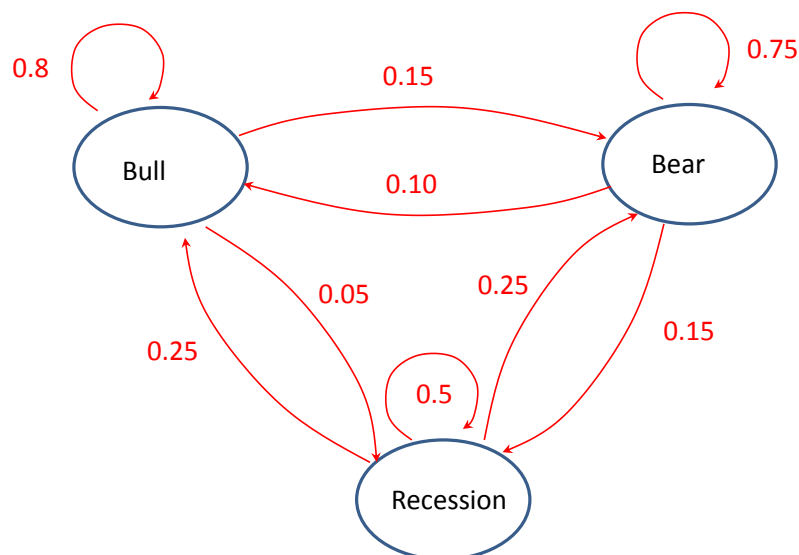


Laboration: Markovkedjor

Man har genom att studera den finansiella marknaden under en längre tid funnit ett samband mellan vad som kallas Bull, Bear samt Recession.

En marknad är i Bull då man förväntar sig en uppgång, Bear om man förväntar en nedgång och är det riktigt dåligt har vi Recession, vilket ofta sammanfaller med en omvärld i gungning som t.ex. vid finanskrisen 2008.

Sambandet en given vecka är illustrerad i Figur 1:



Figur 1: Rådande marknadssituation under en given vecka

Från Figur 1 kan man räkna ut hur fördelningen kan väntas vara på lång sikt gällande Bull, Bear samt Recession. Detta kan vara till hjälp för de som investerar i marknaden.

Uppgift 1

Sätt upp överföringsmatrisen P för problemet i Figur 1 så att radsumman blir 1. Anta en startvektor (radvektor) och en toleransnivå samt gör en iterativ beräkning av hur tillståndssannolikheterna konvergerar mot en stationär lösning \bar{x} . Ange stationära lösningen samt hur många iterationer det tar till den når lösningen vid en viss toleransnivå. Vilken startvektor ger snabbast lösning?

Uppgift 2

Verfiera svaret i Uppgift 1 genom att lösa ekvationer för stationära sannolikheter. Använd gärna flera metoder: Handräkna med insättningsmetoden eller gausselimination, beräkna genom vänstermatrisdivision (\backslash i Matlab) eller använd symbolic processing toolbox.

Uppgift 3

Genom att ändra lite i övergångssannolikheterna i Figur 1 kan man analysera hur den stationära lösningen \bar{x} ändras. Är modellen känslig för små förändringar eller inte? Ge exempel på en förändring som inte skulle ge stationär lösning, exempelvis cyklisk kedja, eller icke-ergodisk process där alla tillstånd inte kommunicerar, utan fördelningen beror av starttillståndet.

Uppgift 4

Skapa en stokastisk simulering (Monte Carlo-simulering) av markovkedjan med hjälp av slumpvalsgenerering och metoden *inverse transform sampling*. Hur många iterationer tar det innan tillståndens frekvenser konvergerar mot en stationär lösning vid en viss toleransnivå? Är detta snabbare eller långsammare än metod 1, och hur stor är skillnaden? Vilken typ av process kan inte lösas med metod 1-3, men med denna metod?