

L'algèbre relationnelle

L2A

Semestre 4

Mehdi Benzine

Introduction

- L'algèbre relationnelle est un ensemble d'opérateurs ayant pour opérandes des relations.
- Chaque opération produit une nouvelle relation virtuelle.
- Il est possible de combiner plusieurs opérateurs algébriques pour construire des expressions algébriques répondant aux questions (requêtes) des utilisateurs.

Schéma Exemple

Projet (Num_Projet, Description, Date_Début, Date_Fin, Budget)

Employé (Num_Employé, Nom, Prénom, Date_Naissance, Fonction, Est_Cadre)

Affectation (Num_Employé, Num_Projet, Debut_Affect, Fin_Affect, Supérieur)

Relation Projet

Num_Projet	Description	Date_Début	Date_Fin	Budget
103	Mise en place d'un réseau intranet	12/09/2010	05/12/2010	39000.00
122	Développement d'une application de gestion	07/01/2011	13/05/2011	86000.00
133	Réalisation d'un CD-ROM interactif de formation	04/11/2011	02/07/2012	15000.00
208	Développement d'un site internet	15/06/2011	06/03/2012	50000.00

Relation Employé

Num_Employé	Nom	Prénom	Date_Naissance	Fonction	Est_Cadre
1001	Belaid	Toufik	12/05/1965	Concepteur	true
1009	Touati	Rachid	13/09/1941	Chef de projet	true
1023	Kadri	Amine	23/11/1970	Développeur	true
1053	Djabi	Fatiha	04/06/1980	Analyste	false
1026	Bouras	Kamel	19/04/1968	Administrateur	true
1005	Djabi	Fatiha	22/08/1976	Développeur	false

Relation Affectation

Num_Employé	Num_Projet	Début_Affect	Fin_Affect	Supérieur
1009	122	07/03/2011	13/11/2011	NULL
1001	122	08/03/2011	28/06/2011	1009
1023	122	15/06/2011	04/10/2011	1009
1009	103	12/09/2010	01/11/2010	NULL
1001	208	15/06/2011	12/10/2011	1009
1009	208	15/06/2011	06/03/2012	NULL
1023	208	01/09/2011	17/12/2011	1009
1009	133	06/11/2011	19/02/2012	NULL
1053	208	01/09/2011	06/03/2012	1026
1026	208	19/08/2011	06/03/2012	1009

Projection

Nom	Prénom
Belaïd	Toufik
Touati	Rachid
Kadri	Amine
Djabi	Fatiha
Bouras	Kamel
Djabi	Fatiha

L'opérateur Projection permet de conserver certains attributs (colonnes) uniquement.

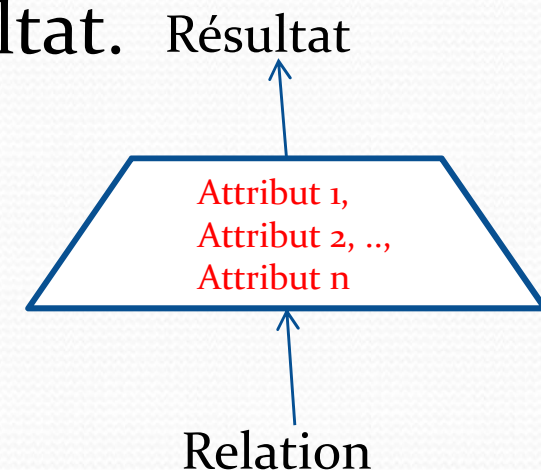
Symbole: π

Nombre de relations opérandes : 1 (opérateur unaire)

Les attributs spécifiés dans la liste des attributs à projeter sont conservés dans la relation résultat.

Exemple: $\pi_{(\text{Nom}, \text{Prénom})} (\text{Employé})$

Les tuples en double sont supprimés



Renommage

Last_Name	First_Name
Belaid	Toufik
Touati	Rachid
Kadri	Amine
Djabi	Fatiha
Bouras	Kamel
Djabi	Fatiha

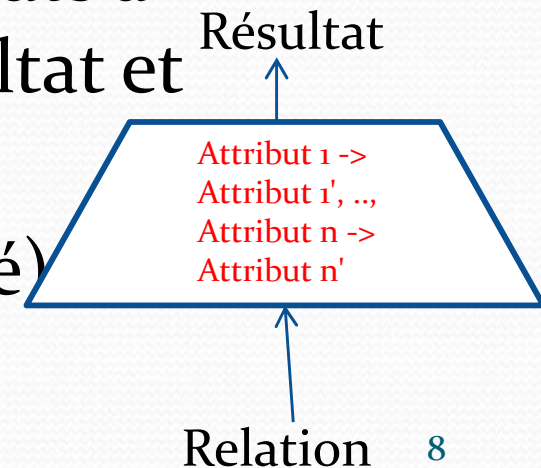
L'opérateur Renommage permet de projeter certains attributs tout en les renommant dans la nouvelle relation.

Symbole: $\pi(a \rightarrow a', \dots)$

Nombre de relations opérandes : 1 (opérateur unaire)

Les attributs spécifiés dans la liste des attributs à projeter sont conservés dans la relation résultat et renommés.

Exemple: $\pi(\text{Nom} \rightarrow \text{Last_Name}, \text{Prénom} \rightarrow \text{Fisrt_Name}) (\text{Employé})$

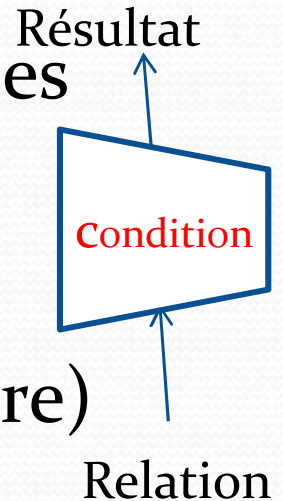


Sélection (ou restriction)

L'opérateur Sélection permet de conserver les tuples vérifiant un prédicat logique.

Symbole: σ

Nombre de relations opérandes : 1 (opérateur unaire)



Les tuples contenus dans la relation résultat doivent vérifier un prédicat logique.

Ce prédicat est exprimé à grâce aux comparateurs ($>$, \geq , $<$, \leq , $=$, \neq) et grâce aux connecteurs logiques (et, ou, non)

Sélection (ou restriction)

Exemple: $\sigma(\text{fonction} = \text{'Développeur'})$ (Employé)

Num_Employé	Nom	Prénom	Date_Naissance	Fonction	Est_Cadre
1023	Kadri	Amine	23/11/1970	Développeur	true
1005	Djabi	Fatiha	22/08/1976	Développeur	false

$\sigma(\text{Nom} = \text{'Bouras'} \text{ ou } \text{Fonction} \neq \text{'Concepteur'})$ (Employé)

Num_Employé	Nom	Prénom	Date_Naissance	Fonction	Est_Cadre
1009	Touati	Rachid	13/09/1961	Chef de projet	true
1023	Kadri	Amine	23/11/1970	Développeur	true
1053	Djabi	Fatiha	04/06/1980	Analyste	false
1026	Bouras	Kamel	19/04/1968	Administrateur	true
1005	Djabi	Fatiha	22/08/1976	Développeur	false

Exemples

$\pi(\text{Nom}, \text{Prénom}) (\sigma (\text{Fonction} = \text{'Développeur'}) (\text{Employé}))$

Nom	Prénom
Kadri	Amine
Djabi	Fatiha

$\sigma(\text{Nom} = \text{'Djabi'} \text{ et } \text{Date_Naissance} < \text{'01/01/1978'}) (\pi (\text{Nom}, \text{Prénom}, \text{Fonction}, \text{Date_Naissance}) (\text{Employé}))$

Nom	Prénom	Fonction	Date_Naissance
Djabi	Fatiha	Développeur	22/08/1976

Exemples

$\sigma(\text{Fonction} = \text{'Développeur'}) (\pi(\text{Nom}, \text{Prénom}) (\text{Employé}))$

N'est pas calculable !!!! Si nous commençons par projeter le Nom et le Prénom, nous perdons l'attribut Fonction nécessaire pour le calcul de la sélection.

Union

Faire l'union des tuples de deux relations "union-compatibles".

Deux relations sont union-compatibles si:

1. Elles sont de même dimension (même nombre d'attributs)
2. Les attributs correspondant un à un sont de même type (même s'ils ne prennent pas leurs valeurs dans le même domaine)

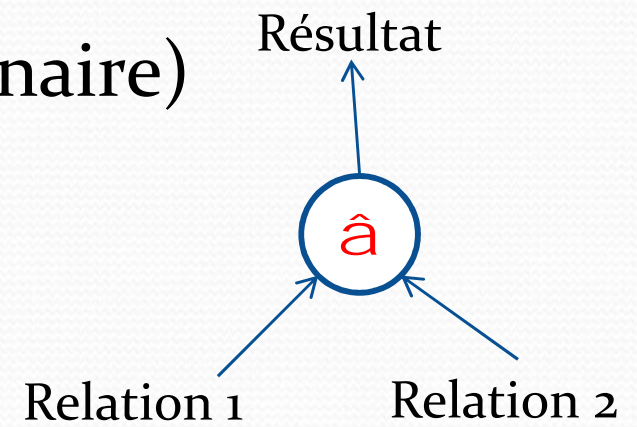
Union

- Symbole: \cup
- Nombre d'opérandes: 2 (opérateur binaire)

Exemple:

Employés \cup Retraités

Ensemble des employés actuels et passé de l'entreprise



Relation retraité

Num_Employé	Nom	Prénom	Date_Naissance	Fonction	Est_Cadre
712	Belaïd	Hakim	02/03/1948	Concepteur	true
1009	Touati	Rachid	13/09/1941	Chef de projet	true
547	Djabi	Rafik	13/09/1941	Chef de projet	true

Num_Employé	Nom	Prénom	Date_Naissance	Fonction	Est_Cadre
1001	Belaïd	Toufik	12/05/1965	Concepteur	true
1009	Touati	Rachid	13/09/1941	Chef de projet	true
1023	Kadri	Amine	23/11/1970	Développeur	true
1053	Djabi	Fatiha	04/06/1980	Analyste	false
1026	Bouras	Kamel	19/04/1968	Administrateur	true
1005	Djabi	Fatiha	22/08/1976	Développeur	false

Résultat de l'union

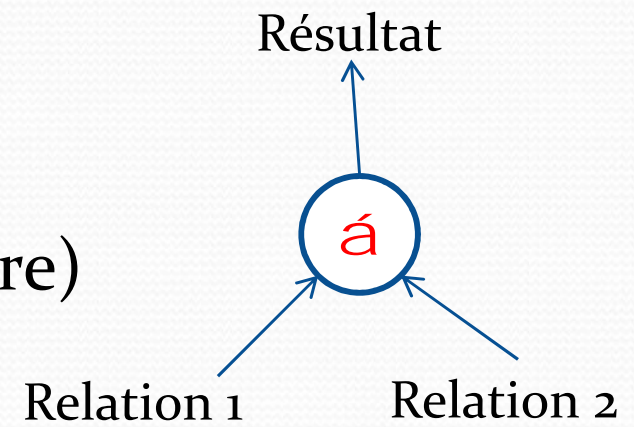
Num_Employé	Nom	Prénom	Date_Naissance	Fonction	Est_Cadre
1001	Belaid	Toufik	12/05/1965	Concepteur	true
1009	Touati	Rachid	13/09/1941	Chef de projet	true
1023	Kadri	Amine	23/11/1970	Développeur	true
1053	Djabi	Fatiha	04/06/1980	Analyste	false
1026	Bouras	Kamel	19/04/1968	Administrateur	true
1005	Djabi	Fatiha	22/08/1976	Développeur	false
712	Belaid	Hakim	02/03/1948	Concepteur	true
547	Djabi	Rafik	13/09/1941	Chef de projet	true

Les tuples présents dans les deux relations ne figurent qu'une seule fois dans le résultat.

Intersection

Faire l'intersection de deux relations "union-compatibles"

- Symbole: \cap
- Nombre d'opérandes: 2 (opérateur binaire)



Exemple:

Employés \cap Retraités

Ensemble des employés qui sont retraités et continuent de travailler.

Résultat de l'intersection

Num_Employé	Nom	Prénom	Date_Naissance	Fonction	Est_Cadre
1009	Touati	Rachid	13/09/1941	Chef de projet	true

Différence

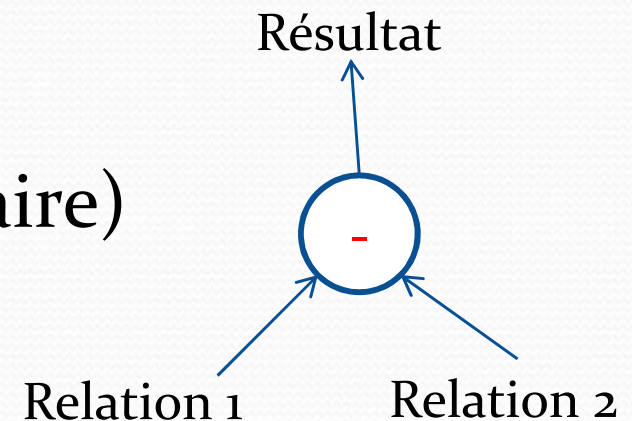
Le résultat de la différence est l'ensemble des tuples de la première relation qui ne sont pas présents dans la seconde relation.

Symbole: -

Nombre d'opérandes : 2 (opérateur binaire)

Exemple: Employé – Retraité

Ensemble des employés qui n'ont pas encore pris leur retraite.



Résultat de la différence

Num_Employé	Nom	Prénom	Date_Naissance	Fonction	Est_Cadre
1001	Belaid	Toufik	12/05/1965	Concepteur	true
1009	Touati	Rachid	13/09/1941	Chef de projet	true
1023	Kadri	Amine	23/11/1970	Développeur	true
1053	Djabi	Fatiha	04/06/1980	Analyste	false
1026	Bouras	Kamel	19/04/1968	Administrateur	true
1005	Djabi	Fatiha	22/08/1976	Développeur	false

Résultat de la différence

Num_Employé	Nom	Prénom	Date_Naissance	Fonction	Est_Cadre
1001	Belaïd	Toufik	12/05/1965	Concepteur	true
1023	Kadri	Amine	23/11/1970	Développeur	true
1053	Djabi	Fatiha	04/06/1980	Analyste	false
1026	Bouras	Kamel	19/04/1968	Administrateur	true
1005	Djabi	Fatiha	22/08/1976	Développeur	false

La différence n'est pas une opération symétrique.
 $\text{Employé} - \text{Retraité} \neq \text{Retraité} - \text{Employé}$

Différence

Employé - Retraité

Num_Employé	Nom	Prénom	Date_Naissance	Fonction	Est_Cadre
1001	Belaid	Toufik	12/05/1965	Concepteur	true
1023	Kadri	Amine	23/11/1970	Développeur	true
1053	Djabi	Fatiha	04/06/1980	Analyste	false
1026	Bouras	Kamel	19/04/1968	Administrateur	true
1005	Djabi	Fatiha	22/08/1976	Développeur	false

Retraité - Employé

Num_Employé	Nom	Prénom	Date_Naissance	Fonction	Est_Cadre
712	Belaid	Hakim	02/03/1948	Concepteur	true
547	Djabi	Rafik	13/09/1941	Chef de projet	true

Produit cartésien

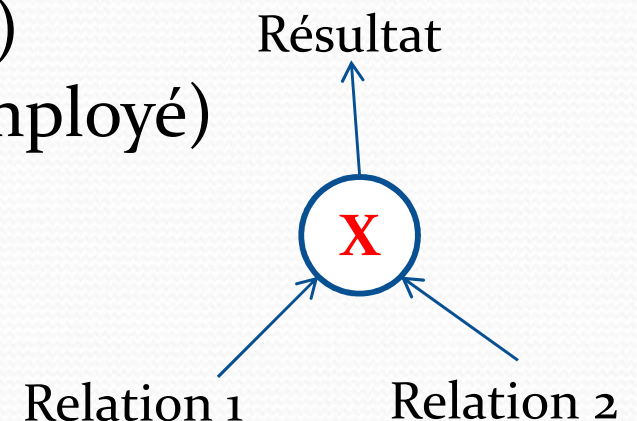
Le produit cartésien réalise la combinaison de tous les tuples d'une relation avec les tuples d'une autre relation.

Les tuples des deux relations sont mis bout à bout.

Symbole: **X**

Nombre d'opérandes: 2 (opérateur binaire)

Exemple: $\pi_{\text{(Fonction)}}(\text{Employé}) \times \pi_{\text{(Est_cadre)}}(\text{Employé})$



Résultat du produit cartésien

Fonction
Concepteur
Chef de projet
Développeur
Analyste
Administrateur

X

Est_Cadre
True
False

=

Fonction	Est_Cadre
Concepteur	True
Concepteur	False
Chef de projet	True
Chef de projet	False
Développeur	True
Développeur	False
Analyste	True
Analyste	False
Administrateur	True
Administrateur	False

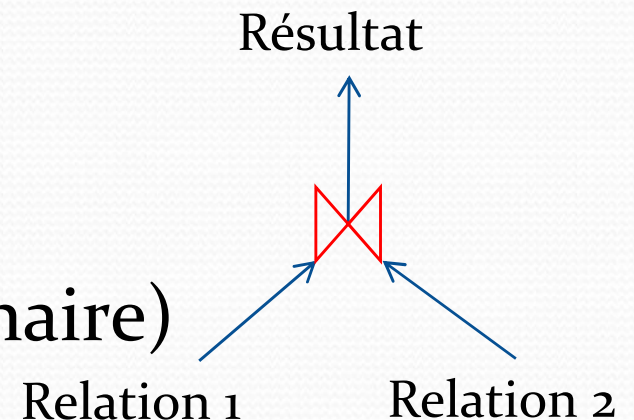
Jointure naturelle

La jointure naturelle est la composition de deux relations ayant des attributs communs (ayant le même nom).

Elle rassemble les tuples de deux relations ayant pour les attributs communs la même valeur.

Symbole: 

Nombre d'opérandes: 2 (opérateur binaire)



Exemple


Affectation \bowtie Projet

π (Description, Num_Employé) (Affectation \bowtie Projet)

π (Description, Num_Employé) (σ (Supérieur est NULL)(Affectation \bowtie Projet))

Num_Employé	Num_Projet	Début_Affect	Fin_Affect	Supérieur	Description	Date_Début	Date_Fin	Budget
1009	122	07/03/2011	13/11/2011	NULL	Développement d'une application de gestion	07/01/2011	13/05/2011	86000.00
1001	122	08/03/2011	28/06/2011	1009	Développement d'une application de gestion	07/01/2011	13/05/2011	86000.00
1023	122	15/06/2011	04/10/2011	1009	Développement d'une application de gestion	07/01/2011	13/05/2011	86000.00
1009	103	12/09/2010	01/11/2010	NULL	Mise en place d'un réseau intranet	12/09/2010	05/12/2010	39000.00
1001	208	15/06/2011	12/10/2011	1009	Développement d'un site internet	15/06/2011	06/03/2012	50000.00
1009	208	15/06/2011	06/03/2012	NULL	Développement d'un site internet	15/06/2011	06/03/2012	50000.00
1023	208	01/09/2011	17/12/2011	1009	Développement d'un site internet	15/06/2011	06/03/2012	50000.00
1009	133	06/11/2011	19/02/2012	NULL	Réalisation d'un CD-ROM interactif de formation	04/11/2011	02/07/2012	15000.00
1053	208	01/09/2011	06/03/2012	1026	Développement d'un site internet	15/06/2011	06/03/2012	50000.00
1026	208	19/08/2011	06/03/2012	1009	Développement d'un site internet	15/06/2011	06/03/2012	50000.00

Num_Employé	Description
1009	Développement d'une application de gestion
1001	Développement d'une application de gestion
1023	Développement d'une application de gestion
1009	Mise en place d'un réseau intranet
1001	Développement d'un site internet
1009	Développement d'un site internet
1023	Développement d'un site internet
1009	Réalisation d'un CD-ROM interactif de formation
1053	Développement d'un site internet
1026	Développement d'un site internet



Num_Employé	Description
1009	Développement d'une application de gestion
1009	Mise en place d'un réseau intranet
1009	Développement d'un site internet
1009	Réalisation d'un CD-ROM interactif de formation

Thêta-Jointure

La thêta-jointure est une sélection de certains tuples du résultat du produit cartésien.

Symbole: \bowtie_{θ}

Nombre d'opérandes: 2 (opérateur binaire)

Soient R et S deux relations:

$R \bowtie_{\theta} S = \sigma_{\theta}(R \times S)$ θ est un prédicat logique.

Exemple

Nom et Prénom des employés qui sont responsables d'autres employés.

$$\pi(\text{Nom}, \text{Prénom})(\text{Affectation} \bowtie (\text{Supérieur} = \text{NumEmployé2})$$
$$(\pi(\text{Num_Employé} \rightarrow \text{Num_Employé2}, \text{Nom}, \text{Prénom})\text{Empolyé}))$$

Semi-Jointure

La semi-jointure est une Thêta-jointure dont le résultat est projeté sur les attributs de la première relation.

Symbole: \bowtie_{θ}

Nombre d'opérandes: 2 (opérateur binaire)

Soient R et S deux relations:

$R \bowtie_{\theta} S = \pi(R) \sigma_{\theta} (R \times S)$ θ est un prédicat logique.

Jointure externe

La jointure externe est une jointure dont le résultat contient des tuples ne vérifiant pas le prédicat de jointure.

Symbole: $\sqsupset\!\!\!\times$ jointure externe gauche (left outer join)
 $\sqsubset\!\!\!\times$ jointure externe droite (right outer join)
 $\sqsupset\!\!\!\times\!\!\!\sqsubset$ jointure externe totale (full outer join)

Exemple: Afficher les employés et leurs affectations.

Employé \times Affectation

Une jointure naturelle n'affiche que les employés ayant des affectations.

Une jointure externe gauche affiche tous les employés, même ceux n'ayant aucune affectation.

Employé $\sqsupset\!\!\!\times$ Affectation

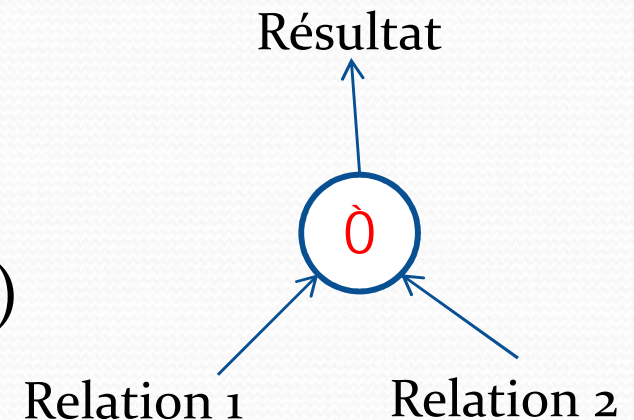
Affectation $\sqsubset\!\!\!\times$ Employé

Division

La division est une opération qui permet de retrouver quels sont les tuples d'une relation qui sont associés à **tous** les tuples d'une autre relation.

Symbole: \div

Nombre d'opérandes: 2 (opérateur binaire)



Soient deux relations $R(A_1, A_2, A_3, B_1, B_2)$ et $S(B_1, B_2)$

$R \div S = T(A_1, A_2, A_3)$ tel que pour tout tuple (a_1, a_2, a_3) de T , quelque soit le tuple (b_1, b_2) de S , il existe un tuple $(a_1, a_2, a_3, b_1, b_2)$ de R .

Exemple de division

"Quels sont les employés qui ont travaillé sur tous les projets ?"

$(\pi(\text{Num_Employé}, \text{Num_Projet})(\text{Affectation})) \div (\pi(\text{Num_Projet})(\text{Projet}))$

$(\text{Num_Employé}, \text{Num_Projet}) \div (\text{Num_Projet})$

Num_Employé	Num_Projet
1009	122
1001	122
1023	122
1009	103
1001	208
1009	208
1023	208
1009	133
1053	208
1026	208

÷

Num_Projet
103
122
133
208

=

Num_Employé
1009

Quelques équivalences

Soient R et S deux relations:

- $R \cap S = R - (R - S)$
- $\sigma(\text{condition}_1 \text{ et } \text{condition}_2)(R) = \sigma(\text{condition}_1)(R) \cap \sigma(\text{condition}_2)(R)$
- $\sigma(\text{condition}_1 \text{ ou } \text{condition}_2)(R) = \sigma(\text{condition}_1)(R) \cup \sigma(\text{condition}_2)(R)$
- $R \bowtie_{\theta} S = \sigma_{\theta}(R \times S)$
- ...

Conclusion

- Opérateurs ensemblistes:
 - Union
 - Intersection
 - Différence
 - Produit cartésien
- Opérateurs relationnels:
 - Sélection
 - Projection
 - Jointure
 - Division

Exercice

1. Quel sont les noms et prénoms des développeurs ?
2. Quels sont les noms et prénoms des cadres ?
3. Quels sont les noms, prénoms et dates de naissance des employés nés avant 1975 ?
4. Quels sont les noms, prénoms et dates naissance des employés nés entre 1970 et 1979 ?
5. Quels sont les Numéros des projets sur lesquels travaille l'employé 'Belaid' ?
6. Quelle est la date de début des projets sur lesquels a travaillé l'employé 'Kadri' ?
7. Quel est le nom et le prénom de l'employé responsable du projet 122 ? (Supérieur est NULL)
8. Quel est le nom et le prénom des employés ayant travaillé sur des projets dont le budget est supérieur à 70000.00 DA ?

Notation fonctionnelle

En plus de la notation algébrique et graphique (arbres algébriques) présentés précédemment, Il possible d'utiliser une notation fonctionnelle pour exprimer les opérations de l'algèbre relationnelle.

Notation fonctionnelle des opérateurs algébriques:

- PROJECT(liste attributs, relation)
- RESTRICT(condition, relation) → Sélection
- UNION(relation1, relation2)
- INTERSECT(relation1, relation2)
- MINUS(relation1, relation2) → Différence
- JOIN(condition, relation1, relation2)
- ...

Exemple:

Quels sont les noms et prénoms des développeurs ?

PROJECT(Nom, Prénom, RESTRICT(Fonction='développeur', Employé))