Compression – méthode de Huffman

Thierry Lecroq

Université de Rouen
FRANCE

La méthode de Huffman

- consiste à remplacer les caractères les plus fréquents par des codes courts et les caractères les moins fréquents par des codes longs
- utilise la notion de code préfixe

Code préfixe

- Un code préfixe est un ensemble de mots tel qu'aucun mot de l'ensemble n'est préfixe d'un autre mot de l'ensemble
- Le décodage est alors immédiat
- Un code préfixe sur l'alphabet binaire $\{0, 1\}$ peut être représenté par un *trie* qui est un fait un arbre binaire où tous les nœuds internes ont exactement deux successeurs

Arbre

- Les feuilles sont étiquetées avec les caractères originaux, les branches par 0 ou 1 et les chemins depuis la racine jusqu'aux feuilles épellent les codes des caractères originaux
- L'utilisation d'un code préfixe assure que les codes sont bien représentés par les feuilles

Par convention, le fils gauche d'un nœud est étiqueté par 0 et le fils droit par 1

Encodage

La phase d'encodage se compose de trois étapes :

1. comptage des fréquences des caractères
2. construction du code préfixe
3. codage du texte

Exemple

fentrée contient

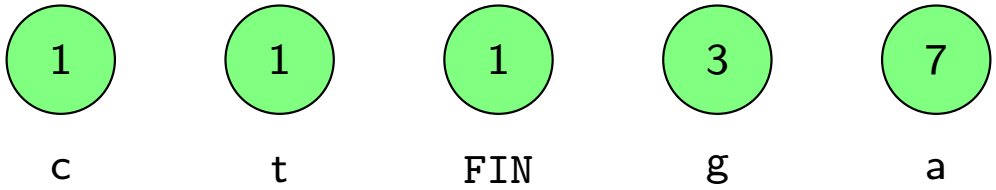
`cagataagagaa`

$12 \times 8 = 96$ bits

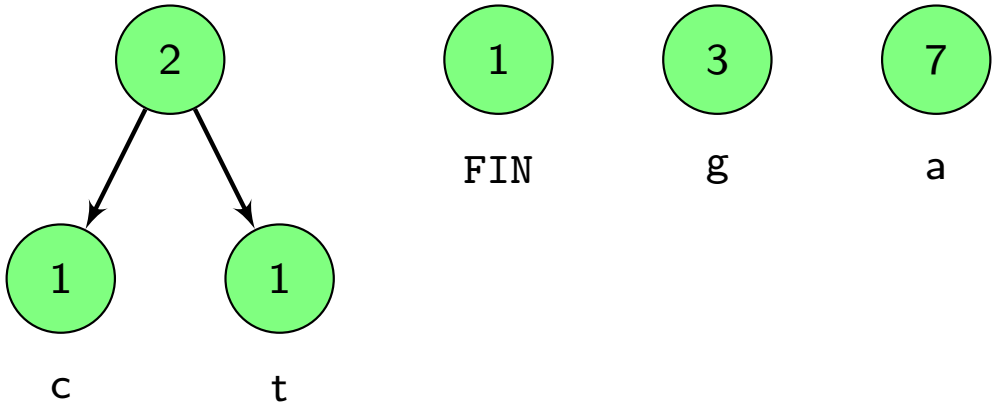
les fréquences sont

	a	c	g	t	FIN
fréq	7	1	3	1	1

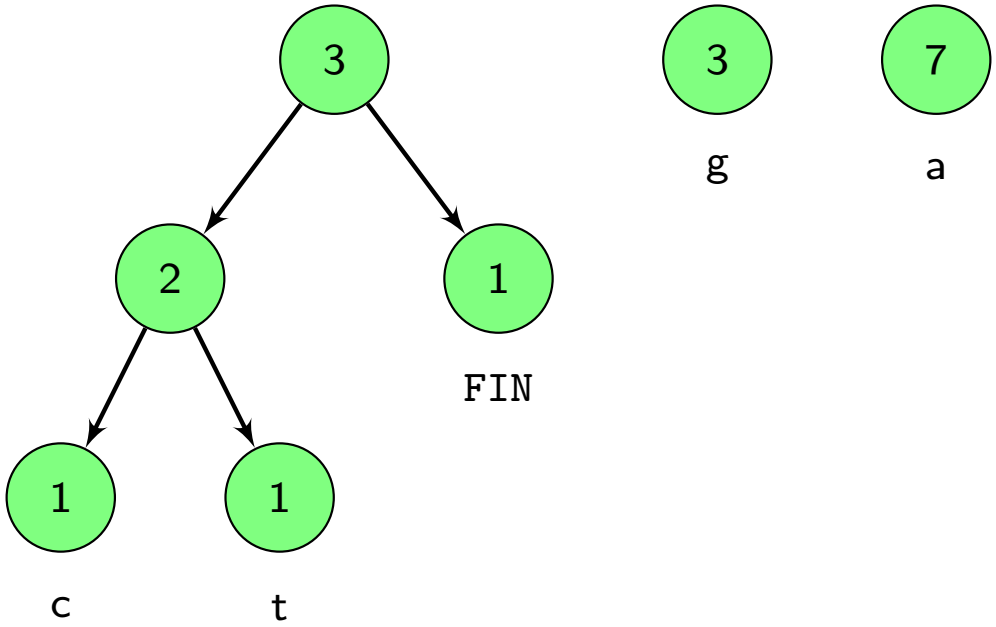
Exemple cagataagagaa



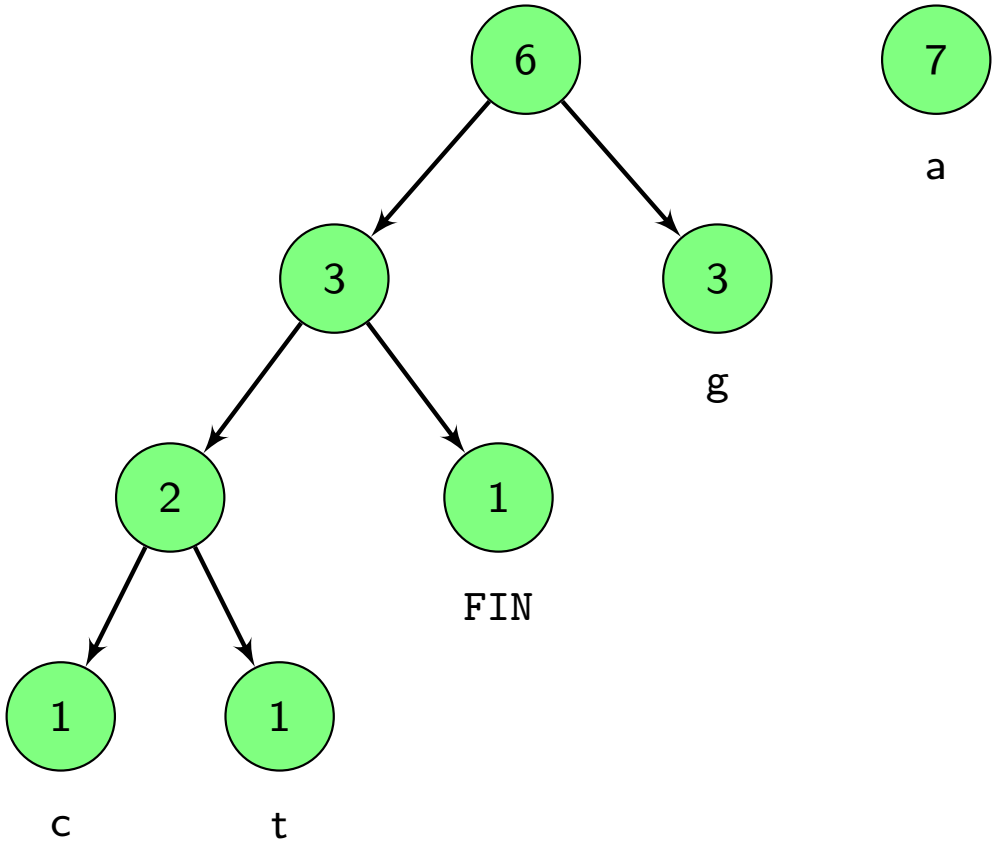
Exemple cagataagagaa



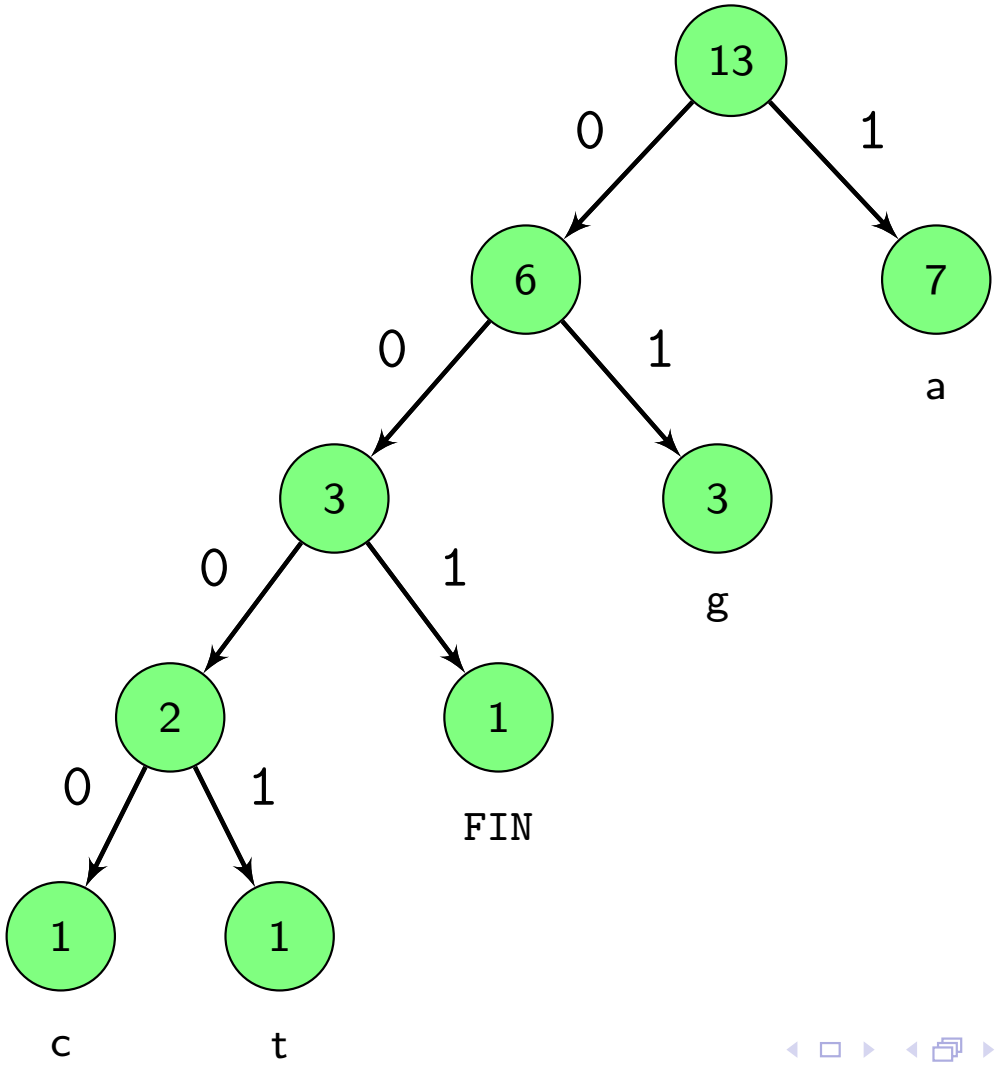
Exemple cagataagagaa



Exemple cagataagagaa



Exemple cagataagagaa



Exemple cagataagagaa

	a	c	g	t	FIN
code	1	0000	01	0001	001

codage de l'arbre :
00001 binaire(c, 9) 1 binaire(t, 9) 1 binaire(FIN, 9) 1 binaire(g, 9) 1 binaire(a, 9)

en ASCII :
00001 001000011 1 001010100 1 100000000 1 001000111 1 001000001

54 bits

Exemple cagataagagaa

codage du texte : 0000 1 01 1 0001 1 1 01 1 01 1 1 001

24 bits

total

78 bits

Comptage des fréquences de caractères

Compte(fentrée)

1 **pour** $a \in A$ **faire**
2 $\quad$ *fréq*$(a) \leftarrow 0$
3 **tantque** non fdf(*fentrée*) et a est le prochain caractère **faire**
4 $\quad$ *fréq*$(a) \leftarrow$ *fréq*$(a) + 1$
5 *fréq*(FIN) $\leftarrow 1$

Construction du code préfixe

Utilisation de *fréq*(a) pour chaque $a \in A$

Const-arbre0()

1 créer un arbre t_a à un nœud pour chaque$a \in A$ avec *poids*$(a) =$ *fréq*(a)
2 $i \leftarrow 0$
3 **répéter**
4 extraire les 2 arbres de poids plus faible t_1 et t_2
5 créer un arbre t avec t_1 et t_2 comme sous-arbre
6 *poids*$(t) \leftarrow$ *poids*$(t_1) +$ *poids*(t_2)
7 **jusqu'à** il ne reste qu'1 seul arbre

Algorithmes

Const-arbre()

```
1  pour a ∈ A ∪ {FIN} faire
2     si fréq(a) ≠ 0 alors
3        créer un nœud t
4        poids(t) ← fréq(a)
5        étiq(t) ← a
6  lfeuilles ← liste des nœuds dans l'ordre croissant des poids
7  larbres ← liste vide
8  tantque Longueur(lfeuilles) + Longueur(larbres) > 1 faire
9     (g, d) ← extraire les 2 nœuds de plus faible poids parmi
       les 2 premiers éléments de lfeuilles et
       les 2 premiers éléments de larbres
10    créer un nœud t
11    poids(t) ← poids(g) + poids(d)
12    gauche(t) ← g
13    droit(t) ← d
14    insérer t à la fin de larbres
15 Retourner t
```

Codes

Après la construction de l'arbre il est possible de retrouver le code de chaque caractère par un parcours en profondeur de l'arbre.

Algorithmes

Const-code(t, ℓ)

```
1  si t n'est pas une feuille alors
2      temp[ℓ] ← 0
3      CONST-CODE(gauche(t), ℓ + 1)
4      temp[ℓ] ← 1
5      CONST-CODE(droit(t), ℓ + 1)
6  sinon code(étiq(t)) ← temp[0 .. ℓ − 1]
```

Codage de l'arbre

La troisième étape nécessite de stocker les codes de chaque caractère avant le code du texte

Algorithmes

Code-arbre(fsortie, t)

1 **si** t n'est pas une feuille **alors**
2 écrire un 0 dans *fsortie*
3 CODE-ARBRE(*fsortie*, *gauche*(t))
4 CODE-ARBRE(*fsortie*, *droit*(t))
5 **sinon** écrire un 1 dans *fsortie*
6 écrire $binaire$(*étiq*(t)) dans *fsortie*

Codage du texte

On peut ensuite coder le texte

Algorithmes

Code-texte(fentrée, fsortie)

1 **tantque** non fdf(*fentrée*) et a est le prochain caractère **faire**
2 écrire *code*(a) dans *fsortie*
3 écrire *code*(`FIN`) dans *fsortie*

Encodage complet

On peut maintenant écrire l'algorithme d'encodage complet

Algorithmes

Encodage(fentrée, fsortie)

1 COMPTE(*fentrée*)
2 $t \leftarrow$ CONST-ARBRE()
3 CONST-CODE($t, 0$)
4 CODE-ARBRE(*fsortie*, t)
5 CODE-TEXTE(*fentrée*, *fsortie*)

Décodage

Immédiat

- lecture de l'entête et reconstruction de l'arbre
- décodage du texte

Algorithmes

Reconst-arbre(fentrée, t)

```
1  b ← lire 1 bit de fentrée
2  si b = 1 alors
       ▷ feuille
3      gauche(t) ← NIL
4      droit(t) ← NIL
5      étiq(t) ← symbole correspondants aux 9 prochains bits de fentrée
6  sinon créer un nœud g
7      gauche(t) ← g
8      RECONST-ARBRE(fentrée, g)
9      créer un nœud d
10     droit(t) ← d
11     RECONST-ARBRE(fentrée, d)
```

Algorithmes

Décode-texte(fentrée, fsortie, racine)

```
1  t ← racine
2  tantque étiq(t) ≠ FIN faire
3     si t est une feuille alors
4        écrire étiq(t) dans fsortie
5        t ← racine
6     sinon b ← lire 1 bit de fentrée
7        si b = 0 alors
8           t ← gauche(t)
9        sinon t ← droit(t)
```

Décodage complet

Encodage(fentrée, fsortie)

1. créer un nœud *racine*
2. RECONST-ARBRE(*fentrée*, *racine*)
3. DÉCODE-TEXTE(*fentrée*, *fsortie*, *racine*)