Université de Yaoundé 1

The University of Yaounde 1

Faculté des Sciences

Faculty of Science



Département d'Informatique

Department of Computer Science

INF319: Contrôle continu

Étienne KOUOKAM

17 Novembre 2016 Durée : **1h30**

Exercice 1: Système formel (5 pts)

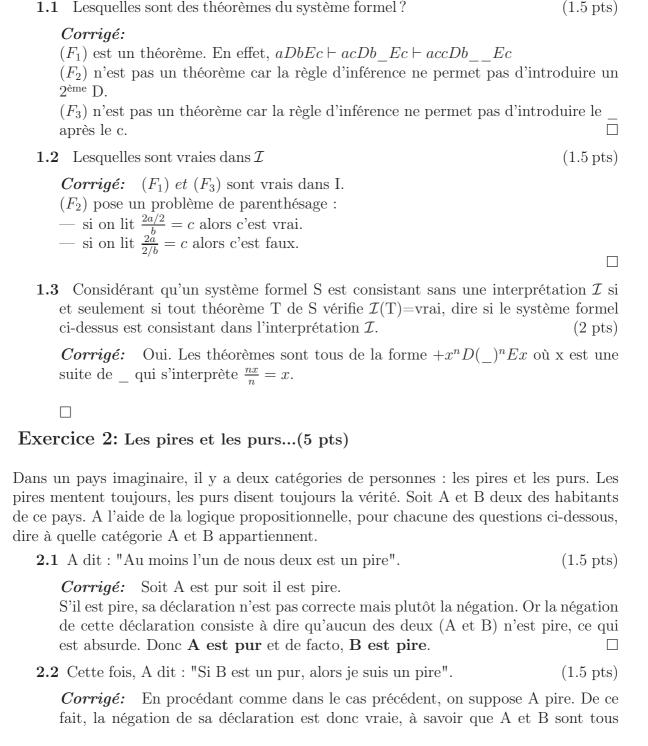
Soit le système formel défini par :

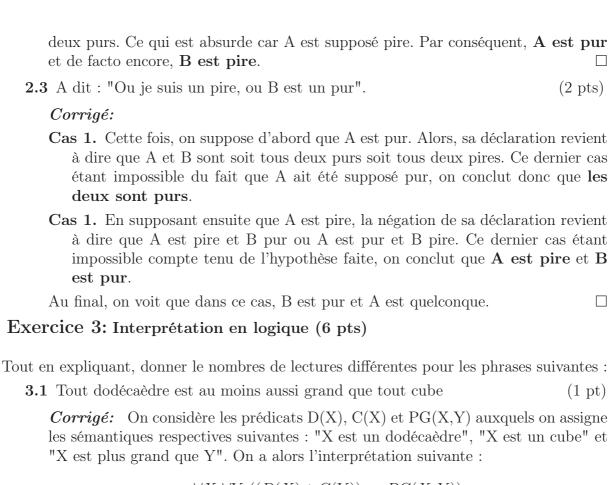
Choisissons l'interprétation \mathcal{I} :

 $\begin{cases} D: & \text{"divis\'e par"} \\ E: & \text{"\'egale"} \end{cases}$ Le tiret(underscore) représente une unit\'e (ex:___ correspond à "3")

Supposons +aDbEc et que \mathcal{I} (aDbEc)soit un énoncé vrai. Parmi les 3 formules :

$$\begin{cases}
(F_1) & accDb__Ec \\
(F_2) & aaD__DbEc \\
(F_3) & abDbEc_
\end{cases}$$





 $\forall X \ \forall Y \ ((D(X) \land C(Y)) \Rightarrow PG(X,Y))$

3.2 Chaque professeur a donné un livre à chaque étudiant. (2 pts)

Corrigé: Cette phrase comporte trois quantificateurs, portant sur trois variables différentes (pour respectivement un professeur x, un livre y, un étudiant z). Il y a deux \forall et un \exists . A priori on peut prévoir 6 permutations possibles : $\forall X \; \exists Y \; \forall Z, \; \forall Z \; \exists Y \; \forall X, \; \forall Z \; \exists Y, \; \forall X \; \forall Z \; \exists Y, \; \exists Y \; \forall X \; \forall Z, \; \exists Y \; \forall Z \; \forall X.$ Mais on sait qu?il est possible de permuter sans dommage deux quantificateurs de même type qui se suivent, autrement dit les lectures $\forall Z \; \forall X \; \exists Y \; \text{et} \; \forall X \; \forall Z \; \exists Y \; \text{sont identiques, de même que} \; \exists Y \; \forall X \; \forall Z \; \text{et} \; \exists Y \; \forall Z \; \forall X.$ On obtient donc quatre lectures différentes :

 $\textbf{Cas 1:} \ \forall X \ (Professeur(X) \Rightarrow (\exists Y \ Livre(Y) \land \forall Z (Etudiant(Z) \Rightarrow Donne(X,Y,Z)))).$ Ici, le livre ne dépend que du professeur

- Cas 2 : $\forall Z \ (Etudiant(Z) \Rightarrow (\exists Y \ Livre(Y) \land \forall X (Professeur(X) \Rightarrow Donne(X,Y,Z))))$. Dans ce cas, le livre ne dépend que de l'étudiant
- Cas 3 : $\forall X \ \forall Z \ ((Professeur(X) \land Etudiant(Z)) \Rightarrow \exists Y \ (Livre(Y) \land Donne(X,Y,Z))).$ Cette fois, le livre donné dépend du professeur et de l'étudiant.
- Cas 4: $\exists Y(Livre(Y) \land \forall X \ \forall Z \ ((Professeur(X) \land Etudiant(Z)) \Rightarrow Donne(X,Y,Z)))$. Et donc, il y a un seul livre, que chaque professeur donne à chaque étudiant.
- 3.3 Marie n'a rien raconté à quelqu'un.

(2 pts)

Corrigé: On a le choix entre

- $\neg \exists X \ \exists Ya_Raconte)(marie, X, Y)$ ou $\forall X \ forall Y \ (\neg a_Raconte(marie, X, Y))$ pour dire que Marie n'a rien raconté à personne.
- $\exists Y \neg \exists X \ a_Raconte(marie, X, Y) \text{ ou } \exists Y \ \forall X \ (\neg a_Raconte(marie, X, Y)) \text{ pour dire qu'il y a quelqu'un à qui Marie n'a rien raconté.}$

Les lectures $\exists X \neg \exists Y \ a_Raconte(marie, X, Y) \ \text{et} \ \exists X \ \exists Y \ \neg a_Raconte(marie, X, Y) \ \text{étant impossibles.}$

Exercice 4: Prédicats & Résolution (6 pts)

On considère les énoncés suivants :

E1: Si un cours est facile, certains étudiants sont heureux.

E2 : Si un cours a un examen final, aucun étudiant n'est heureux.

Mettre ces énoncés sous forme clausale et utiliser le principe de résolution afin de démontrer que "Si un cours a un examen final, alors il n'est pas facile"

Corrigé: On commence par définir les différents prédicats utilisés :

C(X): "X est un cours" F(X): "X est facile"

E(X): "X est un étudiant" H(X): "X est heureux" Ef(X): "X est a un examen final

Pour E1 : $\forall X ((C(X) \land F(X)) \Rightarrow \exists Y (E(Y) \land H(Y)))$ Pour E2 : $\forall X ((C(X) \land Ef(X)) \Rightarrow \neg (\exists Y E(Y) \land H(Y)))$

On a donc

$$E_1 \equiv \forall X \ (\neg(C(X) \land F(X)) \lor \exists Y (E(Y) \land H(Y))) \equiv \forall X \ ((\neg C(X) \lor \neg F(X)) \lor \exists Y (E(Y) \land H(Y))) \text{ i-exp}$$

$$E_1 \equiv \forall X \ \exists Y ((\neg C(X) \lor \neg F(X) \lor E(Y)) \land (\neg C(X) \lor \neg F(X) \lor H(Y))) \text{ i-e}$$

$$E_1 \equiv \forall X \ \exists Y ((\neg C(X) \lor \neg F(X) \lor E(Y)) \land (\neg C(X) \lor \neg F(X) \lor H(Y)))$$

$$E_1 \equiv \forall X \ ((\neg C(X) \lor \neg F(X) \lor E(f(X))) \land (\neg C(X) \lor \neg F(X) \lor H(f(X))))$$

$$E_2 \equiv \forall X \left(\neg (C(X) \land Ef(X)) \lor \neg (\exists Y \ E(Y) \land H(Y)) \right) \equiv \forall X \left(\left(\neg C(X) \lor \neg Ef(X) \right) \lor \forall Y \left(\neg E(Y) \lor \neg H(Y) \right) \right)$$
$$E_2 \equiv \forall X \ \forall Y \ \left(\neg C(X) \lor \neg Ef(X) \lor \neg E(Y) \lor \neg H(Y) \right)$$

Sous forme clausale, on a donc:

$$C_1 = \{\neg C(X), \neg F(X), E(f(X))\}, C_2 = \{\neg C(X), \neg F(X), H(f(X))\}$$
$$C_3 = \{\neg C(X), \neg E(X), \neg E(Y), \neg H(Y)\}$$

La négation de la conclusion est donc

$$E_3 \equiv \neg(\exists X \ ((C(X) \land Ef(X)) \Rightarrow \neg F(X))) \equiv \neg(\exists X \ \neg(C(X) \land Ef(X)) \lor \neg(F(X))) \text{ i-e}$$

$$E_3 \equiv \forall X \ ((C(X) \land Ef(X)) \land F(X)) \equiv E_3 = \{\{C(X)\}, \{Ef(X)\}, \{F(X)\}\}$$

Ce qui donne donc

$$C_4 = \{C(X)\}, C_5 = \{F(X)\}, C_6 = \{Ef(X)\}\$$

A partir de là, on établit une série de résolutions comme suit : $C_1, C_4 \models C_7 = \{ \neg F(X), E(f(X)) \}$ Ensuite, $C_5, C_7 \models C_8 = \{ \neg F(X), E(f(X)) \}$. $C_3, C_4 \models C_9 = \{ \neg Ef(X), \neg E(Y), \neg H(Y) \}$ Puis, $C_6, C_9 \models C_{10} = \{ \neg E(Y), \neg H(Y) \}$. $C_8, C_{10} \models C_{11} = \{ \neg H(Y) \}$ Puis, $C_2, C_4 \models C_{12} = \{ \neg F(X), H(f(X)) \}$. Il s'en suit que $C_5, C_{12} \models C_{13} = \{ H(f(X)) \}$ et finalement, $C_{11}, C_{14} \models \Box \}$

Bon courage!!!