAPHIQUE

SIGNAUX TÉLÉCOMS

RECONSTRUCTION

- Limites des méthodes classiques

- Reconstruction matricielle

- Reconstruction Lagrangienne

- Reconstruction par splines cubiques

- Reconstruction itérative

CONCLUSION

LIMITES DES MÉTHODES DE RECONSTRUCTION CLASSIQUES

LIMITES DES MÉTHODES DE RECONSTRUCTION CLASSIQUES

Interpolateur de Shannon

LIMITES DES MÉTHODES DE RECONSTRUCTION CLASSIQUES

Interpolateur de Shannon

► Cas uniforme :

$$x_r(t) = \sum_{k=1}^{N_{ech}} x(t_k) \operatorname{sinc}(\pi f_{ech}(t - t_k))$$

Avec $t_k = kT_{ech}$. Ainsi :

$$\operatorname{sinc}(\pi f_{ech}(t_j - t_k)) = \delta_{ij}$$

→ on passe par tous les points de x_r échantillonnés.

LIMITES DES MÉTHODES DE RECONSTRUCTION CLASSIQUES

Interpolateur de Shannon

► Cas uniforme :

$$x_r(t) = \sum_{k=1}^{N_{ech}} x(t_k) \operatorname{sinc}(\pi f_{ech}(t - t_k))$$

Avec $t_k = kT_{ech}$. Ainsi :

$$\operatorname{sinc}(\pi f_{ech}(t_j - t_k)) = \delta_{ij}$$

→ on passe par tous les points de x_r échantillonnés.

► Cas non-uniforme : L'ensemble $\{t_k\}_{k \in \mathbb{Z}}$ n'a plus aucune raison d'être dans multiples de T_{ech} !

LIMITES DES MÉTHODES DE RECONSTRUCTION CLASSIQUES

Conséquences :

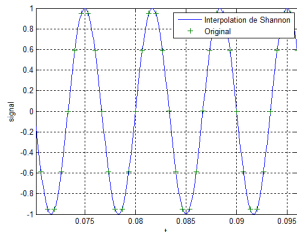


FIGURE : Reconstruction avec échantillonnage uniforme

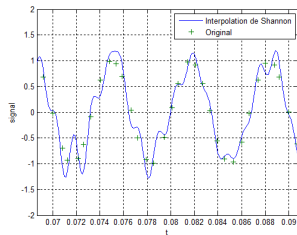


FIGURE : Reconstruction avec échantillonnage non uniforme (jitter = 50% de $\frac{T_{ech}}{2}$)

→ nécessité d'utiliser d'autres méthodes de reconstruction

LA RECONSTRUCTION MATRICIELLE

LA RECONSTRUCTION MATRICIELLE

Principe :

En notant $\{t_j | j \in \llbracket 1, N_{ech} \rrbracket\}$ les instants uniformes et $\{t_k^* | k \in \llbracket 1, N_{eval} \rrbracket\}$ les instants non-uniformes, on peut écrire :

$$x(t_j) = \sum_{k=1}^{N_{eval}} x_r(t_k^*) \operatorname{sinc}(\pi f_e(t_j - t_k^*))$$

LA RECONSTRUCTION MATRICIELLE

Principe :

En notant $\{t_j | j \in \llbracket 1, N_{ech} \rrbracket\}$ les instants uniformes et $\{t_k^* | k \in \llbracket 1, N_{eval} \rrbracket\}$ les instants non-uniformes, on peut écrire :

$$x(t_j) = \sum_{k=1}^{N_{eval}} x_r(t_k^*) \operatorname{sinc}(\pi f_e(t_j - t_k^*))$$

Reconstruction du signal

Le signal est reconstruit ensuite par inversion matricielle (pseudo-inverse).

LA RECONSTRUCTION MATRICIELLE

Principe :

En notant $\{t_j | j \in \llbracket 1, N_{ech} \rrbracket\}$ les instants uniformes et $\{t_k^* | k \in \llbracket 1, N_{eval} \rrbracket\}$ les instants non-uniformes, on peut écrire :

$$x(t_j) = \sum_{k=1}^{N_{eval}} x_r(t_k^*) \operatorname{sinc}(\pi f_e(t_j - t_k^*))$$

Reconstruction du signal

Le signal est reconstruit ensuite par inversion matricielle (pseudo-inverse).

Remarque

Il faut nécessairement évaluer la reconstruction sur des instants uniformes.

LA RECONSTRUCTION MATRICIELLE

LA RECONSTRUCTION MATRICIELLE

Tests sous Matlab

- ▶ Ajout de commentaires dans le code fourni
- ▶ Ajout de fonctions pour simplifier la compréhension

LA RECONSTRUCTION MATRICIELLE

Tests sous Matlab

- ▶ Ajout de commentaires dans le code fourni
- ▶ Ajout de fonctions pour simplifier la compréhension

Tracés obtenus :

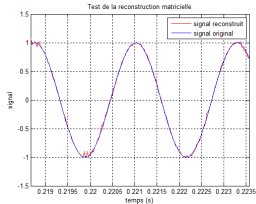


FIGURE : Reconstruction du signal (jitter = 99% $\frac{T_{ech}}{2}$, fenêtre de 21 points)

RECONSTRUCTION PAR LA FORMULE DE LAGRANGE MODIFIÉE

RECONSTRUCTION PAR LA FORMULE DE LAGRANGE MODIFIÉE

Principe :

Utilisation des polynômes interpolateurs de Lagrange

RECONSTRUCTION PAR LA FORMULE DE LAGRANGE MODIFIÉE

Principe :

Utilisation des polynômes interpolateurs de Lagrange

Formules issues de la théorie :

$$x(t) = \lim_{M \rightarrow \infty} H_M(t) \left[\sum_{|k|=0}^M a_M(t, t_k) x(t_k) \right]$$

$$a_M(t, t_k) = \frac{G_M(t_k)}{(t - t_k) F'_M(t_k) \sin(\pi t_k)}$$

$$H_M(t) = \frac{F_M(t)}{G_M(t)} \sin(\pi t)$$

$$G_M(t) = \pi t \prod_{1 \leq |k| \leq M-1} \left(1 - \frac{t}{t_k} \right) \text{ et } F_M(t) = \prod_{0 \leq |k| \leq M} \left(1 - \frac{t}{t_k} \right)$$

RECONSTRUCTION PAR LA FORMULE DE LAGRANGE MODIFIÉE

Résultats après simplification :

$$x(t) = \lim_{M \rightarrow \infty} \sum_{0 \leq |k| \leq M} x(t_k) \frac{f_k(t)}{f_k(t_k)}$$

$$f_k(t) =$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} (-1)^{l+1} \frac{\prod_{\substack{0 \leq |j| \leq M \\ j \neq k}} \left(1 - \frac{t}{t_j}\right)}{\prod_{\substack{1 \leq |j| \leq M-1 \\ j \neq l}} \left(1 - \frac{t}{t_j}\right)}, & \text{pour } t = l \in \llbracket -(M-1), M-1 \rrbracket \\ \text{sinc}(\pi t) \frac{\prod_{\substack{0 \leq |j| \leq M \\ j \neq k}} \left(1 - \frac{t}{t_j}\right)}{\prod_{1 \leq |j| \leq M-1} \left(1 - \frac{t}{t_j}\right)}, & \text{sinon} \end{array} \right.$$

RECONSTRUCTION PAR LA FORMULE DE LAGRANGE MODIFIÉE

Résultats :

Tracés de la reconstruction :

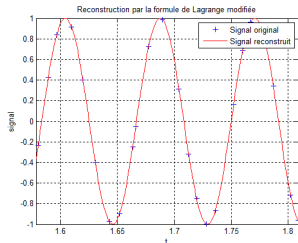


FIGURE : Reconstruction du signal (jitter = $90\% \frac{T_{ech}}{2}$, fenêtre de 20 points)

RECONSTRUCTION PAR SPLINES CUBIQUES

RECONSTRUCTION PAR SPLINES CUBIQUES

Tests sous Matlab

Utilisation de la fonction *interp1.m*

RECONSTRUCTION PAR SPLINES CUBIQUES

Tests sous Matlab

Utilisation de la fonction *interp1.m*

Résultats :

Tracés de la reconstruction :

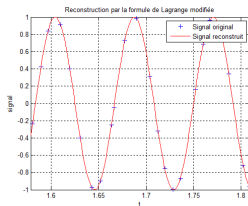


FIGURE : Reconstruction du signal (jitter = 90% $\frac{T_{ech}}{2}$, fenêtre de 20 points)

RECONSTRUCTION ITÉRATIVE

RECONSTRUCTION ITÉRATIVE

Principe :

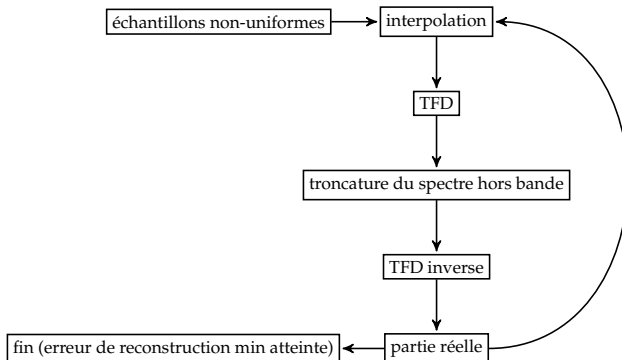
Troncature de la FFT puis reconstruction

RECONSTRUCTION ITÉRATIVE

Principe :

Troncature de la FFT puis reconstruction

Schéma :



RECONSTRUCTION ITÉRATIVE

Résultats :

Tracés de la reconstruction :

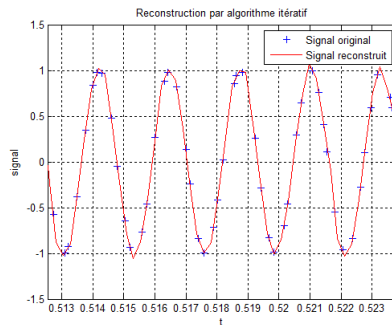


FIGURE : Reconstruction du signal (jitter = 99% $\frac{T_{ech}}{2}$, fenêtre de 51 points)

CONCLUSION

Bilan

- ▶ Application développée conforme au cahier des charges établi ;
- ▶ Le projet a permis de traiter des cas concrets, conformes à la réalité physique ;
- ▶ Codes rendus plus « accessibles » et plus simples à appréhender.

Perspectives d'améliorations

- ▶ Ajout de signaux autres que des signaux de télécommunications ; développer l'importation de fichiers
- ▶ Ajout d'une aide interactive pour un descriptif des signaux utilisés.

CONCLUSION

Bilan

- ▶ Application développée conforme au cahier des charges établi ;
- ▶ Le projet a permis de traiter des cas concrets, conformes à la réalité physique ;
- ▶ Codes rendus plus « accessibles » et plus simples à appréhender.

Perspectives d'améliorations

- ▶ Ajout de signaux autres que des signaux de télécommunications ; développer l'importation de fichiers
- ▶ Ajout d'une aide interactive pour un descriptif des signaux utilisés.

CONCLUSION

Bilan

- ▶ Application développée conforme au cahier des charges établi ;
- ▶ Le projet a permis de traiter des cas concrets, conformes à la réalité physique ;
- ▶ Codes rendus plus « accessibles » et plus simples à appréhender.

Perspectives d'améliorations

- ▶ Ajout de signaux autres que des signaux de télécommunications ; développer l'importation de fichiers
- ▶ Ajout d'une aide interactive pour un descriptif des signaux utilisés.

CONCLUSION

Bilan

- ▶ Application développée conforme au cahier des charges établi ;
- ▶ Le projet a permis de traiter des cas concrets, conformes à la réalité physique ;
- ▶ Codes rendus plus « accessibles » et plus simples à appréhender.

Perspectives d'améliorations

- ▶ Ajout de signaux autres que des signaux de télécommunications ; développer l'importation de fichiers
- ▶ Ajout d'une aide interactive pour un descriptif des signaux utilisés.

CONCLUSION

Bilan

- ▶ Application développée conforme au cahier des charges établi ;
- ▶ Le projet a permis de traiter des cas concrets, conformes à la réalité physique ;
- ▶ Codes rendus plus « accessibles » et plus simples à appréhender.

Perspectives d'améliorations

- ▶ Ajout de signaux autres que des signaux de télécommunications ; développer l'importation de fichiers
- ▶ Ajout d'une aide interactive pour un descriptif des signaux utilisés.

CONCLUSION

Bilan

- ▶ Application développée conforme au cahier des charges établi ;
- ▶ Le projet a permis de traiter des cas concrets, conformes à la réalité physique ;
- ▶ Codes rendus plus « accessibles » et plus simples à appréhender.

Perspectives d'améliorations

- ▶ Ajout de signaux autres que des signaux de télécommunications ; développer l'importation de fichiers
- ▶ Ajout d'une aide interactive pour un descriptif des signaux utilisés.